$a^3 = 6$

$5^3 = 125$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^3 = (a+b)\cdot(a+b)$

$(a+b)^3 = a^2 + 2ab + b^2$

$a+b$

16. 6.
1. 12
2. 18.
3. 24
4
5 30

$\sqrt{93618} = \frac{1}{3}\sqrt{93618}$

$\sqrt{93618}$

$\sqrt{4,97136}$ | 3

1)9 1,657 12

17
21

$2\sqrt{96}$ | 48

8 6

4 15 75

4

64

93618 | 46

$3 \times 4^2 = 48$

64

29618

457

40 50
40 50
16 25-00 46
4 50
64 0 14 50

Κ. Φωτοπούλου

ΣΧΟΛΕΙΟΝ ΤΩΝ ΤΕΧΝΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΑ
ΧΩΡΟΜΕΤΡΙΑΣ

ΥΠΟ

Ι. ΛΑΖΑΡΙΜΟΥ

Καθηγητοῦ ἐν τῷ αὐτῷ Σχολείῳ

Λιθογραφηθέντα δαπάνῃ τοῦ κληροδοτήματος
τοῦ ἀοιδίμου Δ. Θωμαΐδου

ΑΘΗΝΑΙ

1885

— Κ. Γρηγοριάδου —

Εἰσαγωγή

Κεφάλαιον Α'.

Θεωρία τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ πλανητικοῦ ἡμῶν συστήματος.

Μορφὴ τῆς γῆς.

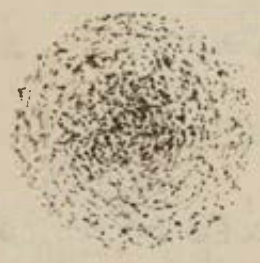
Ἡ πιθανωτέρα ὑπόθεσις τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ ἡμετέρου πλανητικοῦ συστήματος εἶνε ἡ θεωροῦσα τὸν ἥλιον ὡς νεφελοειδῆ συμπυκνωμένην καὶ ἐν ἐποχῇ ἀγνώστῳ, καθ' ἣν ἡ νεφελοειδὴς αὐτη ἐπλήρου ὁλόκληρον τὸν χῶρον τοῦ πλανητικοῦ ἡμῶν συστήματος καὶ πέραν τούτου. Ὁ ἀπέραντος οὗτος ἀερώδης ὄγκος περιστρεφόμενος βραδέως περὶ ἑαυτὸν εἶχε τὴν ἐξωτερικὴν αὐτοῦ περιφέρειαν ἐπὶ τῆς ζώνης τῆς σημειουμένης ὑπὸ τῆς τροχιᾶς τοῦ Ποσειδῶνος καὶ ἀπώτερον ἔτι, ἐὰν ὡς εἶνε πιθανὸν ὁ Ποσειδὼν δὲν σχηματίζει τὸ ἀληθὲς ὅριον τοῦ συστήματος.

Θεωρήσωμεν ἀπέραντον ἀερώδη μᾶζαν ἐν τῷ διαστήματι. Κατὰ τὸν νόμον τῆς ἕλξεως τῶν σωμάτων, τὸ μέρος τῆς μάζης ταύτης τὸ ἐν καταστάσει μᾶλλον συμπυκνωμένῃ εὑρισκόμενον θέλει ἕλξῃ πρὸς αὐτὸ τὰ ἕτερα μέρη καὶ κατὰ τὴν βραδεῖαν ταύτην πτῶσιν τὰ μόρια τὰ πλέον ἀπομεμακρυσμένα πρὸς τὸ μέρος αὐτὸ, τὸ μᾶλλον ἑλκτικόν· κίνησις γενικὴ οὕτω παράγεται ἀτελῶς διευθυνομένη πρὸς

τὸ κεντρον τοῦτο συμπαρασύρουσα αἰμέσως ὁλόκληρον τὴν μᾶζαν εἰς μιαν καὶ τὴν αὐτὴν περιστροφικὴν κίνησιν.

Ἐν τῇ μηχανικῇ δεικνύεται ὅτι ἡ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τῆς νεφελοειδοῦς ἐπιταχύνεται καθ' ὅσον αὕτη συμπυκνοῦται σμικρυνομένη, περιστρεφομένη δὲ συμπιέζεται περὶ τοὺς πόλους αὐτῆς λαμβάνουσα τὴν μορφὴν πεπλατυσμένους σφαιροειδοῦς φακοῦ. Ἐκ τῆς ἐπαυξήσεως τῆς ταχύτητος τῆς περιστροφῆς ἀνεπτύχθη ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς περιφερείας ταύτης κεντρόφυγὸς τις δύναμις ἀντίθετος τῆς γενικῆς ἕλξεως τῶν μορίων τῆς μάζης, ἥτις ὡς ἀποτέλεσμα εἶχε τὴν διάρρηξιν τῆς ἰσορροπίας, ἐξ οὗ ἀπεχωρίσθη εἰς ἐξωτερικὸς δακτύλιος. Ὁ ἀερώδης οὗτος δακτύλιος ἐξηκολούθησε νὰ περιστρέφηται εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα, ἀλλ' ἡ γενικὴ νεφελοειδὴς ἐξηκολούθησε νὰ ὑποβάλληται εἰς ἀδιακόπου συμπύκνωσιν καὶ ἑπομένως ἐπιταχύνσιν τῆς κινήσεως αὐτῆς, ἥτις ὡς ἀποτέλεσμα ἔσχε πάλιν τὴν ἀνάπτυξιν κεντρομόλου δυνάμεως κατὰ τὴν περιφέρειαν αὐτῆς ἀντιθέτου τῆς ἑλκτικῆς, ἐξ οὗ διάρρηξις τῆς ἰσορροπίας καὶ ἀπεχωρισμὸς ἑτέρου δακτυλίου. Τὸ αὐτὸ ἐπαναλήφθη ὁσάκις ἡ ταχύτης τῆς περιστροφῆς ὑπερέβη ἐκείνην κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ κεντρόφυγὸς δύναμις ἦτο ἀντίθετος τῆς ἕλξεως.

Διὰ τοῦ σφαλμοῦ δεικνύονται εἰς τὰ βάθη τοῦ οὐρανοῦ νεφελοειδεῖς, τῶν ὁποίων ἡ μορφὴ ἀντιπαρίσταται εἰς τοὺς προλιχθέντας μετασχηματισμούς. Τοιοῦτοι εἶναι μεταξὺ ἄλλων αἱ ταῖς νεφελοειδεῖς, ὧν τὴν μορφὴν παραθέτομεν. Ἡ πρώτη (εἰκὼν 1) εἰς τὸν ἀστερισμὸν τῶν Κυνῶν τῆς θήρας εὑρισκομένη, δίδει ἰδέαν τῆς κεντρικῆς συμπυκνώσεως, ἀρχομένου τοῦ σχηματισμοῦ ἐστί.



(Σχ. 1)

(Σχ. 2)

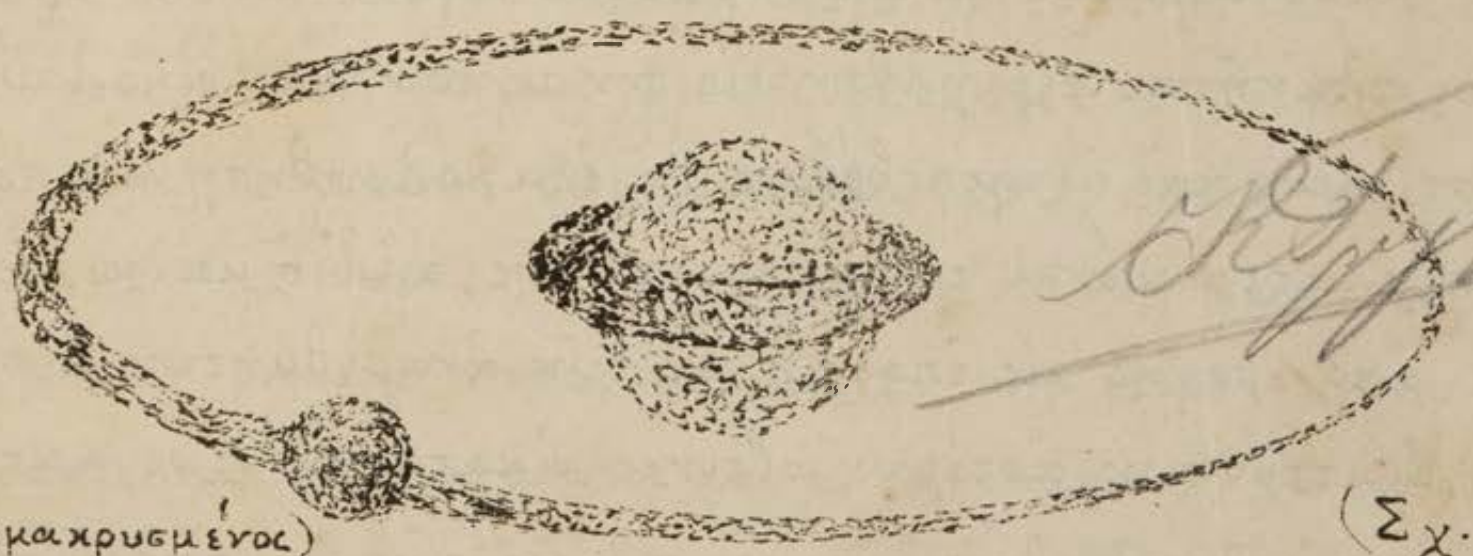
(Σχ. 3)

ας ἡλιακῆς εἰς τὸ κέντρον νεφελοειδοῦς σφαιρικῆς ἢ φακοειδοῦς. Ἡ δευτέρα (σχ. 2), εὐρισκομένη εἰς τὸν ἀστερισμὸν τοῦ Ὑδροχόου, παριστᾷ σφαῖραν περικυκλουμένην ὑπὸ δακτυλίου σφαιροῦ κατὰ τομήν, ἀναμιμνησκομένη παραδόξως τὸν σχηματισμὸν κόσμου οἷος ὁ Κρόνος. Ἡ τρίτη νεφελοειδὴς (σχ. 3) ἀνήκει εἰς τὸν ἀστερισμὸν τοῦ Πηγάσσου καὶ εἶνε ἀξιοπαρατήρητος ἐκ τῶν δακτυλίων ἤδη ἀποκεχωρισμένων τοῦ κεντρικοῦ πυρῆνος ἀληθοῦς ἡλίου, περικυκλωμένου ἐκ σπειρῶν ἀερωδῶν. Ἡ ἀνάλυσις τοῦ φάσματος δεικνύει ὅτι αἱ νεφελοειδεῖς δὲν εἶνε σχηματισμέναι ἐξ ἀστέρων παραπλησίων, ὡς ἀκόμη ἐπίστευον οἱ κ. Arago καὶ Babinet, ἀλλ' ἀληθῶς ἐξ ἀερίου ἐν ᾧ διεσπάζει τὸ ἄζωτον καὶ ὑδρογόνον.

Εἰς τὸ ἡμέτερον πλανητικὸν σύστημα οἱ δακτύλιοι τοῦ Κρόνου ὑφίστανται ἔτι.

Διὰ τῆς ἐκτεθείσης θεωρείας ἐξηγεῖται ἡ διαδεχικὴ μόρφωσις τῶν πλανητῶν, ἡθεῖσι αὐτῶν πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἡλιακοῦ ἰσημερινοῦ καὶ ἡ κίνησις αὐτῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον. Θ' μᾶλλον

Θεωρία τοῦ σχηματισμοῦ τῶν κόσμων



(Σχ. 4)

ἀπομεμακρυσμένος)

γνωστὸς πλανήτης ὁ Ποσειδῶν ἀπεχωρίσθη ἐκ τῆς νεφελοειδοῦς τὴν ἐποχήν, καθ' ἣν ἡ νεφελοειδὴς αὕτη ἐπεξετείνετο μέχρις αὐτῆς μέχρι ἑνὸς δισεκατομμυρίου λευγῶν καὶ ἐστρέφετο βραδέως ἀπαιτοῦσα διάστημα χρόνου 165 ἐτῶν, ὅπως ἐκπληρώσῃ τὴν περιστρο-

φήν της. Ὁ ἀρχικῶς ἀποσπασθεὶς δακτύλιος δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ διατηρηθῇ ἐν τῇ καταστάσει του παρὰ ἐὰν ἦτο ὁμογενὴς καὶ κανονικός, ἀλλὰ τοιοῦτος ὅρος δύναταί τις νὰ εἴπῃ ὅτι εἶναι ἀπραγματοποίητος· δὲν ἐβράδυνεν λοιπὸν ὁ δακτύλιος οὗτος νὰ συμπυκνωθῇ αὐτὸς ἑαυτὸν εἰς μίαν σφαῖραν. Διαδοχικῶς οὕτω ἐγένετο διὰ τὸν Οὐρανόν, Κρόνον, Δία, τὴν πλειάδα τῶν μικρῶν πλανητῶν, Ἄρην. Ἀκολούθως ἡ Γῆ, τῆς ὁποίας ἡ γένεσις ἀνέρχεται εἰς τὴν ἐποχήν, καθ' ἣν ὁ ἥλιος μέχρις αὐτῆς ἐπεκτεινόμενος ὡς νεφελοειδής, περιεστρέφετο περὶ αὐτὸν εἰς 365 ἡμέρας ¼ 6 ὥρας. Ἡ Ἀφροδίτη καὶ ὁ Ἑρμῆς ἐγεννήθησαν κατόπιν. Σήμερον δέ, ὅπως ὁ ἥλιος παραγάγῃ ἕτερον σῶμα, πρέπει νὰ περιστραφῇ ἡ περιστροφικὴ αὐτοῦ κίνησις μεγάλως νὰ ἐπιταχυνθῇ, κατὰ 219 φορὰς ἐκείνης ἣν ἔχει.

Ἡ Σελήνη ἐσχηματίσθη ὁμοίως ἀναλώμασι τοῦ γηϊνου ἰσημερινοῦ, ὅτε ἡ γῆ ἐν ἀερώδει ἔτι καταστάσει ἐπεξετείνετο μέχρι τῆς τροχιᾶς ταύτης καὶ περιεστρέφετο περὶ αὐτὴν εἰς 27 ἡμέρας καὶ 7 ὥρας.

Τοιουτοτρόπως ἐκ τῆς ἀερώδους καταστάσεως αὐτῆς ἡ γῆ καὶ οἱ πλανῆται περιῆλθον εἰς τὴν ὑγρὰν καὶ ἀκολούθως εἰς τὴν στερεὰν καὶ ἀναμφιβόλως θὰ ἐξακολουθήσῃ ἡ ἀπόψυξις αὕτη, ἐλαττουμένου τοῦ ὄγκου αὐτῆς, ἀλλ' ἡ μᾶζα τῆς γῆς αὐξάνει ἀπὸ ἐποχῆς εἰς ἐποχὴν ἐκ τῶν ἀναριθμήτων ἀερολίθων καὶ διαττόντων ἀστέρων, οἵτινες ἀκαταπαύστως καταπίπτουσιν ἐπ αὐτῆς, ὑπολογιζόμενοι πλέον τῶν ἑκατὸν δισεκατομμυρίων κατ' ἔτος.

Οὕτως, ὅτε ἐν τῷ ἀπείρῳ χώρῳ ἡ ἄπειρος ὕλη ἦτο διεσκεδασμένη ἐν καταστάσει ἀερώδει, ἐκ τῆς συμπυκνώσεως ἀναριθμήτων κέντρων ἐσχηματίσθησαν αἱ νεφελοειδεῖς, ἐξ ὧν ἐ-

μορφώθησαν οἱ ἀπλανεῖς καὶ τὸ σύστημα ἑκάστου τούτων, ὡς ἐξεθέσαμεν περὶ τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ ἡμετέρου πλανητικοῦ συστήματος.

Πειραματικὴ δεῖξις τῆς ἐλλειψοειδοῦς μορφῆς τῆς γῆς. Ἐν τῇ μηχανικῇ δεικνύεται ὅτι, ὅταν πολλὰ ὑλικὰ μόρια εἶνε συνηνωμένα μεταξὺ των ὑπὸ μόνης τῆς δυνάμεως τῆς ἕλξεως σχηματίζουσιν, ὅταν εὑρίσκωνται ἐν ἰσορροπίᾳ σύστημα σφαιρικόν, ἀγόμενα δὲ ὑπὸ περιστροφικῆς κινήσεως, σχηματίζουσι σύστημα ἐλλειψοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς.

Τὴν ἀπόδειξιν τούτου ἔχομεν ἐπὶ τῆς μορφῆς, τὴν ὁποίαν ἐπιδεικνύουσιν αἱ σταγῶνες τῶν ὑγρῶν, (ὕδατος, ὑδραργύρου, μετάλλων χωνευμένων), αἱ ὁποῖαι προβαλλόμεναι ἐπὶ ἐπιφανείας βεβρεγμένης, σχηματίζουσι τοσας μικρὰς σφαίρας ἐλαφρῶς πεπιεσμένας ὡς ἐκ τῆς ἐνεργείας τῆς βαρύτητος, ἥτις τὰς ἕλκει πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς. Ἐὰν ὅμως ἐπιτύχωμεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὴν ἐνέργειαν τῆς βαρύτητος, θ' ἀναγνωρίσωμεν ὅτι ἡ σφαιρικὴ μορφὴ τῶν ὑγρῶν σταγόνων εἶνε ἐντελῶς σφαιρική. Ὁ Plateau ἔδειξε τοῦτο διὰ μεθόδου περιέργου καὶ ἁπλῆς, στηριζόμενος ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους, "Πᾶν σῶμα ἐμβαπτιζόμενον ἐντὸς ὑγροῦ τινος χάνει μέρος τοῦ βάρους του, ἴσον μὲ τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ". Ἐὰν τὸ ἐμβαπτιζόμενον σῶμα εἶνε ὑγρόν τι, ὡς ἔλαιον ἐλαίας, περικυκλούμενον ὑπὸ ἑτέρου ὑγροῦ τῆς αὐτῆς πυκνότητος, (μίγμα ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος) θὰ ἐκτοπίσῃ ἔγχον βάρους ἴσον μὲ τὸ ἰδικόν του, ἡ ὥθησις θὰ μηδενίσῃ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς βαρύτητος καὶ ἡ σταγὼν τοῦ ἐλαίου θὰ εὑρεθῇ εἰς ἰσορροπίαν· παρατηρεῖται δὲ ὑπὸ μορφὴν ἐντελῶς σφαιρικήν, διακρινομένη ἐκ τοῦ χρώματος αὐτῆς ἀπὸ τοῦ λευκοῦ ὑγροῦ, ὅπερ τὴν περικυκλοῖ καὶ ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ ἔλαιον δὲν διαλύεται. Ἐὰν στα-

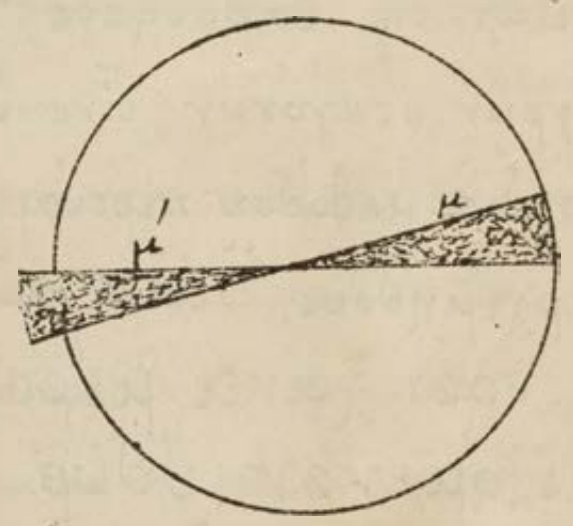
γὼν τοιαύτη ἐλαίου αἰωρημένη εἰς τὸ μέσον μίγματος ἐξ ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος, ἤτοι τοῦ αὐτοῦ εἰδικοῦ βάρους μὲ τὴν σταγόνα, διαπεραθῇ διὰ συρματος σιδηροῦ κατακορύφου, εἰς τὸ ὁποῖον μεταδοθῇ ταχεῖα περιστροφικὴ κίνησις, ἤτις θὰ μεταδοθῇ καὶ εἰς τὴν σταγόνα, θὰ ἴδωμεν τὴν σφαιρικὴν αὐτῆς μορφὴν μετασχηματιζομένην εἰς ἐλλειψοειδὲς ἐκ περιστροφῆς.

Ἀνωμαλίαι ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. — Συμπίεσις εἰς τοὺς πόλους. Αἱ ἀλλειώσεις αὗται προέρχονται ἐκ δύω αἰτιῶν.

1ον) δι' ἔλλειψιν ὁμογενείας,

2ον) ἐκ τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς περὶ ἄξονα σταθερόν, γραμμὴν τῶν πόλων.

1ον Φανταζόμεθα ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ σφαιροειδοῦς εἶνε διηρημένος εἰς ἀπείρους στοιχειώδεις πυραμίδας, ἐχούσας τὰς κορυφὰς αὐτῶν εἰς τὸ κέντρον αὐτοῦ καὶ θεωροῦμεν δύο τοιαύτας μ καὶ μ' (σχ. 5) ἐχούσας τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἀντικειμένας· αὗται εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἐὰν δὲ εἶνε ὁμογενεῖς θὰ ἔχωσι τὸ αὐτὸ ὕψος· ἀλλὰ γνωστὸν εἶνε ὅτι αἱ ὕλαι αἱ συνιστῶσαι τὴν γῆν εἶνε διαφόρου πυκνότητος, ἐπομένως καὶ αἱ δύω κατὰ κορυφὴν πυραμίδες διὰ τὴν ἰσορροπίαν θὰ ἔχωσι διάφορα ὕψη, ἤτοι ἡ ἐξ ὑλικῶν μεγαλειτέρας πυκνότητος συντεθειμένη, ἡ μ ἐπὶ παραδείγματι, θὰ ἔχῃ ὕψος μικρότερον τοῦ ὕψους τῆς ἑτέρας μ'. Ἡ αἰτία αὕτη ἔχει μικρὰν ἐπιρροὴν ὡς πρὸς τὴν μορφὴν τῆς γῆς, διότι τὸ μεγαλειτέρον ὕψος τῶν ὀρέων εἶνε ὡς ἐγγιστα 8000 μέτρων, παραδεχόμενοι δὲ καὶ βάθος θαλάσσιον ὁμοίως 8000μ. θέλομεν ἔχει ὡς μέ-



(Σχ. 5)

μεγαλειτέραν γήϊνον ἐξοχὴν 16000 μέτρα, καὶ ἐπειδὴ ἡ ἀκτὶς τῆς γῆς εἶνε μεγαλειτέρα τῶν 6000000 μέτρων, ὁ λόγος τῆς μεγαλειτέρας γηΐνου ἐξοχῆς ὡς πρὸς τὴν ἀκτῖνα αὐτῆς θὰ ἦνε μικρότερος τοῦ $\frac{1}{375}$.

2ον. Ἡ εἰς τοὺς πόλους συμπίεσις εἶνε ἀποτέλεσμα τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, διότι ἐκ τῆς περιστροφῆς ταύτης παράγεται ἡ κεντρόφυξ δύναμις, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας πάντων τῶν περιστρεφομένων σωμάτων, μειοῦσα τὴν ἐνέργειαν τῆς βαρύτητος τῶν ἐπὶ τῆς γηΐνου σφαίρας σωμάτων. Ἡ δύναμις αὕτη εἶνε μηδενικὴ εἰς τοὺς πόλους, μεγίστη δὲ εἰς τὸν ἰσημερινόν· ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι, ὅπως αἱ ἀνωτέρω θεωρηθεῖσαι στοιχειώδεις πυραμίδες εὑρίσκωνται εἰς ἰσορροπίαν καὶ ἐξ ἴσου ἕλκωνται πρὸς τὸ κέντρον, πρέπει αἱ πρὸς τὸν ἰσημερινὸν πλησιάζουσαι νὰ ἔχωσι μεγαλείτερον ὕψος ἐκείνων τῶν πρὸς τοὺς πόλους, διότι καθ' ὅσον αὗται πλησιάζουσι πρὸς τὸν ἰσημερινὸν ἔνεκεν τῆς κεντρόφυγος δυνάμεως ἡ βαρύτης αὐτῶν μειοῦται· ἐπομένως πρέπει νὰ αὐξήσωσι διὰ τὴν ἰσορροπίαν κατὰ τὸν ὄγκον, ἤτοι κατὰ τὸ ὕψος αὐτῶν, ὅπερ εἶνε ἡ ἀκτὶς τῆς γηΐνου σφαίρας.

Ἡ γηΐνος λοιπὸν ἀκτὶς βαίνει αὐξουσα ἐκ τῶν πόλων πρὸς τὸν ἰσημερινόν.

Γεωμετρία.

Κεφάλαιον Β'.

Γεωγραφικαὶ συντεταγμέναι.

Ὁρισμοί.

β. Καλεῖται ἄξων τοῦ κόσμου ἡ γραμμὴ τῶν πόλων τῆς γῆς ἐπεκτεινομένη, περὶ ἣν τῆς ὁποίας καὶ φαίνονται περιστρεφόμενα πάντα τὰ οὐράνια σώματα.

Καλεῖται ἰσημερινὸς ὁ μέγιστος κύκλος τῆς γηΐνου σφαίρας ὁ κάθετος ἐπὶ τῆς γραμμῆς τῶν πόλων ἢ τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς.

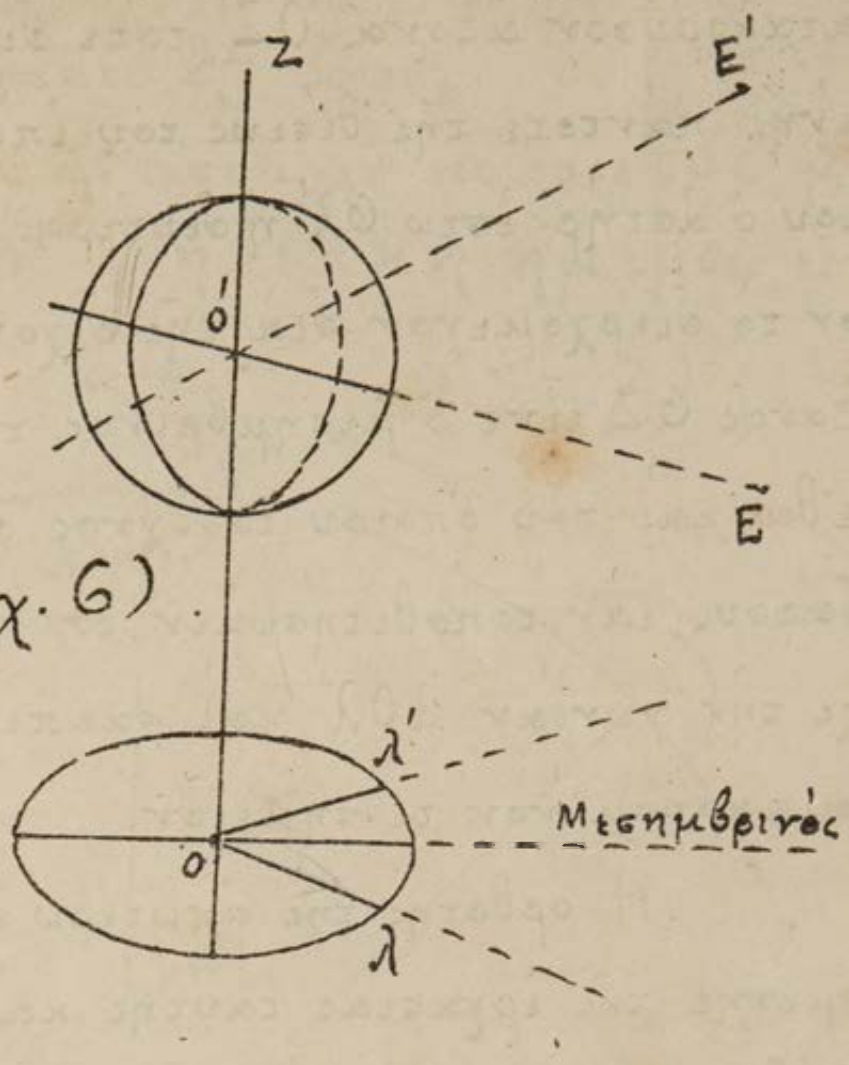
Καλοῦνται παράλληλοι πάντες οἱ κύκλοι τῆς γηΐνου σφαίρας, οἱ παράλληλοι τῷ ἰσημερινῷ.

Καλεῖται μεσημβρινὸς τόπου τινός, μέγιστος κύκλος τῆς γηΐνου σφαίρας, διερχόμενος διὰ τοῦ κατακορύφου τοῦ τόπου καὶ τῆς γραμμῆς τῶν πόλων.

Ὁ προσδιορισμὸς τοῦ μεσημβρινοῦ σημείου τινὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἐκτελεῖται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον διὰ τοῦ θεοδολίχου (ἀκριβὴς τοῦ ἐργαλείου περιγραφὴ ὑπάρχει εἰς τὰ μαθήματα τῆς χωροσταθμήσεως), ὅπερ ἐν ὀλίγαις λέξεσι συντόμως περιγράφομεν.

Θεωρήσωμεν ὁριζόντιον κύκλον Θ (σχ. 6ον σελ. 11) εἰς τὸ κέντρον τοῦ ὁποίου περιστρέφεται περὶ αὐτὸν καὶ χωρὶς νὰ παρασύρῃ τοῦτον, ὁ στυλίσκος ΟΖ καθέτως ἐπ' αὐτοῦ. Ἐπὶ τοῦ

στυλίσκου τούτου εἶνε στερεωμένος ἕτερος κύκλος Θ, τοῦ ὁποίου τὸ ἐπίπεδον εἶνε κατακόρυφον καὶ ὅστις φέρει κινητὸν τηλεσκόπιον περὶ τοῦ κέντρου του Ο'. τὰ δύω κέντρα Ο καὶ Ο' εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ κατακορύφου. Τὸ κέντρον Θ' εἶνε στερεωμένον ἀμεταβλήτως μετὰ τοῦ στυλίσκου ΟΖ, ὅστις ἐν τῇ κινήσει του συμπαρασύρει τὸν κύκλον Ο', τοῦ ὁποίου τὸ ἐπίπεδον μένει πάντοτε κατακόρυφον. Πλησίον τοῦ κύκλου Θ εἶνε στερεωμένος ἐπὶ τοῦ στυλίσκου ΟΖ κανὼν Ολ, τοποθετημένος ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατακορύφου κύκλου. Δύναται ἐπομένως νὰ θεωρηθῇ ὁ κανὼν οὗτος ὡς τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατακορύφου κύκλου ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁριζοντίου κύκλου. Προσέτι οἱ δύω οὗτοι κύκλοι εἶνε βαθμολογημένοι.



(Σχ. 6).

Προσδιορισμὸς τοῦ μεσημβρινοῦ. Θεωρήσωμεν ἀστέρα τινὰ Ε, ὅταν ἔφθασεν εἰς ὕψος τι ὑπεράνω τοῦ ὁρίζοντος ὀλίγον χρόνον πρὸ τῆς ἀνατολῆς του. Διευθύνομεν πρὸς αὐτὸν τὸ τηλεσκόπιον τοῦ θεοδολίχου, σκοπεύομεν ἀκριβῶς τὸ κέντρον αὐτοῦ καὶ στερεοῦμεν τὸ τηλεσκόπιον ἐπὶ τοῦ κατακορύφου κύκλου. Ὁ κανὼν Ολ θέλει σημειώσει τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατακορύφου δι' ἐχεύου ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου. Κατὰ τὸ διάστημα χρόνου τινὸς ὁ ἀστὴρ ἐξακολουθεῖ νὰ ὑψοῦται ἀκολούθως κατέρχεται ἐκ τῆς ἀντιθέτου πλευρᾶς, θέλει δ' φθάσει πρὸ τῆς δύσεως αὐτοῦ στιγμή, καθ' ἣν οὗτος θέλει ἐπανέλθει ἀκριβῶς εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ὑπεράνω τοῦ ὁρίζοντος.

Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην περιστρέφεται τὸ τηλεσκόπιον περὶ τὸν καταχόρυφον ἄξονα ΟΖ, τότε διὰ τοῦ τηλεσκοπίου τούτου, τηρουμένης πάντοτε τῆς θέσεώς του ἐπὶ τοῦ κύκλου Ο', παρατηρεῖται ἐκείνου ὁ ἀστὴρ· ἔστω Ολ' ἡ δευτέρα θέσις τοῦ κατόνος Βλ. Τὸ ἐπίπεδον τὸ διερχόμενον διὰ τῆς διχοτομούσης τὴν γωνίαν λΟλ' καὶ τοῦ ἄξονος ΟΖ εἶνε ὁ μεσημβρινὸς τοῦ σημείου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐργαζόμεθα καὶ τοῦ ὁποίου τὸ ἴχνος δυνάμεθα νὰ χαράξωμεν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐὰν τοποθετήσωμεν τὸν κατόνα ἐπὶ τῆς ΟΑ τῆς διχοτομούσης τὴν γωνίαν λΟλ' καὶ σκοπεύσωμεν διὰ τοῦ τηλεσκοπίου ἀπομεμακρυσμένον τι σημεῖον.

Ἡ ὀρθότης τῆς ἀνωτέρω ἐργασίας βεβαιοῦται ἐπαναλαμβανομένης τῆς ἐργασίας ταύτης καὶ ἐπὶ ἑτέρων ἀστέρων, ὅπως δειχθῇ ὅτι διχοτομοῦνται πᾶσαι αἱ γωνίαι αἱ ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου κυκλου δεικνυομέναι ὑπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

Ἡ μέθοδος αὕτη τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ μεσημβρινοῦ μάλλον ἐν χρήσει καλεῖται τῶν ἀντιστοίχων ὕψεων.

Ὁ μεσημβρινὸς ἐλέχθη ὅτι ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ διαιρῇ εἰς δύω μέρη ἴσα τοὺς καταγραφομένους κύκλους ὑπὸ τῶν ἀστέρων κατὰ τὴν ἡμερησίαν κίνησίν των. Τὰ δύω σημεῖα κατὰ τὰ ὁποῖα ἡ περιφέρεια τῶν ἀστέρων τέμνει τὸν μεσημβρινὸν εἶνε τὸ μὲν ὑψηλότερον τὸ δὲ χαμηλότερον, καλοῦνται δὲ τὸ μὲν πρῶτον ἀνωτέρα διάβασις, τὸ δὲ δεύτερον κατωτέρα διάβασις.

Καλεῖται ὡρικὸς κύκλος μέγιστος κύκλος τῆς οὐρανίου σφαίρας, διερχόμενος διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ κόσμου καὶ ἀστέρος τινός.

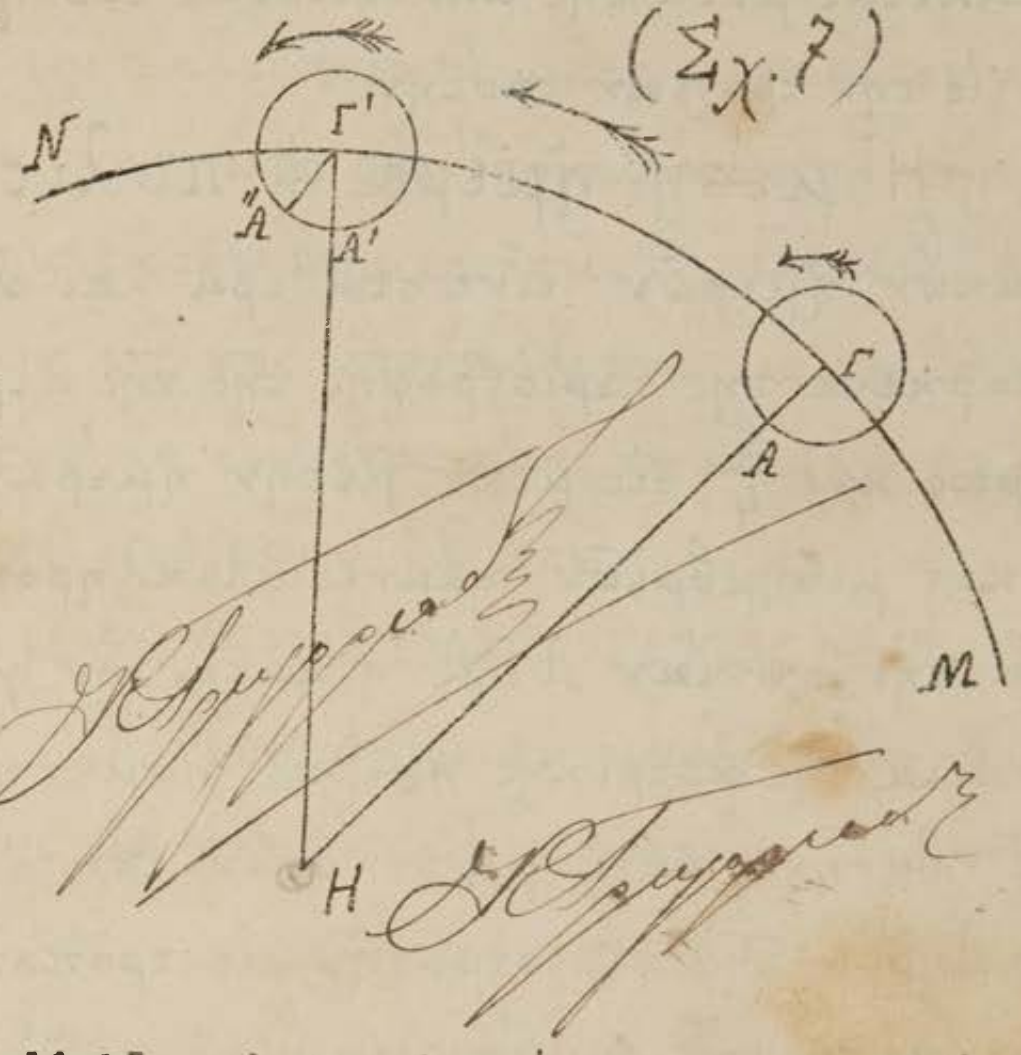
Περὶ χρόνου καὶ καταμετρήσεως αὐτοῦ.

Ἡ κίνησις τῆς γῆς περὶ τὸν ἥλιον συνιστᾷ τὴν μεταφορικὴν κι-

νησιν· κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον ἡ γῆ καταγράφει τὴν περιστροφικὴν αὐτῆς κίνησιν ἐν διαστήματι 24 ὡρῶν.

Μία μεταφορικὴ κίνησις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἔτος, μία δὲ περιστροφικὴ εἰς τὴν ἡμέραν. Ἡ ἡλιακὴ ἡμέρα εἶνε τὸ διάστημα τοῦ χρόνου, τὸ χωρίζον δύω διαδοχικὰς διαβάσεις τοῦ ἡλίου διὰ τοῦ αὐτοῦ μεσημβρινοῦ τῆς σφαίρας. Ἡ διάρκεια τῆς ἡλιακῆς ἡμέρας μεταβάλλεται μολονότι ἡ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τῆς σφαίρας εἶνε σταθερά. Ἀληθῶς Γ οὔσης τῆς θέσεως τῆς γῆς εἰς ὡρισμένην στιγμὴν ἐπὶ τῆς τροχιᾶς της, ΜΝ καὶ Η τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, (σχ. 7ον) ὑποτιθεμένου σταθεροῦ, εἶνε ἀληθὴς μεσημβρία διὰ τὸ σημεῖον Α, καθ' ὃ ἡ γραμμὴ ΓΗ συναντᾷ τὴν γήϊνον ἐπιφάνειαν.

(Σχ. 7)



Καθ' ὃν χρόνον ἡ γῆ ἔνεκεν τῆς μεταφορικῆς κινήσεως ἔρχεται εἰς Γ', ἡ περιστροφικὴ κίνησις ἐπαναφέρει τὸ σημεῖον Α ὄχι κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΗΓ, ἀλλὰ εἰς Α'' ἐπὶ μιᾶς παραλλήλου Γ'Α'' τῆς ΓΑ. Τὸ χρονικὸν διάστημα, τὸ περιλαμβανόμενον μεταξὺ τῶν δύω διαδοχικῶν ἐπιστροφῶν τοῦ σημείου Α ἐπὶ τῶν δύω παραλλήλων διευθύνσεων ΓΑ, Γ'Α'' εἶνε ἡ ἀστρικὴ ἡμέρα. Ἡ ἡλιακὴ ἡμέρα ὑπερέχει ταύτης κατὰ τὸν χρόνον καθ' ὃν ἡ γῆ κινεῖται διὰ τὰ περιγράψῃ τὴν γωνίαν Α''Γ'Α', ὅπως φέρει τὸ σημεῖον Α εἰς Α', ὅπερ καὶ συμπληροῖ τὴν διάρκειαν

τῆς ἡλιακῆς ἡμέρας, διάστημα μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ἀληθῶν μεσημβριῶν. Λοιπὸν ἡ γωνία Α''Γ'Α' εἶνε ἴση μὲ τὴν γωνίαν ΓΗΓ, μεταβάλλεται ἀπὸ μιᾶς ἐποχῆς εἰς ἑτέραν, ἐπειδὴ ἡ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τῆς ἐλλειπτικῆς τροχιᾶς μεταβάλλεται μετὰ τῆς ἀποστάσεως τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων εἰς τὴν τροχιὰν ταύτην.

Ἡ **μέση ἡμέρα ἢ πολιτικὴ** εἶνε ἡ μέση τῶν ἡλιακῶν ἡμερῶν· εἶνε σταθερὰ καὶ διαιρεῖται εἰς 24 ὥρας. Ἡ διάρκεια τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς περὶ τὸν ἥλιον εἶνε 365 ἡμέραι καὶ $\frac{1}{4}$, εἰς μίαν μέσην ἡμέραν ἡ γῆ μεταξὺ δύω διαδοχικῶν μεσημβριῶν κάμνει ὁλόκληρον περιστροφήν, πλὴν μένην κατὰ τὴν γωνίαν Α''Γ'Α' ἢ κατὰ τὴν γωνίαν ΓΗΓ'. Ἔστω χ ἡ διάρκεια τῆς ἀστρικῆς ἡμέρας, ἡγμένης εἰς τὴν μέσην ἡμέραν, ΓΗΓ' θὰ ἦτε κατὰ μέσον ὅρον ἴση μὲ τὸ κλάσμα $\frac{1}{365\,1/4}$ ὁλοκλήρου τῆς περιστροφῆς, εἰς τρόπον ὥστε ἡ γῆ ἀπαιτεῖ, ὅπως κατὰ τὴν γωνίαν ταύτην περιστραφῇ, χρόνον ἴσον μὲ τὸ γινόμενον $\chi \times \frac{1}{365\,1/4}$,

λοιπὸν $\chi\left(1+\frac{1}{365\,1/4}\right) = 24$ ἡλιακὰς μέσας ὥρας ἢ 86400 δευτερα,

$$\chi = \frac{86400 \times \frac{1461}{4}}{\frac{1465}{4}} = \frac{86400 \times 1461}{1465}$$

καὶ τέλος $\chi = \dfrac{86400 \times 365\,1/4}{366\,1/4} = 86164$ δευτερα.

ἡ ἡλιακὴ ἡμέρα λοιπὸν ὑπερέχει τῆς ἀστρικῆς ἡμέρας κατὰ $86400'' - 86164'' = 236$ δεύτερα ἢ κατὰ 3'56' τῆς μέσης ἡμέρ.

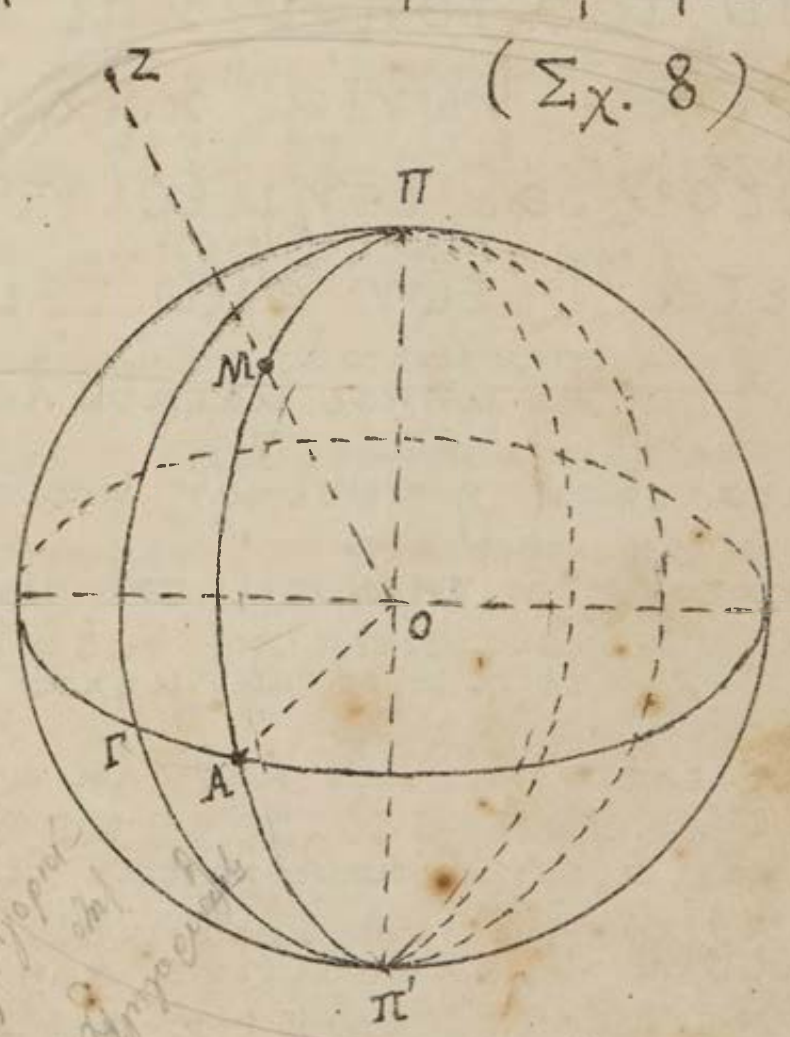
Αἱ δύω αὗται κινήσεις συνιστῶσι τὸ κύριον μέρος τῆς κινήσε-

ως τῆς γῆς.

Ὁ ἄξων τῆς γῆς δὲν εἶνε οὔτε σταθερὸς ἐπὶ τῆς σφαίρας οὔτε παράλληλος διευθύνσεως σταθερᾶς ἐν τῷ διαστήματι, καταγράφει ἐν διαστήματι 26,000 ἐτῶν κῶνον ὀρθὸν περὶ ἄξονα καθέτου ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τῆς ἐκλειπτικῆς, ὅπερ μεταθέτει κατὰ 50 δεύτερα ὡς ἐγγιστα κατ' ἔτος τὰς ἰσημερίας δηλ. τὴν γραμμὴν τῆς τομῆς ἐκλειπτικῆς μετὰ τοῦ ἰσημερινοῦ. Ὁ Bradley ἀνεγνώρισεν ἔτι ὅτι ὁ ἄξων τῆς γῆς ὑποβάλλεται εἰς ταλαντεύσιν τινῶν δευτερολέπτων ἐκ τοῦ ἑνὸς πρὸς τὸ ἕτερον μέρος τῆς μέσης θέσεώς του ἐντὸς περιόδου 18 ἐτῶν.

m. 2ν. **Προσδιορισμὸς σημείου τινὸς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς.** Ἡ θέσις σημείου τινος Μ (σχ. 8) ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς θὰ ἦτε ἐντελῶς προσδιορισμένη, ἐὰν ἦτο γνωστὸν τὸ τόξον τοῦ ἰσημερινοῦ ΓΑ, τὸ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ σταθεροῦ τινος μεσημβρινοῦ ΠΓΠ' καὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ σημείου Μ, καὶ τὸ τόξον τοῦ μεσημβρινοῦ ΑΜ, τὸ ἀπολαμβανόμενον μεταξὺ τοῦ σημείου τούτου καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Τὸ πρῶτον τόξον καλεῖται **μῆκος**, τὸ δεύτερον **πλάτος** γεωγραφικὸν τοῦ τόπου Μ. Τὸ τόξον ΑΜ μετρᾷ ὡς παρατηρεῖται τὴν γωνίαν ἣν σχηματίζει τὸ κατακόρυφον ΟΖ τοῦ τόπου Μ μετὰ τοῦ ἰσημερινοῦ, καὶ τὸ τόξον ΓΑ μετρᾷ τὴν διέδρον γωνίαν, τὴν σχηματιζομένην ὑπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου Μ' καὶ ἑνὸς στα-

(Σχ. 8)



θερού ΠΓΠ΄ λοιπόν, "τὸ πλάτος τόπου τινὸς εἶνε ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ κατακόρυφον τοῦ τόπου τούτου μετὰ τοῦ ἰσημερινοῦ τῆς γωνίας ταύτης, καταμετρουμένης ὑπὸ τοῦ τόξου τοῦ μεσημβρινοῦ, τοῦ περιεχομένου μεταξὺ τοῦ τόπου τούτου καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ,,

Τὸ πλάτος ὑπολογίζεται ἀπὸ 0° μέχρι 90°, προχωρὸν ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους εἶνε βόρειον ἢ νότιον ἢ καλλίτερον θετικὸν ἢ ἀρνητικόν, ἐὰν ὁ θεωρούμενος τόπος κεῖται εἰς τὸ βόρειον ἡμισφαίριον ἢ εἰς τὸ νότιον.

"Τὸ μῆκος τόπου τινὸς εἶνε ἡ δίεδρος γωνία ἡ σχηματιζομένη ὑπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου καὶ ἐνὸς σταθεροῦ μεσημβρινοῦ γωνία, καταμετρουμένη ὑπὸ τοῦ τόξου τοῦ ἰσημερινοῦ, τοῦ περιεχομένου μεταξὺ τῶν δύο τούτων μεσημβρινῶν.

Τὸ μῆκος μεταβάλλεται ἀπὸ 0° μέχρι 180°, εἶνε ἀνατολικὸν ἢ δυτικόν, καθόσον ὁ τόπος εὑρίσκεται ἐν τῇ ἀνατολῇ ἢ τῇ δύσει τοῦ σταθεροῦ μεσημβρινοῦ.

Τὸ πλάτος καὶ μῆκος εἶνε αἱ γεωγραφικαὶ συντεταγμέναι ἑνὸς τόπου· εἶνε δὲ καθ' ὅλα ἀνάλογοι τῶν οὐρανίων συντεταγμέναι, αἵτινες καλοῦνται ἀπόκλισις καὶ ὀρθὴ ἀναβασις καὶ αἵτινες χρησιμεύουσι πρὸς καθορισμὸν τῆς θέσεως ἀστέρος τινὸς ἐν τῷ χώρῳ. Τὸ πλάτος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀπόκλισιν τὸ δὲ μῆκος εἰς τὴν ὀρθὴν ἀναβασιν.

Ὁ σταθερὸς μεσημβρινὸς ΡΓΡ΄, ἀπὸ τοῦ ὁποίου λογίζονται τὰ μήκη ὀνομάζεται πρῶτος μεσημβρινός.

Ἄλλοτε πᾶσαι αἱ χῶραι εἶχον παραδεχθῆ μετὰ τοῦ Πτολεμαίου ἕ-
να μοναδικὸν πρῶτον μεσημβρινόν, διερχόμενον διὰ τῆς νήσου Φέρ-
ρου, τῆς πλέον δυτικῆς τῶν Καναρίων· καὶ ἐπειδὴ ὁ γνωστὸς ὑπὸ τῶν
ἀρχαίων κόσμος δὲν ἐπεκτείνετο πέραν τούτων, πάντα τὰ μήκη ἦ-
σαν ἀνατολικά. Σήμερον ἕκαστον ἔθνος ἔχει τὸν πρῶτον μεσημ-
βρινόν του· εἶνε δὲ συνήθως ὁ διερχόμενος διὰ τοῦ πρωτεύοντος ἀ-
στεροσκοπείου των· διὰ τὴν Γαλλίαν εἶνε ὁ διερχόμενος διὰ τοῦ ἀ-
στεροσκοπείου τῶν Παρισίων, διὰ τὴν Ἀγγλίαν ὁ διὰ τοῦ ἀστερο-
σκοπείου τῆς Greenwich.

Ἡ διαφορὰ αὕτη ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ἀναχωρήσεως τῶν
μεσημβρινῶν οὐδὲν μειονέκτημα παρουσιάζει ἐφ' ὅσον γνωρίζομεν
τὰς γωνιώδεις ἀποστάσεις τῶν διαφόρων πρώτων μεσημβρινῶν. Τοι-
οὑτοτρόπως ὁ τῆς Greenwich εὑρίσκεται 2° 20′ 22″ δυτικῶς τοῦ με-
σημβρινοῦ τῶν Παρισίων; πάντα λοιπὸν τὰ μήκη, τὰ ἀναφερόμε-
να ὡς πρὸς τὸν τελευταῖον τοῦτον δέον, ὅπως ἀναχθῶσι πρὸς τὸν
τῆς Greenwich, ἵνα αὐξηθῶσι κατὰ 2° 20′ 22″, ἐὰν ἦνε ἀνατο-
λικά, νὰ ἐλαττωθῶσι δὲ κατὰ τοσοῦτον ἐὰν ἦνε δυτικά.

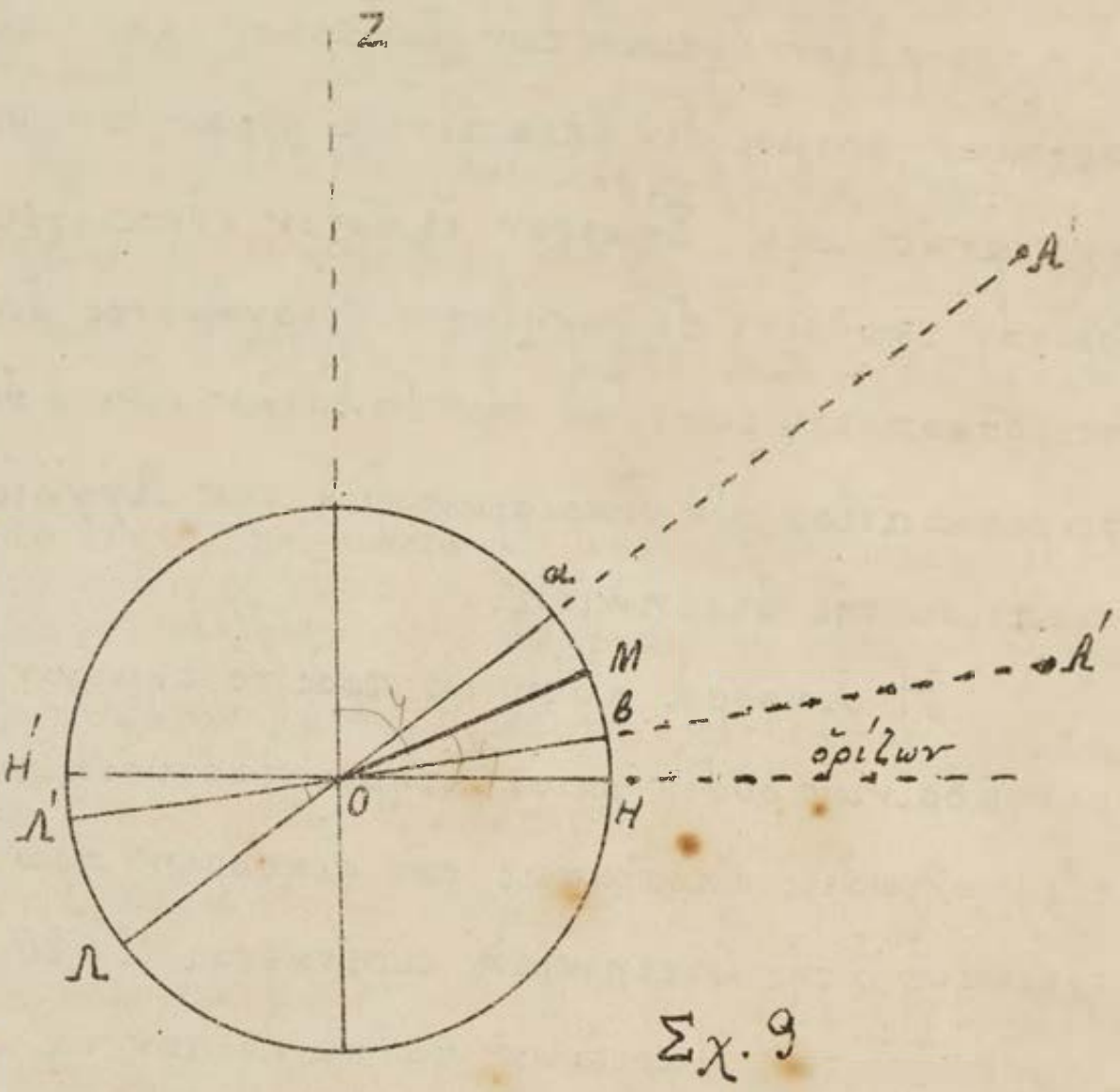
Πρὶν ζητήσωμεν νὰ προσδιορήσωμεν τὸ πλάτος καὶ τὸ μή-
κος τόπου τινός, δι' ὧν προσδιορίζεται ἡ θέσις του ἐπὶ τῆς ἐπιφανεί-
ας τῆς γῆς, ἐπάναγκες εἶνε νὰ ζητήσωμεν τὸν προσδιορισμὸν τοῦ
ἄξονος τοῦ κόσμου, ὅστις εἶνε ὡς ὁ ἄξων τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς
ἢ ἡ γραμμὴ τῶν πόλων.

Προσδιορισμὸς τοῦ ἄξονος τοῦ κόσμου.

Προσδιορισθέντος ὡς ἀνεφέραμεν τοῦ μεσημβρινοῦ τόπου τινός,
εὐκόλως δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὸν ἄξονα τοῦ κόσμου.

Θεωρήσωμεν πολικὸν τινα ἀστέρα A (σχ. 9) καὶ τοπο-
θετήσωμεν τὸν κατακόρυφον κύκλον τοῦ θεοδολίχου ἐπὶ τοῦ ἐ-
πιπέδου τοῦ μεσημβρινοῦ, παρατηρήσωμεν τὴν διάβασιν τοῦ ἀ-

στέρος διὰ τοῦ ἐπιπέδου τούτου καὶ ἔστω Λα ἡ διεύθυνσις τοῦ τηλεσκοπίου, διευθυνομένου πρὸς τὸν ἀστέρα αὐτὸν κατὰ τὴν ἀνωτέραν αὐτοῦ διάβασιν· ἀναμένομεν μέχρις ὅτου ὁ ἀστὴρ ἐπανέλθῃ εἰς τὸν μεσημβρινὸν ἢ σκοπεύομεν πρὸς αὐτὸν ἐκ δευτέρου. Ἔστω Λ'β ἡ θέσις τοῦ τηλεσκοπίου κατὰ τὴν κατωτέραν διάβασιν



Σχ. 9

Ἐπαναλαμβάνοντες τὴν ἀνωτέρω παρατήρησιν θὰ ἴδωμεν ὅτι πάντοτε ὁ ἀστὴρ διέρχεται διὰ τοῦ α καὶ β καὶ αἱ δύω αὗται διαβάσεις λαμβάνουσι χώραν διαδοχικῶς. Ἐὰν διαιρεθῇ τὸ τόξον αβ εἰς δύω ἴσα μέρη καὶ σημειωθῇ τὸ μέσον Μ τοῦ τόξου τούτου, ἡ εὐθεῖα ΟΜ διχοτομεῖ τὴν γωνίαν ΑΟβ. Αἱ αὗται παρατηρήσεις, γινόμεναι καὶ ἐπὶ ἑτέρων ἀστέρων, δεικνύουσιν ὅτι τὸ σημεῖον Μ καὶ ἑπομένως ἡ εὐθεῖα ΟΜ ἔχουσι πάντοτε τὴν αὐτὴν θέσιν. Ἡ εὐθεῖα αὕτη εἶνε ὁ ἄξων τοῦ κόσμου.

Ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ Ζενίθ. – Ὕψη τῶν ἀστέρων. Ἡ γωνία ΜΟΖ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ὁ ἄξων τοῦ κόσμου μετὰ τοῦ κατακορύφου τοῦ παρατηρητοῦ ΟΖ καλεῖται ἀπόστασις τοῦ πόλου ἀπὸ τοῦ ζενίθ.

Γενικῶς ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ ζενίθ ἀστέρος τινὸς καλεῖται ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ κατακόρυφον τοῦ παρα-

τηρητοῦ μετὰ τῆς σκεπευτικῆς ἀκτῖνος πρὸν τὸν ἀστέρα αὐτόν.

Ἡ γωνία ΜΟΗ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ὁ ἄξων τοῦ κόσμου μετὰ τοῦ ὁρίζοντος καλεῖται ὕψος τοῦ πόλου ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα. Ἡ γωνία αὕτη εἶνε τὸ συμπλήρωμα τῆς ἀποστάσεως τοῦ πόλου ἀπὸ τοῦ ζενίθ. Γενικῶς ὕψος ἀστέρος τινὸς καλεῖται ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ σκεπευτικὴ ἀκτὶς πρὸς τὸν ἀστέρα τοῦτον μετὰ τοῦ ὁρίζοντος. Ὅταν ὁ ἀστὴρ εὑρίσκηται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τότε τὸ ὕψος αὐτοῦ καλεῖται ὕψος μεσημβρινόν.

Ὕψος τοῦ πόλου εἰς δεδομένον σημεῖον.

Τοῦ ὕψους τοῦ πόλου ὄντος, ὡς ἐλέχθη ἀνωτέρω, τοῦ συμπληρώματος τῆς ἀποστάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ ζενίθ ἐξάγομεν ἐκτοῦτου μέθοδον ἁπλουστάτην, ὅπως προσδιορίσωμεν τὸ ὕψος τοῦ σημείου τούτου ἐπὶ δεδομένου τόπου. Ἔστω Α πολικός τις ἀστήρ, ΖΟΑ καὶ ΖΟΑ′ αἱ ἀποστάσεις αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ ζενίθ κατὰ τὰς δύο διαβάσεις του ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ. Καλέσωμεν φ τὸ ὕψος τοῦ πόλου, ἤτοι τὴν γωνίαν ΜΘΗ καὶ θέσωμεν πρὸς συντομίαν.

$$\therefore \quad ZOA = Z \quad \text{καὶ} \quad ZOA' = Z'$$

Θὰ ἔχωμεν κατ' ἀρχὰς διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ζενίθ ἀπόστασιν τοῦ πόλου,

$$MOZ = \frac{Z + Z'}{2}$$

καὶ διὰ τὸ ὕψος του,

$$\varphi = 90^\circ - MOZ \quad \text{ἢ} \quad \varphi = 90^\circ - \frac{Z + Z'}{2}$$

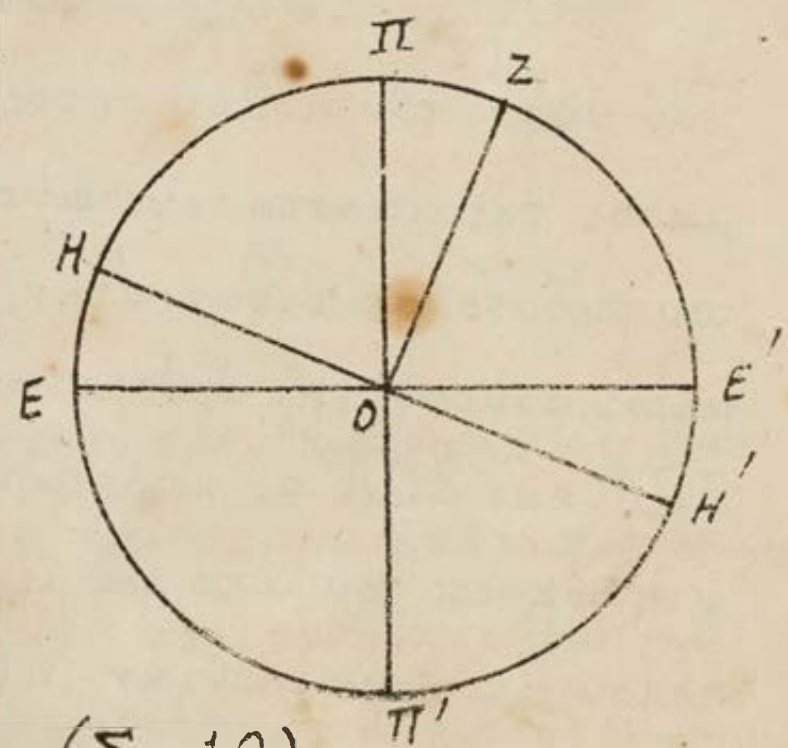
ἐξ οὗ ἐξάγεται ὅτι "Ὅπως προσδιορισθῇ τὸ ὕψος τοῦ πόλου ἐπὶ δεδομένου σημείου πρέπει νὰ

ληφθῇ τὸ ἡμιάθροισμα τῶν ἀποστάσεων ἀπὸ τοῦ ζενὶθ ἑνὸς πολικοῦ ἀστέρος κατὰ τὰς δύο διαβάσεις του ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ, ἀκεραίου ὥστε ν' ἀφαιρεθῇ ἡ γωνία τῶν 90°,,.

Εἰς Παρισίους τὸ ὕψος τοῦ πόλου εἶνε 48° 50′ 13″

Εἰς Ἀθήνας δὲ ,, ,, ,, ,, ,, 37° 58′

Προσδιορισμὸς τοῦ πλάτους τόπου τινός. Ὑποθέσωμεν τὴν γῆν ἀχθεῖσαν εἰς ἓν σημεῖον καὶ θεωρήσωμεν τὴν οὐράνιον σφαῖραν (σχ. 10). Ἔστω ΕΕ′ ὁ ἰσημερινός, ΠΠ′ ὁ ἄξων τοῦ κόσμου, ΖΖ′ τὸ κατακόρυφον τοῦ τόπου, ΗΗ′ ὁ ὁρίζων αὐτοῦ. Ἡ γωνία ΖΟΕ′, ἡ σχηματιζομένη ὑπὸ τοῦ κατακορύφου καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ, εἶνε τὸ πλάτος τοῦ τόπου· ἀλλὰ γωνία



(Σχ. 10)

$$\text{ΗΟΠ} = \text{ΖΟΕ}'$$

διότι αἱ γωνίαι αὗται ἔχουσι τὸ αὐτὸ συμπλήρωμα ΠΟΖ· λοιπὸν τὸ ὕψος τοῦ πόλου ΗΠ εἶνε τὸ μέτρον τῆς γωνίας ΖΟΕ′, ἥτις ἔχει ὡσαύτως διὰ μέτρον τὸ τόξον ΖΕ′· λοιπὸν τόξον . . .

$$\text{ΖΕ}' = \text{ΗΠ}$$

ἤτοι "Τὸ πλάτος τόπου τινὸς εἶνε ἴσον μὲ τὸ ὕψος τοῦ πόλου τοῦ τόπου τούτου,,

λοιπὸν

$$\text{πλάτος} = 90° - \frac{Z + Z'}{2}$$

ἐὰν καλέσωμεν διὰ Ζ καὶ Ζ′ τὰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ζενὶθ πολικοῦ τινος ἀστέρος κατὰ τὰς δύο διαβάσεις του ἀπὸ

τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου.

Ϛ' προσδιορισμὸς τοῦ πλάτους τόπου τινὸς δύναται νὰ ἐ-
κτελεσθῇ διὰ τοῦ θεοδολίχου. Εἶνε ἐργασία λεπτοτάτη, διὰ ὀλίγα
δὲ μέρη τὰ πλάτη προσδιωρίσθησαν μετὰ μεγάλης ἀκριβείας.

Προσδιορισμὸς τοῦ μήκους τόπου τινός. Ἐ-
2.8. νεκα τῆς ἡμερησίας κινήσεως τῆς γῆς περὶ τὸν ἄξονά της οἱ ἀ-
πλανεῖς, ὧν χρῆσιν ἐποιησάμεν μέχρι τοῦδε εἰς τὰς ἐργασίας μας,
φαίνονται κινούμενοι ὁμοιομόρφως περὶ τὸν ἄξονα αὐτῆς ἐκτελοῦν-
τες τὴν περιστροφὴν αὐτῶν εἰς 24 ὥρας ἢ διατρέχοντες τόξον ἴ-
σον μὲ $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$ εἰς μίαν ὥραν, ἐξ οὗ ἐξάγεται εὐκόλως ὅτι
εἰς ἓν λεπτόν, εἰς ἓν δευτερόλεπτον διατρέχεται τόξον 15 λεπτῶν,
15 δευτερολέπτων τῆς περιφερείας.

Ϛ' προσδιορισμὸς τοῦ πλάτους σημείου τινὸς βάσιν λοιπὸν
ἔχει τὴν φαινομένην ἡμερησίαν κίνησιν τῆς οὐρανίου σφαίρας.
Ἔνεκεν τῆς κινήσεως ταύτης ὁ ὡρικὸς κύκλος ἑστέρος τινος τε-
ποθετεῖται ἀλληλοδιαδόχως ἐπὶ τῶν διαφόρων μεσημβρινῶν τῆς
γηΐνου σφαίρας. Ἐὰν λοιπὸν παρατηρήσωμεν εἰς ἀστρικὸν ἐκκρε-
μὲς τὸν καταναλισκόμενον χρόνον μεταξὺ τῆς συμπτώσεως τοῦ
ὡρικοῦ τούτου κύκλου μετὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου καὶ τῆς
συμπτώσεως μετὰ τοῦ πρώτου μεσημβρινοῦ καὶ ἀναγάγωμεν τὸν
χρόνον τοῦτον εἰς βαθμοὺς τῆς περιφερείας, ὡς ἀνωτέρω ἐλέχθη, θέ-
λομεν ἔχει τὸ ζητούμενον μῆκος.

Δυνάμεθα λοιπὸν νὰ εἴπωμεν ὅτι τὸ μῆκος τόπου τινὸς εὑ-
ρίσκεται ἐὰν πελλαπλασιάσωμεν ἐπὶ 15 τὸν ἀπαιτούμενον χρό-
νον πρὸς διάβασιν τοῦ αὐτοῦ ἀστέρος ἀπὸ τὸν μεσημβρινὸν τοῦ
τόπου τούτου εἰς τὸν πρῶτον μεσημβρινόν, ἢ ὅπερ εἶνε τὸ αὐτό,
ἡ διαφορὰ τοῦ χρόνου ἡ σημειουμένη ἐν τῇ αὐτῇ στιγμῇ ὑπὸ δύ-
ω ἀστρικῶν ἐκκρεμῶν, τὰ ὁποῖα ἐκανονίσθησαν ἐπὶ τῆς διαδοχι-

κῆς διαβάσεως τοῦ αὐτοῦ ἀστέρος ἐκ τῶν δύω τούτων μεσημβρινῶν.

Εὐκόλως ἐννοεῖται ὅτι ἐπειδὴ ἡ ἡμερησία κίνησις λαμβάνει χώραν ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμάς, οἱ μεσημβρινοὶ ὅλων τῶν τόπων τῶν κειμένων ἀνατολικῶς τοῦ πρώτου μεσημβρινοῦ θὰ τοποθετῶνται πρὸ τοῦ τελευταίου τούτου μετὰ τοῦ ὡρικοῦ κύκλου τοῦ ἀστέρος καὶ ὅτι τὰ ἀστρικὰ ὡρολόγια τοποθετημένα ἐπὶ τῶν μεσημβρινῶν τούτων καὶ χαραγμένα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἀστέρος θὰ προηγοῦνται ἐκείνων τοῦ πρώτου μεσημβρινοῦ. Ἐὰν λοιπὸν παραδεχθῶμεν καὶ λογίζωμεν τὰ μήκη βαδίζοντες πρὸς ἀνατολάς, αἱ ὧραι τῶν ὡρολογίων τούτων αἱ σημειούμεναι κατὰ τὴν στιγμὴν καὶ τὴν ὁποίαν τὸ τοῦ πρώτου μεσημβρινοῦ σημεῖον $\odot^{\text{ὡρ.}}\,0^{\text{λεπ.}}\,0^{\text{δευτ.}}$ θέλουσι δώσει εἰς χρόνον τὸν ἀντιστοιχοῦντα μήκη τῶν μεσημβρινῶν τούτων. Ἐκ τούτων ἐξάγεται ὅτι ἐὰν ληφθῇ ὡς πρῶτος μεσημβρινὸς ὁ τῶν Παρισίων τὸ μῆκος τόπου τινὸς κειμένου πρὸς ἀνατολὰς θὰ ἦνε ἡ ὥρα τοῦ ἀνατολικοῦ τούτου σημείου μεῖον τῆς ἐν Παρισίοις ὥρας κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμήν, καὶ τὸ μῆκος τόπου τινὸς κειμένου δυτικῶς τῶν Παρισίων ἰσοῦται μὲ τὴν ὥραν τῆς πόλεως ταύτης εἰς δεδομένην στιγμὴν μεῖον τῆς ὥρας τοῦ δυτικοῦ τούτου τόπου κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ 15. Ἐπομένως δύω μέθοδοι παρουσιάζονται ἀμέσως ἐν τῷ νῷ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ μήκους. Ἡ πρώτη ἡ διὰ τῆς μεταφορᾶς τῶν χρονομέτρων καὶ ἡ δευτέρα ἡ διὰ τῶν ἀκαρίαίων σημείων.

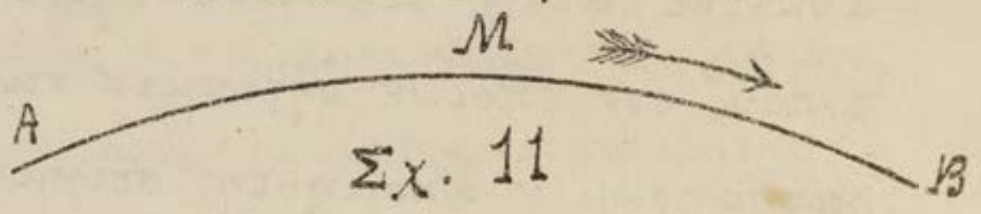
Προσδιορισμὸς τοῦ μήκους διὰ τῆς μεταφορᾶς τῶν χρονομέτρων. Παρατηρήσωμεν τὴν διάβασιν ἑνὸς γνωστοῦ ἀστέρος, τοῦ Σειρίου ἐπὶ παραδείγματι, διὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τῶν Παρισίων καὶ ποιήσωμεν οὕτως ὥστε νὰ σημειῇ τὸ χρονόμετρον $0^{\text{ὡρ.}}\,0^{\text{λ.}}\,0^{\text{δευτ.}}$ κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς δι-

ἀνάσεως ταύτης· ἀκολούθως μεταφερθῶμεν μετ' αὐτοῦ εἰς διαφόρους τόπους τῶν ὁποίων ζητοῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὰ μήκη, παρατηρήσωμεν ἀκόμη τὴν στιγμὴν τῆς διαβάσεως τοῦ Σειρίου ἐκ διαδοχικῶν μεσημβρινῶν τῶν τόπων τούτων. Ἡ ὑπὸ τοῦ χρονομέτρου σημειουμένη ὥρα κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην δίδει εἰς χρόνον τὸ μῆκος τῶν τόπων τούτων. Πολλαπλασιάζοντες τὴν ὥραν ταύτην ἐπὶ 15 θὰ ἔχωμεν τὸ μῆκος εἰς βαθμοὺς τῆς περιφερείας.

Ἡ μέθοδος αὕτη προϋποθέτει ὅτι ἡ κίνησις τῶν χρονομέτρων εἶνε ἐντελῶς κανονική. Ἐναντίον τῶν μεγάλων καὶ ἀξιοθαυμάστων τελειοποιήσεων, ὀφειλομένων ἰδίως εἰς τοὺς Γάλλους τεχνίτας, τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο εἶνε ἔτι ἀτελές, ὅπως ἐμπιστευθῇ τις εἰς αὐτό, ὅταν πρόκηται νὰ προσδιορισθῇ τὸ μῆκος τόπου τινος μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἀκριβείας· θὰ διατηρήσῃ ἀναμφιβόλως ἐπὶ χρόνον τινὰ τὴν κανονικὴν αὐτοῦ κίνησιν, ἀλλ' εἰς μεγάλην ἀπόστασιν ἐκ τοῦ σημείου τῆς ἀναχωρήσεως ἡ ὑποθεσις τῶν πιθανῶν σφαλμάτων ἐκ διαφόρων περιστάσεων αὐξάνει εἰς τρόπον ὥστε ὁ παρατηρητὴς δὲν δύναται νὰ ἦνε πεπεισμένος περὶ τῆς ἐντελοῦς ἀκριβείας τῶν παρατηρήσεών του. Τὸ μειονέκτημα τοῦτο ἐν μέρει θεραπεύεται διὰ τῆς ταυτοχρόνου χρήσεως πολλῶν χρονομέτρων προωρισμένων διὰ τὴν ἀμοιβαίαν αὐτῶν ἐξέλεγξιν.

Προσδιορισμὸς τοῦ μήκους διὰ τῶν ἀκαριαίων σημάτων. Ἐὰν ἀναφλεχθῶσι κατὰ τὴν νύκτα ἑκατόγραμμά τινα πυριτίδος παράγεται ζωηρὰ λάμψις, ἥτις φωτίζει τὸν οὐρανόν. Ἡ λάμψις αὕτη δύναται νὰ γείνῃ ὁρατὴ εἰς ἀπόστασιν 100 χιλιομέτρων καὶ δύναται νὰ χρησιμεύσῃ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ μήκους. Ἔστωσαν (σχ. 11) Α καὶ Β δύω σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, τῶν ὁποίων ζητοῦμεν νὰγν.

ρίσωμεν τὰ ἀμοιβαῖον μῆκος. Δύο παρατηρηταὶ ἐφοδιασμένοι
διὰ χρονομέτρων κανονι-
σμένων ὡς πρὸς τὴν διάβα-
σιν τοῦ αὐτοῦ ἀστέρος διὰ



Σχ. 11

τῶν μεσημβρινῶν ἑνὸς ἑκάστου εἶνε τεποθετημένοι ὁ μὲν εἰς Α ὁ δὲ εἰς Β. Τρίτος παρατηρητὴς τοποθετεῖται ἐν τῷ μεταξὺ εἰς Μ μάλιστα πυρίτιδα εἰς τὰς ὁρισθείσας προηγουμένως στιγμάς. Οἱ δύο παρατηρηταὶ Α καὶ Β θεωροῦσι ἕκαστον σῆμα καὶ σημειοῦσι τὴν ἀντιστοιχοῦσαν ὥραν τῇ συνδρομῇ τῶν χρονομέτρων των. Ἡ διαφορὰ τῶν ὡρῶν τῶν δύω στάσεων Α καὶ Β ἐκπεφρασμένη εἰς βαθμοὺς τῆς περιφερείας, δηλαδὴ πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ 15, θέλει γνωρίσει ἡμῖν τὴν διαφορὰν τῶν μηκῶν τῶν σημείων Α καὶ Β.

Ἐὰν ἡ μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β ἀπόστασις εἶνε μεγαλειτέρα τῶν 200 χιλιομέτρων, συνιστῶνται ἐν τῷ μεταξὺστάσεις εἰς τὰς ὁποίας διαδοχικῶς τοποθετοῦνται οἱ παρατηρηταὶ ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τὰ σήματα.

Ἡ ἐμφάνισις τῶν οὐρανίων φαινομένων, ὡς αἱ ἐκλείψεις τῆς Σελήνης, τῶν δορυφόρων τοῦ Διὸς κ.τ.λ. εἰσὶ σήματα ἀκαριαῖα φυσικά, τῶν ὁποίων χρῆσις δύναται νὰ γείνῃ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ μήκους.

Β' διὰ τοῦ ἠλεκτρισμοῦ προσδιορισμὸς τοῦ μήκους διὰ τοῦ τηλεγράφου δύναται νὰ θεωρηθῇ εἷς τῶν ἀκριβεστέρων διότι ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρισμοῦ· εἶνε τοιαύτη ὥστε νὰ θεωρηθῇ ἡ μετάδοσις ὡς ἀκαριαῖον σῆμα.

Γρηγοριάδης.

Μαγοσαλής. Μαγοσαλέως

Κεφάλαιον Γ'.

Διαστάσεις τοῦ γηΐνου ἐλλειψοειδοῦς

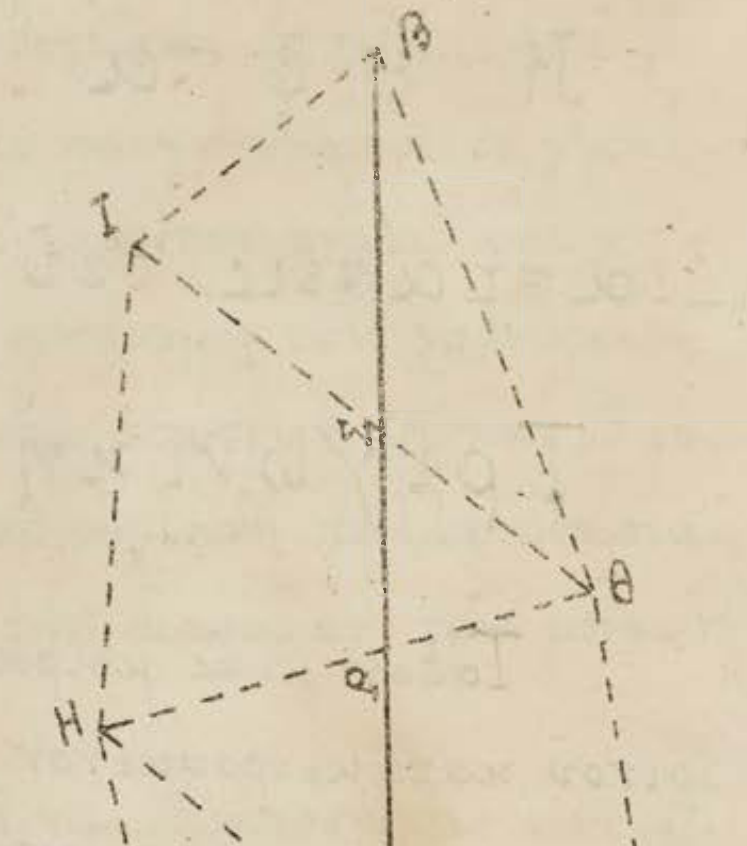
Τριγωνική δικτύωσις.—

Δι: 3η Τόξον μιᾶς μοίρας εἶνε τὸ γήϊνον τοξὸν ἐπὶ μεσημβρινοῦ καταμετρούμενον καὶ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ δύω καταχορύφων σχηματιζόντων κατὰ τὴν συνάντησιν αὐτῶν γωνίαν μιᾶς μοίρας. Ἀρκεῖ λοιπὸν ὅπως προσδιορίσωμεν τὸ μῆκος τοῦ τόξου μιᾶς μοίρας, νὰ παρατηρήσωμεν τὸ μεσημβρινὸν ὕψος γνωστοῦ ἀστέρος, τοῦ πολικοῦ ἐπὶ παραδείγματι, ἀκολούθως νὰ βαδίσωμεν πρὸς βορρᾶν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ μεσημβρινοῦ, μέχρις ὅτου τὸ ὕψος τοῦτο μεταβληθῇ κατὰ μίαν μοῖραν· τούτου γενομένου καταμετρῶμεν τὸν διατρεχθέντα δρόμον.

Ἀπαιτεῖται μεγάλη προσοχὴ καὶ ἀκρίβεια κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν μεσημβρινῶν ὕψεων, ὅπως ἐπιτύχωμεν ἀκριβὲς ἐξαγόμενον, ὅπερ εἶνε δυνατὸν ἐὰν ἐργαζώμεθα δι' ἐργαλείων κατασκευῆς ἀρίστης. Ἡ μεγαλειτέρα δυσκολία εἶνε ἡ κατ' εὐθεῖαν καταμέτρησις τῆς διατρεχθείσης ἀποστάσεως, ἔνεκεν τῶν ἐμποδίων καὶ τῆς ἀνωμαλίας τοῦ ἐδάφους. Πρὸς ἀποφυγὴν τῆς δυσκολίας ταύτης ἀντὶ νὰ

καταμετρηθῇ κατ' εὐθεῖαν ὁ διατρεχθεὶς δρόμος, ἐκτελεῖται τριγωνικὴ διατύωσις καθ' ὅλον τὸ μῆκος τοῦ καταμετρηθησομένου τόξου ὡς συντόμως περιγράφομεν.

Ἔστω ΑΒ τὸ τόξον τοῦ μεσημβρινοῦ, τοῦ ὁποίου ζητεῖται νὰ γνωρίσωμεν τὸ μῆκος (Σχ. 12). Καταμετροῦμεν κατ' ἀρχὰς μετὰ τῆς μεγαλειτέρας προσοχῆς καὶ ἀκριβείας τὴν εὐθεῖαν ΑΓ καλουμένην βάσιν καὶ ἀγομένην ἐκ τοῦ ἄκρου τοῦ τόξου Α πρὸς στάσιν τινὰ Γ. Σημειοῦμεν τὴν γωνίαν ΓΑΒ τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ εὐθεῖα αὐτὴ μετὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τόξου, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν σημειωσι μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἀκριβείας. Ἀκολούθως ἐκλέγωμεν τὰ μᾶλλον ἐξισημείωτα σημεῖα ἤτοι ὕψώματα, κορυφὰς λόφων κ.τ.λ. μεταξὺ τῶν ὁποίων διέρχεται τὸ τόξον τοῦ μεσημβρινοῦ καὶ τοιαῦτα ἔστωσαν Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι, καταμετροῦμεν τὰς γωνίας, τὰς ὁποίας σχηματίζει ἡ βάσις ΑΓ μὲ τὰς σκεπτικὰς ἀκτῖνας πρὸς τὸ σημεῖον Δ, τὰς γωνίας τὰς ὁποίας σχηματίζει ἡ ΓΔ μὲ τὰς σκεπτικὰς ἀκτῖνας πρὸς τὸ Ε, τὰς γωνίας τὰς ὁποίας σχηματίζει ἡ ΔΕ μὲ τὰς σκεπτικὰς ἀκτῖνας πρὸς τὸ σημεῖον Ζ κ.τ.λ. Η καταμε-



(Σχ. 12)

τρησις τῶν γωνιῶν ἐκτελεῖται διὰ τοῦ θεοδολίχου.

Ἐν τῷ πρώτῳ τριγώνῳ ΑΓΔ γνωστοῦ ὄντος τοῦ μήκους τῆς πλευρᾶς ΑΓ καὶ τῶν γωνιῶν ΑΓΔ, ΓΑΔ καὶ ΓΑΒ εὐκόλως προσδιορίζονται διὰ τῆς τριγωνομετρίας καὶ αἱ λοιπαὶ αὐτοῦ πλευραὶ καθὼς καὶ τὸ ζητούμενον τμῆμα τοῦ μεσημβρινοῦ ΑΜ. Ὁμοίως ἐξάγεται τὸ μῆκος ΜΝ, ΝΡ, ΡΤ ἐκ τῆς ἐπιλύσεως τῶν λοιπῶν τριγώνων καὶ ἐπομένως ὁλόκληρον τὸ μῆκος τοῦ τόξου ΑΒ.

Σημειοῦμεν ὅτι δὲν εἶνε ἀναπόφευκτον, ὅπως τὸ τόξον τοῦ μεσημβρινοῦ, τοῦ ὁποίου ζητεῖται τὸ μῆκος, ἦτε ἀκριβῶς μιᾶς μοίρας, διότι παρατηροῦντες τὸ μεσημβρινὸν ὕψος τοῦ αὐτοῦ ἀστέρος εἰς τὰ δύω ἄκρα τοῦ τόξου ΑΒ, θέλομεν εὕρει ἐκ διαφορᾶς τῶν δύω ὕψεων τὸν ἀριθμὸν τῶν μοιρῶν ἃς περιέχει καὶ διαιροῦντες τὸ ἀπόλυτον αὐτοῦ μῆκος διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μοιρῶν θέλομεν ἔχει τὸ μῆκος τοῦ τόξου μιᾶς μοίρας.

Πρὸς ἀπόδειξιν τοῦ ἀκριβοῦς τῆς ἐκτελεσθείσης ἐργασίας καταμετρῶσι νέαν βάσιν τὴν ΒΙ, ὅπως συγκρίνωσι τὸ μῆκος ταύτης μὲ τὸ ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ ἐξαχθέν.

Ἡ γωνία ΓΑΒ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ὁ μεσημβρινὸς μετὰ τῆς βάσεως ἢ καὶ μετὰ πάσης ἄλλης εὐθείας καλεῖται ἀζιμούθιον.

Τὸ δυσκολώτερον μέρος τῆς περιγραφείσης ἐργασίας εἶνε ἡ καταμέτρησις τῆς βάσεως ΑΓ καὶ ὁ ἀκριβὴς προσδιορισμὸς τῶν γωνιῶν τῶν τριγώνων, ἐκ τῆς ἐκτιμήσεως τῶν ὁποίων ἐξαρτᾶται ὁ μετ' ἀκριβείας προσδιορισμὸς τοῦ μήκους τοῦ ζητουμένου τόξου. Ἐπὶ τοῦ ἀντικειμένου τούτου ἀναφέρομεν ἐν συντόμῳ ὀλίγα τινά.

Καταμέτρησις τῆς βάσεως. Κατ' ἀρχὰς ἔκαμον

χρῆσιν ξυλίνων κανόνων διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν βάσεων, ἀλλ' οὗτοι ὑπόκεινται εἰς κύρτωσιν καὶ δὲν εἶνε ἐπιδεκτικοὶ μεγάλης ἀκριβείας. Δὲν ἐβράδυνον λοιπὸν ν' ἀνατρέξωσιν εἰς τοὺς μεταλλικοὺς κανόνας. Οὗτοι ὅμως ἔχουσι τὸ μειονέκτημα νὰ διαστέλλωνται ἐπαισθητῶς καὶ πρέπει εἰς ἕκαστον νὰ διορθοῦται τὸ μῆκος αὐτῶν. Ἐὰν M παριστᾷ τὸ μῆκος αὐτῶν εἰς θερμοκρασίαν θ, γνωστὸν ὅτι τὸ μῆκος M' εἰς θερμοκρασίαν θ' προσδιορίζεται διὰ τοῦ τύπου . . .

$$M' = M + a(\theta' - \theta)$$

a παριστᾷ τὸν συντελεστὴν τῆς διαστολῆς.

Πρόσφατος διὰ τὴν ἀνωτέρω καταμέτρησιν μετεχειρίζοντο καὶ κανόνας ἐξ ὕελου.

Ἕκαστος κανὼν φέρει ἀερόχρωστάθμην καὶ θερμόμετρον τὸ ὁποῖον ὀφείλει νὰ ἦνε προφυλαγμένον ἐκ τῶν κατ' εὐθεῖαν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου. Τρεῖς ἢ τέσσαρες κανόνες ἀρκοῦσι διὰ τὴν ἐργασίαν. Ὅπως ἀποφύγωσι τὴν κάμψιν τῶν κανόνων ἐπιθέτουσι τούτους ἐπὶ σανίδων ὑποβαστάζομένων διὰ τριπόδων στηριζομένων ἐπὶ ἑτέρων σανίδων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ ὁμοίων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ἡ μεταξὺ δύω κανόνων ἀπόστασις μετρᾶται διὰ βερνιέρων κεχαραγμένων ἐπὶ γλωσσίδων χιτητῶν δι' ὀλισθήσεως, δι' ὧν ἐφωδιασμένοι εἶσιν οὗτοι καὶ τοῦτα πρὸς ἀποφυγὴν τῆς κρεμάσεως τῶν κανόνων ἐξ ἧς δύναται νὰ συμβῇ μετακίνησις αὐτῶν.

Ἡ καταμετρηθησομένη βάσις ὁρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους διὰ σιδηρῶν ἢ ξυλίνων ἀκοντίων ἀκριβῶς ἐν εὐθυγραμμίᾳ κειμένων.

Ἡ καταμέτρησις ἐκτελεῖται ὁριζοντίως, ὅπερ κατορ-

$$M \qquad \delta \qquad M' = M + a(\delta - \delta')$$

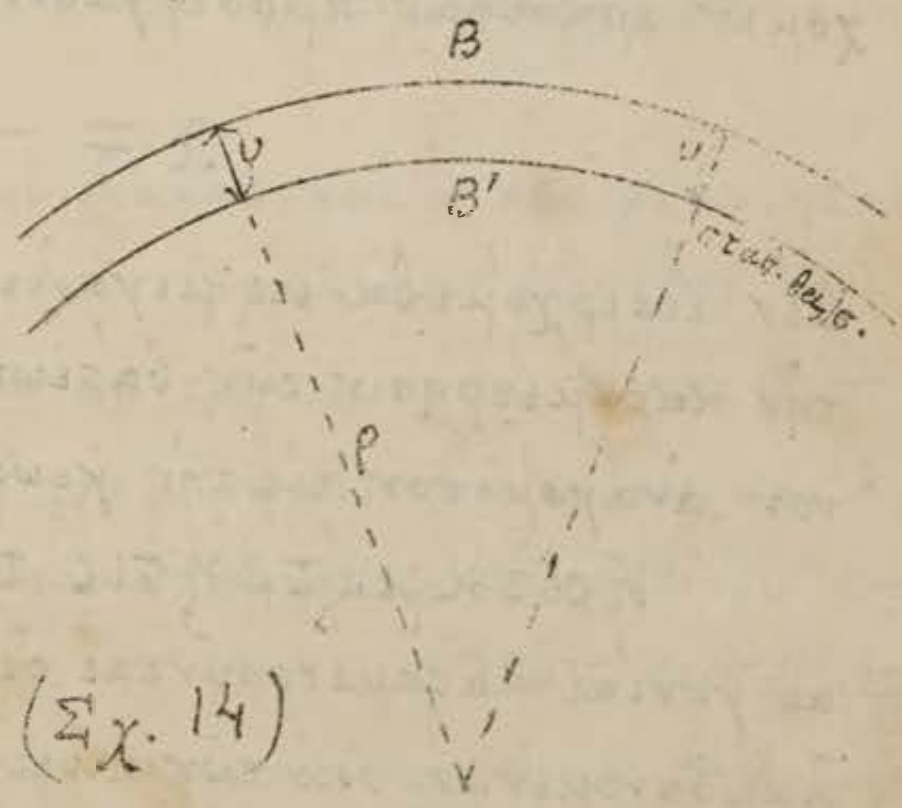
θοῦται εὐκόλως διὰ τῆς ἀερεχωροστάθμης, πολλάκις ὅμως ἀναγκαζόμεθα νὰ καταμετρήσωμεν κεκλιμένως, τότε ἀναγκη πᾶσα ν' ἀναγάγωμεν τὸ μῆκος τῶν κατόντων ἐπὶ τοῦ ὁριζοντος. Ἔστω (σχ. 13) φ ἡ κλίσις τοῦ κατόντος καὶ Μ τὸ μῆκος αὐτοῦ, Μ' τὸ μῆκος αὐτοῦ προβαλλόμενον ἐπὶ τοῦ ὁριζοντος, ἔχομεν $M' = M \sigma\upsilon\nu\varphi$ καὶ ἡ διόρθωσις ἐξάγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως . . . .

(Σχ. 13)

$$\therefore \chi = M - M' = M(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) = 2M\,\sigma\upsilon\nu^2 \frac{\varphi}{2}$$

Ἡ γωνία φ προσδιορίζεται τῇ συνδρομῇ ξυλαλφαδίου φέροντος βαθμολογημένον τόξον. Ἀλλὰ δὲν πρόκειται νὰ προσδιορισθῇ τὸ μῆκος τῆς βάσεως προβαλλομένης ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Τὴν βάσιν ταύτην πρέπει ν' ἀναγάγωμεν ὡς πρὸς τὴν μέσην στάθμην τῆς θαλάσσης. Ἐκ τούτου καθίσταται ἡ ἀνάγκη τῆς γνώσεως τῶν ὑψομέτρων τῶν δύω ἄκρων τῆς βάσεως.

Ἔστω υ τὸ μέσον ὑψόμετρον τῶν δύω ἄκρων ὑψομέτρων τῆς βάσεως, Ρ ἡ ἀκτὶς τῆς γῆς δηλαδὴ τῆς στάθμης τῆς θαλάσσης εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον, Β ἡ καταμετρηθεῖσα βάσις εἰς τὸ ὑψόμετρον υ καὶ Β' τὸ μῆκος τῆς βάσεως ταύτης ἠγμένης ἐπὶ τῆς στάθμης τῆς θαλάσσης. Σημειοῦντες ὅτι τὰ ἀντιστοιχοῦντα τόξα εἰς τὴν αὐτὴν γωνίαν εἶσιν ἀνάλογα



(Σχ. 14)

$\chi = M - M' = M(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) =$ ἀναλογία

τῶν ἀκτίνων αὐτῶν, ἔχομεν

$$\frac{B'}{B} = \frac{P}{P+v}$$

καὶ ἡ διόρθωσις, ἐὰν καλέσωμεν αὐτὴν διὰ χ

$$\chi = B - B' = B\left(1 - \frac{P}{P+v}\right)$$

ἢ $$\chi = B\left(1 - \frac{1}{1+\frac{v}{P}}\right)$$ καὶ δι-

αιροῦντες 1 διὰ $1+\frac{v}{P}$ ἔχομεν

$$\frac{1}{1\ \frac{v}{P}} = 1 - \frac{v}{P} + \frac{v^2}{P^2} - \frac{v^3}{P^3} \cdots$$

καὶ ἀντικαθιστῶντες ἔχομεν

$$\chi = B\left(\frac{v}{P} - \frac{v^2}{P^2} + \frac{v^3}{P^3} \cdots\right)$$

Γενικῶς ἀρκοῦνται εἰς τὸν πρῶτον ὅρον, διὰ τοῦ ὁποίου ἔχομεν ἀρκούσαν προσέγγισιν ἤτοι

$$\chi = \frac{Bv}{P},$$

Δὲν εἰσερχόμεθα εἰς μεγαλειτέρας λεπτομερείας ὡς πρὸς τὴν καταμέτρησιν τῶν βάσεων, διότι τοῦτο εἶνε ἀντικείμενον ἀναγόμενον εἰς τὴν γεωδαισίαν.

Καταμέτρησις τῶν γωνιῶν. Γνωστὸν ὅτι αἱ γωνίαι καταμετροῦνται διὰ τῶν τόξων αὐτῶν τῶν ἀποκαμβανομένων ὑπὸ τῶν πλευρῶν των ἐπὶ κύκλου σταθερᾶς ἀκτῖνος· αἱ κορυφαὶ τῶν γωνιῶν τούτων συμπίπτουσι τῷ κέντρῳ τοῦ κύκλου. Τὰ τόξα καταμετροῦνται διὰ μέσου τῆς, κε-

χαραγμένης βαθμολογίας ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου. Γενικῶς οἱ κύκλοι διαιροῦνται εἰς 360 ἴσα μέρη καλούμενα μοῖρας, ἡ μοῖρα εἰς 60 λεπτὰ καὶ τὸ λεπτὸν εἰς 60 δεύτερα.

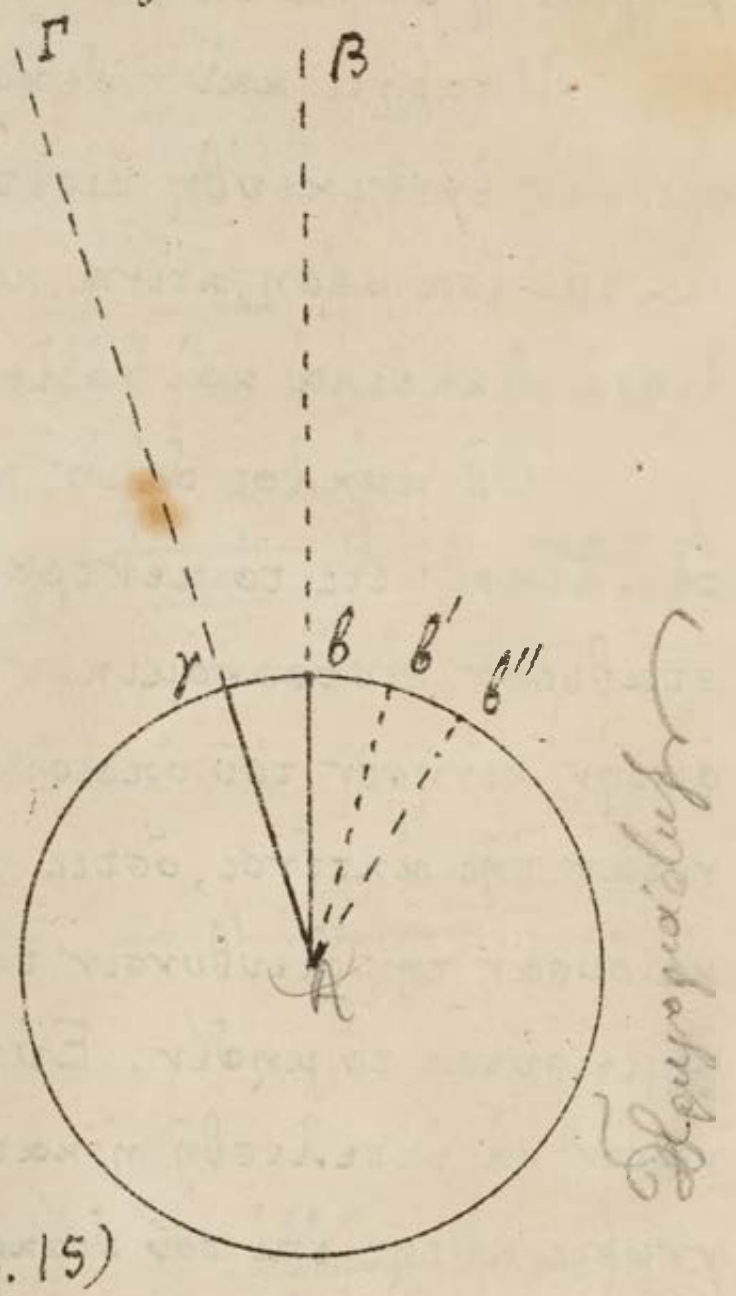
Ὑπάρχει καὶ ἡ δεκαδικὴ διαίρεσις, τῆς ὁποίας ἡ χρῆσις δὲν ἐγενικεύθη εἰσέτι, κατ' αὐτὴν ὁ κύκλος διαιρεῖται εἰς 400 ἴσα μέρη, ἅτινα καλοῦνται βαθμοί, ὁ βαθμὸς εἰς 100 λεπτὰ δεκαδικὰ καὶ τὸ λεπτὸν εἰς 100 δεύτερα δεκαδικά.

Οἱ κύκλοι δι' ὧν καταμετροῦσι τὰς γωνίας εἶνε μεταλλικοί· εἰς τὸ κέντρον αὐτῶν στρέφεται περὶ ἄξονα σταθερὸν ἀστρονομικὸν τηλεσκόπιον, κατὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησιν τοῦ ὁποίου παρασύρεται δείκτης κατὰ τὴν ἔννοιαν τῆς ἀκτῖνος, ὅστις φέρει εἰς τὸ ἄκρον αὐτοῦ γραμμὴν σημειοῦσαν τὴν διεύθυνσιν τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονος, ἄνωθεν τῆς ὁποίας σημειοῦται τὸ μηδέν. Εὐκόλως ἤδη ἐννοεῖται πῶς εἶνε δυνατὸν νὰ ἐκτελεσθῇ ἡ καταμέτρησις μιᾶς γωνίας καὶ ἡ ἀναγνωσις αὐτῆς ἐπὶ τοῦ δίσκου.

Διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν πεσσετῶν τῶν διαιρέσεων τοῦ δίσκου, ὑπάρχει ἐπὶ τοῦ δείκτου βερνιέρος τοῦ ὁποίου τὴν περιγραφὴν διεξοδικῶς θέλομεν κάμει κατὰ τὴν περιγραφὴν τῶν ἐργαλείων τῆς τοπογραφίας.

Ἐπειδὴ αἱ διαιρέσεις τοῦ δίσκου καὶ ἡ κεντρικότης αὐτοῦ μεθ' ὅλην τὴν τελειοποίησιν τῶν ἐργαλείων δὲν εἶνε ἐντελής, ὑπάρχει πάντοτε, διὰ καταμετρήσεις ἀπαιτούσας τὴν μεγαλειτέραν ἀκρίβειαν, ὡς ἡ τοῦ μεσημβρινοῦ τόξου, σφάλμα, διὰ τὴν διόρθωσιν τοῦ ὁποίου ὑπάρχουσι δύω μέθοδοι ἤ τῶν συνεχῶν ἐπαναλήψεων καὶ ἡ τῶν ἐντεξαετήτων ἐπαναλήψεων τὰς ὁποίας ἐν συντόμῳ θέλομεν ἐκθέσει.

Ἀναγνῶσις τῶν γωνιῶν διὰ συνεχοῦς ἐπαναλήψεως (μέθοδος τοῦ Tobie Mayer). Ἔστω ΒΑΓ γωνία τις (Σχ. 15). Θέτομεν τὸ μηδὲν τοῦ δείκτου ἐπὶ τοῦ μηδενὸς τοῦ δίσκου, στερεοῦμεν τὸν δείκτην μετὰ τοῦ δίσκου διὰ μέσου λαβίδος ἣν φέρει τὸ ἐργαλεῖον καὶ περιστρέφομεν τὸν κύκλον, ὅπως σκοπεύσωμεν εἰς τὸ σημεῖον Β· κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην στερεοῦντες τὸν δίσκον διὰ μέσου ἑτέρας λαβίδος καὶ καθιστῶντες κινητὸν τὸ τηλεσκόπιον, στρέφομεν αὐτὸ καὶ σκοπεύοντες πρὸς τὸ σημεῖον Γ, ἀναγινώσκομεν ἐπὶ τοῦ δίσκου τὴν γωνίαν ΒΑΓ. Ὅπως ἐπαναλάβωμεν τὴν γωνίαν ταύτην στερεοῦμεν τὸ τηλεσκόπιον ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ΑΓ καὶ καθιστῶμεν κινητὸν τὸν δίσκον, στρέφομεν ὁλόκληρον τὸ σύστημα καὶ σκοπεύομεν εἰς τὸ σημεῖον Β, τότε τὸ σημεῖον β ἢ τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου θέλει λάβει τὴν θέσιν β', ἐὰν καταστήσωμεν τὸν δίσκον σταθερὸν ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ΑΒ καὶ τὸ τηλεσκόπιον κινητὸν καὶ σκοπεύσωμεν πρὸς τὸ σημεῖον Γ θέλομεν ἀναγνώσει ἐπὶ τοῦ δίσκου τὴν γωνίαν γΑβ', ἥτις ἐὰν τὸ ἐργαλεῖον εἶνε ἀκριβὲς πρέπει νὰ ἦτε διπλασία τῆς γωνίας ΒΑΓ. ἐὰν θέλωμεν ἐκ τρίτου νὰ ἐπαναλάβωμεν τὴν γωνίαν ΒΑΓ ἀρκεῖ νὰ καταστήσωμεν σταθερὸν τὸ τηλεσκόπιον κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΓΑ καὶ κινητὸν τὸν δίσκον καὶ περιστρέψωμεν



(Σχ. 15)

τὸ ἐργαλεῖον ὅπως σκοπεύσωμεν τὸ σημεῖον Β τότε τὸ σημεῖον β' ἢ τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου θὰ λάβῃ τὴν θέσιν β''. ἐὰν κατασταθῶμεν τὸν δίσκον σταθερὸν ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ΑΒ καὶ κινητὸν τὸ τηλεσκόπιον ὅπως σκοπεύσωμεν πάλιν πρὸς τὴν διεύθυνσιν ΑΓ θὰ ὁμοίως ἀναγνώσωμεν ἐπὶ τοῦ δίσκου τὴν γωνίαν γΑβ'', ἥτις ἐὰν τὸ ἐργαλεῖον ἦτο ἀκριβὲς καὶ αἱ παρατηρήσεις ὡμοίως ἐξετελέσθησαν ἀκριβῶς πρέπει νὰ ἦτο τριπλασία τῆς ζητουμένης γωνίας ΒΑΓ, οὕτω ἀκολουθοῦντες δυνάμεθα νὰ ἐπαναλάβωμεν τὴν διδομένην γωνίαν 3, 4^πλ. κτλ.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐξάγομεν ὅτι ἐὰν γωνία τις ἐπαναληφθῇ μ. φοράς, τὸ τόξον αὐτῆς ἰσοῦται μὲ τὸ τῆς τελευταίας ἐπαναλήψεως διαιρεθὲν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐπαναλήψεων.

Ἐφαρμογή.

γωνία ΒΑΓ	=	22°. 10'
2α, ἐπανάληψις	=	44. 15
3η "	=	66. 28
4η "	=	88. 34

ἐπομένως γωνία ΒΑΓ $= \frac{88.34}{4} =$ 22°. 8'. 30''

Καλὸν, ὅπως μηδενίζηται ὅσον τὸ δυνατὸν τὸ ἐκ τῶν ἀντιθέτων διαιρέσεων τοῦ δίσκου προερχόμενον σφάλμα, νὰ ἐπεκτείνηται ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπαναλήψεων, ὅπως περιστρέψωμεν ὁλόκληρον τὴν περιφέρειαν τοῦ δίσκου.

Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης μειοῦνται καὶ τὰ ἐκ τῆς ἀναγνώσεως προερχόμενα σφάλματα.

Ἀναγνῶσις τῶν γωνιῶν διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀντιθέτων ἐπαναλήψεων. (Μέθοδος τοῦ Bessel).

Ἡ μέθοδος αὕτη συνίσταται εἰς τὸ νὰ ζητήσωμεν τὸ μέτρον μιᾶς γωνίας ἐκ διαφόρων διαιρέσεων τοῦ δίσκου καὶ νὰ λάβωμεν ἀκολούθως τὴν μέσην τιμὴν τοῦ ἀθροίσματος αὐτῶν.

Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν διαδοχικῶς ὡς ἀρχὴν τῶν τόξων διάφορα σημεῖα σημειωμένα ἐν τῷ δίσκῳ π.χ. 0°, 90°, 180°, 270° κ.τ.λ. διορθοῦμεν τοιουτοτρόπως τὰ σφάλματα τὰ ἐκ τῆς μὴ ἀκριβοῦς διαιρέσεως τοῦ δίσκου προερχόμενα καὶ τὰ τῆς κεντρικότητος. Ὡς πρὸς τὸ σφάλμα τῆς ἀναγνώσεως, τοῦτο δυνάμεθα νὰ τὸ περιορίσωμεν ἐπαισθητῶς μεταχειριζόμενοι ἐργαλεῖα καλῶς κατεσκευασμένα καὶ μεγάλης διαμέτρου.

Ἐξαγόμενα γεωδαιτικά

Ἐκ τῆς καταμετρήσεως διαφόρων τόξων 1° εἰς διάφορα πλάτη ἐξήχθησαν τὰ ἀκόλουθα μήκη τούτων

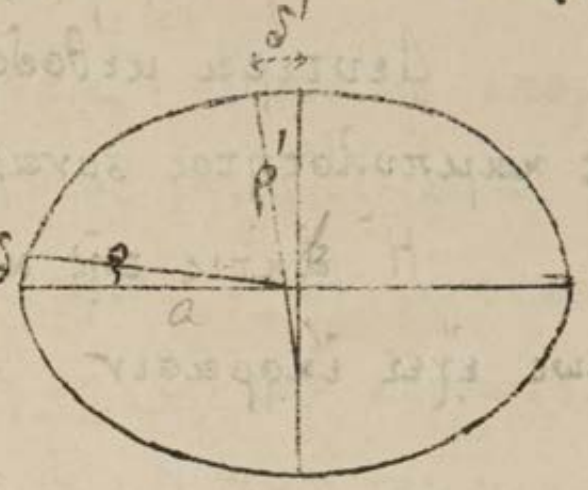
Χῶραι	Μέσον πλάτος	Μῆκος τόξ. 1 μοίρας
Περοῦ	1°. 31'. 1"	56736.81 ὀργυιαί
Ἰνδίαι	12. 32. 21	56762. 30
Γαλλία	46 8. 6	57024. 64
Ἀγγλία	52. 2. 20	57066. 06
Λαπωνία	66. 20. 10	57196. 16

Ἐκ τῆς παρατηρήσεως τοῦ ἀνωτέρω πίνακος ἐξάγεται ὅτι τὸ ἀπόλυτον μῆκος τοῦ τόξου μιᾶς μοίρας αὐξάνει μετὰ τοῦ πλάτους, εἰς τρόπον ὥστε ἡ μεγαλειτέρων μῆκος ἔχουσα μοῖρα εἶνε ἡ πλησιεστέρα τῶν πόλων, ὅπως ἡ μικρότερον ἔχουσα ἦνε ἡ πλησιεστέρα τοῦ ἰσημερινοῦ.

Προσδιορισμὸς τῶν διαμέτρων τοῦ γηίνου ἐλλειψοειδοῦς. Γνωστοῦ ὄντος τοῦ μήκους μιᾶς

μείρας τοῦ μεσημβρινοῦ εἰς διαφόρα πλάτη δυναμεθα διὰ διαφόρων μεθόδων νὰ ἐξαγάγωμεν τὰς διαστάσεις τοῦ γηΐνου ἐλλειψοειδοῦς.

Κατ' ἀρχὰς παρουσιάζεται μέθοδος ἁπλουστάτη. Ἔστω (σχ. 16) δ τὸ μῆκος τοῦ τόξου μιᾶς μοίρας πλησίον τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ δ' τὸ μῆκος τοῦ αὐτοῦ τόξου εἰς τὸν πόλον, ἔστωσαν ρ καὶ ρ' αἱ ἀκτῖνες τῆς καμπυλότητος τῆς μεσημβρινῆς ἐλλείψεως εἰς τὰ σημεῖα ταῦτα δηλαδὴ ἐπὶ τῶν κορυφῶν τῆς ἐλλείψεως, ἔχομεν ::



(Σχ. 16)

$$2\pi\rho = 360\,\delta \qquad 2\pi\rho' = 360\,\delta' \qquad \text{ἐξ ὧν}$$

$$\rho = \frac{180}{\pi}\,\delta\,, \qquad \rho' = \frac{180}{\pi}\,\delta'$$

ἀλλ' ὡς γνωστὸν αἱ ἀκτῖνες τῆς καμπυλότητος ἐπὶ τῶν κορυφῶν τῆς ἐλλείψεως ἔχουσι διὰ μέτρον, ἐὰν καλέσωμεν α καὶ β τοὺς ἡμιάξονας αὐτῆς . . . . .

$$\therefore \quad \rho = \frac{b^2}{a}\,, \qquad \rho' = \frac{a^2}{b} \qquad \text{καὶ ἀντικαθιστάντες,}$$

$$\frac{b^2}{a} = \frac{180}{\pi}\,\delta\,, \qquad \frac{a^2}{b} = \frac{180}{\pi}\,\delta'$$

ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων ἐξάγωμεν εὐκόλως τὰς τιμὰς τῶν ἀγνώστων α καὶ β, ἤτοι

$$a = \frac{180}{\pi}\sqrt[3]{\delta'^2\,\delta}\,, \qquad b = \frac{180}{\pi}\sqrt[3]{\delta'\,\delta^2}$$

προσδιορισθέντων τῶν ἡμιαξόνων α καὶ β τῆς μεσημβρινῆς

ἐλλείψεως εὐκόλως προσδιορίζομεν τὸ μῆκος τῆς περιφερείας αὐτῆς. Ἀλλ' ἡ μέθοδος αὕτη εἶνε κατὰ προσέγγισιν, διότι τὸ μῆκος τοῦ τόξου μιᾶς μοίρας ἐπὶ τῶν πόλων δὲν εἶνε δυνατὸν νὰ καταμετρηθῇ κατ' εὐθεῖαν.

Δευτέρα μέθοδος στηρίζεται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀκτῖνος τῆς καμπυλότητος συναρτήσει τοῦ πλάτους.

Ἡ ἀκτὶς τῆς καμπυλότητος στοιχείου τινὸς τῆς ἐλλείψεως ἔχει ἔκφρασιν . . . . . .

$$\rho = \frac{a\left(1-\varepsilon^2\right)}{\left(1-\varepsilon^2 \sigma\upsilon\nu^2\lambda\right)^{\frac{3}{2}}},$$ ἐὰν

καλέσωμεν α τὴν ἀκτῖνα τοῦ ἰσημερινοῦ, ε τὴν ἐκκεντρικότητα τῆς ἐλλείψεως καὶ λ τὸ πλάτος τοῦ στοιχείου.

Ἐὰν δ εἶνε τὸ μῆκος μιᾶς μοίρας εἰς πλάτος λ ἔχομεν . . . . . .

$$\delta = \frac{\pi\rho}{180} = \frac{\pi}{180} \cdot \frac{a\left(1-\varepsilon^2\right)}{\left(1-\varepsilon^2 \sigma\upsilon\nu^2\lambda\right)^{\frac{3}{2}}}$$

ἢ ἀναπτύσσοντες τὸ $\left(1-\varepsilon^2\sigma\upsilon\nu^2\lambda\right)^{-\frac{3}{2}}$ κατὰ τὸν τύπον τοῦ διωνύμου καὶ παραλείποντες τοὺς ὡρισμένους τῆς δευτέρας δυνάμεως τῆς ἐκκεντρικότητος ε, διότι ἡ ποσότης αὕτη εἶνε πολὺ μικρὰ λαμβάνομεν . . . . . .

$$\delta = \frac{\pi}{180} a\left(1-\varepsilon^2\right)\left(1+\frac{3}{2}\varepsilon^2 \eta\mu^2\lambda\right) \quad . \quad (1)$$

Ἐὰν δ' ἦτο τὸ μῆκος μιᾶς μοίρας ἀντιστοιχούσης εἰς πλάτος λ', θὰ ἔχωμεν ἐπίσης . . . . .

$$\delta' = \frac{\pi}{180} a'\left(1-\varepsilon^2\right)\left(1+\frac{3}{2}\varepsilon^2 \eta\mu^2\lambda\right) \quad . \quad (2)$$

καὶ διαιροῦντες τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) λαμβάνομεν . .

$$\frac{\delta}{\delta'} = \frac{1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2 \eta\mu^2 \lambda}{1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2 \eta\mu^2 \lambda}$$ σχέσις

ἐν τῇ ὁποίᾳ δ, δ' καὶ λ εἶσι γνωσταί· εὐκόλως ἐπομένως συνάγομεν τὴν τιμὴν τῆς ἐκκεντρικότητος τῆς ἐλλείψεως ε.

Προσδιορισθείσης τῆς ἐκκεντρικότητος ε, ἂν ἀντικαταστήσωμεν τὴν τιμὴν αὐτῆς ἐν τῇ (1) ἢ τῇ (2) τῶν ἐξισώσεων προσδιορίζομεν τὸν μέγαν ἡμιάξονα a. Ἡ τιμὴ τοῦ μικροῦ ἡμιάξονος προσδιορίζεται ἐκ τῆς γνωστῆς σχέσεως . .

$$b = a\sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

Σημειοῦμεν διαβατικῶς ὅτι ὁ τύπος (1) δύναται νὰ τεθῇ ὑπὸ τὴν μορφὴν . . . . . .

$$\delta = \frac{\pi}{180}\frac{b^2}{a}\left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2 \sigma\upsilon\nu^2 \lambda\right)$$ ἐξ

οὗ ἐξάγεται ὅτι τὸ μῆκος τόξου μιᾶς μοίρας αὐξάνει ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ προχωροῦν πρὸς τοὺς πόλους κατὰ ποσότητα ἀνάλογον πρὸς τὸ ἡμίτονον τοῦ πλάτους.

Ἡ ἀνωτέρα μέθοδος ἐφαρμοσθεῖσα εἰς τοὺς εὑρεθέντας ἀριθμοὺς διὰ τὰ μήκη τῶν τόξων μιᾶς μοίρας εἰς τὸ Περοὺ καὶ εἰς τὴν Γαλλίαν ἄγει εἰς ἀποτελέσματα ὀλίγον διαφέροντα ἐκείνων, τὰ ὁποῖα παρέχει ἡ ἀκριβεστέρα μέθοδος, ἥτις συνίσταται εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς μεσημβρινῆς ἐλλείψεως τῇ συναρτήσει πασῶν τῶν ἐκτελεσθεισῶν καταμετρήσεων μεσημβρινῶν τόξων, ὧν ἐπιστοποιήθη ἡ ἀκριβὴς καταμέτρησις.

Τὴν μέθοδον ταύτην παραλείπομεν ὡς ὑπερβαίνουσαν τὰ ὅρια τῆς παρούσης πραγματείας.

Ὅπως προσδιορισθῇ τὸ μῆκος τοῦ τόξου τοῦ τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ, χαίρομεν χρῆσιν τοῦ τύπου . . .

$$M = a\frac{\pi}{2}\left(1-\varepsilon^2\right)\left(1+\frac{3}{4}\varepsilon^2+\frac{45}{64}\varepsilon^4\ldots\right)$$

δεικνυομένου ἐν τῇ ἀναλύσει εἰς τὸ περὶ εὐθυτάσεως τῶν καμπύλων κεφάλαιον.

Μέτρον. Μῆκος αὐτοῦ. Κατὰ τὸ ἔτος 1790 ἡ ἐθνικὴ τῶν Γάλλων συνέλευσις ζητοῦσα εἰς ἕνα καὶ μόνον τύπον τὰ ἀναρίθμητα μέτρα τὰ ἐν χρήσει ἐν Γαλλίᾳ προεκάλεσε τὴν Ἀκαδημίαν τῶν ἐπιστημῶν, ὅπως ζητήσῃ τὸν τύπον τοῦτον ἐν τῇ φύσει καὶ εἰς τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ εὑρεθῇ εἰς πᾶσαν ἐποχήν. Ἡ ὑπὸ τῆς Ἀκαδημίας διορισθεῖσα ἐπιτροπὴ ἐκ τῶν κ.κ. Delambre καὶ Méchain πρὸς ἀναζήτησιν τοῦ τύπου τούτου κατεμέτρησεν τὸ μῆκος τοῦ μεσημβρινοῦ τόξου ἀπὸ Dunkerque μέχρι Barcelone καὶ λαβοῦσα ἐν ταὐτῷ ὑπ' ὄψει τὰς ἐκτελεσθείσας καταμετρήσεις εἰς Περοῦ καὶ Λαπωνίαν ἐξήγαγεν μῆκος τοῦ τετάρτου τοῦ μεσημβρινοῦ . .

. . . 5130740 ὀργ.

τοῦ ὁποίου τὸ δεκαεκατομμυριοστὸν δηλαδή, τὸ . .

. . 0.5130740 ὀργ. ἢ 3 ποδ. 0 δακ. 11 γραμ. καὶ 296

παρεδέχθη ὡς μονὰς τοῦ μήκους ὑπὸ τὸ ὄνομα μέτρον.

Τὸ πρότυπον μέτρον ἐκ πλατίνης, διὰ τοῦ ὁποίου προσδιορίζεται τὸ νόμιμον μῆκος τοῦ μέτρου εἰς θερμοκρα-

εἶεν 0° κατετέθη εἰς τὰ ἀρχεῖα τῶν Παρισίων τὴν 22 ἰουνίου 1799.

Ἐκ τῆς καταμετρήσεως ταύτης ἐξήχθησαν.

Μῆκος τῆς ἀκτῖνος τοῦ ἰσημερινοῦ	6377398
Μῆκος » » » πόλου	6356080
Διαφορά	21318

Διαιρεθήτω

Ἡ πίεσις τῆς γῆς δηλ. ὁ λόγος τῆς ἀνωτέρω διαφορᾶς ὡς πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ ἰσημερινοῦ εἶνε ὡς ἐγγιστα $\frac{1}{308}$

Ἡ μορφὴ λοιπὸν τῆς γῆς δὲν διαφέρει κατὰ πολὺ τῆς σφαιρικῆς ὅτι ἐπὶ μιᾶς σφαίρας ἀκτῖνος ἑνὸς μέτρου ἀρκεῖ ν' ἀφαιρεθῶσι 3 1/2 χιλιοστὰ εἰς τοὺς πόλους, ὅπως λάβωμεν τὴν παράστασιν αὐτῆς.

Θ. κ. Bellet διαμφισβητῶν τὴν ἀκρίβειαν τῶν ἐκτελεσθεισῶν καταμετρήσεων παρεδέχθη ὡς μῆκος τοῦ τεταρτου τοῦ μεσημβρινοῦ τὸν ἀριθμὸν 5131180 ὀργ. μ. τὸ δυνατὸν σφάλματος 256 ὀργ. ἐπὶ πλέον ἢ ἐπὶ ἧττον ὅπερ δίδει ὡς τιμὴν τοῦ μέτρου 0,5133118 τῆς ὀργ. ἢ

3 ποδ. 0 δακτυλ. 11,344 γραμ.

δηλαδὴ 0,048 γραμ. ἐπὶ πλέον τοῦ παρεδεχθέντος μήκους ὑπὸ τῆς ἀνωτέρω ἐπιτροπῆς.

2131800 | 6377398
30

2131 8

6377398

$\varphi a = \frac{a}{1} - \frac{a^3}{123} + \frac{a^5}{1234}$

$\omega = 1 - \frac{a^2}{1^2} + \frac{a^4}{1^2 2^2}$

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

Κεφάλαιον Α'.

Μ 4 Ἡ τοπογραφία ἔχει ὡς ἀντικείμενον τὸν προσδιορισμὸν τῶν σχετικῶν θέσεων τῶν διαφόρων σημείων τόπου τινός, τοῦ ὁποίου πρόκειται ν' ἀναγράψωμεν τὸν χάρτην καὶ τοῦ ὁποίου ἡ ἔκτασις εἶνε ἀρκετὰ μικρά, ὅπως δυνηθῶμεν νὰ παραμελήσωμεν τὴν σφαιρικότητα τῆς γῆς.

Ἐν τῇ τοπογραφίᾳ αἱ ἐργασίαι τὰς ὁποίας πρόκειται νὰ ἐκτελέσωμεν εἶσιν αἱ ἑξῆς δύο.

1ον. Ἡ προβολὴ τῶν διαφόρων σημείων τοῦ ἐδάφους ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου καὶ ὁ προσδιορισμὸς τῶν σχετικῶν θέσεων τῶν διαφόρων προβαλλομένων σημείων.

2ον. Ἡ καταμέτρησις τῆς ἀποστάσεως ἑκάστου σημείου τοῦ ἐδάφους ἀπὸ τῆς προβολῆς του· ἡ ἐργασία αὕτη καλεῖται **χωροσταθμησις τοῦ ἐδάφους.**

Τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ὁποίου προβάλλονται τὰ διάφορα σημεῖα εἶνε ἐπίπεδον ἐφαπτόμενον εἰς τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, ἐκλέγεται δὲ τοιουτοτρόπως ὥστε τὸ σημεῖον τῆς ἐπαφῆς νὰ ἦνε ἡ προβολὴ σημείου τινὸς τοποθετημένου περὶ τὸ κέντρον τῆς ἐκτάσεως τῆς

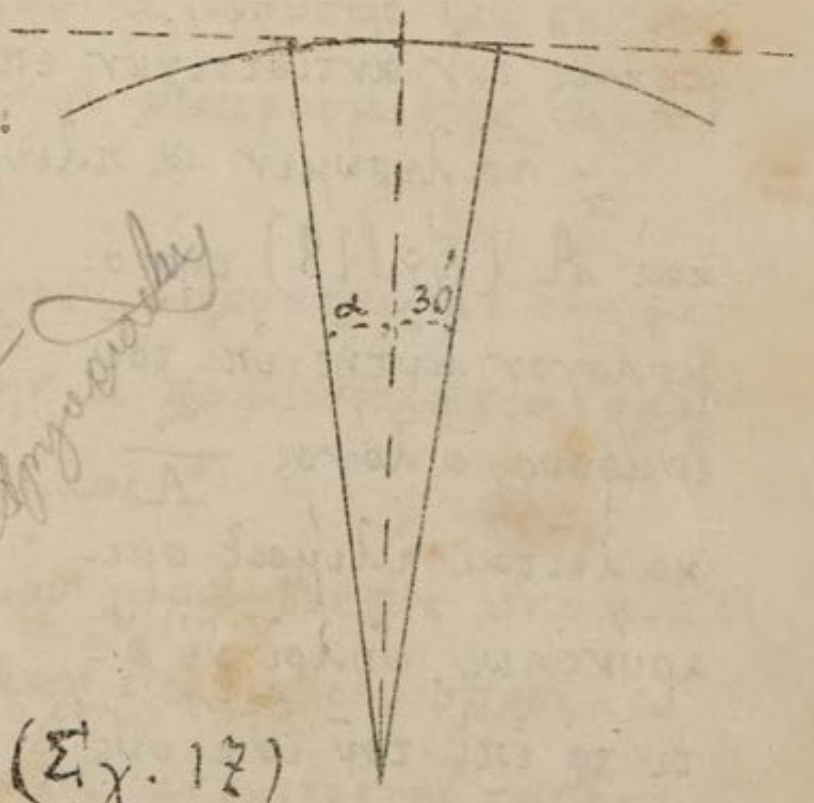
ὁποίας προτιθέμεθα νὰ σχηματίσωμεν τὸν χάρτην.

Αἱ ἀποστάσεις τῶν διαφόρων σημείων τοῦ ἐδάφους ἀπὸ τῆ ἐπιπέδου τῆς προβολῆς καλοῦνται ὕψη ἀπὸ τῆς θαλάσσης.

Αἱ τοπογραφικαὶ ἐργασίαι δύνανται νὰ ἐπεκταθῶσιν ἐπὶ ἐκτάσεως ἐδάφους ἀρκετὰ ἐκτεταμένου. Ὅπως δώσωμεν ἰδέαν τινὰ τῆς ἐκτάσεως ταύτης ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια περὶ τῆς ὁποίας πρόκειται, περιλαμβάνεται ἐντὸς κώνου ἔχοντος ὡς κορυφὴν τὸ κέντρον τῆς γῆς καὶ γωνίαν ἐπὶ τῆς κορυφῆς μιᾶς μοίρας. Τὸ νὰ παραμελήσωμεν τὴν σφαιρικότητα τῆς γῆς εἶνε τὸ αὐτὸ μὲ τὸ νὰ καταστήσωμεν τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν τὴν περιπτυσσομένην ὑπὸ τοῦ κώνου αὐτοῦ δι' ἑνὸς ἐπιπέδου ἐφαπτομένου τῆς κορυφῆς τῆς ἀνωτέρω σφαιρικῆς ἐπιφανείας· ἐν ἄλλαις λέξεσι τοῦτο ἄγει εἰς τὸ ν' ἀντικαταστήσωμεν τὸ τόξον ἡμισείας μοίρας διὰ τῆς ἐφαπτομένης του. (Σχ. 17).

Ἔχομεν ἐκ τῆς ἀναλύσεως διὰ τόξον ἀπείρως μικρᾶς μονάδος, $\varepsilon\varphi a - \frac{\mu a}{\sigma\upsilon\nu a} = \frac{a - \frac{a^3}{1.2.3} + \frac{a^5}{1.2.3.4.5}}{1 - \frac{a^2}{1.2} + \frac{a^4}{1.2.3.4.}} = a + \frac{a^3}{1.3} + \frac{2a^5}{1.3.5}$.

$$\varepsilon\varphi a = a + \frac{a^3}{1.3} + \frac{2a^5}{1.3.5} \cdots$$



διὰ τόξον δὲ πολὺ μικρὸν ἔχομεν μὲ μεγίστην προσέγγισιν,

$$\varepsilon\varphi a = a + \frac{a^3}{3} \text{ ἢ}$$

$$\frac{\varepsilon\varphi a - a}{a} = \frac{a^2}{3} \qquad (\Sigma\chi. 17)$$

Θέτοντες $a = 30'$ ἢ $a = \frac{2\pi}{2 \times 360} = \frac{\pi}{360}$ ἔχο-

μεν . . . . . .

$$\frac{\alpha^2}{3} = \frac{\left(\frac{\pi}{360}\right)^2}{3} = \frac{\pi^2}{3 \times 360^2} = 0,00002538$$

δηλ. ὅτι εἶνε ὀλιγώτερον τῶν τριῶν ἑκατοχιλιοστῶν. Ἐπομένως ἐπὶ τόξου μιᾶς μοίρας τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος εἶνε - -

. . . 111 111, 111

τὸ σφάλμα ἔσται . . . . . .

$$0,00002538 \times 111111,111 = 2^{\mu}, 8199$$

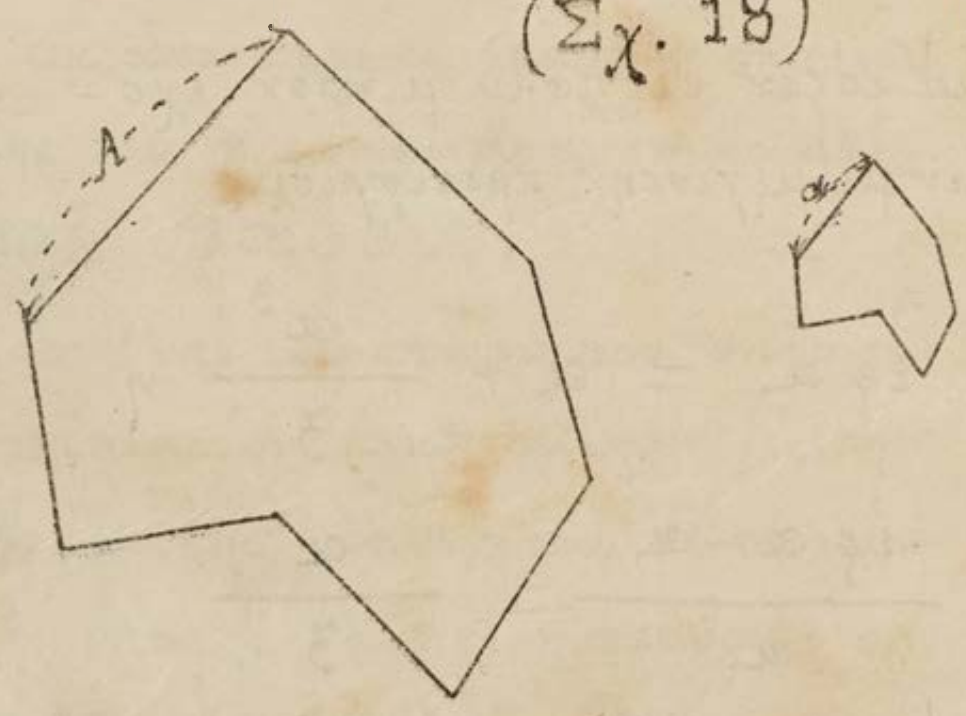
δηλαδὴ τὸ διαπραττόμενον σφάλμα ἐπὶ μήκους μιᾶς μοίρας ἢ 111111, 111 εἶνε ἔλασσον τῶν τριῶν μέτρων.

Περὶ χλιμάκων.

Καλεῖται χλίμαξ σχεδίου τινὸς ὁ ὑφιστάμενος λόγος μεταξὺ τοῦ μήκους τῶν γραμμῶν τοπογραφικοῦ τινος σχεδίου καὶ τοῦ μήκους τῶν ἀντιστοίχων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους γραμμῶν.

Καλέσωμεν α πλευράν τινα τοῦ σχεδίου ἐκτάσεώς τινος καὶ Α (Σχ. 18) τὴν ὁμόλογον αὐτῆς ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὁ λόγος $\frac{\alpha}{A}$ καλεῖται χλίμαξ σμικρύνσεως, δηλοῖ δὲ ὅτι τὸ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μῆκος Α ἐκφράζεται ἐν τῷ συνταχθέντι σχεδίῳ τῇ καταμετρηθείσῃ ἐκτάσεως διὰ α. Ἔχομεν . .

(Σχ. 18)



$$\frac{a}{A} = \frac{1}{\frac{A}{a}} = \frac{1}{M}$$ θεώντες $\frac{A}{a} = M$. Η ἐκφρασις $\frac{a}{A} = \frac{1}{M}$ δηλοῖ ὅτι ἡ μονὰς ἐν τῷ σχεδίῳ ἐμφαίνει M μονάδας ἐν τῇ φύσει καὶ ἐὰν παραδεχθῶμεν ὡς μονάδα τὸ μέτρον, τότε ἓν μέτρον ἐν τῷ σχεδίῳ παριστᾷ M μέτρα ἐν τῇ φύσει. Οὕτως ἐὰν ἐπὶ παραδείγματι τεθῇ $M = 1000$, τότε ἔχομεν

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{1000}$$

ἤτοι ἡ κλίμαξ $\frac{1}{1000}$ δηλοῖ ὅτι ἓν μέτρον ἐν τῷ χάρτῃ παριστᾷ $1000^{\mu}.00$ ἐν τῇ φύσει καὶ τἀνάπαλιν.

ἐκ τῆς ἰσότητος $\frac{a}{A} = \frac{1}{M}$, ἐξάγομεν

$$a = \frac{A}{M} \quad . \quad . \quad . \quad (1) \qquad A = aM \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

ἤτοι 1ον Πᾶσα γραμμὴ τοῦ σχεδίου a ἰσοῦται μὲ τὴν ἀντίστοιχον αὐτῆς ἐν τῇ φύσει γραμμὴν A διαιρουμένην διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τῆς κλίμακος.

2ον Πᾶσα γραμμὴ τοῦ ἐδάφους A ἰσοῦται μὲ τὴν ἀντίστοιχον αὐτῆς ἐν τῷ σχεδίῳ γραμμὴν a πολλαπλασιαζομένην ἐπὶ τὸν παρονομαστὴν τῆς κλίμακος.

Ἐπὶ παραδείγματι ἐπὶ σχεδίου χαραχθέντος ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{2000}$ καταμετρηθεῖσα γραμμή τις διὰ τοῦ ὑποδεκαμέτρου εὑρέθη ἴση μὲ 0,28, ἡ ἐν τῇ φύσει ἀντίστοιχος ταύτης γραμμὴ ἰσοῦται μὲ

$$A = aM = 2000 \times 0,28 = 560^{\mu}.00$$

Ἐὰν ἐπρόκειτο νὰ χαραχθῇ ἐπὶ τοῦ χάρτου γραμμή τις, ἥτις καταμετρηθεῖσα ἐν τῇ φύσει εὑρέθη ἴση μὲ 320 ὑπὸ τὴν αὐτὴν κλίμακα θὰ ἔχομεν . . . . . .

$$\alpha = \frac{A}{M} = \frac{320}{2000} = 0,16$$

Ἐν Ἀγγλίᾳ παιοῦσιν ἔτι καὶ νῦν χρῆσιν τοῦ παλαιοῦ μετρικοῦ συστήματος τοῦ δωδεκαδικοῦ, ὅπερ βάσιν ἔχει τὴν ὀργυιὰν ἴσην 1,82 καὶ διαιρουμένην ὡς ἀκολούθως,

1 ὀργ. = 6 πόδας = 1,829
1 πούς = 12 δακτ. = 0,3048
1 δακτ. = . . . 0,0254

Σημειωτέον ὅτι ἡ μονὰς τῶν Ἀγγλων διαφέρει τῆς παλαιᾶς τῶν Γαλλων, δι' ἧς καταμετρήθη τὸ τόξον τοῦ γηΐνου μεσημβρινοῦ καὶ ἥτις ἰσοῦται μὲ 1ᵏ·949.

Τεθείσθω ὅτι σχέδιόν τι ὑπὸ τοιαύτην κλίμακα ζητεῖται νὰ ἀχθῇ ὑπὸ δεκαδικὴν κλίμακα τῆς ὁποίας βάσις εἶνε τὸ μέτρον.

Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ διὰ τοῦ ὑποδεκαμέτρου νὰ λάβωμεν τὸ μῆκος τῆς κλίμακος τοῦ σχεδίου τούτου. ἔστω δὲ ὅτι 0,20 τοῦ ὑποδεκαμέτρου ἰσοῦται μὲ 300 ὀργ.

ἐκ τῆς ἰξισώσεως (2) ἔχομεν . . . . .

$$A = \alpha M, \quad M = \frac{A}{\alpha}, \quad \text{ἤτοι}$$

$$M = \frac{300^{\text{ὀργ.}} \times 1.829}{0,20}$$

ἑπομένως ἡ κλίμαξ τοῦ σχεδίου εἶνε κατὰ προσέγγισιν . .

$$\frac{1}{2743} = 0,^{\mu.}000364 = 1^{\mu.}00.$$

Πολλάκις κατά τήν σύνταξιν τῶν σχεδίων λαμβάνεται αὐθαίρετον μῆκος, τό ὁποῖον ὑποδιαιρεῖται εἰς ἴσα μέρη ἕκαστον τῶν ὁποίων ἐκφράζει τήν μονάδα τοῦ μετρικοῦ συστήματος τοῦ ὁποίου ποιούμεθα χρῆσιν. Ἀναγκη πᾶσα τότε νά χαράξωμεν τήν κλίμακα ταύτην ἐπί τοῦ σχεδίου.

Συνήθως ἐπειδή πάντοτε χρῆσις γίνεται τοῦ δεκαδικοῦ μετρικοῦ συστήματος παραλείπεται ἡ χάραξις κλίμακος καί γράφεται ἁπλῶς κάτωθεν τοῦ σχεδίου

κλίμαξ $= \frac{1}{1000} = 0^{\mu}.001 = 1^{\mu}.0\rho$

ἡ " $= \frac{1}{2000} = 0^{\mu}.0005 = 1^{\mu}.00$

ἡ " $= \frac{1}{5000} = 0^{\mu}.0002 = 1^{\mu}.00$

ἡ " $= \frac{1}{10000} = 0^{\mu}.0001 = 1^{\mu}.00$

κ.τ.λ. συμφώνως μέ τήν σμίκρυνσιν τήν ὁποίαν παρεδέχθημεν διά τήν σύνταξιν τοῦ σχεδίου.

Πολλάκις πρός περισσοτέραν ἀκρίβειαν εἰς τό ἄκρον τῆς γραμμῆς τῆς παριστώσης τήν κλίμακα αβ ὑψοῦσι κάθετον λαμβάνοντες ἐπ' αὐτῆς τό μῆκος αγ ἴσον μέ τό τῆς ὑποδιαιρέσεως τῆς κλίμακος αδ, ἐκ τοῦ γ ἄγουσι παράλληλον τῇ αβ, λαμβάνουσι γε = αδ (Σχ. 19) καί μεταφέρουσι τάς διαιρέσεις ἐπί τῆς αδ ἐπί τῆς αγ καί αε· ἐκ τῶν σημείων τῶν διαιρέσεων μ, μ', μ'', ν, ν', ν'' ἄγουσι παραλλήλους τῇ αβ, καί ἑνοῦσι τό σημεῖον 1 μέ τό γ, τό 2 μέ τό 1, τό 3 μέ τό 2, τό 4 μέ τό 3 κ.τ.λ.

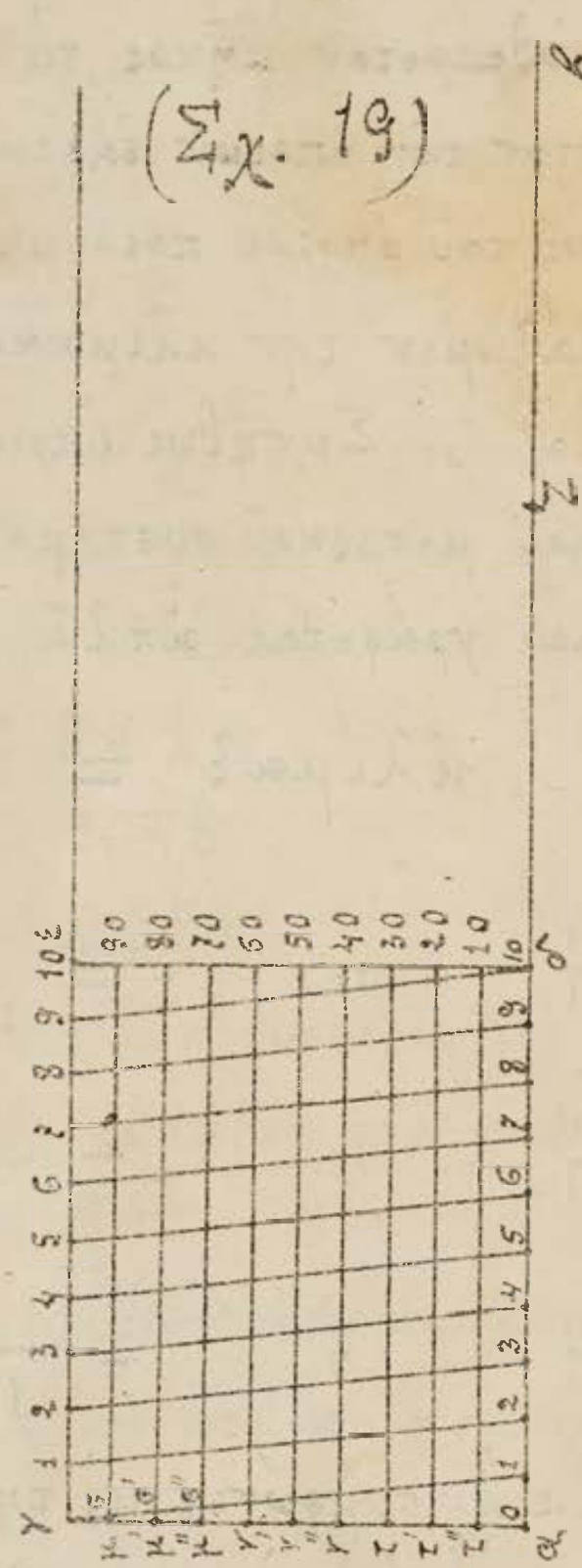
Ἐάν ἡ ἀπόστασις αδ ὑποθέσωμεν ὅτι εἶνε διηρημένη

εἰς 10 ἴσα μέρη, ἕκαστον δὲ μέρος ἐκφράζει 1ᵐ.00, ἡ ἀπόστα-
σις μου θὰ ἦτο ἴση μὲ τὸ $\frac{1}{10}$ τῆς
α1 ἢ μὲ $\frac{1ᵐ.00}{10}$ = 0.10· ὁμοίως ἡ
ἀπόστασις μΒ ἔσεται ἴση μὲ τὰ $\frac{2}{10}$
τῆς α1 ἢ μὲ $\frac{2}{10}$ 1ᵐ.00 = 0,20 κ.τ.λ.
τοῦτο δὲ ἐξάγεται ἐκ τῶν σχηματιζο-
μένων ὁμοίων τριγώνων γμΒ, γμ'Β',
γμ"Β" κ.τ.λ. τῶν ὁποίων αἱ βάσεις
ἔχουσι λόγον ὡς τὰ ὕψη αὐτῶν.

Ὡς παρατηρεῖται διὰ τοιαύτης
κλίμακος ἐκτιμῶνται καὶ τὰ πολ-
λοστὰ μιᾶς ὑποδιαιρέσεως ὡς τῆς α1,
ἥτις παρίσταται ἐν τῷ παραδείγματι
τοῦτο 1ᵐ,00, ἤτοι ἔχομεν ἀκρίβειαν
0,10 ἑκατοστομέτρων.

Δυνάμεθα καὶ περαιτέρω νὰ
ἐπεκτείνωμεν τὴν ἀκρίβειαν ἐὰν τοῦ-
το γραφικῶς ἐπιτρέπηται.

(Σχ. 19)



Διὰ τὴν σύνταξιν τῶν σχεδίων τῶν πόλεων παραδέχον-
ται κλίμακας $\frac{1}{1000}$ ἢ $\frac{1}{2000}$. Διὰ τὴν τοῦ σχε-
δίου πόλεώς τινος μετὰ τῶν περιχώρων παραδέχονται κλί-
μακας $\frac{1}{5000}$ ἢ $\frac{1}{10000}$.
Κατὰ τὴν σύνταξιν τοῦ χάρτου τῆς Γαλλίας πα-
ρεδέχθησαν διὰ μὲν τὸ γενικὸν σχέδιον κλίμακα $\frac{1}{800000}$
διὰ δὲ τὸ τῶν λεπτομερειῶν κλίμακα σμικρύνσεως $\frac{1}{40000}$.

Δημητριάδης

Ἐν Βόλῳ τῇ 5/18 Ἰουλίου 1897

Κ. Τριγωνάκης

Κεφάλαιον Β'.

Εὐθυγραμμίαι.

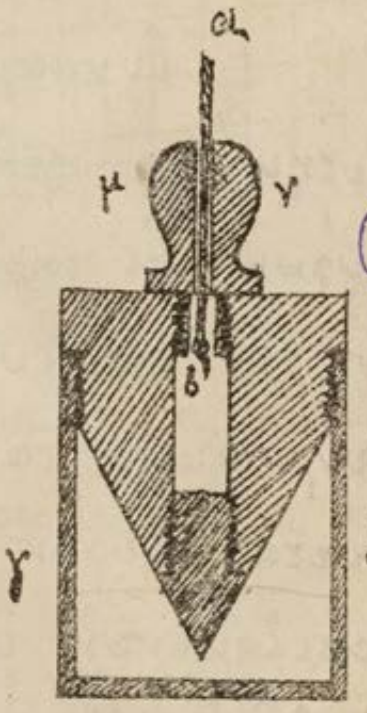
46. Εὐθυγραμμία τις εἶναι προσδιορισμένη ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὅταν δύο σημεῖα αὐτῆς ἦναι δεδομένα. Καλεῖται διαχαραγμένη ὅταν ὡρισμένος ἀριθμὸς σημείων αὐτῆς δεικνύται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εἴτε δι' ἀκοντίων εἴτε διὰ παρεμβολῶν.

Εὐθυγραμμία τις προσδιορίζεται διὰ δύο σημείων τοποθετημένων πρὸ τοῦ παρατηρητοῦ, ὑπὸ δύο ἀκοντίων καταχρύφων ἐπὶ παραδείγματι Α καὶ Β (Σχ. 20) τότε ἐπὶ ὅλων τῶν σημείων τῆς εὐθυγραμμίας ταύτης τὸ καταχρυφὸν τὸ προσδιοριζόμενον ὑπὸ τῆς μελυβδίδος Μ πρέπει νὰ περιέχηται ὁλοκλήρως ἐντὸς τοῦ ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ ἄξονος τῶν δύο ἀκοντίων. Ἀρκεῖ λοιπὸν ὅπως προσδιορισθῇ εἷς δήποτε ἀριθμὸς τῶν σημείων αὐτῆς νὰ τοποθετηθῇ τις τοιουτοτρόπως ὥστε αἱ τρεῖς γραμμαὶ αἱ σχηματιζόμεναι ὑπὸ τοῦ καταχρύφου νήματος καὶ τῶν δύο ἀξόνων τῶν σημαντήρων νὰ συγχέωνται. Ἡ ἄκρα τῆς μο-

λυβδίδος θὰ δείξῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἓν σημεῖον τῆς γραμμῆς, ἐφ' οὗ ἐμπήγεται ἀκόντιον τοποθετούμενον κατὰ τὴν ἔννοιαν τοῦ καταχορύφου. Πάντα τὰ ἀκόντια οὕτω ἐμπεπηγμένα πρέπει νὰ κῆνται ἐπὶ τοῦ καταχορύφου ἐπιπέδου τοῦ ὁποίου τὸ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἴχνος εἶνε ἡ ζητουμένη γραμμή.

Ὅταν ἐπὶ ἐδάφους ὀλίγον ἀνωμάλου τὰ δύω πρῶτα ἀκόντια ἦτε τοποθετημένα ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας, μεταχειρίζονται ταῦτα ὅπως ἐπεκτείνωσι τὴν εὐθυγραμμίαν διὰ μέσου ἑτέρων ἀκοντίων τὰ ὁποῖα ἐμπήγουσιν εἰς τὸ ἔδαφος οὕτως ὥστε νὰ καλύπτωσι τὰ δύω πρῶτα καὶ ἑπομένως τὰ δύω σημεῖα τῆς διευθύνσεως, ἥτις εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου.

Μολυβδίς. Ἡ μολυβδὶς (σχ. 21) εἶνε ἐργαλεῖον γνωστὸν τοῖς πᾶσι, ἐντούτοις διαφέρει κατὰ τὴν μορφὴν ἀναλόγως τῶν διαφόρων χρήσεων εἰς ἃς προορίζεται· οὕτω ἡ τῶν κτιστῶν καὶ ξυλουργῶν διαφέρει ὁλοκλήρως ἐκείνης τὴν ὁποίαν μεταχειρίζονται διὰ τὰς διαχαράξεις. Ἡ τελευταία αὕτη συνίσταται ἐκ κυλίνδρου χαλκίνου ἀπολήγοντος εἰς κῶνον τοῦ ὁποίου ἡ κορυφὴ εἶνε διεσκευασμένη διὰ χάλυβος. Διὰ μέσου ὀδοντωτῆς ὀπῆς τὸ κατώτερον μέρος κοχλιοῦται ἐντὸς θήκης κυλινδρικῆς ἐκ χαλκοῦ γδ, τὴν ὁποίαν ἀφαιροῦσιν, ὅταν χρησιμοποιῆται ἡ αἰχμὴ τοῦ ἐργαλείου. Τὸ νῆμα αβ εἰσάγεται ἐντὸς κεφαλῆς σφαιρικῆς μν, ἥτις κοχλιοῦται μὲ τὸ ἀνώτερον μέρος τοῦ ἐργαλείου· πρέπει τὸ νῆμα τοῦτο νὰ ἦνε ὅσον τὸ δυνατὸν λεπτότερον καὶ σμαλόν· συνήθως μεταχειρίζονται νῆμα ἐκ μετάξης.



(Σχ. 21)

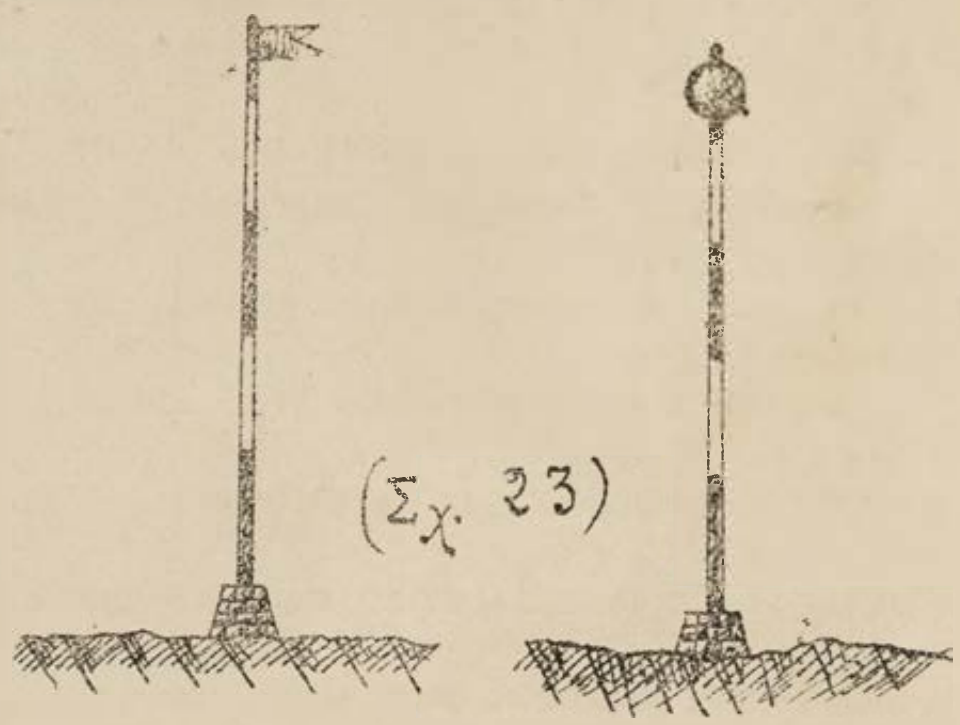
Ἀκόντια. Αἱ διαστάσεις τῶν ἀκοντίων (σχ. 22) μεταβάλλονται συμφώνως μὲ τὸ ἔδαφος ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐργαζόμεθα. Ἡ ἐγκαρσίας τομὴ τῶν συνήθων ἀκοντίων ἐκ ξύλου ἐλάτης εἶνε τὸ ὀκτάγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς κύκλον διαμέτρου 0,03· τὸ ὕψος αὐτῶν εἶνε 1,20 μέχρις 1,80· αἱ διαστάσεις αὗται ἐπιτρέπουσιν εἰς ἄνθρωπον συνήθους ἀναστήματος νὰ χειρισθῇ ταῦτα εὐκόλως. Τὰ ἀκόντια κατὰ τὸ κατώτερον αὐτῶν μέρος εἶνε ἐπενδεδυμένα διὰ σιδήρου κατὰ δὲ τὴν κορυφὴν αὐτῶν εἶνε διαμεμορφωμένα κατὰ μῆκος διὰ τοῦ πριόνος ὅπως ἐπιτρέπηται ἐπὶ τῶν κορυφῶν αὐτῶν ἡ στερέωσις σήματος ἐκ χάρτου ἢ ἐκ χαρτονίου. Τὸ σῆμα ἔχει συνήθως σχῆμα τριγωνικὸν καὶ τοποθετεῖται ὡς δεικνύεται ἐν τῷ σχήματι.

(Σχ. 22)

Κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν λεπτομερειῶν ὅπου ζητεῖται μεγίστη ἀκρίβεια μεταχειρίζονται ἐπωφελῶς μικροτέρων ἀκοντίων. Οὕτω διὰ τὴν χάραξιν καμπύλης ἐπὶ ἐπιχώματος, διὰ τὴν ὁριστικὴν διαχάραξιν αὐτοῦ κ.τ.λ. χρῶνται ἀκοντίων διαμέτρου 0,015 καὶ μήκους 1,40, ἅτινα ἔχουσι τὸ πλεονέκτημα νὰ εὐθυγραμμίζωνται εὐκολώτερον τῶν προηγουμένως περιγραφέντων καὶ δυνατὸν μετὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ βοηθῶν νὰ μεταφερθῇ πεντάκις τούτων πενταπλασίως καὶ ἑξαπλασίως μεγαλειτέρα. Ἐπὶ πεδιάδος τὰ ἀκόντια ταῦτα εἶνε ἐξαίρετα διὰ τὴν λεπτομέρειαν τῶν μεγάλων καμπύλων ἐπὶ ἐδάφους ὀλίγον ἀνθιστάμενου.

Σημαντῆρες. Πλὴν τῶν ἀκοντίων χρῶνται, ὅπως δείξωσι τὰ ἄκρα τῶν εὐθυγραμμιῶν καὶ ὅπως ὑπιρετήσωσι ὡρι-

σμένα ἐμπόδια, ὀπίσθεν τῶν ὁποίων ἐξαφανίζονται τὰ συνήθη ἀκόντια, σημαντῆρας (σχ. 23), τῶν ὁποίων αἱ διαστάσεις ἐξαρτῶνται ἐκ τῶν ἀπαιτήσεων τῆς χαράξεως. Ἐγένετο γνωστὸν ἐκ πλήθους πειραμάτων ὅτι διὰ τὸν χρωματισμὸν τῶν σημάτων τὰ προτιμώτερα ἐκ τῶν χρωμάτων εἶνε τὸ λευκὸν καὶ τὸ ἐρυθρόν. Τὸ λευκὸν διαπρίνεται εἰς μεγάλην ἀπόστασιν, τὸ δ' ἐρυθρὸν ἐμποδίζει τὴν σύγχυσιν τοῦ σημαντῆρος μετὰ τῶν πλησίον ἀντικειμένων· ἕνεκα τούτου χρωματίζουσι συνήθως τοὺς σημαντῆρας κατὰ ζώνας 1 μέτρου διαδοχικῶς ἐρυθρὰς καὶ λευκάς. Ἐνίοτε χρωματίζουσι μέλαν ἐπὶ 0,20 τοῦ μήκους σχεδὸν τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σημαντῆρος εἰς τρόπον ὥστε εἰς ὡρισμένας περιστάσεις τοῦ φωτὸς τὸ μέλαν τοῦτο σημεῖον διαγράφεται ἐν τῷ οὐρανῷ ζωηρότερον τοῦ λοιποῦ σήματος. Ἡ κορυφὴ τοῦ σημαντῆρος συνήθως φέρει σημαίαν ἐρυθρὰν ἢ λευκήν τὸ ὁποῖον ἐπιτρέπει νὰ διακρίνῃ τις τὴν θέσιν της διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ εἰς μεγάλας ἀποστάσεις· ἐνίοτε ἀντικαθιστῶσι τὴν σημαίαν διὰ σφαίρας ἐξ ὑφάσματος χρωματισμένου πεπληρωμένης διὰ ξηροῦ χόρτου καὶ τοποθετουμένης περὶ τὴν κορυφὴν τοῦ σημαντῆρος. Ἡ δευτέρα αὕτη διάταξις εἶνε προτιμωτέρα καθ' ὅσον ἡ ἀφετηρία εὑρίσκεται πάντοτε ἀκριβέστατα ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἐνῷ ἡ σημαία ἀγομένη ὑπὸ τοῦ ἀνέμου ἀπομακρύνεται πάντοτε τῆς γραμμῆς.

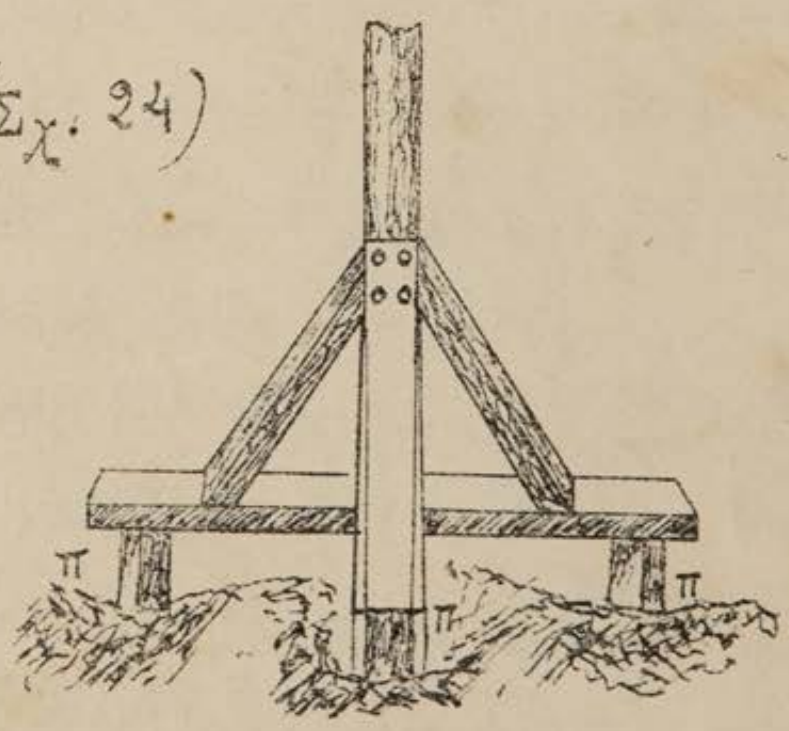

(Σχ. 23)

Διὰ τὴν σπουδὴν διαχαράξεώς τινος, ἐπειδὴ αἱ κορυ-

φαι τῶν γωνιῶν ἐπιδέχονται μεταβολήν, μεταχειρίζονται ἐνίοτε μεγάλα ἀκέντιτα κιχρωματισμένα, τὰ ὁποῖα ἐμπήγουσιν ἐντὸς τοῦ ἐδάφους κατὰ τὴν διαρκειαν τῆς ἐργασίας· ἀντικαθιστῶσιν αὐτὰ διὰ πασσάλων καὶ ἀργότερον, ὅτι ὁριστικῶς γίνει παραδεκτὴ ἡ χάραξις, διὰ σημαντήρων τῶν ὁποίων ἡ κορυφὴ ὑποστηρίζεται διὰ τειχοποιΐας ἢ στερεοῦνται ἐντὸς ὀγκωδους ξεστοῦ λίθου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐσχηματίσθη πάκτωσις τῆς μορφῆς τοῦ πεδὸς τοῦ σημαντῆρος τὸν ὁποῖον στερεοῦσι διὰ ξυλίνων σφηνῶν.

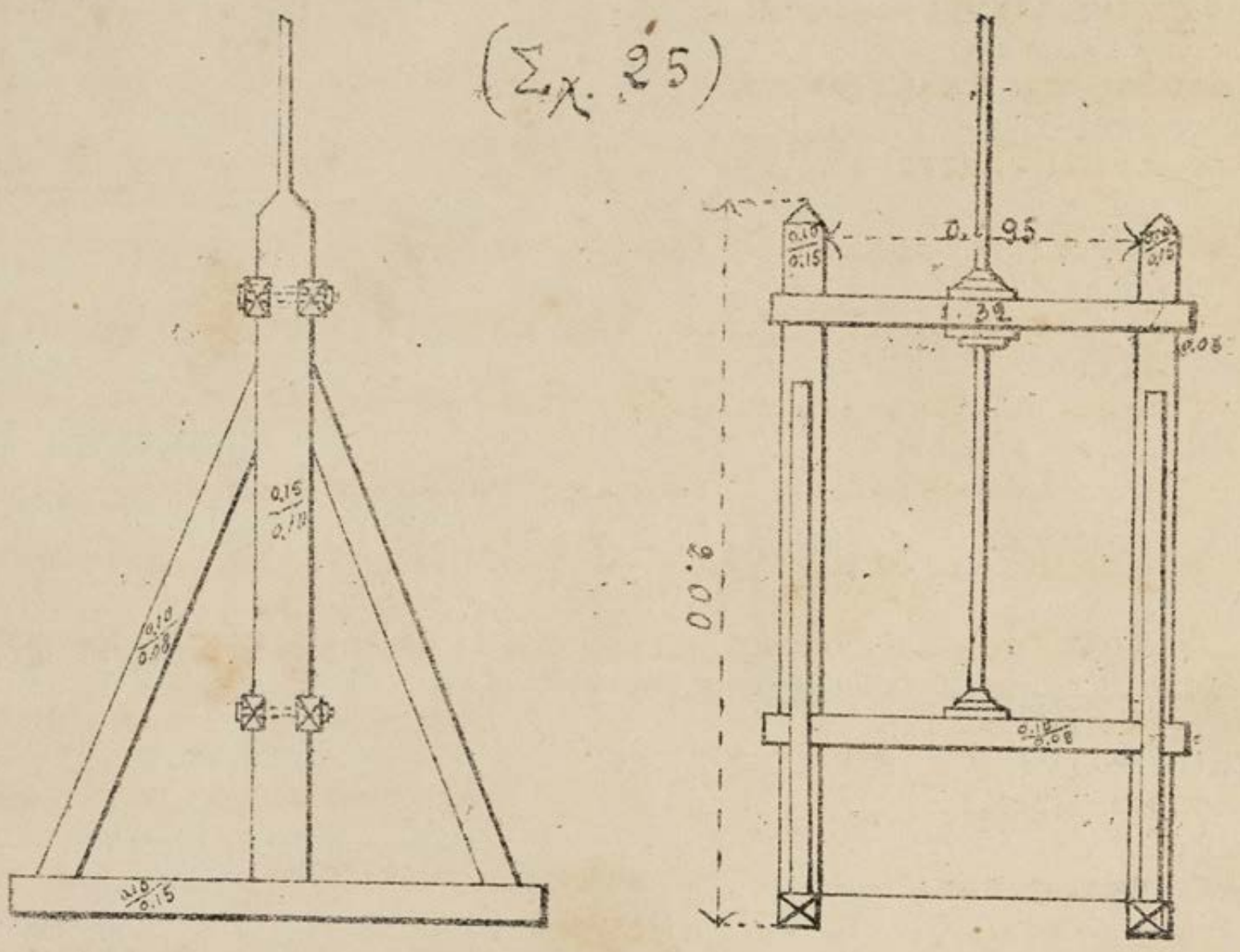
Ὅταν αἱ κορυφαὶ τῆς χαράξεως δὲν ἦτε ὁριστικῶς παραδεδεγμέναι, ἀλλ' ὁπωσδήποτε διὰ τὴν συντέλεσιν τῶν ἐργασιῶν εἶνε ἀναγκαῖον ν' ἀφήσωμεν τοὺς σημαντῆρας ἐπὶ τοπου ἐπί τινα καιρὸν, ἐν τῇ περιστάσει ταύτῃ δύνανται νὰ στερεωθῶσιν ἐπὶ συστήματος ἐκ δύω δεκῶν ὁριζοντίων διασταυρουμένων καθέτως μήκους ἑκάστης 1ᵐ,20 μέχρι 1ᵐ,50 καὶ τετραγωνίσματος $\frac{0,12}{0,05}$ μέχρι $\frac{0,15}{0,08}$ · ἐπὶ τοῦ σταυροῦ τούτου στηρίζονται τέσσαρα ὑποστηρίγματα καθημωμένα ἐπὶ τοῦ σημαντῆρος. Τῆς θέσεως μιᾶς κορυφῆς οὕτης προσδιορισμένης ἐμπήγουσι περὶ τὸ ὁρισθὲν σημεῖον τέσσαρας πασσάλους Π, Π . . . ἰσάκις ἀπέχοντας ἐπὶ τῶν ὁποίων στερεοῦσι τὸν ὑποκρατοῦντα τὸ σῆμα σταυρὸν ἀφοῦ προηγουμένως κανονίσωσι τὴν καταλλήλου θέσιν τοῦ σημαντῆρος, τὸν ὁποῖον δύνανται νὰ μετακινήσωσιν οὕτω πολὺ εὐκόλως. (Σχ. 24).

(Σχ. 24)



Τὸ σχῆμα 25 δίδει τὰς διαστάσεις καὶ τὴν συνήθη δι-

(Σχ. 25)



άταξιν ἀκοντίου εὐθυγραμμίας διὰ τὴν διαχείρισιν τῶν συρίγγων. Ἡ διάταξις αὕτη συνίσταται ἐκ ράβδου σιδηρᾶς στηριζομένης ἐπὶ ἰσχυροῦ διπλοῦ ζεύγματος ἐκ ξύλου μεταξὺ τῶν ἐριζοντίων δοκῶν τοῦ ἐπιέου δύναται νὰ κινηθῇ κατὰ θέλησιν ὅπως κανονισθῇ ἡ θέσις του ἀκριβῶς.

Κατὰ τὸν προσδιορισμὸν εὐθυγραμμίας τινὸς δύνανται νὰ παρουσιασθῶσι δύο περιστάσεις.

1ον τὰ ἄκρα τῆς γραμμῆς εἶνι προσιτὰ καὶ σταθερὰ ἀμφοτέρως.

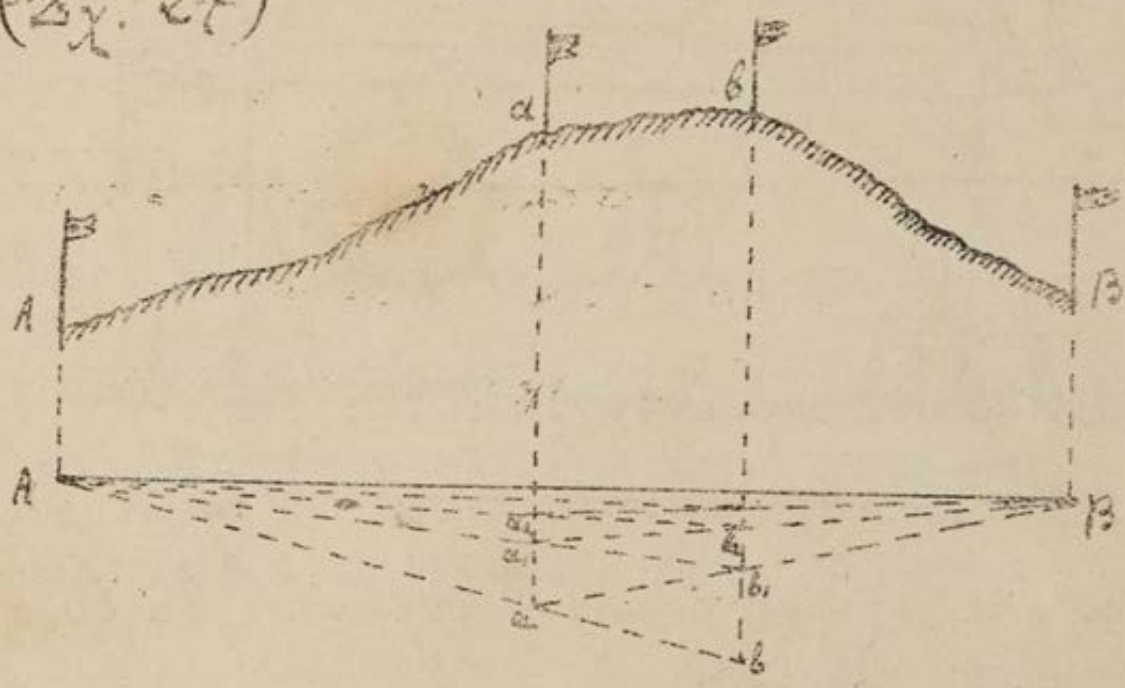
Ὁ παρατηρητὴς τοποθετεῖται εἰς ἓν τῶν ἄκρων τὸ Α, (σχ. 26 σελ. 53) ἐπὶ παραδείγματι, καὶ εἰς μικρὰν ἀπόστασιν τούτου, ἀποστέλλει δὲ ἐργάτην τινὰ μετὰ δέσμης ἀκοντίων καὶ μαλλοῦδος διὰ τὴν καταχώρισιν τοποθετήσιν τούτων.

σκοπεύων πρὸς τὸ σημεῖον Β τοποθετεῖ κατ' ἀρχὰς τὸν βοηθὸν ἐπὶ τῆς εὐθύνσεως ΑΒ, ἀκολούθως τὸ ἀκόντιον, ὅπερ ἐμπήγει οὗτος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους κατακορύφως. Ἡ ἐργασία ἐπαναλαμβάνεται καὶ προσδιορίζεται οὕτως ὅσος ἀριθμὸς σημείων εἶνε ἀναγκαῖος.

2ον τὰ ἄκρα τῆς γραμμῆς ΑΒ εἶνε ἀπρόσιτα ἢ δὲν εἶνε ὁρατὰ ἀμοιβαίως. (Σχ. 27)

Δύο παρατηρηταὶ μετὰ τῶν ἀκοντίων αὐτῶν α καὶ β τοποθετοῦνται ὁπωσδήποτε μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β, ἀλλ' οὕτως ὥστε ἐκ τοῦ α νὰ ἦνε ὁρατὸν τὸ ἀκόντιον Β καὶ β καὶ ἐκ τοῦ β νὰ ἦνε ὁρατὸν τὸ ἀκόντιον Α καὶ α. Τούτων οὕτως ἐχόντων ὁ παρατηρητὴς τοῦ ἀκοντίου α τοποθετεῖ τὸν τοῦ β κατὰ τὴν εὐθυγραμμίαν αΒ καὶ ὁ τοῦ β τὸ α ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας βΑ, ἀκολούθως ὁ τοῦ α τὸν τοῦ β ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας αΒ καὶ ὁ τοῦ β τὸν τοῦ α ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας βΑ. Εἶνε φανερὸν ὅτι ὀλίγον κατ' ὀλίγον καθ' ὅσον προχωρεῖ ἡ ἐργασία αὕτη αἱ μεταθέσεις τῶν ἀκοντίων ἀποβαίνουσιν ὀλιγώτερον ἐπαισθηταὶ φθάνει δὲ στιγμὴ καθ' ἣν τὰ ἀκόντια α καὶ β καλύπτουσιν ἀμοιβαίως τὸ Α καὶ Β. Τούτου ἐπιτευχθέντος ἐμπήγουσι τὸν

(Σχ. 27)



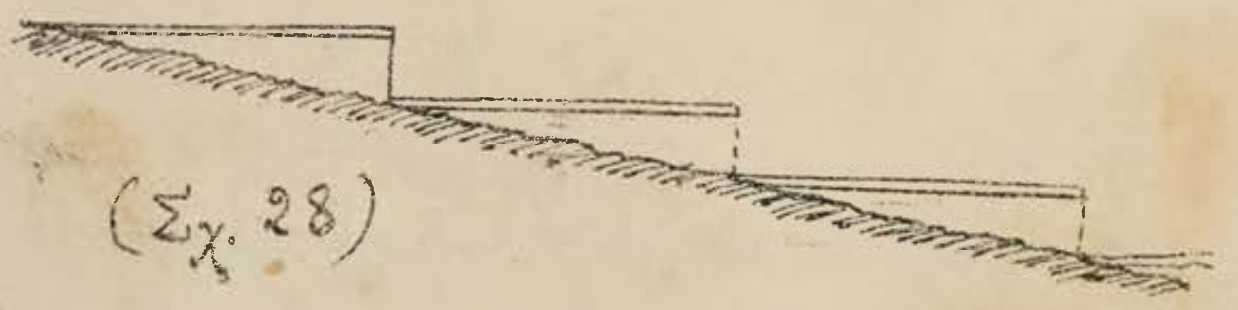
τε ἐντὸς τοῦ ἐδάφους καὶ προσδιορίζουσι τὰ λοιπὰ σημεῖα ὡς εἰς τὴν πρώτην περίστασιν.

Κεφάλαιον Γ'

Ἐργαλεῖα καταλληλα διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν ἀποστάσεων.

Ἰα' Ἐν χρήσει ἐργαλεῖα διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν ἀποστάσεων εἶνε οἱ κανόνες καὶ ἡ ἅλυσσος.

Κανόνες. Διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν μικρῶν ἀποστάσεων μεταχειρίζονται τὸ μέτρον, τὸ διπλοῦν μέτρον καὶ τὸ τετραπλοῦν. Πρέπει κατὰ τὴν καταμέτρησιν διὰ κανόνων νὰ μεταχειριζώμεθα δύω τοιούτους, τοὺς ὁποίους νὰ τοποθετῶμεν διαδοχικῶς ἄκρον πρὸς ἄκρον ἀφίνοντες πάντοτε τὸν ἕνα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐνῷ ὁ ἕτερος μετατίθεται πρὸς τὰ ἐμπρός. (σχ. 28).

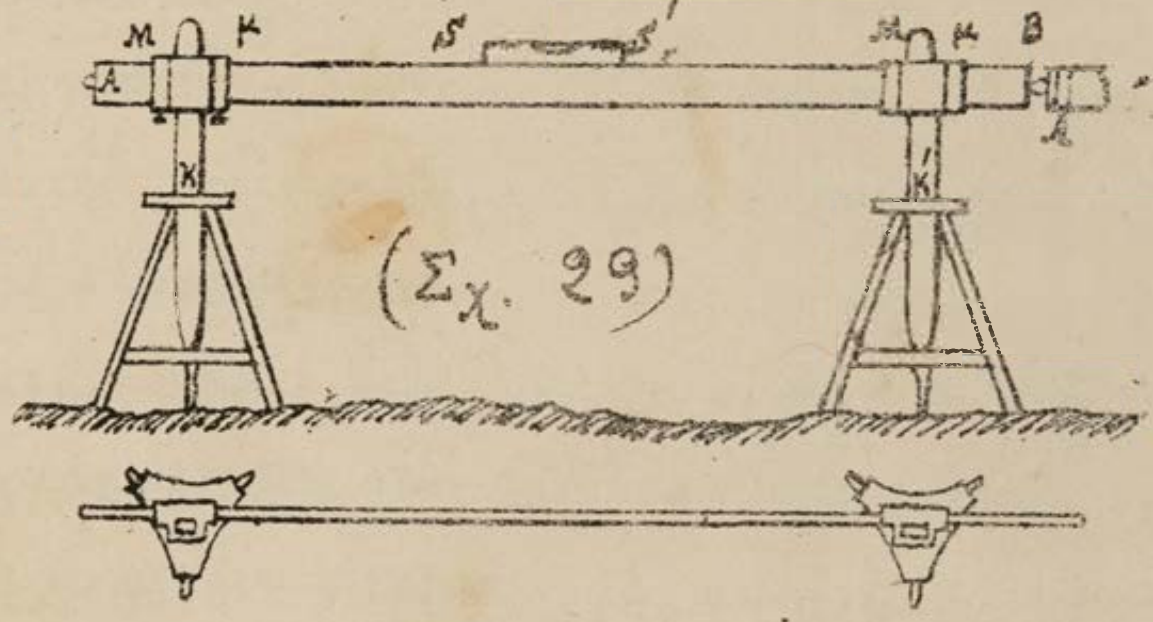


(Σχ. 28)

Ὅταν τὸ ἔδαφος ἦνε κεκλιμένον λαμβάνομεν τὸ μῆκος τῆς ὁριζοντίου προβολῆς τῆς ἀποστάσεως καταμετροῦντες τμηματικῶς. Ὁ πρῶτος κανὼν τοποθετούμενος ὁριζοντίως τῇ συνεφαπτομένῃ ἀποχωροστάθμης ἐφάπτεται τοῦ ἐδάφους δι' ἑνὸς τῶν ἄκρων

του το ὁ ἕτερον ἄκρον του, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ὑψωμένον ὑπεράνω τοῦ ἐδάφους προβάλλεται ἐπὶ τούτου τῇ συνδρομῇ τῆς μολυβδίδος, ἥτις προσδιορίζει τὸ σημεῖον ἐπὶ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ τὸ ἄκρον τοῦ ἀκολούθου κανόνος καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς ἐπαναλαμβάνομεν τὴν ἐργασίαν μέχρι τῆς καταμετρήσεως τῆς ζητουμένης ἀποστάσεως.

Διὰ τὰς καταμετρήσεις ἀποστάσεων ἀπαιτούσας μεγίστην ἀκρίβειαν μεταχειρίζονται διαφόρους συσκευάς. Ἐντεῦθεν περιοριζόμεθα περιγράφοντες μόνον ἐκείνην ἥτις μεταχειρίζεται ἡ Σχολὴ τῶν ἐφαρμογῶν τῶν ἐπιτελῶν τῆς Γαλλίας. (Σχ. 29).



(Σχ. 29)

Ἡ συσκευὴ αὕτη συνίσταται ἐκ δύο κανόνων μήκους ἑκάστου 4 μετ. εἶναι ἐξ ἐλάτης ἐμβεβαπτισμένης εἰς βραζόν ἔλαιον καὶ ἀκολούθως ἐπικεχρισμένης διὰ βερνικίου. Φέρουσιν εἰς τὰ ἄκρα των πτέρνας ἐκ χαλκοῦ καὶ εἰς μίαν τούτων γλωσσίδα Α δυναμένην νὰ ὀλισθήσῃ ἐντὸς αὐλακος, μορφῆς σφηνοειδοῦς, κατεσκευασμένου ἐντὸς τοῦ πάχους τοῦ κανόνος, ἥτις κινεῖται τῇ βοηθείᾳ τροχίσκου ὁδοντωτοῦ ἐφαρμόζοντος τοὺς ὀδόντας του ἐπὶ ἄλλων κανόνος εὐθυγράμμου ἐσωτερικοῦ.

Ἡ πτέρνα Β ἀπολήγει εἰς ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν μέτρησιν μετὰ τῆς ὁποίας ἔρχεται εἰς ἐπαφὴν ἡ γλωσσὶς τοῦ ἀκολούθου κανόνος. Τὸ μῆκος τῶν 4 μ. περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β, οὕτω τὸ μῆκος τῶν γλωσσίδων ὑπολογί-

ζεται ἐπὶ πλεῖον. Ἕκαστος καιρὸς ὑποστηρίζεται ὑπὸ δύο κνημῶν Κ, Κ' καθετων ἐπὶ τοῦτου ἑκαστη τουτων δηκει εντὸς ἀτειγματος ὀρθογωνίου σχηματιζομένου ἐντὸς τῆς ἀνωτέρας πλακὸς ἐνὸς τριπόδος. Τὸ ἀτειγμα τοῦτο εἶνε μεγαλείτερον τοῦ πλάτους τοῦ ὑποστηρίγματος, ἀλλὰ τοῦτο ὅταν ἦνε ἀναγκη κρατεῖται διὰ δύο κοχλιῶν, τῶν ὁποίων τὰ περικοχλια εἶνε βεβυθισμένα ἐντὸς τῆς πλακός.

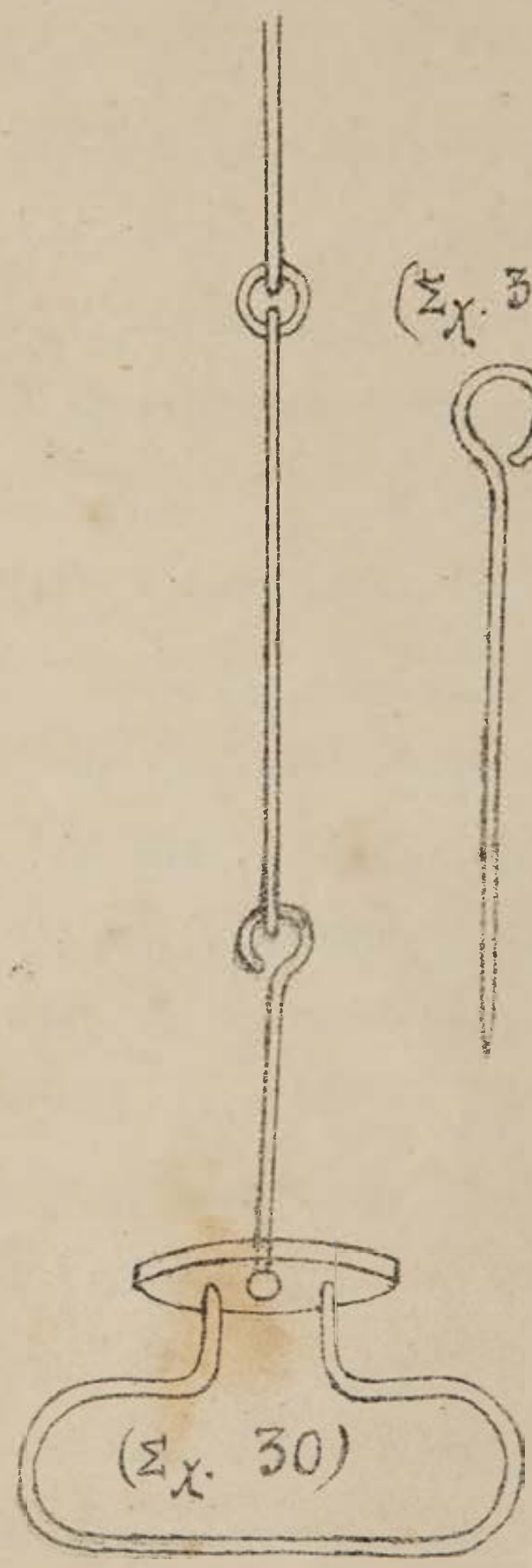
Περὶ τὸ κατώτερον μέρος τοῦ τριπόδος εἶνε τοποθετημένη ἑτέρα πλάξ, ἥτις συνδεῖ τὰς τρεῖς κνήμας καὶ ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται καὶ συνδεῖται ἐν ἀναγκῃ τὸ ἄκρον τοῦ ὑποστηρίγματος Κ. Ἴσλαι αἱ κνῆμαι τοῦ τριπόδος ἀπολήγουσιν εἰς κοχλίας τῶν ὁποίων αἱ πλατεῖαι κεφαλαὶ ἐστραμμέναι πρὸς τὰ κάτω στηρίζονται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Ὁ καιρὸς καὶ αἱ ἀνὼ αὐτοῦ κνῆμαι εἶνε συνηνωμένα διὰ διπλῶν χειρίδων Μμ, Μ'μ', ἐντὸς τῶν ὁποίων δύνανται νὰ ὀλισθήσωσιν ἀνεξαρτήτως ἡ εἷς τοῦ ἑτέρου. Οἱ κοχλίαι ΤΤ' καὶ Σ Σ' βιβόντες ἐπὶ ἐλατηρίων στερεοῦσι τὸ ὅλον ὅταν τὸ σχεδίασμα κατελλήλως τοποθετηθῇ. Ἕκαστος καιρὸς εἶνε τεθειμένος ὁριζοντίως διὰ μέσου τῆς ἀεροχωροστάθμης $ β' ἥτις εἶνε προσκεκολλημένη τούτῳ. Τοποθετοῦσι τέλος τοὺς καιρούς εἰς διεύθυνσιν προσδιοριζομένην δι' ἀκεντίων μεταξὺ τῶν ὁποίων τανύουσι σχοινίον ὅπως θέσωσι τὰς κνήμας Κ, Κ' ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ καταχαράξου ἐπιπέδου. Μετὰ ταῦτα πλησιάζουσιν ὀλίγον κατ' ὀλίγον τοὺς δύο κοχλίας πρὸς τὸ ὑποστήριγμα Κ, ὅπερ μέχρι τοῦδε ἦμεν ἐλεύθερον ὅπως μὴ παρεμποδίζῃ τὰς δεδομένας κινήσεις εἰς τὸν καιρὸν πρὸς ὁριζοντίωσιν αὐτοῦ.

Πάντων τῶν κοχλιῶν συσφιχθέντων τὸ σκεύασμα εἶνε στερεόν. Ἐξάγουσι διὰ μέσου τοῦ τριχίνου τὴν γλωσσί-

δα τοῦ ἐπομένου κανόνος, ὅπως ἐκτιμήσωσι τὸ μικρὸν διάστημα τὸ ὑπολειπόμενον ἐπιτηδεῖς πρὸς ἀποφυγὴν ἐνδεχομένης ἀπωθήσεως μεταξὺ τῶν δύω κανόνων.

Ἄλυσσος. Ἡ ἄλυσσος (σχ. 30) εἶνε τὸ ἀπλούστερον τῶν ἐργαλείων διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν ἀποστάσεων ἐπιτυγχάνεται δὲ ἀρκετὴ ἀκρίβεια εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ μήκους τούτων ἐὰν ἡ ἐργασία ἐκτελεσθῇ μετὰ προσοχῆς.


(Σχ. 31)

(Σχ. 30)

Ἡ ἄλυσσος συνίσταται ἐκ σιδηρῶν κρίκων μήκους 0,20 περιλαμβανομένων καὶ τῶν ἐκτείνων τῶν δακτυλίων τούτων αὐτούς· οἱ ἄκρως κρίκοι ἀπολήγουσιν εἰς λαβὰς μήκους ἑπίσης 0,20. Ἀνὰ πέντε κρίκους θέτουσι δακτύλιον ἐκ χαλκοῦ, ὅπως δείξῃ τὸ μέτρον, οἱ λοιποὶ δακτύλιοι εἶνε ἐκ σιδήρου.

Μεταχειρίζονται κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον, καθ' ὃν καὶ τὴν ἄλυσσον, σιδηρᾶς βελόνας (σχ 31) μήκους 0,40 ἑπταετομμέτρων ἀπολήγουσῶν κατὰ μὲν τὸ ἓν ἄκρον αὐτῶν εἰς ὀξὺ κατὰ δὲ τὸ ἕτερον εἰς στιφάνην. Ὁ ἀριθμὸς τῶν βελόνων τῶν συνοδευσῶν ἑκάστην ἄλυσσον εἶνε 10.

Διὰ τὴν καταμέτρησιν ἀποστάσεώς τινος διὰ τῆς ἁλύσσου εἶνε ἀναγκαῖαι δύω παρατηρηταί, ὑποθέσωμεν καὶ ἀρχὰς ὅτι πρόκειται περὶ τῆς καταμετρήσεως ὁριζοντίου τινὸς ἀποστάσεως, τῆς ὁ-

ποίας ἡ εὐθυγραμμία δείκνυται διὰ τριῶν ἀκοντίων· ὁ πρῶτος παρατηρητὴς τοποθετεῖται εἰς τὸ ἓν τῶν ἄκρων κρατῶν μίαν τῶν λαβίδων τῆς ἁλύσσου. ὁ βοηθός, ὅστις κρατεῖ διὰ τῆς χειρός του τὴν δευτέραν λαβίδα τῆς ἁλύσσου καὶ διὰ τῆς ἑτέρας τὴν διαμίδα τῶν δέκα βελῶν, τοποθετεῖται ἐκτείνων τὴν ἅλυσσον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς γραμμῆς ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται ὑπὸ τοῦ παρατηρητοῦ πρὸς ὃν ἔχει ἐστραμμένον τὸ πρόσωπον· ἀκολούθως κυπτοντες καὶ οἱ δύω ταυτοχρόνως, ὁ μὲν παρατηρητὴς τοποθετεῖ τὴν λαβίδα ἣν κρατεῖ ἐπὶ τοῦ ἀκοντίου τοῦ σημείου τῆς ἀναχωρήσεως, ὁ δὲ βοηθὸς ἕλκει τὴν ἅλυσσον, ὅπως διατείνῃ αὐτὴν καὶ τοποθετεῖ ἐντὸς τῆς λαβίδος τὴν πρώτην βελόνην ἣν ἐμπήγει ἐντὸς τοῦ ἐδάφους. ὁ παρατηρητὴς μεταφέρεται ἀκολούθως πρὸς τὴν βελόνην ταύτην, τοποθετεῖ τὴν λαβίδα τῆς ἁλύσσου ἐφαπτομένως ταύτης καὶ εὐθυγραμμεῖ ἐπὶ τῆς διευθύνσεως τὸν βοηθόν, ὅστις τοποθετεῖ τὴν δευτέραν βελόνην· τούτου γενομένου ὁ παρατηρητὴς ἀναφέρει ἐκ τοῦ ἐδάφους τὴν πρώτην βελόνην, ἣν φυλάττει, ἀκολούθως διευθύνεται πρὸς τὴν δευτέραν, καὶ ἡ ἐργασία προχωρεῖ οὕτω ἕως (μέχρις) οὗ ὁ βοηθὸς τοποθετήσῃ τὴν δεκάτην καὶ τελευταίαν βελόνην, τὸ ὁποῖον ἀναγγέλλει εἰς τὸν παρατηρητὴν ἐκφωνῶν ἑκατόν. ὁ παρατηρητὴς τότε ἐγχειρίζει τῷ βοηθῷ τὰς ἑντεκα βελόνας, ἃς εἰς τὴν χεῖρά του κρατεῖ ἐπιπλέον τὴν δεκάτην ἀντικαθιστάμενην δι' ἑνὸς πασσάλου ἢ δι' ἑνὸς ἀκοντίου. Ἡ ἀντικατάστασις αὕτη σημειοῦται ἐν σημειωματαρίῳ, τὸ δὲ μῆκος τῶν 100μ. οὕτω καταμετρηθὲν καλεῖται ἅπειγμα.

Οὕτως ἐργαζόμενοι φθάνομεν μέχρι τοῦ ἄκρου τῆς καταμετρηθησομένης γραμμῆς καὶ ὅταν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῆς τελευταίας βελόνης καὶ τοῦ ἐπὶ τοῦ ἄκρου τῆς γραμμῆς ἀκοντίου ἦνε μικροτέρα τοῦ μήκους τῆς ἁλύσσου, ὁ βοηθὸς τοποθετεῖ τὴν λαβίδα τῆς ἁλύσσου εἰς ἐπαφὴν μετὰ τοῦ ἄκρου ἀκοντίου, ὁ δὲ παρατηρητὴς

τείνει τὴν ἄλυσσον καὶ παρατηρεῖ ἀριθμεῖ τὰ μέτρα καὶ τὰ δέκατα τὰ ἀπολαμβανόμενα μεταξὺ τοῦ ἀφετηρίου καὶ τῆς τελευταίας βελόνης. Ἐὰν ὑπάρχῃ ἔτι κλάσμα τι τοῦ κρίκου, τὸ ὑπολογίζει διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ ἢ τὸ καταμετρᾷ δι' ἑνὸς διπλοῦ ὑποδεκαμέτρου.

Τὸ ὁλικὸν λοιπὸν μῆκος συνίσταται

1) ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ μ τῶν ἀκεραίων πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ 100· ὁ ἀριθμὸς μ εἶνε ὁ τῶν ἀντιλλαγῶν τῶν βελονῶν. μ × 100.

2) ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ δ τῶν δεκαμέτρων πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ 10· δ εἶνε ὁ ἀριθμὸς τῶν βελονῶν, αἵς κρατεῖ ὁ παρατηρητὴς εἰς τὴν χεῖρά του . . . . . δ × 10.

3) ἐξ ἑνὸς δεκαμέτρου ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὴν τελευταίαν βελόνην 10

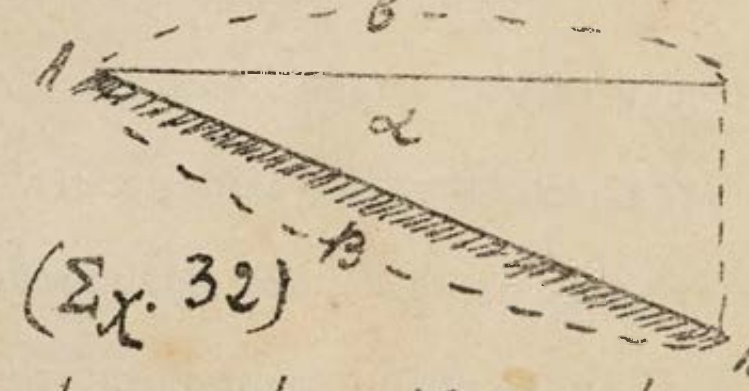
4) ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ ν τῶν μέτρων, διπλῶν ὑποδεκαμέτρων καὶ κλασμάτων· λαμβανομένων ἐπὶ τῆς ἁλύσσου . . . ν.

Πρέπει κατὰ τὰς καταμετρήσεις διὰ τῆς ἁλύσσου νὰ λάβωμεν τινὰς προφυλάξεις· ἡ ἅλυσσος πρέπει νὰ διατείνηται εἰς τρόπον ὥστε αἱ δύω λαβίδες νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ μιᾶς ὁριζοντίου γραμμῆς, ἀλλ' αἱ πρόσπάθειαι πρὸς διάτασιν ταύτης δὲν πρέπει νὰ προχωρῶσι πέραν τοῦ δέοντος· διότι θὰ ἐπιμηκυνθῇ ἡ ἅλυσσος καὶ ὑπάρχει κίνδυνος διαρρήξεως ταύτης. Μ' ὅλην τὴν διάτασιν ταύτην ἡ ἅλυσσος σχηματίζει πάντοτε καμπύλην τινά, ἥτις τείνει νὰ ἐλαττώσῃ κατά τι τὸ μῆκος· τὸ σφάλμα τοῦτο ἐπανορθοῦται δίδοντες εἰς τὴν ἅλυσσον μῆκος 10,005 καὶ θέτοντες τὰς βελόνας ἔξω τῶν λαβίδων.

Ἐξελέγχουσι καὶ δοκιμάζουσι τὴν ἅλυσσον παραβάλλοντες τὸ μῆκός της πρὸς πρότυπον μέτρον, πράττουσι δὲ τοῦτο δι' ἑκάστην καταμέτρησιν. Ὅταν τὸ ἔδαφος ἦτε κεκλιμένον, ἀλλ' ἡ κλίσις αὐτοῦ εἶνε ἐλαχίστη καταμετροῦσι τὰς ἀποστάσεις ὡς

εἰς ἐδάφος ὁριζόντιον. Ὅταν ὅμως αἱ κλίσεις αὐξάνωσι πρέπει τότε ἡ διὰ τῆς ἀλύσεου καταμετρήσις νὰ ἀρχίσῃ ἐκ τοῦ ὑψηλοτέρου σημείου κρατουμένων τῶν λαβίδων τῆς ἀλύσεου ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὁριζοντίου γραμμῆς· ἐν τῇ περιστάσει ταύτῃ χρῶνται βαρέων βελονῶν μολυβδαμέτων, τὰς ὁποίας ὁ βαρὺς θέτει ἐφαπτομένας τῆς λαβίδος καὶ τὰς ἀφίνει νὰ πέσωσιν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὅπου ἐμπήγονται κατακορύφως. Βραδύτερον ὅμως εἶνε ἡ προβολὴ τῆς λαβίδος τῆς ἀλύσεου νὰ ἐκτελῆται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους διὰ μολυβδίδος. Ὑποδηλοῖ ὁ ἀριθμὸς τῶν σφαλμάτων ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ πολλαπλασιάζεται καὶ κατὰ τὴν περίπτωσιν μεγάλων κλίσεων τοῦ ἐδάφους ὀρθότερον εἶνε νὰ καταμετρηθῇ ἡ γραμμὴ κατὰ τὴν ἐντασιν τῆς κλίσεως αὐτῆς, ἀκολούθως δὲ νὰ ἀναχθῇ εἰς τὸν ὁρίζοντα.

Ἀναγωγὴ εἰς τὸν ὁρίζοντα. Ἔστω β τὸ καταμετρηθὲν μῆκος ΑΒ, α ἡ κλίσις τῆς ΑΒ μὲ τὸν ὁρίζοντα (σχ. 32) καὶ β ἡ προβολὴ αὐτῆς ἐπὶ τοῦτου· ἔχομεν



$$\beta = B \cdot \sigma\upsilon\mu\, \alpha \quad \ldots \quad (1) \quad (\Sigma\chi.\ 32)$$

Γενικῶς δὲν κάμνουσι χρῆσιν τοῦ τύπου τούτου. Τῆς γωνίας α οὔσης πάντοτε πολὺ μικρᾶς προτιμῶσι νὰ ὑπολογίζωσι τὴν διαφορὰν Β − β διὰ τοῦ τύπου,

$$B - \beta = B(1 - \sigma\upsilon\mu\, \alpha) = 2B\, \eta\mu^2 \tfrac{1}{2}\alpha \quad \ldots \quad (2)$$

τοῦ ὁποίου ἡ χρῆσις παρουσιάζει μεγαλύτερα πλεονεκτήματα τοῦ πρώτου. Διότι γνωστὸν ὅτι οἱ λογάριθμοι τῶν συνημ. τῶν γωνιῶν τῶν πλησίον τῶν 0° δὲν μεταβάλλονται σχεδὸν παντοτε κατὰ τὰ δ πρῶτα δεκαδικὰ αὐτῶν ψηφία, εἰς τρόπον ὥ

τε διὰ διαφόρους τιμὰς τῆς γωνίας α ἡ γραμμὴ β ὑπολογιζομένη διὰ τοῦ τύπου (1) θὰ ἔχῃ ἴσα μήκη. Οἱ λογάριθμοι τῶν ἡμιτόνων μεταβάλλονται τοὐναντίον ταχέως διὰ τὰς πλησίον τοῦ 0° γωνίας ἐπομένως ἡ διαφορὰ β – β προσδιοριζομένη διὰ τῆς ἐξισώσεως (2) θὰ λαμβάνῃ ἔχει διαφόρους τιμὰς συμφώνως τῇ μεταβλητῇ α. Ὑπάρχει ἔτι καὶ ἕτερον πλεονέκτημα. Οἱ πίνακες δίδουσι τὸν ἀντιστοιχοῦντα ἀριθμὸν εἰς λογάριθμόν τινα μεθ' ὡρισμένου ἀριθμοῦ ψηφίων, ὅστις εἶναι πάντοτε ὁ ἴδιος αὐτοῦ ποτε καὶ ἂν ᾖ τὸ χαρακτηριστικόν. Ὅσον περισσοτέρων εἶναι οὗτος μικρὸς κατὰ τοσοῦτον ὁ ἀριθμὸς τῶν δεκαδικῶν ψηφίων θὰ ᾖ τε μεγαλείτερος καὶ ἐπομένως τὸ ἐξαγόμενον ἀκριβέστερον. Ἐπειδὴ λοιπὸν ἡ ποσότης β – β εἶναι πάντοτε πολὺ μικρὰ ἐν ᾧ β γενικῶς εἶναι μεγάλη, ἡ διαφορὰ β – β θέλει ὑπολογίζεσθαι ἀκριβέστερον τῆς β.

Ἐὰν ἡ κλίσις τῆς καταμετρουμένης γραμμῆς δὲν εἶναι σταθερὰ καθ' ὅλον τὸ μῆκος της τότε λαμβάνεται αὕτη μερικῶς καθέσον ἡ γραμμὴ βαίνει ὁμοιομόρφως καὶ καταμετρᾶται ἑκάστου τμήματος τὸ μῆκος καὶ ἡ κλίσις, τότε θὰ ἔχωμεν δι' ἕκαστον τμῆμα . . .

$$\beta - b = 2\beta \eta\mu^2 \frac{1}{2} \alpha$$

$$\beta' - b' = 2\beta' \eta\mu^2 \frac{1}{2} \alpha'$$

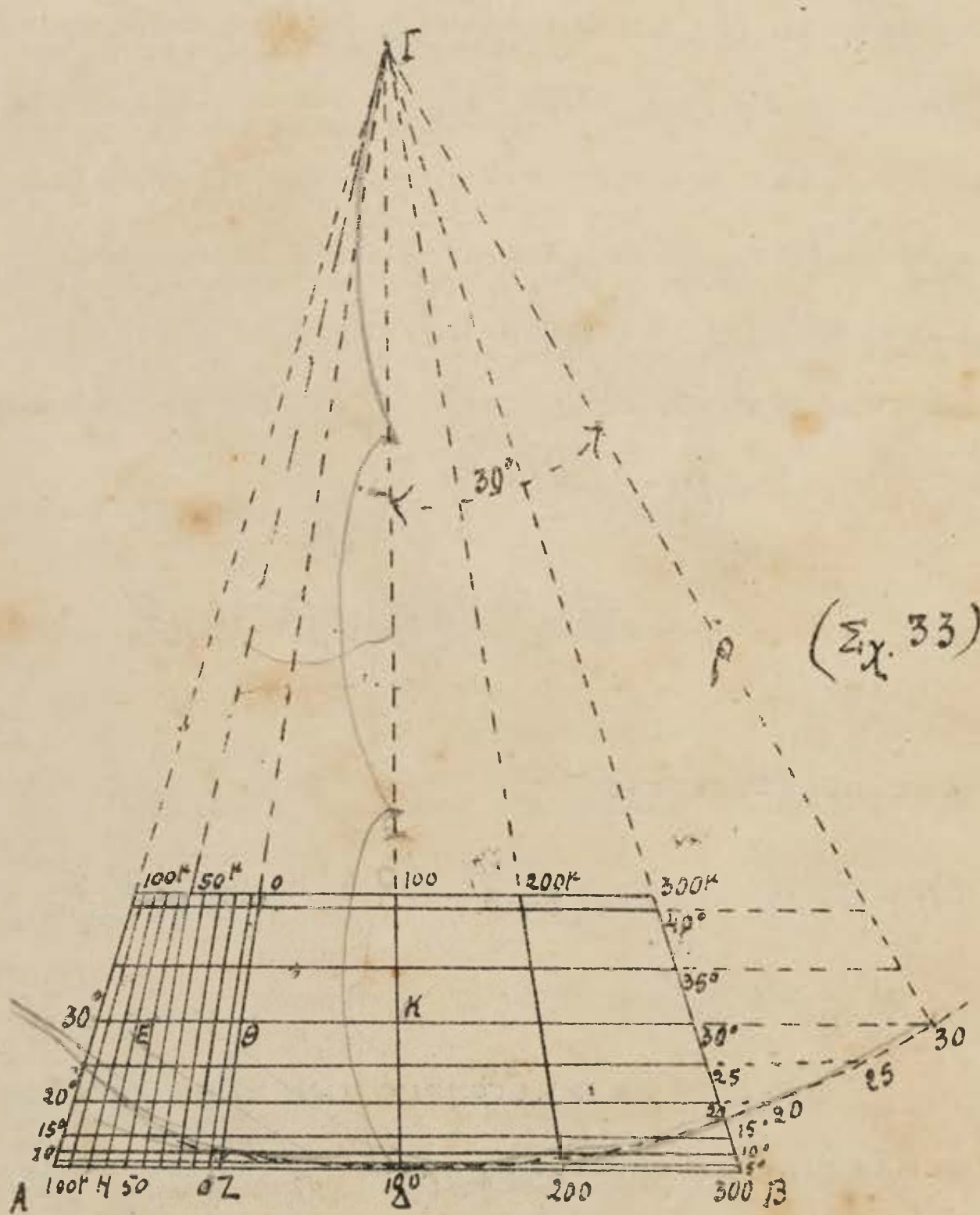
. . . . . .

καὶ προσθέτοντες

$$(\beta + \beta' + \beta'' \ldots) - (b + b' + b'' \ldots) = 2(\beta \eta\mu^2 \tfrac{1}{2} \alpha + \beta' \eta\mu^2 \tfrac{1}{2} \alpha' + \beta'' \eta\mu^2 \tfrac{1}{2} \alpha'' \ldots)$$

Διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν κλίσεων μεταχειρίζονται τὸ ξυλοκάλλιον μετὰ βαθμολογημένου τόξου τοῦ ὁποίου ἡ περιγραφὴ ἀφίεται εἰς τὰ μαθήματα τῆς χωροσταθμήσεως.

Κατασκευὴ κλίμακος ἀναγωγῆς εἰς τὸν ὁρίζοντα. Ἔστω ΑΒ ἡ κλίμαξ τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων τοῦ σχεδίου (σχ. 33). Ὑψοῦται εἰς τὸ μέσον σημεῖον Δ ἡ κάθετος ΔΓ καὶ ἐκ τοῦ σημείου Γ λαμβανομένου τοιουτοτρόπως ὥστε $\Delta\Gamma = \frac{3}{2} AB$ τοὐλάχιστον καταγράφομεν ἐφαπτόμενον τῆς ΑΒ τόξον. Ὑποδιαιροῦμεν τὸ τόξον τοῦτο ἀρχόμενοι ἀπὸ τοῦ σημείου Δ εἰς μοίρας ἀπὸ 5 εἰς 5 καὶ ἐξ ἑκάστου τῶν σημείων τούτων ἄγομεν παράλληλον τῇ ΑΒ, ἀκολούθως ἑνοῦμεν τὰ σημεῖα τῶν διαιρέσεων τῆς κλίμακος μετὰ τοῦ κέντρου Γ καὶ ἐπὶ τῶν ἄκρων γραμμῶν ΑΓ καὶ ΒΓ γράφομεν τὰς διαιρέσεις 5°, 10°, 15°.. τῶν ἀντιστοίχων τόξων εἰς τὰς παραλλήλους τῇ ΑΒ. Ἑκάστη τῶν παραλλήλων τούτων διηρέθη οὕτως εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν τῆς καθωρισμένης κλίμακος καὶ σχηματίζουσιν οὕτως ἀναγωγικὴν κλίμακα.



(Σχ. 33)

Ὑποθέσωμεν ὅτι ζητεῖται ἡ προβολὴ γραμμῆς μήκους 170κ. κεκλιμένης κατὰ 30°. Ἡ ΔΗ περιστῷ τὸ μῆκος τοῦτο, ἡ δὲ ΚΕ εἶνε ἡ ζητουμένη προβολὴ τῆς δι-

ὅτι ἀληθῶς ὑπάρχει . . . . . .

$$KE : \Delta H = \Gamma K : \Gamma\Delta$$

καὶ βέτοντες $\Gamma\Delta = P$

ἔχομεν $\Gamma K = P \sigma\upsilon\nu 30°$

λειπὸν $KE : \Delta H = P\sigma\upsilon\nu 30° : P$ . . ἐξ οὗ

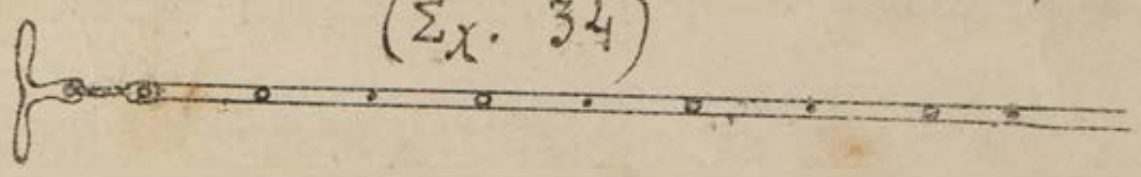
$$KE = \Delta H \sigma\upsilon\nu 30°$$

λειπὸν ἡ KE εἶνε ἡ προβολὴ τῆς ΔH.

Ἀκρίβεια τῶν διὰ τῆς ἁλύσσου καταμετρήσεων. Ἐξάγεται ἐκ πλείστων πειραμάτων ὅτι τὸ διαπραττόμενον σφάλμα εἰς τὰς καταμετρήσεις διὰ τῆς ἁλύσσου εἶνε τὸ $\frac{1}{1200}$ τοῦ καταμετρουμένου μήκους ὅτε ἡ ἐργασία ἐκτελεῖται ἐπὶ ἐδάφους ὁριζοντίου καὶ κατ' ἐλάχιστον κυματώδους. Τὸ σφάλμα τοῦτο ἀποβαίνει τὸ $\frac{1}{400}$ τοῦ μήκους ἐὰν ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους πίπτῃ ὡς ἐγγιστα $17°$ εἰς τὸ $\frac{1}{235}$ ὅτε ἐὰν ἡ κλίσις εἶνε $35°$. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ εἰς τὸν ὁρίζοντα ἀναγωγὴ εἶνε ἀναποφεύκτως πρὸς ἀποφυγὴν μεγάλων σφαλμάτων.

Δεκάμετρος ταινία ἐκ χάλυβος. Ἀντικαθιστῶσι πολλάκις τὴν ἅλυσσον διὰ ταινίας ἐκ χάλυβος (σχ. 34) πλάτους 15 – 20 χιλιοστῶν. Εἰς τὰ ἄκρα τῆς εὐκάμπτου ταύτης ταινίας εἶνε προσκεκολλημέναι δύω λαβαὶ ἐντὸς τῶν ὁποίων εἶνε κατεσκευασμέναι δύο αὔλακες τῶν ὁποίων τὸ βάθος εἶνε ἴσον μὲ τὸ ἥμισυ πάχος τῶν βελονῶν. Ἤλοι ἐκ χαλκοῦ ἐξωμαλημένοι ἐπὶ τῆς ταινίας δεικνύουσι τὰ μέτρα ἢ δέκατα.

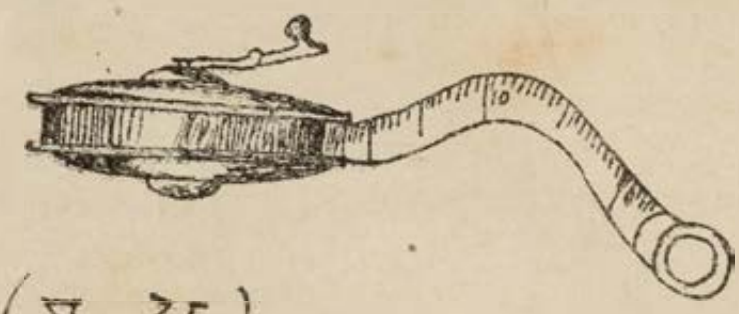
(Σχ. 34)



Τὴν ταινίαν ταύτην μεταχειρίζονται ὡς καὶ τὴν ἅλυσσον ἔχει τὸ πλεονέκτημα καὶ ἐπεκτείνεται καλλίτερον καὶ δίδει

ἀκριβέστερα ἐξαγόμενα εἰς τὰς καταμετρήσεις. Πρέπει ἐν τούτοις ὡς καὶ ἡ ἄλυσσος νὰ ἐξελέγχηται παραβαλλομένη πρὸς τὸ μῆκος τοῦ πρωτύπου μέτρου.

Μεταχειρίζονται πρόσφατα, ἀλλὰ δι' ἐργασίας μικρᾶς σπουδαιότητος ταινίας (σχ. 35) ἐκ νήματος μήκους 10μ καὶ 20μ διηρημένας εἰς ἑκατοστά. Ἡ ταινία αὕτη περιέχεται ἐντὸς κυλινδρικοῦ μεταλλικοῦ περιθέματος περὶ τὸν ἐσωτερικὸν ἄξονα τοῦ ὁποίου περιελύσσεται. Ἐντεῦθεν τῆς εὐκολίας τῆς μεταφορᾶς αὐτῆς μεγάλη χρῆσις γίνεται ταύτης, ἀλλ' ὡς προείπομεν δι' ἐργασίας μὴ ἀπαιτούσας μεγάλην ἀκρίβειαν.



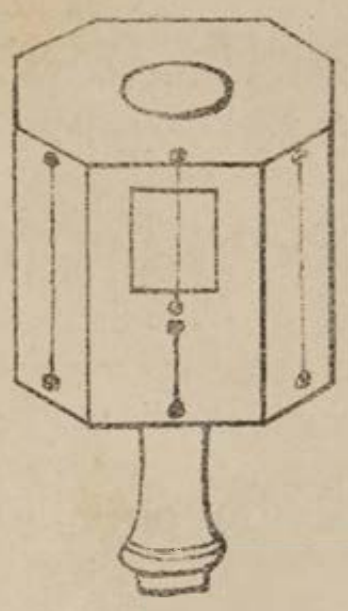
(Σχ. 35)

Ἡ καταμέτρησις τῶν ἀποστάσεων διὰ τῆς ἀλύσσου εἶνε ἐργασία μακρὰ καὶ ἐπίπονος διὰ νὰ ἦτε δὲ ἀκριβὴς ἀπαιτεῖ προσωπικὸν γεγυμνασμένον καὶ προσεκτικόν. Πολλάκις μέλλει ἡ ἐργασία αὕτη καθίστασθαι ἀδύνατος ἕνεκα τῶν ἀνωμαλιῶν καὶ ἐμποδίων τοῦ ἐδάφους. Τοιουτοτρόπως πρὸ καιροῦ οἱ τοπογράφοι ἐζήτησαν τὴν ἀντικατάστασιν τῆς ἀλύσσου δι' ἐργαλείων ἐπιτρεπόντων ἢ ἐκτίμησιν τῶν ἀποστάσεων χωρὶς αὐτὰ νὰ διατρέχθωσι. Τὰ ἐργαλεῖα ταῦτα καλούμενα διαστημόμετρα ἐφθασαν ἤδη εἰς τοιαύτην τελειότητα, ὥστε ἡ διὰ τούτων ἐπιτυγχανομένη ἀκρίβεια ὡς πρὸς τὴν ἐκτίμησιν τῶν ἀποστάσεων συγκρίνεται μετὴν ἐπιτυγχανομένην διὰ τῆς ἀλύσσου καὶ πολλάκις εἶνε ἀνωτέρα ταύτης. Περὶ τῶν ἐργαλείων τούτων θὰ ἐνασχοληθῶμεν ἀκολούθως.

Κεφάλαιον Δ'

6 μ.

Ὀρθόγωνον. Τὸ ὀρθόγωνον (σχ. 36) συνίσταται ἐκ μεταλλικοῦ κυλίνδρου κενοῦ ἐπὶ τῶν γεν-



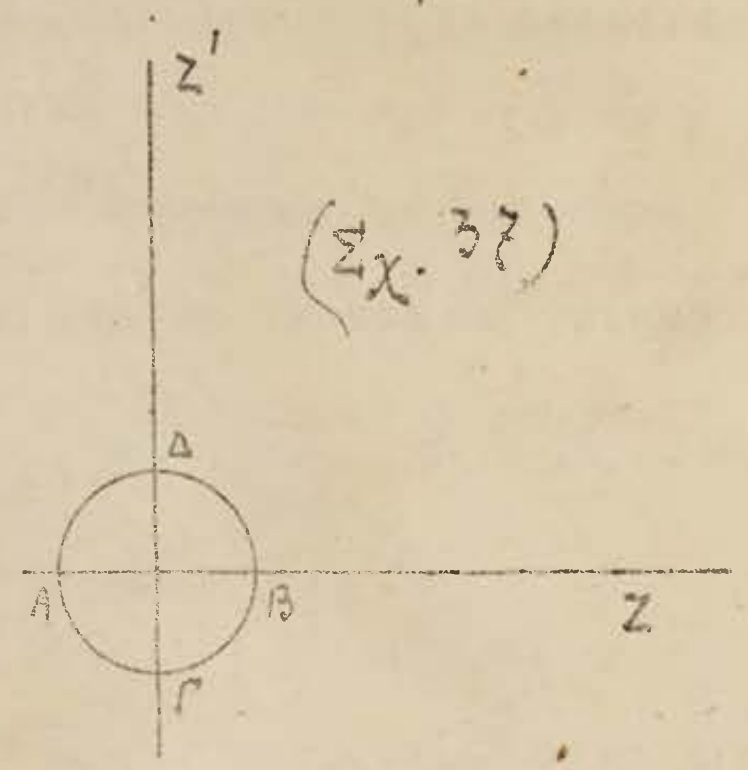
(Σχ. 36)

νητριῶν τοῦ ὁποίου ὀρθογωνίως εἶσι κεχαραγμέναι τέσσαρα θυρώματα προσδιορίζοντα ἀνὰ δύω, δύο καθέτα ἐπίπεδα μεταξύ των. Ὁ κύλινδρος οὗτος φέρεται ἐπὶ περιστομίου ἐπιτρέποντος τὴν στρέψιν αὐτοῦ εἰς τὸ ἄκρον ῥάβδου διδηροφόρου κατὰ τὸ ἄκρον, ἣν ἐμπήγουσι κατακορύφως ἐντὸς τοῦ ἐδάφους.

Τὸ ὀρθόγωνον ἐνίοτε ἔχει τὴν μορφὴν πρίσματος κανονικοῦ ἑξαγώνου· ἑκάστη τῶν ἓξ ἕδρων φέρει κατὰ τὸ μέσον αὐτῆς θύρωμα παράλληλον τῶν κόψεων τοῦ πρίσματος. Ἡ διάταξις αὕτη ἐπιτρέπει τὸν προσδιορισμὸν οὐχὶ μόνον δύο ἐπιπέδων καθέτων, ἀλλὰ καὶ κεκλιμένων μεταξύ των κατὰ γωνίαν 45°.

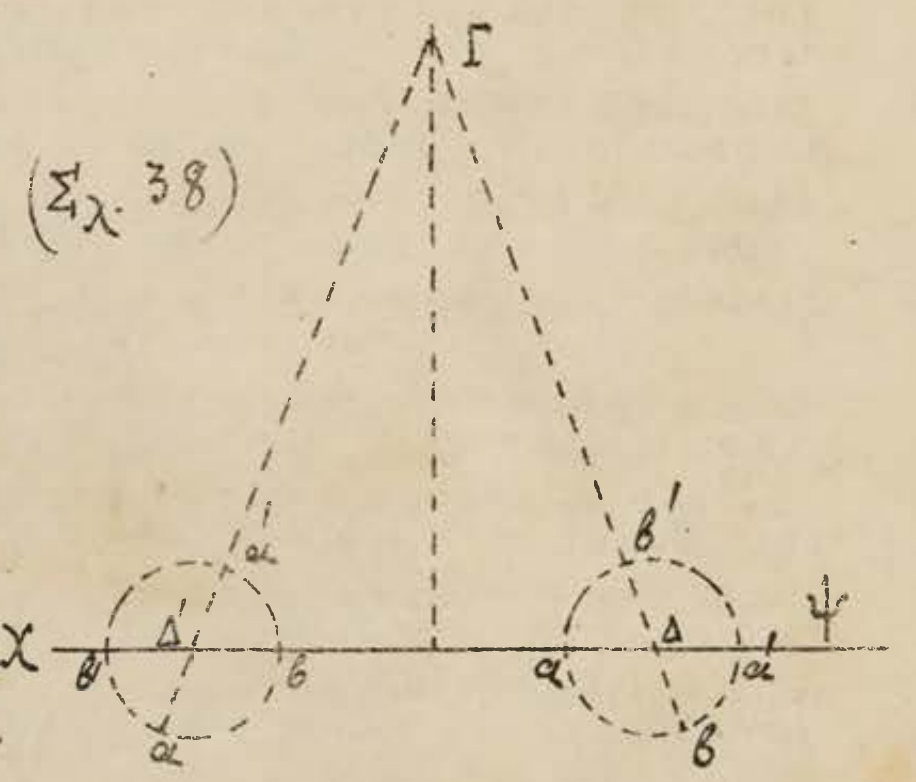
Ἐξέλεγξις τοῦ ὀρθογώνου. Ὅπως βεβαιωθῶμεν ὅτι τὰ δύω σκοπευτικὰ ἐπίπεδα τέμνονται κατ' ὀρθὴν γωνίαν τοποθετοῦμεν τὸ ὀρθόγωνον ἐπὶ σημείου τινὸς τοῦ ἐδάφους καὶ σκοπεύοντες διὰ τῶν θυρωμάτων αὐτοῦ προσδιορίζομεν διὰ δύω ἀκοντίων Ζ καὶ Ζ' (σχ. 37 σελ. 66) τὰ διευθύνσεις ΑΒ, ΓΔ. Φέρομεν ἀκολούθως τὸ σκεπτικὸν ἐπίπεδον

τοῦ ὀρθογώνου ΑΒ ἐπὶ τοῦ ἀκοντίου Ζ′ καὶ παρατηροῦμεν ἐὰν εἰς



(Σχ. 37)

τὴν δευτέραν ταύτην θέσιν τὸ ἐπίπεδον ΔΓ τὸ ὑπὸ τοῦ ὀρθογώνου προσδιοριζόμενον διέρχηται διὰ τοῦ σημείου Ζ· ἐὰν τοῦτο ὑπάρχῃ τὸ ὀρθόγωνον εἶναι ἀκριβές. Ἐὰν ὀρθόγωνόν τι ἀναγνωρισθῇ ἐσφαλμένον τὸ καλλίτερον εἶναι, ἐὰν ἦτι δυνατὸν νὰ ἀντικατασταθῇ διότι δὲν εἶναι ἐπιδεκτικὸν διορθώσεως. Ἐν τούτοις ἐν ἐλλείψει ἑτέρου δυνάμεθα δι' ἐσφαλμένου ὀρθογώνου νὰ λύσωμεν ὡρισμένα προβλήματα. Ὑποθέσωμεν οὕτως ὅτι ζητεῖται νὰ ἀχθῇ κάθετος ἐξ ἐξωτερικοῦ τινὸς σημείου Γ ἐπὶ τῆς εὐθείας χψ (σχ. 38). Ὁ παρατηρητὴς τοποθετεῖ τὸν πόδα τοῦ ὀρθογώνου ἐπὶ τῆς διευθύνσεως χψ καὶ εἰς σημεῖον, ὅπερ διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ ὑπολογίζει μὴ ἀπομεμακρυσμένον κατὰ πολὺ τῆς ζητουμένης καθέτου· μετατίθεται ἀκολούθως διαδοχικῶς ἐπὶ τῆς εὐθύνσεως χψ μέχρις ὅτου προσδιορίσει θέσιν τινὰ Δ τοιαύτην ὥστε σκοπεύων ἐναλλὰξ διὰ τῶν διευθύνσεων τοῦ ὀρθογώνου αα′ καὶ ββ′ νὰ βλέπῃ τὰ σημεῖα Γ καὶ χ ἐπὶ τῶν δύω τούτων ἐπιπέδων. Διὰ τῆς αὐτῆς ἐργασίας προσδιορίζεται δεύτερον σημεῖον Δ′, διευθύνεται ὅμως κατὰ τὴν δευτέραν ταύτην παρατήρησιν τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον αα′ ἐπὶ τοῦ σημείου Γ τοῦ σκοπευτικοῦ ἐπιπέδου ββ′ ὄντος ἐπὶ τῆς χψ. Τὸ σημεῖον Μ μέσον τῆς ΔΔ′



(Σχ. 38)

ἔσται προφανῶς ὁ τοῦ τῆς ζητουμένης καθέτου. Διότι αἱ γωνίαι ΓΔΔ' καὶ ΓΔ'Δ εἶνε ἴσαι ἐπομένως τὸ τρίγωνον ΓΔΔ' ἰσοσκελές, ἡ δὲ διχοτομοῦσα τὴν βάσιν αὐτοῦ εἶνε κάθετος ἐπὶ ταύτης.

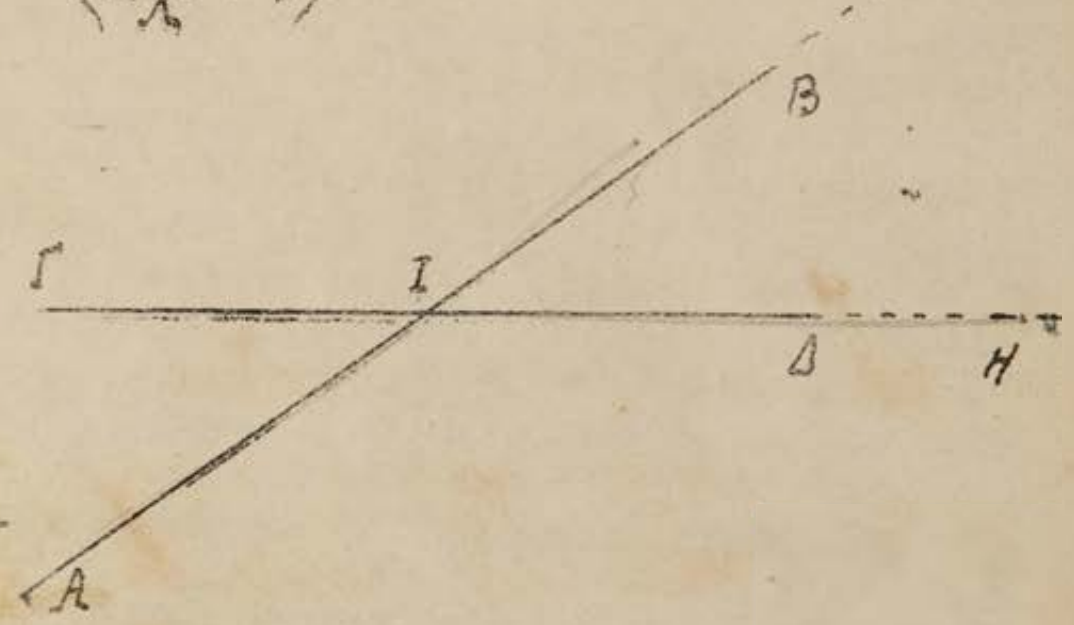
Ἐκ τῶν λεχθέντων παρατηροῦμεν ὅτι εὐκόλως δυνησόμεθα δι' ἀπαριθμοῦ ὀρθογώνου νὰ φέρωμεν κάθετον ἐπὶ εὐθείας τινὸς ἐκ σημείου εἴτε ἐπ' αὐτῆς κειμένου εἴτε ἐκτὸς αὐτῆς.

Προβλήματα.

1ον Νὰ προσδιορισθῇ ἡ τομὴ Ι δύο εὐθυγράμμων ΑΒ καὶ ΓΔ (σχ. 39).

Ἐπὶ τῶν τεσσάρων σημείων Α, Β, Γ, Δ ἐμπήγονται ἀκόντια. Ἐὰν ὁ παρατηρητὴς ἤτοι εἰς τοῦτο ἐμπήγονται καὶ ἕτερα δύω ἀκόντια τὸ μὲν πέραν τοῦ σημείου Β εἰς τὸ σημεῖον Ε καὶ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ, τὸ δὲ πέραν τοῦ σημείου Δ εἰς τὸ σημεῖον Η καὶ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΓΔ. Ἀκολούθως διατρέχων τὴν ΑΒ δι' ἀδιαδοχικῶν παρατηρήσεων ἐμπήγει τὸ ὅπερ κρατεῖ ἀκόντιον εἰς τὸ σημεῖον Ι εὑρισκόμενον ἐν ταυτῷ καὶ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ καὶ ΓΔ.

(Σχ. 39)



Ἐὰν ἡ ἐργασία ἐκτελῆται μετὰ βοηθοῦ τότε ὁ μὲν βοηθὸς μετ' ἀκοντίου βαδίζει ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΓΔ ὁ δὲ παρατηρητὴς τοποθετεῖ αὐτὸν ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ, ὅπερ προσδιορίζει τὸ σημεῖον τῆς τομῆς Ι.

Πρόβλημα 2ον

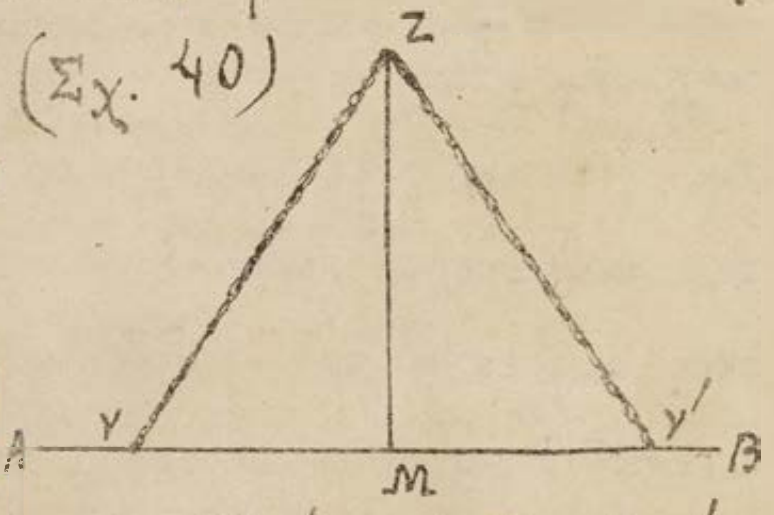
α') Εἰς σημεῖόν τι Μ κειμένον ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ νὰ ὑψωθῇ κάθετος ἐπὶ τῆς εὐθείας ταύτης (σχ. 40).

β') Ἐξ ἐξωτερικοῦ τινος σημείου Μ νὰ ἀχθῇ κάθετος ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ (σχ. 41)

γ') Εἰς τὸ ἄκρον εὐθείας νὰ ὑψωθῇ κάθετος.

Διὰ τοῦ ὀρθογώνου ἐλέχθη πῶς ἐπιτυγχάνεται ἡ λύσις τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων, ἐπιχειρίσωμεν ἤδη τὴν λύσιν τούτων διὰ μόνης τῆς ἀλύσσου.

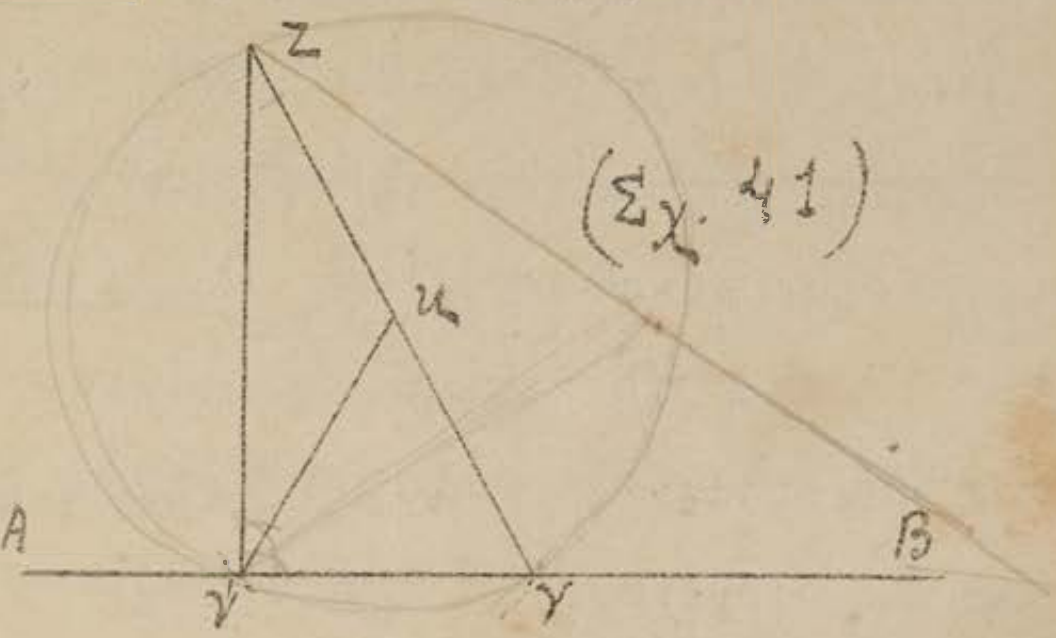
α') Ἑκατέρωθεν τοῦ σημείου Μ λαμβάνονται ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ δύο ἴσαι ἀποστάσεις Μν καὶ Μν' ἑκάστης τῶν ὁποίων τὸ μῆκος εἶνε μεγαλείτερον τοῦ ἡμίσεως τῆς ἀλύσσου· ἐπὶ τῶν σημείων ν καὶ ν' ἐμπήγονται βελόναι, ἐφ' ὧν ἐφαρμόζονται αἱ λαβαὶ τῆς ἀλύσσου· ἀκολούθως τείνεται ἡ ἄλυσσος λαμβανομένη ἐκ τοῦ μέσου αὐτῆς. Ἐὰν ἐνωθῇ τὸ μέσον τοῦτο μετὰ τοῦ σημείου Μ ἡ εὐθεῖα ΖΜ εἶνε ἡ ζητουμένη κάθετος. Ἐξάγεται τοῦτο ἐκ τῆς ἰσότητος τῶν τριγώνων ΖνΜ καὶ Ζ'Μ ἐχόντων καὶ τὰς τρεῖς αὐτῶν πλευρὰς ἴσας ἑκάστην ἑκάστῃ.



(Σχ. 40)

β') Ἐφαρμόζεται τὸ ἓν ἄκρον τῆς ἀλύσσου εἰς τὸ σημεῖον Ζ διὰ δὲ τοῦ ἑτέρου ἄκρου χαραγράφεται τόξον τέμνον τὴν εὐθεῖαν ΑΒ εἰς τὸ σημεῖον ν. (σχ. 41, σελ. 69) Λαμβάνεται τὸ μέσον τῆς Ζν, ἀκολούθως μὲ κέντρον τὸ σημεῖον τοῦτο κ καὶ ἀκτῖνα τὴν κν φέρεται τόξον ὅπερ

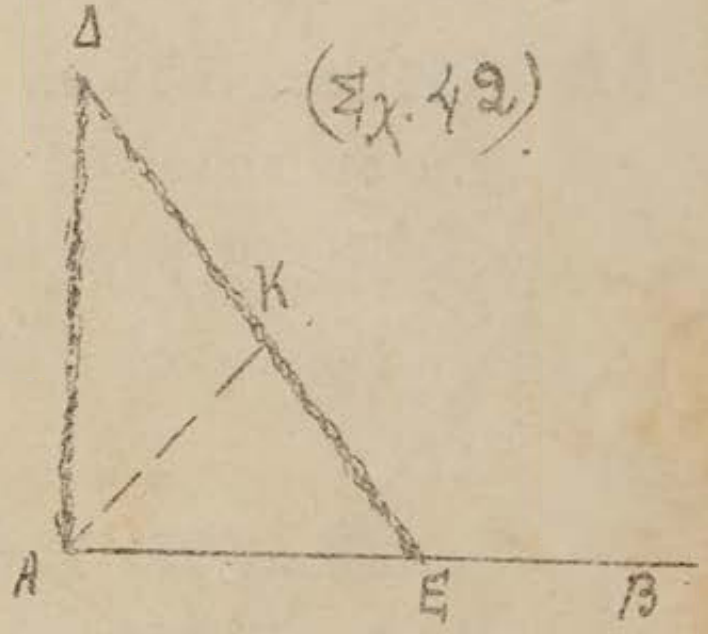
τέμνει τὴν ΑΒ εἰς τὸ σημεῖον ν'. Ἐὰν ἐνωθῇ τὸ σημεῖον τοῦτο ν' μετὰ τοῦ σημείου Ζ ἡ εὐθεῖα Ζν' εἶνε ἡ ζητουμένη κάθετος διότι κΖ = κν' = κν ἐπομένως διέρχεται περιφέρεια κύκλου ἐκ τῶν σημείων Ζ, ν', ν λοιπὸν ἡ γωνία νν'Ζ εἶνε ὀρθὴ ὡς βαίνουσα ἐπὶ τῆς διαμέτρου Ζν.



(Σχ. 41)

Ἐὰν τὸ σημεῖον Ζ ἦνε ἀπομεμακρυσμένον οὕτως ὥστε τεινομένης τῆς ἀλύσσου δὲν δυνάμεθα νὰ τμήσωμεν τὴν εὐθεῖαν ΑΒ τότε τείνομεν σχοινίον καὶ ἐργαζόμεθα ὡς προείπομεν.

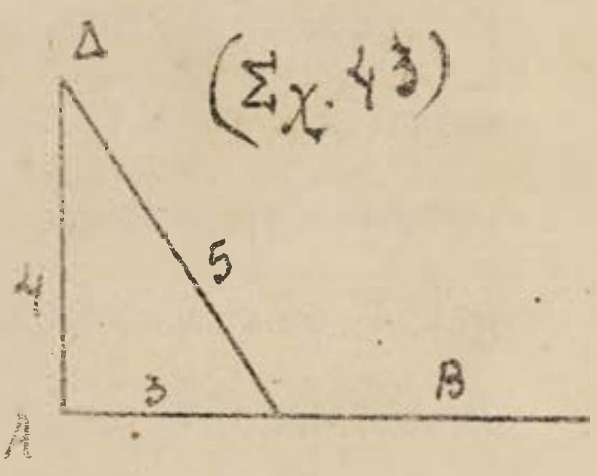
γ') τοῦ σημείου Α (σχ. 42) ὄντος τοῦ ἄκρου τῆς εὐθείας ΑΒ ἐξ οὗ πρόκειται νὰ ὑψώσωμεν τὴν κάθετον, στερεοῦμεν τὸ ἓν ἄκρον τῆς ἀλύσσου εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο Α καὶ τὸ ἕτερον εἰς σημεῖόν τι Ε καταλλήλως ἀπομεμακρυσμένον τοῦ Α, λαμβάνομεν τὸ μέσον τῆς ἀλύσσου καὶ ἀπομακρυνόμεθα τῆς ΑΕ οὕτως ὥστε νὰ διαταθῶσι τὰ δύο ἡμίση ταύτης, ὅπερ σχηματίζει τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον ΑΚΕ, μεταφέρομεν τὸ ἥμισυ τῆς ἀλύσσου εἰς ΚΔ ἐπὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς ΕΚ καὶ τὸ ἄκρον Δ εἶνε τὸ δεύτερον σημεῖον τῆς καθέτου.



(Σχ. 42)

Σημειοῦντες ἐπὶ σχοινίου τινὸς τρία διαδοχικὰ μήκη ὄντα μεταξὺ των ὡς οἱ ἀριθμοὶ 3. 4. 5 ἀπολαμβάνομεν τρίγωνον διὰ τῶν τριῶν τούτων διαστάσεων, ὅπερ εἶνε ὀρθογώνιον διότι ὑπάρχει $5^2 = 3^2 + 4^2$, τοποθετοῦντες δὲ τὸ τρίγωνον

τοῦτο εἰς τρόπον ὥστε μία πλευρὰ τῆς ὀρθῆς γωνίας νὰ ταυτί-
ζηται μὲ τὴν ΑΒ θέλομεν ἰδεῖ ὅτι ἡ ἑτέρα
διελεύσεται διὰ τοῦ σημείου Α ἢ διὰ τοῦ
Δ (σχ. 43). ἡ τελευταία αὐτη πλευρὰ προσ-
διορίζει τὴν καθέτον τὴν ἀγομένην εἴτε ἐκ
τοῦ ἐξωτερικοῦ σημείου Δ, εἴτε ἐκ τοῦ σημ. Α.



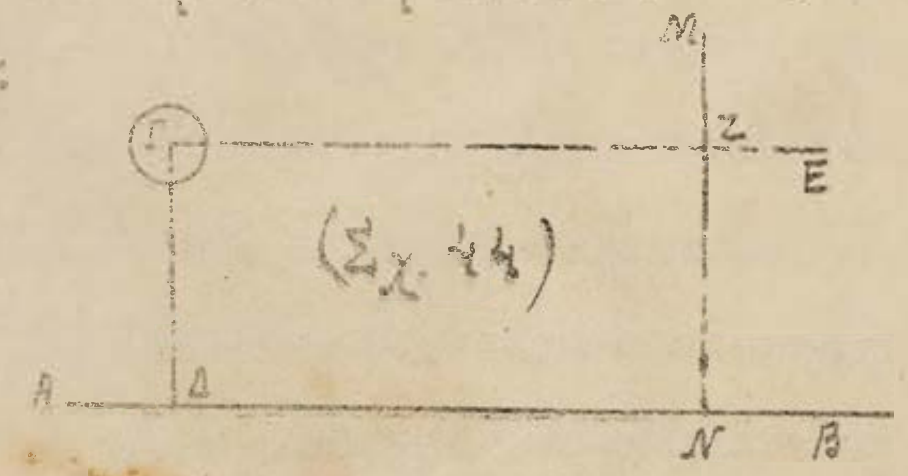
(Σχ. 43)

Διὰ 48 μέτρων τῆς ἁλύσεως δύναται νὰ σχηματισθῆ
τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ τῆς ὀρθῆς γωνί-
ας θὰ περιέχωσι 12 καὶ 16 μέτρους ἡ δὲ ὑποτείνουσα 20.

Πρόβλημα 3ον

Ἐκ σημείου τινὸς Γ (σχ. 44) νὰ ἀχθῆ παράλληλος
τῇ εὐθυγραμμίᾳ ΑΒ.

Ἐκ τοῦ σημείου Γ ἄγεται ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡ κάθετος ΓΔ, καὶ
ἡ κάθετος ΓΕ ἡ ἀγομένη ἐπὶ τῆς
ΓΔ εἶναι ἡ ζητουμένη παράλλη-
λος.

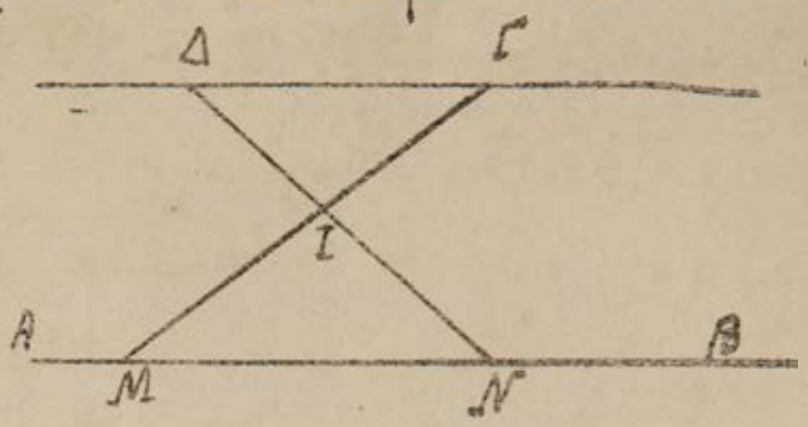


(Σχ. 44)

Ἐπειδὴ μικρὸν σφάλμα
κατὰ τὴν διαχάραξιν τῶν δύο
καθέτων ΔΓ ἐπὶ τῆς ΑΓ καὶ ΓΕ ἐπὶ τῆς ΓΔ συνεπάγεται με-
γιστον σφάλμα ὡς πρὸς τὸν παραλληλισμὸν τῆς ΓΕ καὶ ΑΒ εἶ-
ναι προτιμότερον νὰ ἀχθῆ δευτέρα κάθετος ἐπὶ τῆς ΑΒ ἡ ΜΝ καὶ
νὰ ληφθῆ ἐπὶ τῆς καθέτου ταύτης μῆκός τι ΝΖ = ΓΔ καὶ νὰ
ἑνωθῆ τὸ σημεῖον Ζ μετὰ τοῦ σημείου Γ.

Τὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῆ μόνον διὰ τῆς ἁλύσεως
ὡς ἀκολούθως. Ἑνοῦται τὸ σημεῖον Γ μὲ οἱονδήποτε σημεῖον τῆς
εὐθείας ΑΒ (σχ. 45 σελ. 71), διὰ τῆς ΓΜ ἑνοῦται σημείόν τι

Ι τῆς εὐθείας ταύτης μετὰ τινος Ν τῆς ΑΒ καὶ λαμβάνεται ἐπὶ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς ΝΙ τὸ μῆκος ΙΔ οὕτως ὥστε νὰ ὑπάρχῃ . . .



(Σχ. 45)

$$\text{ΙΔ} : \text{ΙΓ} = \text{ΝΙ} : \text{ΙΜ}$$

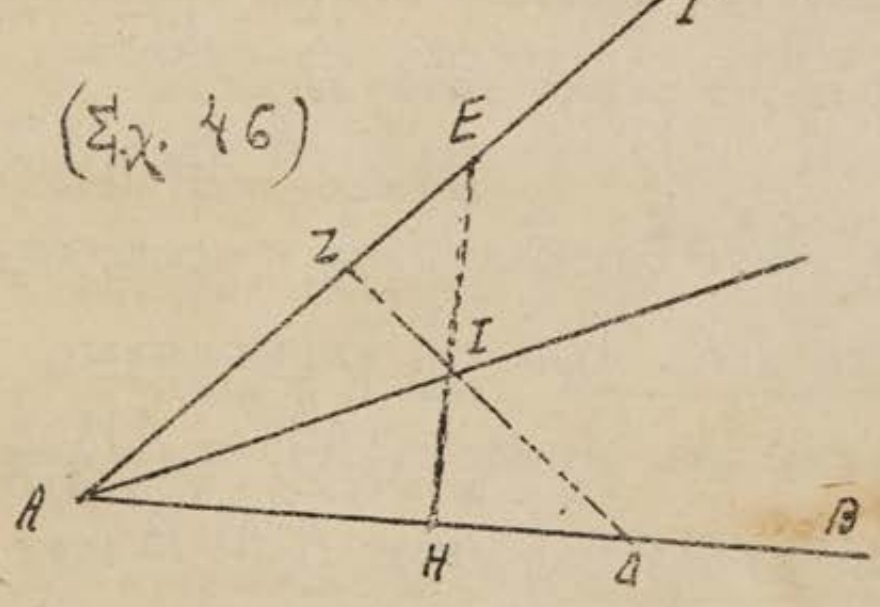
ἐξ ἧς $\text{ΙΔ} = \dfrac{\text{ΙΓ} \times \text{ΝΙ}}{\text{ΙΜ}}$

ἡ εὐθεῖα ΓΔ εἶνε παράλληλος τῆς ΑΒ.

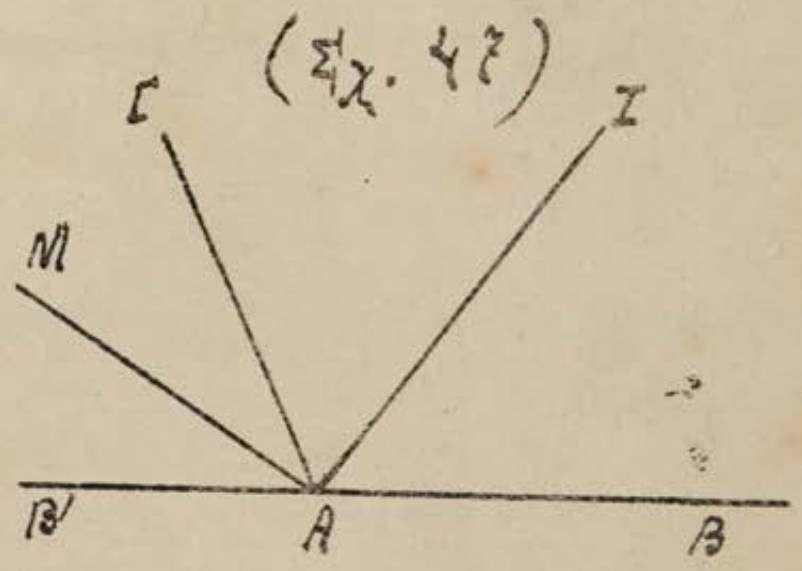
Πρόβλημα 40ον

Νὰ χαραχθῇ ἡ διχοτομοῦσα τὴν γωνίαν τὴν σχηματιζομένην ὑπὸ δύω εὐθυγραμμιῶν (σχ. 46) ΑΒ, ΑΓ.

Ἐὰν ἡ γωνία ΓΑΒ ἦτε ἀξεῖα λαμβάνεται ΑΕ = ΑΔ



(Σχ. 46)



(Σχ. 47)

καὶ ΑΗ = ΑΖ, προσδιορίζεται τὸ σημεῖον τῆς τομῆς Ι τῆς ΖΔ μετὰ τῆς ΕΗ καὶ ἡ ΑΙ ἔσται ἡ ζητουμένη διχοτόμος.

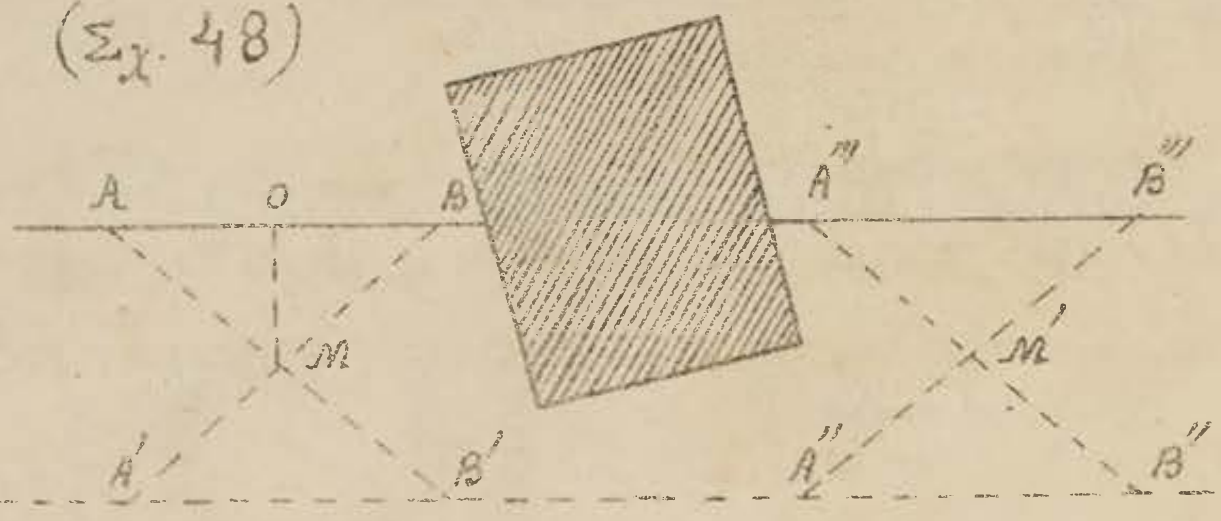
Ὅταν ἡ γωνία ΒΑΓ ἦτε ἀμβλεῖα (σχ. 47) ὅπως προσδιορισθῇ ἀκριβῶς ἡ τομὴ Ι προεκτείνεται ἡ εὐθυγραμμία ΒΑ, χαράσσεται ἡ διχοτομοῦσα ΑΜ, τὸ συμπλήρωμα ΒΑΓ, ὅπερ εἶνε γωνία ὀξεῖα, καὶ ἡ κάθετος ΑΙ ἠγομένη ἐκ τοῦ σημείου Α εἰς τὴν ΑΜ εἶνε ἡ ζητουμένη διχοτόμος.

Πρόβλημα 5ον

Νὰ ἐπεκταθῇ εὐθυγραμμία τις ΑΒ πέραν ἐμπεδίου.

Καταμετρεῖται ἀκριβῶς ἡ ἀπόστασις ΑΒ (σχ. 48), ὑψοῦται διὰ τοῦ ὀρθογώνου εἰς τὸ μέσον τῆς ΑΒ ἡ κάθετος ΟΜ καὶ καταγράφονται ἐκ τῶν σημείων Α καὶ Β διὰ τῆς ἀλύσσου ὡς κέντρων δύο τόξα κύκλου μὲ ἀκτῖνας ἴσας ΑΜ καὶ ΜΒ. Διὰ τὸ ἀκριβὲς τῆς ἐργασίας τὰ δύο καταγραφόμενα τόξα διὰ τῆς ἀλύσσου πρέπει νὰ τέμνωνται ἐπὶ τῆς καθέτου. Ἐπεκτείνονται αἱ εὐθεῖαι ΑΜ καὶ ΜΒ κατὰ τὰ μήκη Α'Μ, ΜΒ' ἴσα μὲ ΑΜ καὶ ΜΒ· τὰ δύο σημεῖα Α' καὶ Β' προσδιορίζουσι τὴν διεύθυνσιν μιᾶς εὐθυγραμμίας Α'Β' παραλλήλου τῇ ΑΒ. Ἐπὶ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς Α'Β' πέραν τοῦ ἐμπεδίου μετρεῖται μῆκός τι Α''Β'' = ΑΒ ἢ κατασκευάζεται ἐπὶ τούτου τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον Α''Μ'Β'' ἴσον μὲ ΑΜΒ, ἐπεκτείνονται κατὰ μῆκος ἴσον μὲ ΑΜ αἱ πλευραὶ του Μ'Α'', Β''Μ', τὰ δὲ σημεῖα Α''' καὶ Β''' οὕτως ἐπιτυγχανόμενα κεῖνται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ.

(Σχ. 48)

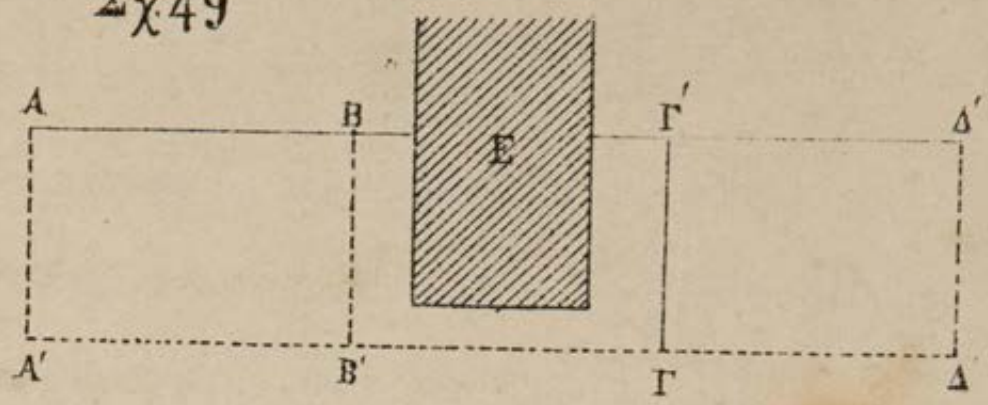


Πρὸς ἐξέλεγξιν τοῦ ἀκριβοῦς τῆς ἐργασίας ἀρκεῖ νὰ βεβαιωθῇ ὅτι τὰ σημεῖα Μ καὶ Μ' κεῖνται ἐπὶ τῶν καθέτων τῶν διερχομένων ἐκ τοῦ μέσου τῶν ΑΒ καὶ Α'''Β'''.

Τὸ πρόβλημα τοῦτο χρήσιμον πολλάκις κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν ἐγκεκριμένου τινὸς σχεδίου πέλας λύεται ἢ ὡς ἀκολούθως

Εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β ὑψοῦνται κάθετοι ἐπὶ τῆς ΑΒ, αἵτινες ἐπεκτείνονται πέραν τοῦ ἐμποδίου Ε (σχ. 49) λαμβάνεται δὲ ΑΑ′ = ΒΒ′. Ἡ εὐθυγραμμία Α′Β′ οὕτω προσδιοριζομένη εἶνε παράλληλος τῇ ΑΒ· εἰς τὰ σημεῖα Γ καὶ Δ κείμενα ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α′Β′ ὑψοῦνται κάθετοι ἐπὶ ταύτης καὶ λαμβάνονται ΓΓ′ = ΔΔ′ = ΑΑ′. Τὰ σημεῖα Γ′, Δ′ οὕτω προσδιορισθέντα κεῖνται ἐπὶ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ.

Σχ 49

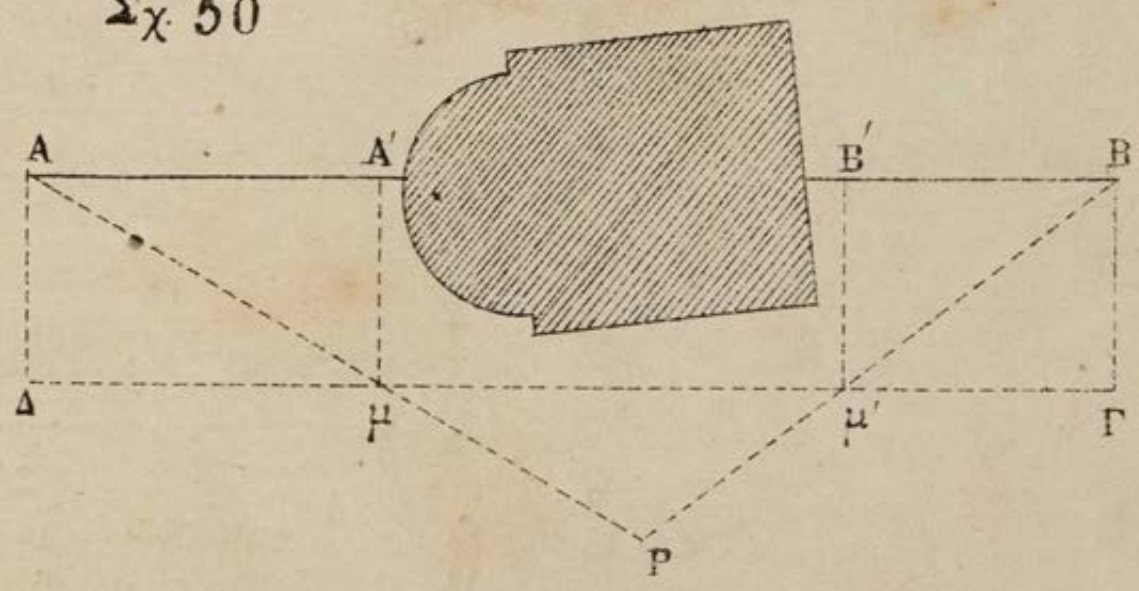


Πρόβλημα 6ον

Νὰ προσδιορισθῇ εὐθυγραμμία τῆς ὁποίας εἶνε δεδομένα δύο σημεῖα μεταξὺ τῶν ὁποίων παρεμβάλλεται ἐμπόδιον.

Λαμβάνεται ἐκτὸς τῆς εὐθυγραμμίας σημεῖόν τι Ρ ἐκ τοῦ ὁποίου εἶνε ὁρατὰ τὰ ἐπὶ τῶν δεδομένων σημείων Α καὶ Β (σχ. 50) ἀκόντια. Καταμετρῶνται ἀκριβῶς αἱ εὐθεῖαι ΑΡ καὶ ΒΡ, λαμβάνεται τὸ μέσον τῶν εὐθειῶν τούτων· ἡ εὐθεῖα ἡ ἐνοῦσα τὰ σημεῖα μ καὶ μ′ ἔσται παράλληλος τῇ ΑΒ. Ἐὰν ἐπιταθῇ ἡ εὐθυγραμμία μμ′ καὶ καταμετρηθῶσι αἱ κάθετοι ΑΔ καὶ ΒΓ αὐταὶ πρέπει νὰ ἦνε ἴσαι, ὑψοῦνται εἰς τὰ σημεῖα μ καὶ μ′ δύο κάθετοι ἴσαι μὲ ΑΔ καὶ προσδιορίζονται οὕτως ἑκατέρωθεν τοῦ ἀρ-

Σχ. 50



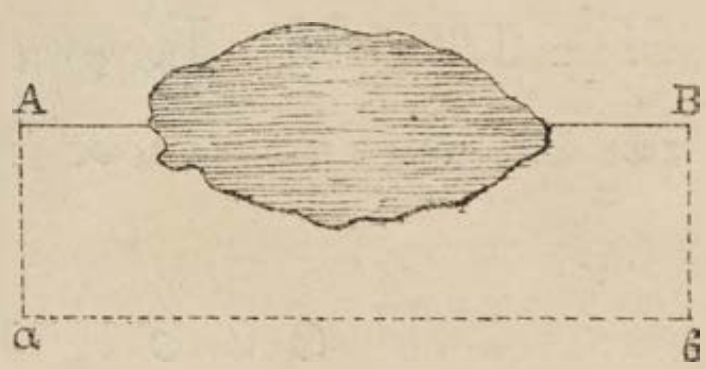
πεδίου δύο σημεῖα Α καὶ Β τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ.

Πρόβλημα 7ον.

Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἀπόστασις ΑΒ δύο σημείων ἀπεχωρισμένων ὑπὸ ἐξαίρους ἀπροσίτου. (σχ. 51).

1ον. Ἐὰν ἐκ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τῆς εὐθείας ΑΒ ἦτο ὁρατὸν ἑκάστιον ἐμπεπηγμένον εἰς τὸ ἕτερον ἄκρον τότε ὑφοῦνται εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β κάθετοι ἐπὶ τῆς ΑΒ καὶ λαμβάνεται

Σχ. 51

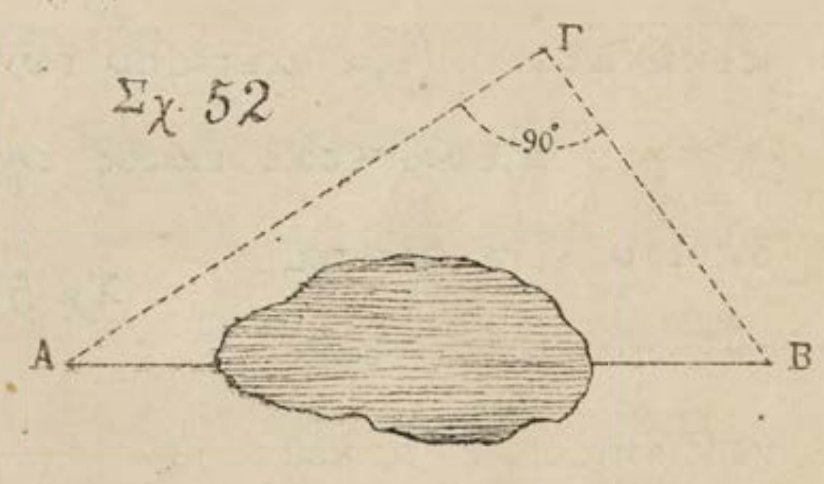


$$A\alpha = B\beta$$

θὰ ἔχωμεν τότε $\alpha\beta = AB$.

2ον Ἐὰν ἐμπόδιόν τι παρεμποδίζει τὴν σκέπευσιν ἑκάστου τινὸς ἐμπεπηγμένου εἰς Β ὅταν ὁ παρατηρητὴς ἵσταται εἰς τὸ σημεῖον Α (σχ. 52) τότε χαράσσεται εὐθυγραμμία τις ΑΓ ἐκ δὲ τοῦ σημείου Β ἄγεται ἡ κάθετος ΒΓ ἐπὶ τὴν εὐθυγραμμίαν ταύτης, καταμετρῶνται ΑΓ καὶ ΒΓ ἐξ ὧν ἐξάγεται,

Σχ. 52

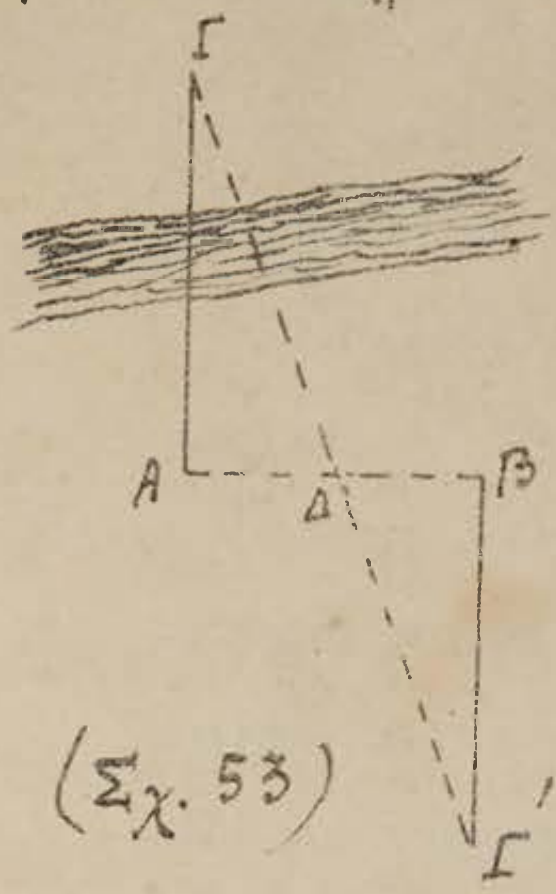


$$AB = \sqrt{\overline{A\Gamma}^2 + \overline{B\Gamma}^2}$$

Πρόβλημα 8ον

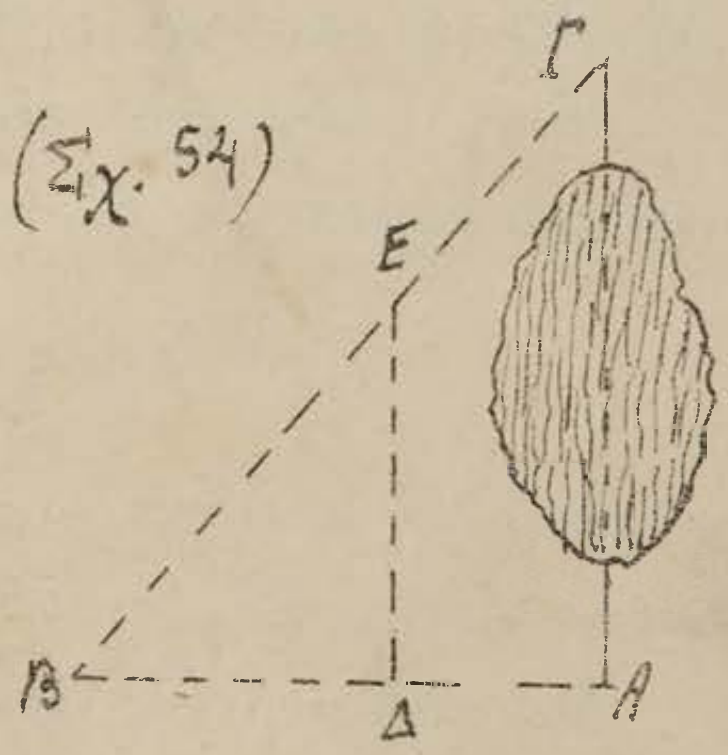
Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἀπόστασις ΑΓ τοῦ σημείου Α ἀπὸ τοῦ ἀπροσίτου, ἀλλ' ὁρατοῦ σημείου Γ (σχ. 53).

1ον Ἄγεται ἡ εὐθεῖα ΑΒ κάθετος ἐπὶ τῆς ΑΓ εἰς τὸ σημεῖον Α, λαμβάνονται ἐπὶ ταύτης δύο ἴσαι ἀποστάσεις ΑΔ = ΔΒ καὶ ἐμπήγεται ἀκόντιον εἰς τὸ σημεῖον Δ, ἀκολούθως εἰς τὸ σημεῖον Β ὑψοῦται ἡ κάθετος ΒΜ ἐπὶ τῆς ΑΒ, ὁ δὲ παρατηρητὴς μετ' ἀκοντίου βαδίζει κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς καθέτου ταύτης μέχρις ὅτου προσδιορίσῃ ἐπὶ ταύτης σημεῖόν τι Γ κείμενον ἐπὶ τῆς εὐθυγράμμου ΓΔ. Τοῦτο προκύπτει ἐκ τῆς ἰσότητος τῶν τριγώνων ΓΑΔ καὶ ΔΒΓ.



(Σχ. 53)

2ον Ἀχθείσης τῆς εὐθείας ΑΒ καθέτου ἐπὶ τῆς ΑΓ (σχ. 54), ὑψοῦται εἴς τι σημεῖον ταύτης τὸ Δ ἕτερα κάθετος ἐπὶ τῆς ΑΒ, ἥτις ἐκτείνεται ἕως ὅτου συναντήσῃ τὴν εὐθυγράμμου ΒΓ εἴς τι σημεῖον Ε. καταμετρῶνται αἱ ἀποστάσεις ΔΕ, ΒΔ καὶ ΒΑ καὶ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΒΔΕ καὶ ΒΑΓ δίδουσι



(Σχ. 54)

$$\frac{\Beta\Delta}{\Beta\Alpha} = \frac{\Delta\Epsilon}{\Alpha\Gamma} \quad \text{ἐξ οὗ}$$

$$\Alpha\Gamma = \frac{\Beta\Alpha \times \Delta\Epsilon}{\Beta\Delta}$$

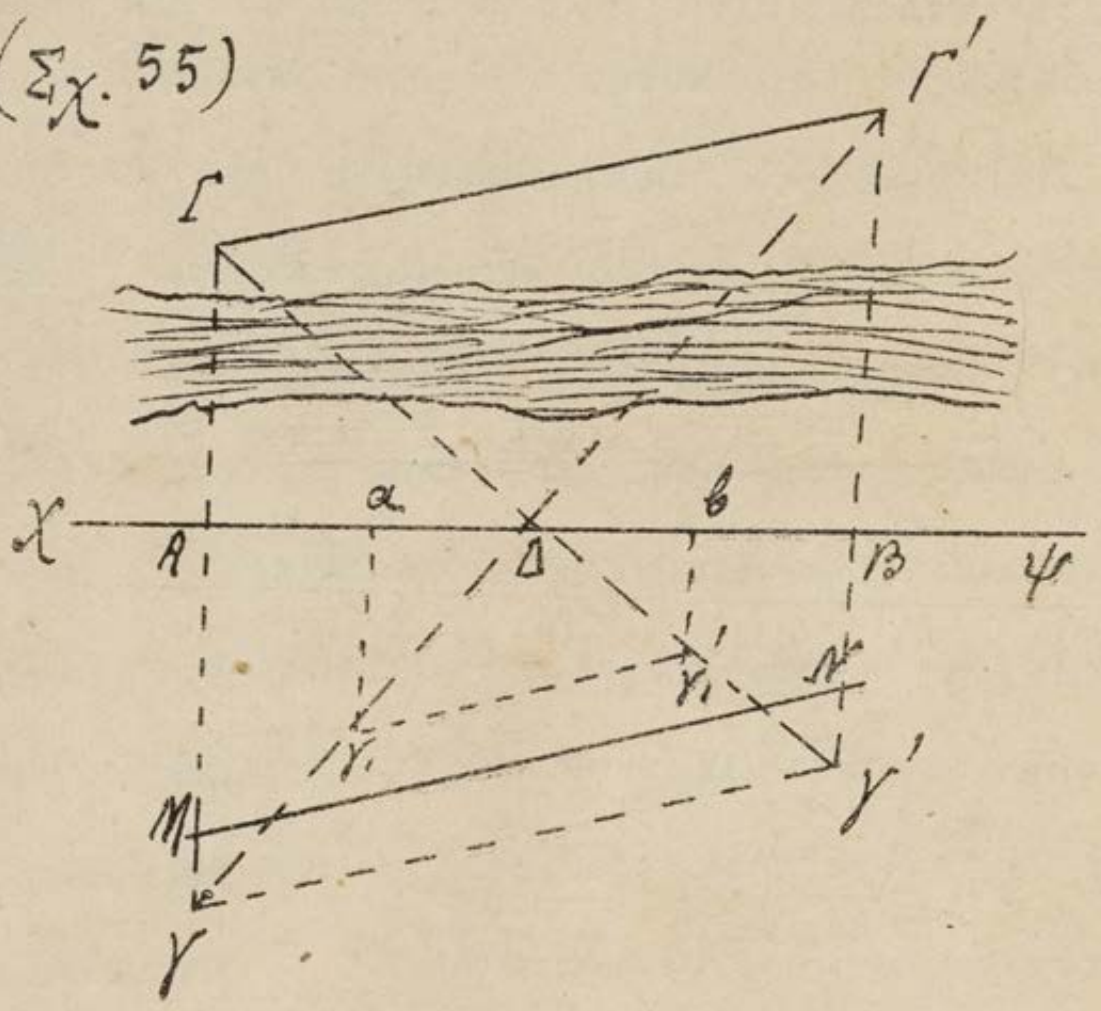
Πρόβλημα 9ον

Νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἀπόστασις ΓΓ' δύο σημείων ἀπροσίτων. (σχ. 55.)

Ἐπὶ εὐθυγραμμίας τινὸς Χψ ἄγονται διὰ τοῦ ὀρθογώνου καθέτου διερχόμεναι ἐκ τῶν σημείων Γ καὶ Γ' ἐκ τοῦ μέσου Δ τῆς ΑΒ χα-

ράσσονται αἱ εὐθυγραμμίαι ΓΔ καὶ Γ'Δ, τῶν ὁποίων προσδιορίζονται τὰ σημεῖα τῆς συναντήσεως γ' καὶ γ μετὰ τῶν ἐπιπεδιῶν τῶν καθέτων ΑΓ καὶ ΒΓ καὶ ἡ ἀπόστασις γγ' = ΓΓ' δύναται νὰ καταμετρηθῇ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Τὰ δύο τρίγωνα ΑΔΓ καὶ ΒΔγ' ἐπειδὴ εἶναι ἴσα ἔχομεν ΔΓ = Δγ'

(Σχ. 55)



Ὁμοίως Δ Γ' = Δγ, λοιπὸν ΓΓ'γ'γ εἶναι παραλληλόγραμμον ἢ ἐπομένως γγ' εἶναι ἴση καὶ παράλληλος τῇ ΓΓ'.

Ἐὰν τὸ ἔδαφος ἦναι πολὺ περιωρισμένον διὰ τὴν ἀντιπερώ ἐργασίαν τότε λαμβάνεται Δα = Δβ = $\frac{ΔΑ}{2}$.

Πρόβλημα 10ον.

Νὰ ἀχθῇ ἐκ δεδομένου σημείου Μ ἡ παράλληλος ΜΝ τῇ ἀπροσίτου εὐθείᾳ ΓΓ' (σχ. 55).

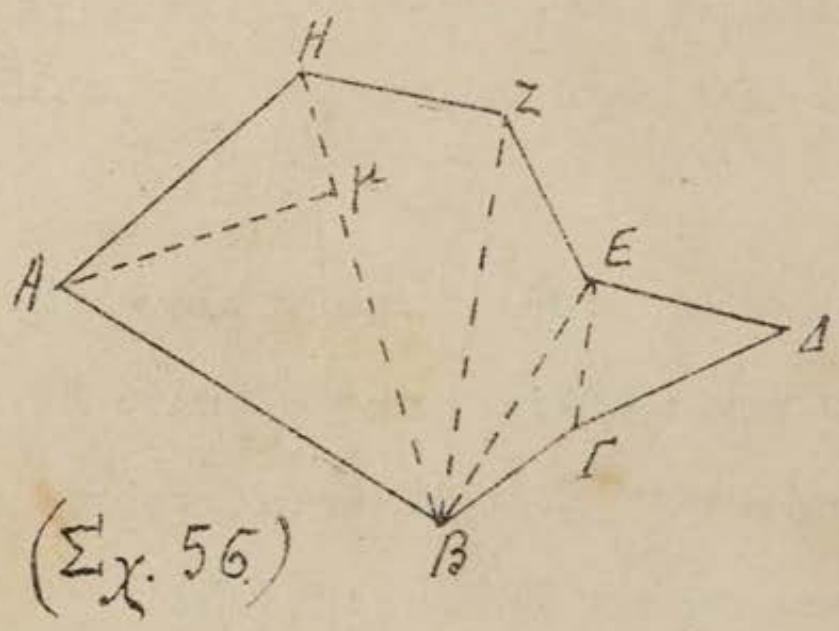
Ὡς προηγουμένως ἐπράξαμεν ἄγομεν τὴν γγ' παράλληλον τῇ ΓΓ', ἀκολούθως ἐκ τοῦ σημείου Μ παράλληλον τῇ γγ', ἥτις ἔσται ὁμοίως παράλληλος καὶ τῇ ΓΓ'.

Κεφάλαιον Ε'.

Καταμετρήσεις διὰ τῆς ἀλύσσου καὶ τοῦ ὀρθογωνίου.

Μ. 7α

1ον) Μέθοδος διὰ τῶν διαγωνίων. Τεθείσθω ὅτι ζητεῖται ἡ ἀναγραφὴ καὶ ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ πολυγωνικοῦ γηπέδου ΑΒΓΔΕΖΗ, (σχ. 56). Ἐκ τῆς γεωμετρίας γνωστὸν ὅτι δοθεισῶν τῶν τριῶν πλευρῶν τριγώνου τινὸς εὐκόλως τοῦτο κατασκευάζεται. Ἐπομένως διὰ τὴν ἀναγραφὴν τοῦ προκειμένου πολυγώνου ἀρκεῖ νὰ ἀποσυντεθῇ τοῦτο εἰς τρίγωνα διὰ τῶν διαγωνίων ΒΗ, ΒΖ, ΒΕ, ΓΕ, νὰ καταμετρηθῶσιν αἱ πλευραὶ τῶν τριγώνων τούτων καὶ ὑπολογισμοί τινα νὰ σχεδιασθῇ ἐπὶ τοῦ χάρτου.



(Σχ. 56)

Ὡς πρὸς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἐμβαδοῦ γνωστὸν ἐκ τῆς τριγωνομετρίας ὅτι ἐὰν καλέσωμεν α, β, γ τὰς πλευρὰς τριγώνου τινὸς καὶ θέσωμεν . . . . . —

$$\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2} = s$$ τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ ἰσοῦται —

$$E = \sqrt{s(s-\alpha)(s-\beta)(s-\gamma)}. \quad (1)$$

Συνήθως οἱ Γεωμέτραι πρὸς ἀποφυγὴν ὑπολογισμῶν ἀρου χαράξωσι τὸ σχῆμα ἐπὶ τοῦ χάρτου καταβιβάζουσι καθέτους ἐπὶ τῶν πλευρῶν τῶν τριγώνων καὶ προσδιορίζουσι γραφικῶς τὰ ὕψη αὐτῶν λαμβάνοντες διὰ τοῦ ὑποδεκαμέτρου τὰ μήκη τῶν καθέτων· μεταφέρονται δὲ εἰς τὰ ἐν τῇ φύσει μήκη πολλαπλασιάζοντες τὸ γραφικὸν μῆκος ἐπὶ τὸν παρονομαστὴν τῆς παραδεχθείσης διὰ τὴν διαγραφὴν κλίμακος. Τὸ τοιοῦτον ὅμως δὲν εἶνε ὀρθὸν διότι ὑπὲρ ὅσην δήποτε μεγάλην καὶ ἂν διαγραφῇ τὸ σχῆμα εἶν' ἀδύνατον διὰ τοῦ ὑποδεκαμέτρου νὰ ἐκτιμηθῇ ἀκριβῶς τὸ μῆκος τῶν καθέτων καὶ οὕτως ὥστε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων ὑπολογιζόμενα νὰ ἰσοῦνται μὲ τὰ ὑπολογιζόμενα διὰ τοῦ τύπου (1).

Ὀρθότερον εἶνε δι' ἐνὸς ὀρθογώνου νὰ φέρωνται ἐν τῇ φύσει αἱ καθετοι ὡς ἡ Αμ ἐπὶ τῶν διαγωνίων ἢ ἐπὶ τῶν πλευρῶν τῆς περιμέτρου καὶ ἀκολούθως νὰ καταμετρῶνται. Καὶ τοῦτο ὅμως τεθὲν εἶνε ἀδύνατον νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ ἰσότης . . . .

$$\frac{\gamma v}{2} = \sqrt{s(s-\alpha)(s-\beta)(s-\gamma)}$$

ἐὰν καλέσωμεν διὰ γ μίαν τῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου καὶ διὰ υ τὴν καθέτον τὴν ἀγομένην ἐκ τῆς ἀπέναντι κορυφῆς πρὸς τὴν πλευρὰν ταύτην. Καὶ τοῦτο ὡς ἐκ τῆς ἀτελείας τῶν ἐργαλείων καὶ τῆς ἐπὶ τόπου ἐργασίας.

Παρατηροῦμεν ἐπομένως ὅτι ἐπειδὴ τὰ τρίγωνα διαγράφονται τῇ συνδρομῇ τῶν τριῶν αὐτῶν πλευρῶν, ὅπως τὸ διάγραμμα συμφωνῇ μὲ τὸν ὑπολογισμὸν πρέπει τὰ τρίγωνα νὰ ὑπολογίζωνται διὰ τοῦ τύπου (1).

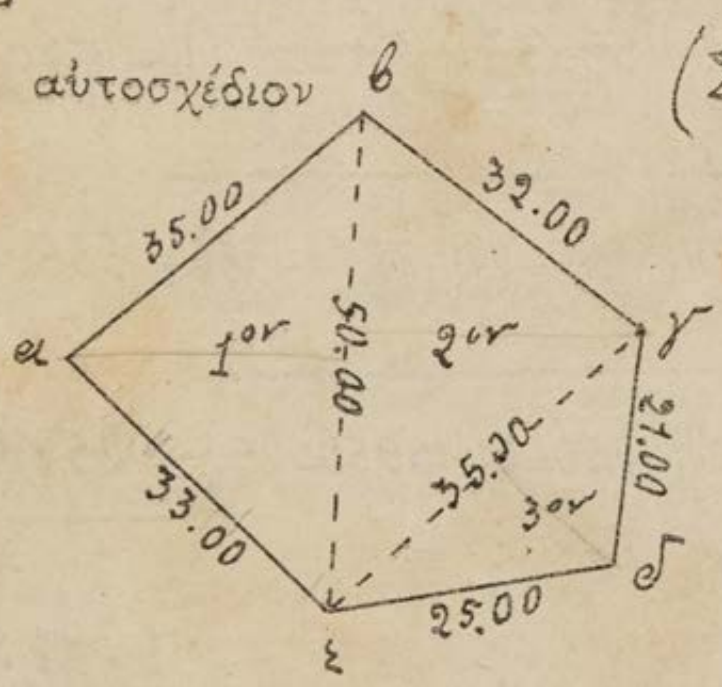
Παρουσιάζονται ὅμως καὶ περιστάσεις καθ' ἃς πολλοῦμεν χρῆσιν τῆς γραφικῆς μεθόδου διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν τριγώνων ὅταν μάλιστα ζητῆται προσέγγισις μόνον.

Πρεπεῦ νὰ ἐπιληφθῶμεν τῆς καταμετρήσεως ἐκτάσεώς τινος, ἐπὶ τεμαχίου χάρτου χαράσσομεν κατὰ προσέγγισιν τὸ σχῆμα ταύτης, ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ ὁποίου σημειοῦμεν δι' ἀριθμῶν τὰ μήκη, τὰ ὁποῖα ἐξάγομεν ἐκ τῆς καταμετρήσεως ταύτων. Τὸ ἐκ τοῦ προχείρου τοῦτο διὰ τῆς χειρὸς χαρασσόμενον σχέδιον καλεῖται αὐτοσχέδιον.

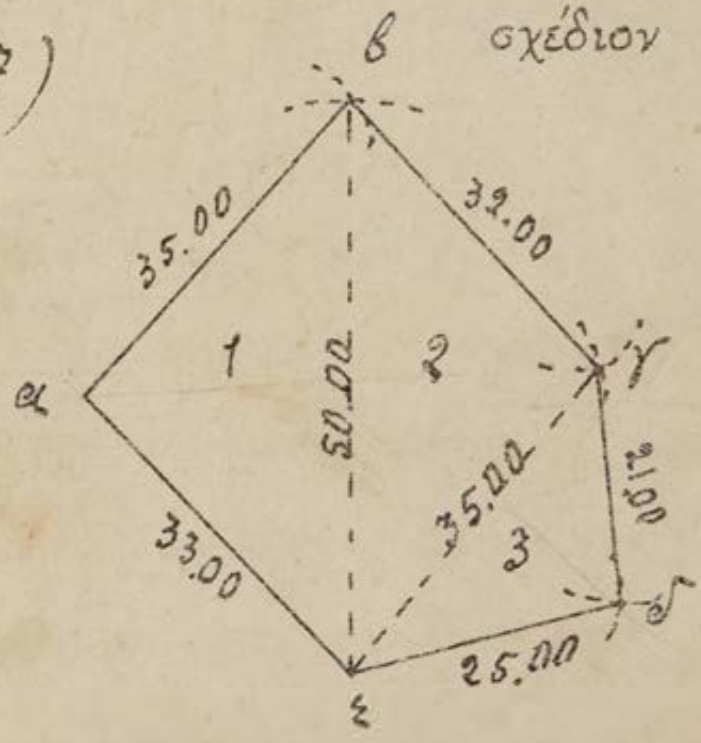
Ἐπειδὴ πολλάκις κατὰ τὰς καταμετρήσεις τῶν πλευρῶν τῶν τριγώνων συμβαίνουσι σφάλματα πρέπει νὰ λαμβάνηται ὑπ' ὄψει ὅτι τὸ ἄθροισμα δύο πλευρῶν τριγώνου τινὸς εἶνε μεγαλείτερον τῆς τρίτης, ἡ δὲ διαφορὰ αὐτῶν μικροτέρα αὐτῆς· τοῦτο χρησιμεύει πρὸς βεβαίωσιν ὁπωσδήποτε τοῦ δυνατοῦ τῆς κατασκευῆς τῶν τριγώνων.

Ἐφαρμογή. Ζητεῖται ἡ ἀναγραφὴ ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{1000}$ τοῦ πολυγώνου αβγδε καὶ ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ αὐτοῦ.

Τὸ σχῆμα σχεδιάζεται κατασκευαζομένου πρώτου τοῦ τριγώνου 1, ἀκολούθως τοῦ 2 κ.τ.λ.



(Σχ. 57)



Διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ πρώτου τριγώνου λαμβάνεται ἐπὶ τοῦ χάρτου εὐθεῖά τις ἴση μὲ 33μ. ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{1000}$ ἤτοι ἴση μὲ 0,033, ἀκολούθως μὲ κέντρα τὰ ἄκρα αὐτῆς καὶ μὲ ἀκτῖνας ἴσας μὲ 35μ.00 καὶ 50μ.00 μὲ τὴν αὐτὴν κλίμακα $\frac{1}{1000}$, ἤτοι ἴσας μὲ 0,035 καὶ 0,50, γράφομεν δύο τόξα, τῶν ὁποίων ἤτο-

μὴ προσδιορίζει τὸ σημεῖον β, σημειοῦμεν ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ 1ου σχεδιασθέντος τριγώνου τὰ μήκη τῶν πλευρῶν 33,00, 35,00 καὶ 50μ,00· ἀκολούθως μὲ κέντρα τὰ ἄκρα τῆς εὐθείας τῆς ἴσης μὲ 50μ,00 καὶ μὲ ἀκτῖνας ἴσας μὲ 0,032 καὶ 0,035 καταγράφομεν δύο τόξα τῶν ὁποίων ἡ τομὴ θὰ προσδιορίσει τὸ σημεῖον γ καὶ ἐπομένως καὶ τὸ 2ον τρίγωνον· οὕτως ἐξακολουθοῦντες σχεδιάζομεν καὶ τὸ 3ον τρίγωνον κ.τ.λ ἐὰν ὑπάρχωσι.

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ ἐμβαδοῦ ὑπάρχει.

1ον ἡμιπερίμετρος τοῦ 1ου τριγ. $\frac{35^{\mu} + 33^{\mu} + 50^{\mu}}{2} = 59^{\mu}$.

2ον » » 2ου » $\frac{50^{\mu} + 32^{\mu} + 35}{2} = 58,50$

3ον » » 3ου » $\frac{35 + 21 + 25}{2} = 40,50$

Ἐμβαδὸν τοῦ 1ου τριγ. $= \sqrt{59(59-35)(59-33)(59-50)} = 575,62$

» » 2ου » $= \sqrt{58,50(58,50-50)(58,50-32)(58,50-35)} = 556,47$

» » 3ου » $= \sqrt{40,50(40,50-35)(40,50-21)(40,50-25)} = 259,47$

ἄθροισμα - - - - 1391,56

Ἐν Ἑλλάδι ἔτι γίνεται χρῆσις, ἰδίως κατὰ τὰς ἀγροπωλησίας οἰκοπέδων, παλαιοῦ μετρικοῦ συστήματος, τοῦ ὁποίου ἡ μονὰς εἶναι ὁ καλούμενος τεκτονικὸς πῆχυς μήκους 0,75. Ὁ λόγος λοιπὸν τοῦ μέτρου πρὸς τὸν τεκτονικ. πηχ. εἶναι $\frac{1.00}{0,75} = \frac{4}{3}$. Ὁ δὲ λόγος τοῦ τετραγ. μέτρου πρὸς τὸν τετραγ. τεκτον. πηχ. εἶναι $\frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$. ὥστε ἐὰν ζητήσωμεν νὰ τρέψωμεν τὰ τε-

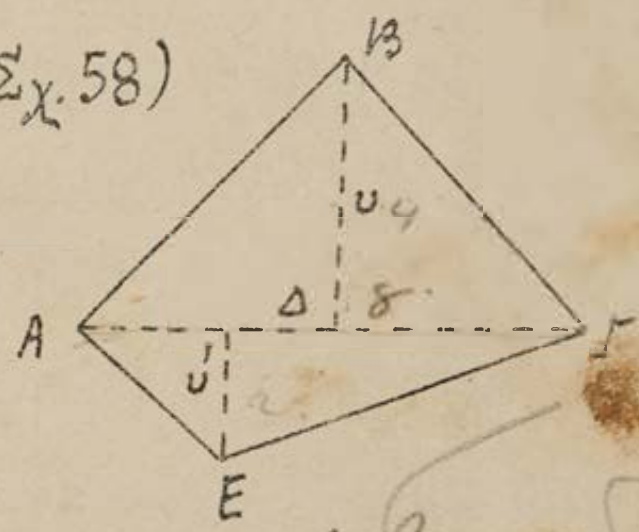
τραγωνικὰ μέτρα εἰς τετραγων. τετρ. πήχεις ἀρκεῖ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ταῦτα ἐπὶ 16 τὸ δὲ γινόμενον νὰ διαιρέσωμεν διὰ 9.

Ἐὰν θελήσωμεν γραφικῶς νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ προηγουμένου σχήματος ἀρκεῖ ἐκ τῶν κορυφῶν τῶν τριγώνων α, γ, δ, νὰ φέρωμεν καθέτους ἐπὶ τῶν διαγωνίων βι καὶ γε, διὰ τοῦ ὑποδεκαμέτρου δὲ νὰ λάβωμεν τὸ μῆκος αὐτῶν καὶ ἀκολούθως γεωμετρικῶς νὰ ὑπολογίσωμεν τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων διὰ τοῦ τύπου . . . $\text{εμ.} = \frac{\beta\upsilon}{2}$

Ὡς προείπωμεν ἡ μέθοδος αὕτη δὲν εἶνε ἀκριβὴς ἡ δὲ προσέγγισις εἶνε κατὰ τοσοῦτον μεγαλειτέρα καθόσον ἡ κλίμαξ τοῦ σχεδίου εἶνε μεγαλειτέρα· ὅπως γραφικῶς ἀκριβέστερον ἐκτιμηθῶσι τὰ μήκη τῶν καθέτων ὀρθότερον εἶνε αἱ κάθετοι νὰ καταμετρῶνται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀγόμεναι δι' ἐνὸς ὀρθογωνίου.

Πρὸς ταχυτέραν ἐκτίμησιν τῶν ἐμβαδῶν καλὸν εἶνε νὰ ὑπολογίζωμεν κατὰ τετράπλευρα λαμβάνοντες τὸ γινόμενον τοῦ ἡμιαθροίσματος τῶν καθέτων τῶν ἀγομένων ἐπὶ τῆς διαγωνίου ἐκ τῶν ἀπέναντι κορυφῶν, ἐπὶ τὴν διαγώνιον ταύτην, ἥτις εἶνε καὶ κοινὴ βάσις τῶν δύο τριγώνων· οὕτως . . .

(Σχ. 58)



ἐμβαδ. τετραπλεύρ. $\text{ΑΒΓΕ} = \frac{\upsilon+\upsilon'}{2}\Delta$.

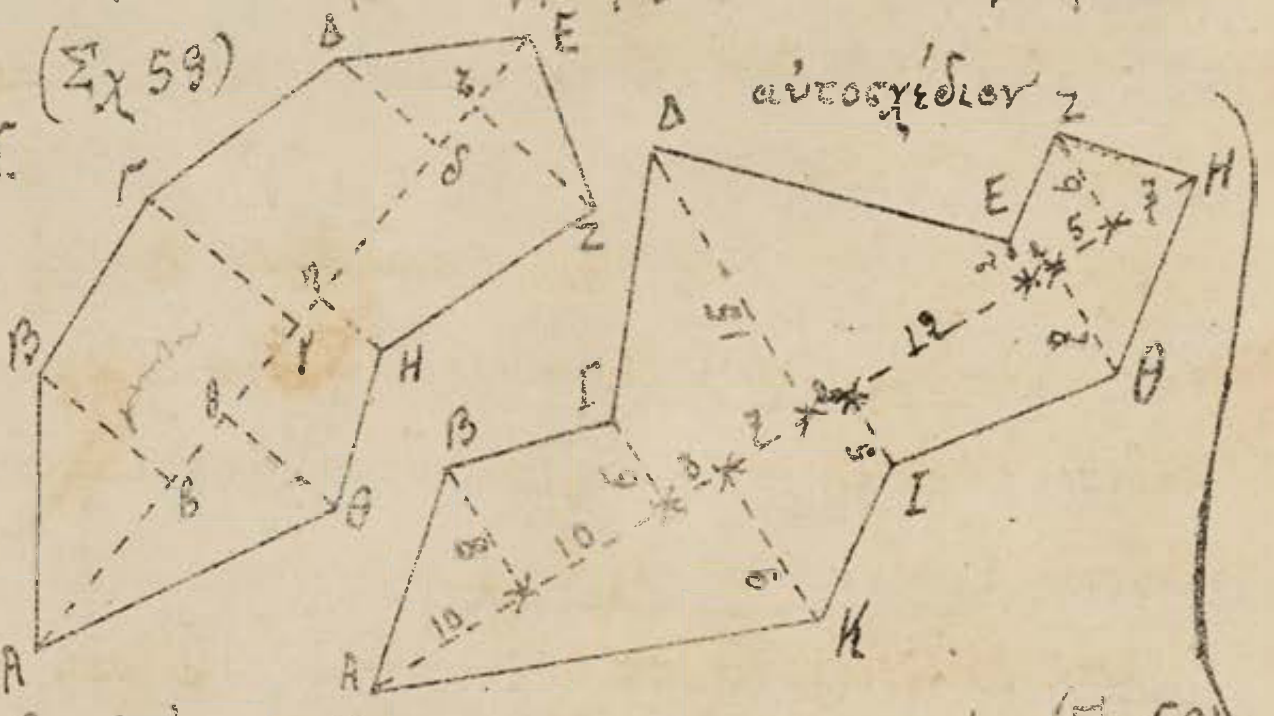
2ον) Μέθοδος διὰ τῶν συντεταγμένων. Τεθείσθω ὅτι ζητεῖται ἡ ἐπαργραφὴ καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ γηπέδου ΑΒΓΔΕΖΗΘ (Σχ. 59 σελ. 82).

Ἐπὶ τῆς διαγωνίου ΑΕ προσδιορίζονται διὰ τοῦ ὀρθογωνίου οἱ πόδες β, θ, γ, η, δ, ζ τῶν καθέτων τῶν καταβιβαζομένων ἐκ

τῶν κορυφῶν τοῦ πολυγώνου καὶ καταμετροῦνται τὰ μήκη τῶν καθέτων τούτων καθὼς καὶ αἱ ἀποστάσεις Αβ, βθ, θγ, γη, ηδ, δζ καὶ ζΕ, οὕτως ἔχομεν ὅλα τὰ στοιχεῖα διὰ τὴν σχεδίασιν καὶ προσδιορισμὸν τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ τεθέντος γηπέδου.

Ἐφαρμογή. Ζητεῖται ἡ ἀναγραφὴ καὶ ὑπολογισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ σχήματος ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΚ. (σχ. 60).

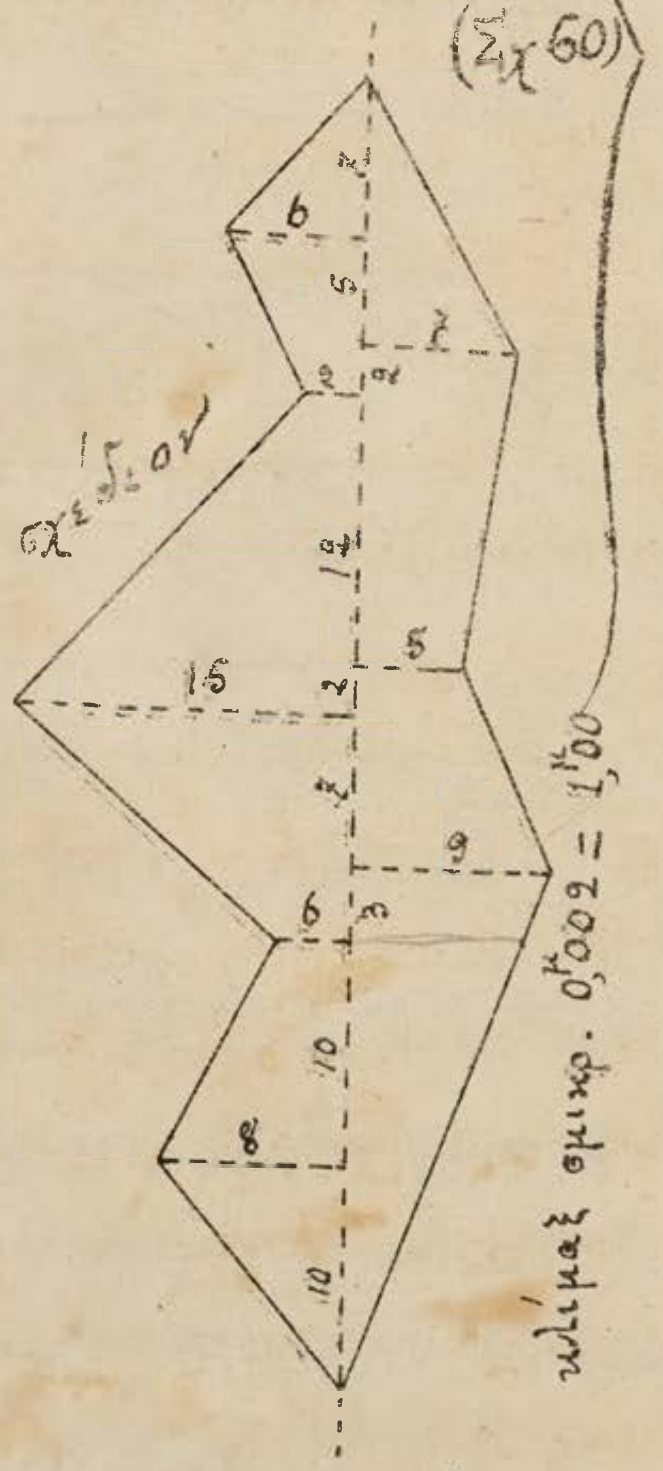
(Σχ 59)



αὐτοσχέδιον

Ὡς εἰπώμεν ἐλέχθη καταμετροῦνται αἱ κάθετοι αἱ ἀγόμεναι ἐκ τῶν κορυφῶν Β, Γ, Δ, Ζ κ.τ.λ. ἐπὶ τῆς διαγωνίου, αἵτινες ἔστωσαν 8ᵐ,00, 6ᵐ,50 9ᵐ,00, 15ᵐ,00 κ.τ.λ: ἀκολούθως αἱ μεταξὺ τῶν ποδῶν τῶν καθέτων ἀποστάσεις, ἀρχόμενοι ἀπὸ τῆς ἀρχῆς Α, αἵτινες ἔστωσαν 10ᵐ,00, 10ᵐ,00, 3ᵐ,00 7ᵐ,00 . . . κ.τ.λ. Χαράσσεται κατὰ προσέγγισιν τὸ σχῆμα τοῦ γηπέδου ἐπὶ τεμαχίου χάρτου καὶ σημειοῦνται ἐπὶ τοῦ αὐτοσχεδίου τούτου αἱ καταμετρηθεῖσαι ἀποστάσεις.

(Σχ 60)



Διὰ τὴν σχεδίασιν ἐπὶ φύλλου χάρτου χαράσσεται ἡ διαγώνιος ΑΗ ἀκολούθως μὲ τὴν παραδεχθεῖσαν κλίμακα σμικρύνσεως, ἤτις ἔστω διὰ τὸ παράδειγμα τοῦτο $\frac{1}{500}$, λαμβάνονται αἱ ἀποστάσεις 10ᵐ,00 10ᵐ,00,

3.μ00, 7.μ00, 2.μ00 κ.τ.λ. ἴσαι μὲ 0,μ02, 0,μ02, 0,μ006, 0,μ014, 0,μ004 κ.τ.λ. ἐπὶ ἑκάστης διαιρέσεως ὑψοῦνται κάθετοι ἐφ' ὧν λαμβάνονται αἱ ἀποστάσεις 8.μ00, 6.μ00, 9.μ00, 15.μ00 κ.τ.λ. ἴσαι μὲ 0,μ016, 0,μ012, 0,μ030, 0,μ004 κ.τ.λ. ἀκολούθως αἱ καρυφαὶ τῶν καθέτων αἱ ὁποῖαι προσδιορίσθησαν ἑνοῦνται δι' εὐθειῶν.

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σχήματος ὑπολογίζεται διὰ τοῦ τύπου τῶν τραπεζίων.

$$E = \frac{\upsilon + \upsilon'}{2}\,\Delta$$

ἐὰν καλέσωμεν υ, υ' τὰς παραλλήλους πλευράς, αἵτινες εἶναι αἱ κάθετοι καὶ Δ τὴν μεταξὺ τούτων ἀπόστασιν.

Οὕτω ἔχομεν,

Ἐμβαδ. τοῦ τριγ. 1 $= \frac{8^{\mu}}{2}\,10.^{\mu}00 = 40.^{\mu}00$

" " " 2 $= \frac{8^{\mu}+6^{\mu}}{2}\,10^{\mu}00 = 70.00$

" " " 3 $= \frac{6^{\mu}+15^{\mu}}{2}\,(3^{\mu}+2^{\mu}) = 105.00$

" " " 4 $= \frac{15^{\mu}+2^{\mu}}{2}\,(2^{\mu}+12^{\mu}) = 119.00$

. . . . . .

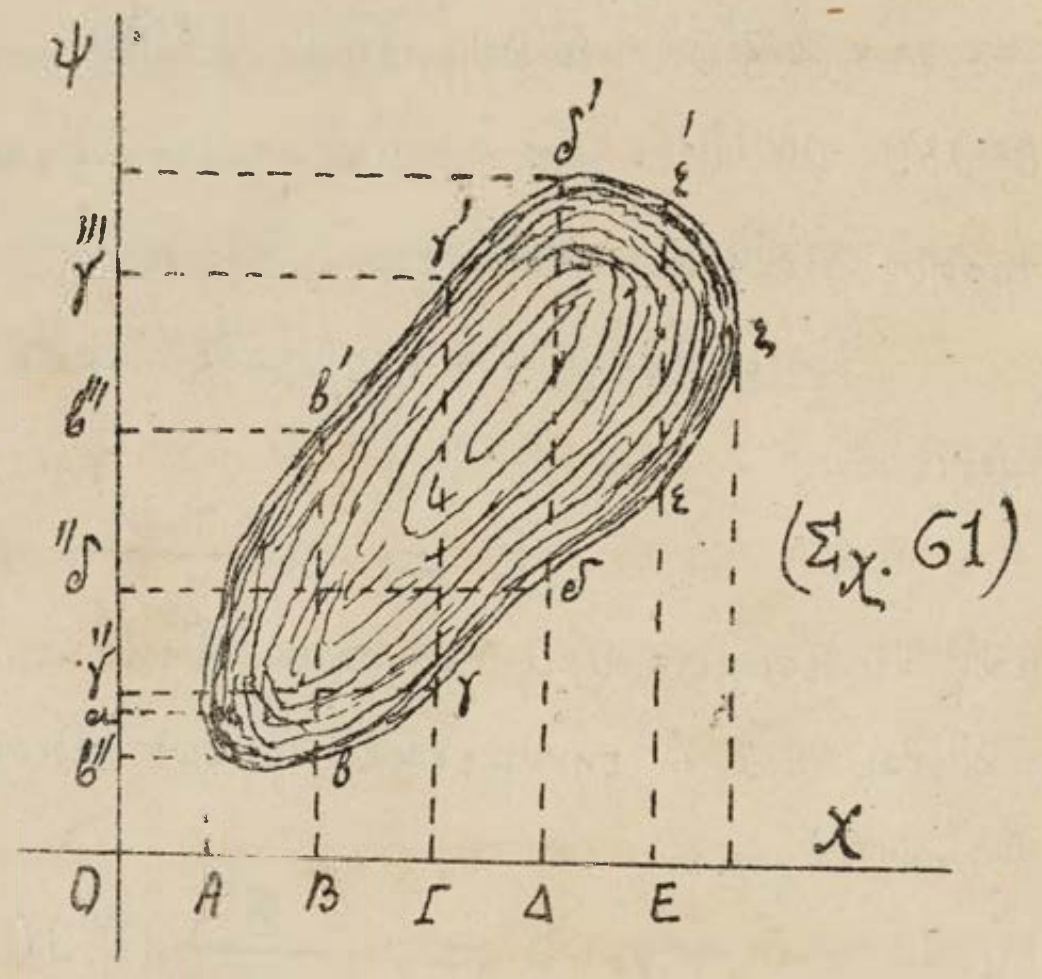
. . . . . .

. . . . . .

2) Νὰ καταμετρηθῇ ἐπιφάνεια τις ἀπρόσιτος ἐν τῇ ὁποίᾳ ὅμως οὐδὲν ἐμπόδιον ἐγείρεται παρεμποδίζον τὴν ὅρασιν. (σχ. 51).

Ἡ περίπτωσις αὕτη παρουσιάζεται ὁσάκις πρόκειται νὰ καταμετρηθῇ ἡ ἐπιφάνεια βάλτου ἢ λίμνης. Χαράσσονται ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας δύω ἄξονες τεμνόμενοι κατ' ὀρθὴν γων. ΟΧ, ΟΨ· προσδιορίζεται ὁ πούς Α τῆς καθέτου Αα, ἀκολούθως λαμβάνουσι τὰ μήκη ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ . . . - ἴσα μεταξύ των, ἐπὶ παραδείγματι 5.μ ἢ 10.μ ἕκαστον, ὑψοῦσιν εἰς τὰ σημεῖα Β, Γ, Δ . . . καθέ-

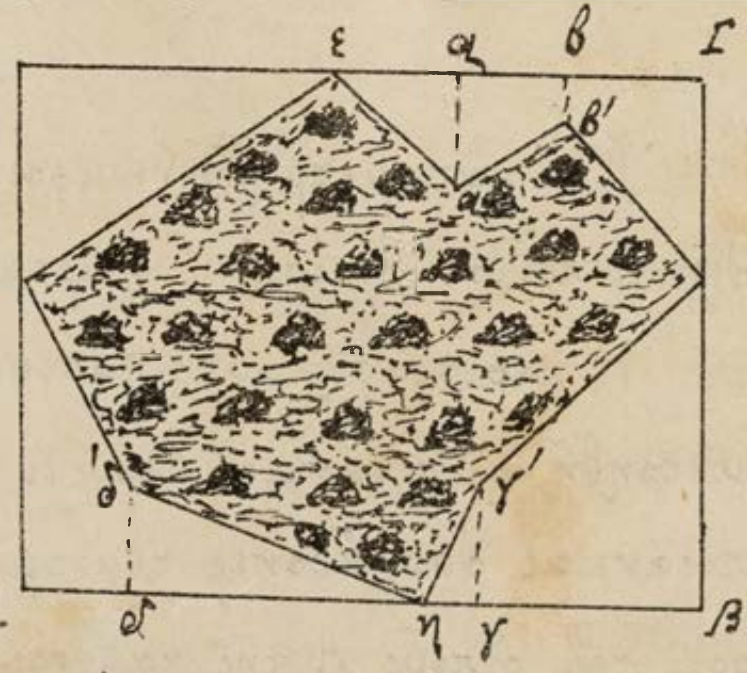
τους ἐπὶ τῆς ΟΧ καὶ θέτουσιν ἀκόντια κατὰ τὴν συναντησιν τεύτων μετὰ τῆς περιμέτρου τῆς ἐπιφανείας εἰς βb', γγ', δδ'. . . Ἐκ τῶν σημείων τούτων καταβάλλουσι διὰ τοῦ ὀργάνου καθέτους ἐπὶ τοῦ ἄξονος Οψ καὶ θέτουσιν ἀκόντια, εἰς τοὺς πόδας αὐτῶν α', β'', β''', γ', γ''' . . . Θεωροῦντες τὸ τραπέζιον ββ'γγ' παρατηροῦμεν ὅτι δυνάμεθα νὰ καταμετρήσωμεν τὰς δύο αὐτοῦ βάσεις β'β''' γγ' ἐπὶ τοῦ ἐδάφους καθὼς καὶ τὸ ὕψος αὐτοῦ ΒΓ. εἶτα λοιπὸν εὔκολον νὰ σχεδιασθῇ καὶ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιφάνεια τούτου· ὁμοίως ὑπολογίζονται καὶ τὰ λοιπὰ τραπέζια, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα προσδιορίζει τὴν ὁλικὴν ἐπιφάνειαν.



(Σχ. 61)

Νὰ καταμετρηθῇ ἐπιφάνειά τις ἀπρόσιτος ἐφ' ἧς ἐγείρονται ἐμπόδια παρεμποδίζοντα τὴν ὅρασιν (σχ. 62).

Περικλείουσι τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ὁποίας ζητεῖται ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ ἐντὸς ὀρθογωνίου τοῦ ὁποίου καταμετροῦσι τὰς δύο ἀντίσους πλευράς· ἀκολούθως φέρουσιν ἐκ τῶν κορυφῶν τοῦ πολυγώνου ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου καθέτους αα', ββ', γγ', δδ' τῶν ὁποίων προσδιορίζουσι τὰ μήκη καθὼς καὶ τῶν ἀποστάσεων Δε, εα, αβ, ΔΖ. . . Ὑ-

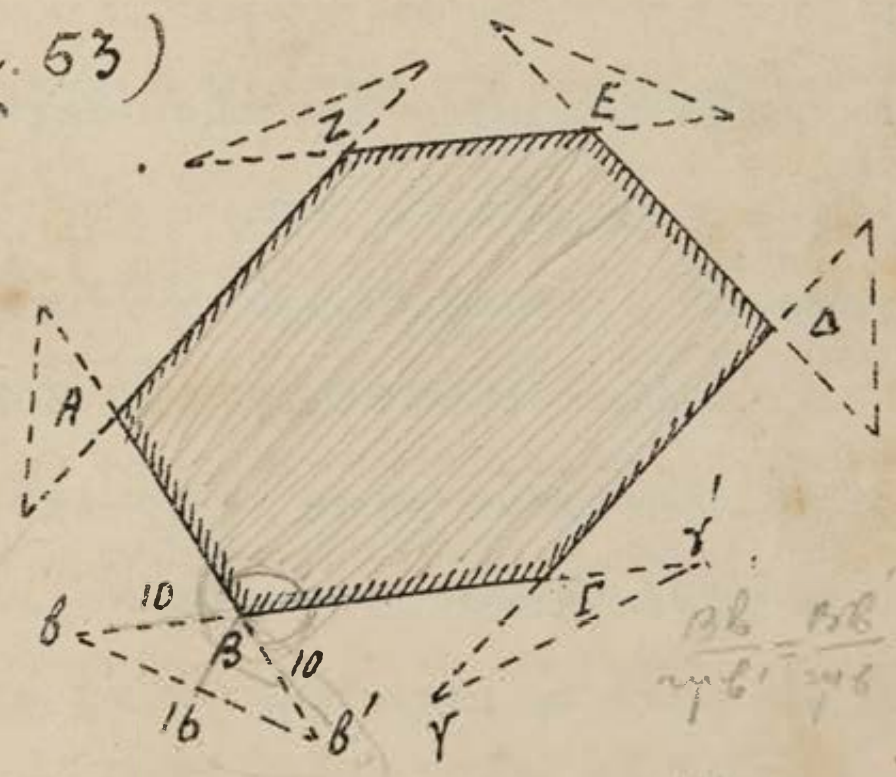


παρέχουσι τοιουτοτρόπως τὰ ἀναγκαῖα στοιχεῖα ὅπως σχεδιασθῇ ἡ ζητουμένη ἔκτασις καὶ ὑπολογισθῇ τὸ ἐμβαδὸν αὐτῆς, ὅπερ ἐπιτυγχάνεται ἐὰν ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ὀρθογωνίου ΑΒΓΔ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν τῶν ἐξωτερικῶν τραπεζίων ΑδδΖ, δδ'η, ηγγ'θΒ . . . . κ.τ.λ.

3ος Μέθοδος διὰ τῆς ὀδεύσεως. Τῆς μεθόδου ταύτης χρῆσις γίνεται ἐνίοτε ὅταν ἡ καταμετρηθησομένη ἔκτασις εἶναι ἀπρόσιτος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς· συνίσταται δὲ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν γωνιῶν τῆς πολυγώνου ἐκτάσεως διὰ τῆς ἐπεκτάσεως τῶν πλευρῶν.

Ἔστω πρὸς ἀναγραφὴν ἡ πολύγωνος ἔκτασις ΑΒΓΔΕΖ ἀπρόσιτος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς (σχ. 63) Καταμετροῦνται πρῶτον αἱ πλευραὶ τῆς περιμέτρου· ἀκολούθως διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς γωνίας Β ἐπεκτείνονται αἱ πλευραὶ ΑΒ, ΓΒ, ἐπὶ δὲ τῆς ἐπεκτάσεως αὐτῶν λαμβάνονται δύο μήκη ἴσα Βb = Bb' ἐπὶ παραδείγματι 10μ ἢ 15μ. μετρεῖται καὶ ἡ bb'. ἐν τῷ τριγώνῳ Bbb' γνωστὰ εἶναι αἱ τρεῖς πλευραὶ ἑπομένως δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν τὴν γωνίαν Β εἴτε γραφικῶς κατασκευάζοντες τὸ τρίγωνον bb'B εἴτε τριγωνομετρικῶς. Τοιουτοτρόπως ἐργαζόμενοι προσδιορίζομεν καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου. Ὡς πρὸς τὴν σχεδίασιν, ἀφοῦ κατασκευασθῇ τὸ πρῶτον ἐξωτερικὸν τρίγωνον, ὑπὸ τὴν ὁρισθεῖσαν κλίμακα ἐπεκτείνονται αἱ πλευραὶ τοῦ b'B, bB ἐφ' ὧν λαμβάνονται τὰ μήκη τῶν

(Σχ. 63)

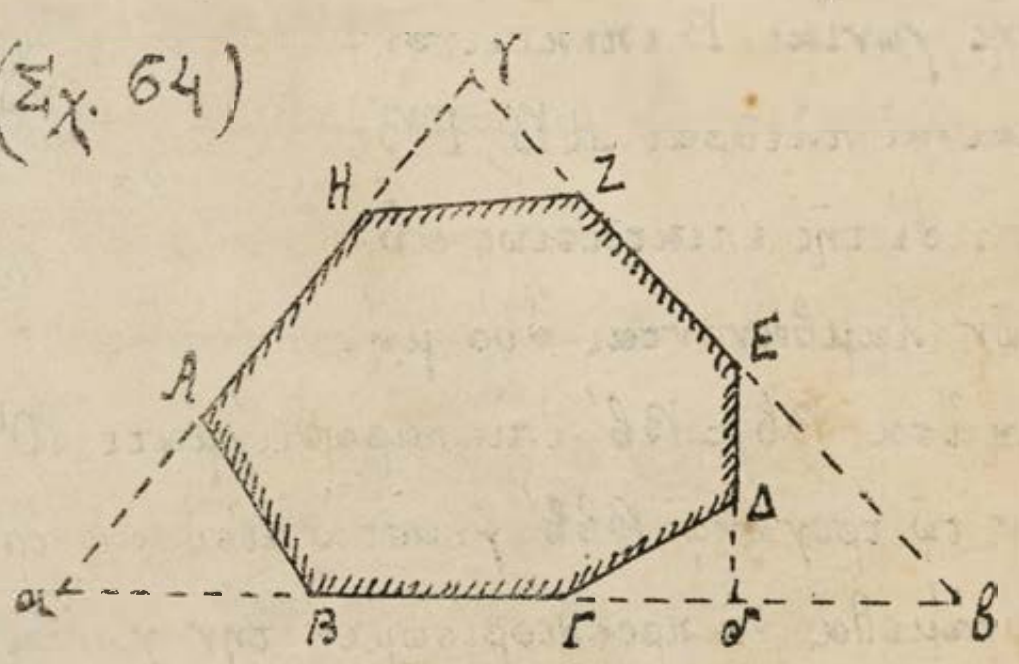


πλευρῶν ΒΓ, ΓΑ. Ἀκολούθως, γνωρίζοντες τὰς τρεῖς πλευρὰς τοῦ τριγώνου γγ΄Γ τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τῆς ἐπεκτάσεως τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου ΒΓ, ΓΔ, κατασκευάζομεν τοῦτο ἐπὶ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς ΒΓ λαμβάνοντες τὸ μῆκος Γγ΄ ἐπ' αὐτῆς καὶ προσδιορίζοντες τὸ σημεῖον γ διὰ τῆς τομῆς δύο τόξων καταγραφομένων μιᾶς μὲ τὸ κέντρον Γ, γ΄ καὶ μὲ ἀκτῖνας ἴσας μὲ τὰ μήκη γγ΄, Γγ΄. Ἡ ἐπίκτασις τῆς γΓ προσδιορίζει τὴν γωνίαν τοῦ πολυγώνου Γ. Τὸ αὐτὸ ἐφαρμόζεται καὶ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν λοιπῶν γωνιῶν.

Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης ὁ προσδιορισμὸς τῶν γωνιῶν δὲν ἐκπληροῦται ἀκριβῶς ἕνεκα τῶν μικρῶν πλευρῶν τῶν ἐξωτερικῶν τριγώνων καὶ τοῦ σφάλματος τοῦ γιγνομένου κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν πλευρῶν ἐπομένως καὶ ἡ ἀκρίβεια τῆς ἀναγραφῆς διὰ τῆς μεθόδου ταύτης εἶνε ἀμφισβητήσιμος. Πρέπει πάντοτε νὰ προτιμᾶται ἡ διὰ τῶν συντεταγμένων μέθοδος, εἰς ἄλλως δὲ ἰδιαιτέρας περιστάσεις νὰ ἐφαρμόζηται ἡ ἀνωτέρω ἐκτεθεῖσα.

4ος Μέθοδος διὰ τῆς ἐπεκτάσεως. Ἡ μέθοδος αὕτη συνίσταται ὅπως διὰ τῆς ἐπεκτάσεως τῶν πλευρῶν τῆς πολυγωνικῆς ἐκτάσεως, ἧς ζητεῖται ἡ ἀναγραφή, σχηματίσωμεν τρίγωνον ἐν τῷ ὁποίῳ νὰ ἐμπεριέχηται ἡ ζητουμένη ἔκτασις. Οὕτως ἐν τῷ γηπέδῳ ΑΒΓΔΕΖΗ (σχ. 64) ἐὰν ἐπεκτείνωμεν τὰς πλευρὰς ΑΗ, ΖΕ καὶ ΒΓ σχηματίζομεν τὸ τρίγωνον αβγ ἐν τῷ ὁποίῳ προσδιορίζομεν καὶ τὸ σημεῖον δ διὰ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς ΕΔ. Ἐὰν καταμετρηθῶσιν αἱ πλευραὶ τῆς περιμέτρου τοῦ πολυγώνου ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ . . . καὶ αἱ α

(Σχ. 64)



ποσταίσεις αΒ, αΑ, ΓΔ, ΔΒ, Βε, Ζγ, γΗ κατασκευασθῆ δι' ὑπὸ τὴν ὁρισθησομένην κλίμακα. πρῶτον τὸ τρίγωνον αΒγ' ἀναλύθωσι ληφθῶσιν ἐπὶ τούτου αἱ ἀποστάσεις αΒ, αΑ, γΗ, γΖ . . . . κ.τ.λ. καὶ ἑνωθῶσι τὰ ὁριζόμενα οὕτω σημεῖα δι' εὐθειῶν, θέλομεν ἔχει τὴν ζητουμένην ἀναγραφήν.

Κεφάλαιον Ζ'

Γενικότητες ἐπὶ τῶν κανονικῶν ἀναγραφῶν.

8

Ἀναγραφαὶ κανονικαί. Αἱ ἐν χρήσει μέθοδοι ἐν τῇ πρακτικῇ τῶν ἀναγραφῶν μεταβάλλονται κατὰ τὸν σκοπὸν οὗ προτίθενται καὶ κατὰ τὰς περιστάσεις καθ' ἃς ἐργάζονται. Διὰ τὴν ἀναγραφὴν ἐκτεταμένης ἐκτάσεως, ἧς αἱ μέρεαι καὶ αἱ λεπτομέρειαι πρέπει νὰ διαγραφῶσι μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἐπιμελείας μεταχειρίζονται μεθόδους καὶ ἐργαλεῖα ἀκριβείας διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν καὶ ἀποστάσεων. Αἱ πρὸς τοῦτο ἐργασίαι αἵτινες συνιστῶσι τὰς κανονικὰς ἀναγραφὰς ἀπαιτοῦσι πολὺν χρόνον.

Ἐγνωρίσαμεν εἰς τὸ πρῶτον κεφάλαιον ὅτι διὰ τῶν τοπογραφικῶν ἀναγραφῶν ἐκτάσεων συνήθων δύναται νὰ περαληφθῇ τὸ σφαιρικὸν τῆς γῆς, καθόσον ἡ ἐπιφάνεια ταύτης δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ταυτιζομένη μετὰ τοῦ ἐφαπτομένου ἐπιπέδου κατὰ τὸ μέσον τῆς ἐκτάσεως, ὅπερ εἶνε ὁ ὁρίζων τοῦ τόπου. Ἐλέχθη ἔτι ὅτι ἐὰν ἐκ τῶν διαφόρων σημείων τοῦ ἐδάφους ἀχθῶσι κατακόρυ-

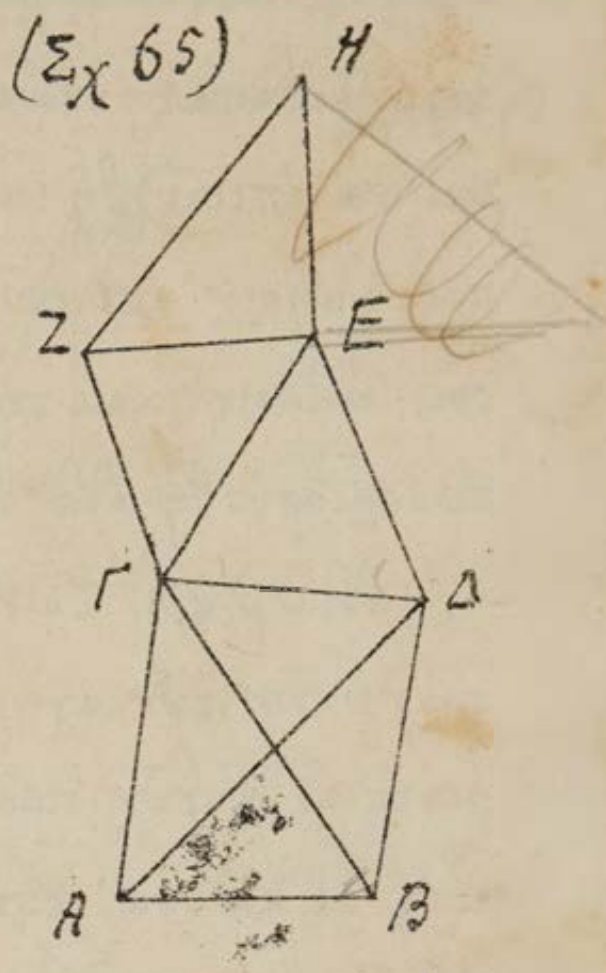
φει τὸ προκύπτον σχῆμα ἐκ τῆς συναντήσεως τῶν γραμμῶν τούτω. μετὰ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου καλεῖται ὁριζοντιογραφία τοῦ ἐδάφους.

Αἱ δὲ τὰ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀντικείμενα εἶνε πολυάριθμα καὶ μεταβληταί, καὶ τὰ σημεῖα τὰ ὁρίζοντα τὰς μορφὰς καὶ τὰ ὅρια εἶνε ἔτι πολυαριθμότερα, ἐπομένως ὁ διαδοχικὸς προσδιορισμὸς ὅλων τούτων τῶν σημείων ἔσεται ἐργασία μακρά, κατὰ τὴν ὁποίαν τὰ σφάλματα θὰ βαίνωσιν αὐξανόμενα. Οὕτω ἐκλέγεται μεταξὺ τῶν σημείων τούτων ὡρισμένος τις ἀριθμὸς ἐκ τῶν μᾶλλον διακριτῶν, ταῦτα δὲ ὑπόκεινται ἡνωμένα μεταξύ των δι' εὐθειῶν γραμμῶν. Ἡ πρὸς ἀναγραφὴν ἐπιφάνεια τοιουτοτρόπως διαιρεῖται εἰς ἀριθμόν τινα ἁπλῶν γεωμετρικῶν σχημάτων εἰς τὸ ἐσωτερικὸν ἑκάστου τῶν ὁποίων περιλαμβάνονται τὰ λοιπὰ σημεῖα τοῦ ἐδάφους, τῶν ὁποίων αἱ προβολαὶ σημειοῦνται ἐν τῇ ὁριζοντιογραφίᾳ. Ὁ προσδιορισμὸς τῶν σημείων τούτων, ὅστις συνιστᾷ τὴν ἀναγραφὴν τῆς λεπτομερείας καθίσταται εὔκολος διότι δυνάμεθα νὰ τὰ συνδέσωμεν μεθ' ἑνὸς συνόλου γραμμῶν καὶ σημείων προσδιορισθέντων ἤδη ἀκριβῶς, καὶ τὰ σφάλματα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ διαπραχθῶσιν ἔσονται κατὰ ἑαυτὸν μικρότερα καὶ εὐκολώτερον ν' ἀναγνωρισθῶσι καθ' ὅσον περιέχονται ἐντὸς ὁρίων μᾶλλον περιωρισμένων.

Τὸ σύστημα τοῦτο τῶν γραμμῶν τῶν ἑνουσῶν τὰ πρωτεύοντα σημεῖα τοῦ ἐδάφους καὶ τῶν ὁποίων αἱ προβολαὶ μεταφέρονται ἐπὶ τῆς ἀναγραφῆς μεθ' ὅλης τῆς ἀκριβείας συνιστᾷ τὸ δίκτυον τῆς ἀναγραφῆς, εὐκόλως δὲ ἐννοεῖται ὅτι διὰ μιᾶς μόνης καταμετρήσεως καὶ τῆς καταμετρήσεως τῶν γωνιῶν δύναται νὰ συσταθῇ τὸ δίκτυον τοῦτο. Ἔστω Α, Β, Γ, Δ . . . . (σχ. 65 σελ. 89) ὡρισμένα ἀριθμὸς σημείων τοῦ ἐδάφους,

τὰ ὁποῖα φανταζόμεθα ἡνωμένα διὰ τῶν εὐθειῶν ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΒΔ . . . τὸ σύνολον τῶν εὐθειῶν τούτων σχηματίζει δίκτυον, εἰς τὸ ὁποῖον ὑποθέτομεν ὅτι γνωρίζομεν τὴν πλευρὰν ΑΒ καὶ τὰς τρεῖς γωνίας ἑκάστου τριγώνου. Ἐπιλύοντες ἢ κατασκευάζοντες τὸ τρίγωνον ΑΒΓ ἐπιτυγχάνομεν τὴν πλευρὰν ΒΓ, ἥτις θὰ εἰσέλθῃ ὡς στοιχεῖον γνωστὸν εἰς τὴν ἐπίλυσιν ἢ τὴν κατασκευὴν τοῦ τριγώνου ΒΓΔ καὶ θὰ ἐπιτρέψῃ τὴν εὕρεσιν τῆς πλευρᾶς ΓΔ· διὰ μέσου τῆς ΓΔ καὶ τῶν γωνιῶν τοῦ τριγώνου ΓΔΕ ἐξάγονται καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ τῶν τριγώνων καὶ ἑπομένως πᾶσαι αἱ πλευραὶ τοῦ δικτύου. Τοιουτοτρόπως ἡ συστασις δικτύου τινὸς ἀνάγεται εἰς ἓν μόνον πρόβλημα εἴτε τῆς τριγωνομετρίας εἴτε τῆς γεωμετρίας, τὸ ὁποῖον συνίσταται εἰς τὴν λύσιν ἢ τὴν κατασκευὴν τῶν τριγώνων, ὧν γνωστὴ εἶναι μία πλευρὰ καὶ αἱ γωνίαι. Τὸ μῆκος τῆς πρώτης πλευρᾶς ΑΒ καταμετρᾶται κατ' εὐθεῖαν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους καλεῖται δὲ ὡς προείπομεν **βάσις**. Ἐάν, ὡς ζητεῖται πάντοτε εἰς τὴν πρᾶξιν τὰ δύω σημεῖα Α, Β ἐκλεχθῶσι ἐπὶ ὁριζοντίου σχεδὸν ἐπιπέδου ἡ ἀπόστασις αὐτῶν καταμετρουμένη κατ' εὐθεῖαν δίδει τὸ μῆκος τῆς βάσεως, ἐὰν δὲ τὸ ἔδαφος ἦτο κεκλιμένον ἐλέχθη ἤδη πῶς ἐπιτυγχάνεται ἡ προβολὴ αὐτῆς ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου.

(Σχ 65)



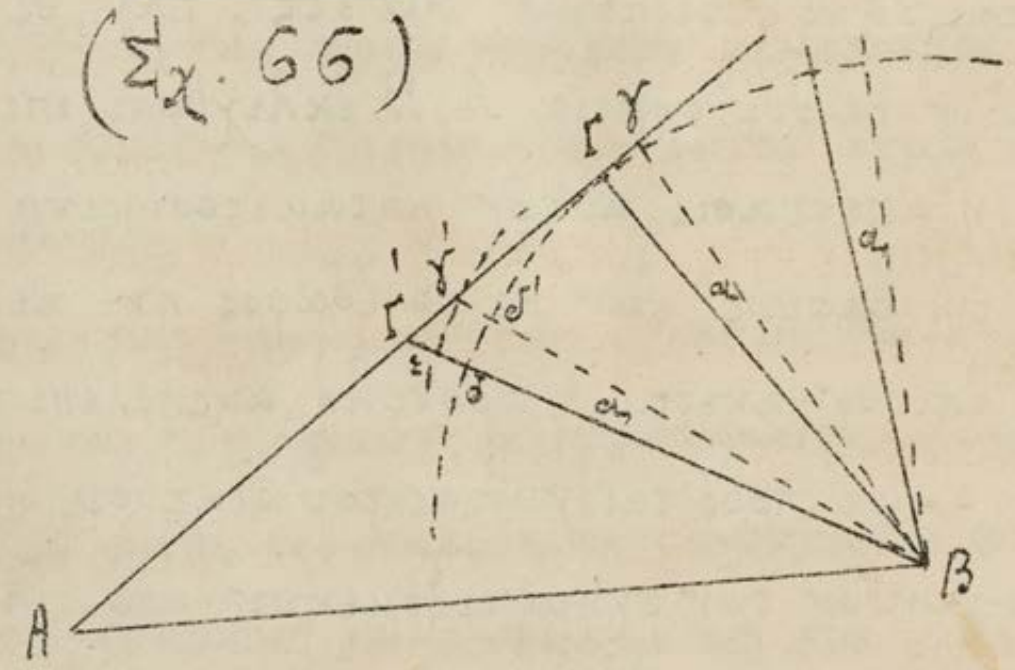
Ὡς πρὸς τὰς γωνίας τοῦ δικτύου, αἵτινες εἶναι αἱ προβολαὶ τῶν γωνιῶν τῶν σχηματιζομένων ὑπὸ τῶν ἀγομένων ἐν τῷ διαστήματι γραμμῶν θὰ ἴδωμεν ὅτι τὰ πρὸς καταμέτρησιν τούτων ἐργαλεῖα προσδιορίζουσιν ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον οὐχὶ τὰς ἐν τῷ διαστήματι γωνίας ἀλλὰ τὰς προβολὰς αὐτῶν.

Ἡ προηγουμένως ἐκτεθεῖσα μέθοδος διὰ τὴν σύστασιν τοῦ

δικτύου καλουμένη μέθοδος τῶν διατομῶν παρουσιάζει τὸ πλεονέκτημα τῆς ἀποφυγῆς τῶν καταμετρήσεων τῶν πλευρῶν, ἀπαιτουμένου πρὸς τοῦτο χρόνου πολλοῦ, ὅταν μάλιστα ζητῆται τὸ ἀκριβὲς αὐτῶν μῆκος, τὸ ὁποῖον ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον σπανιώτατα ἐπιτυγχάνεται, ἐνῷ ἡ καταμέτρησις τῶν γωνιῶν ἐξ ἐναντίας δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ἀκριβέστατα δι' εὐκόλων παρατηρήσεων μιᾶς πρὸς χρῆσιν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ἡ μέθοδος τῶν διατομῶν ἐπιτρέπει συνδυασμὸν τοῦ ἀπλοῦ καὶ τὴν ἐξέλεγξιν, ὥστε τὸ σημεῖον Δ δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ δύο τρόπων, διὰ τοῦ τριγώνου ΑΒΔ καὶ ΒΓΔ.

Μορφὴ τῶν τριγώνων τοῦ δικτύου. Ἡ μορφὴ τῶν τριγώνων τῶν σχηματιζόντων τὸ δίκτυον ἐνδιαφέρει τὰ μέγιστα, διότι ἐξ αὐτῶν προσδιορίζονται τὰ σημεῖα τοῦ ἐδάφους τὰ ὁποῖα εἶνε αἱ κορυφαὶ των. Γνωστὸν πρῶτον εἶνε ὅτι ὅταν δύο εὐθεῖαι συναντῶνται ὑπὸ γωνίαν πολὺ ὀξεῖαν τὸ σημεῖον τῆς τομῆς αὐτῶν εὐκόλως προσδιορίζεται, ἐξ ἐναντίας δὲ τελείως ὅταν αἱ γραμμαὶ τέμνωνται κατ' ὀρθὴν γωνίαν. Ἐπὶ πλέον ἐὰν μέσον σημείου τινὸς Γ μετὰ τῶν ἄκρων τῆς βάσεως ΑΒ (σχ. 66) καὶ γνωστοῦ ὄντος τοῦ μήκους αὐτῆς καὶ τῶν παρακειμένων γωνιῶν Α καὶ Β εἶναι ὑπάρχει σφάλμα τι γωνιαῖον α διαπραχθὲν κατὰ τὴν ἐκτίμησιν τῆς γωνίας Β, ἐκ τοῦ σφάλματος τούτου θὰ ἔλθει προκύψει ἕτερον γραμμικὸν σφάλμα διὰ τὴν θέσιν τοῦ σημείου Γ τὸ Γγ τοῦ ὁποίου τὸ ἐλάχιστον ἀντιστοιχεῖ ἐν τῇ περιπτώσει καθ' ἣν ἡ γωνία Γ εἶνε ὀρθή.

(Σχ. 66)



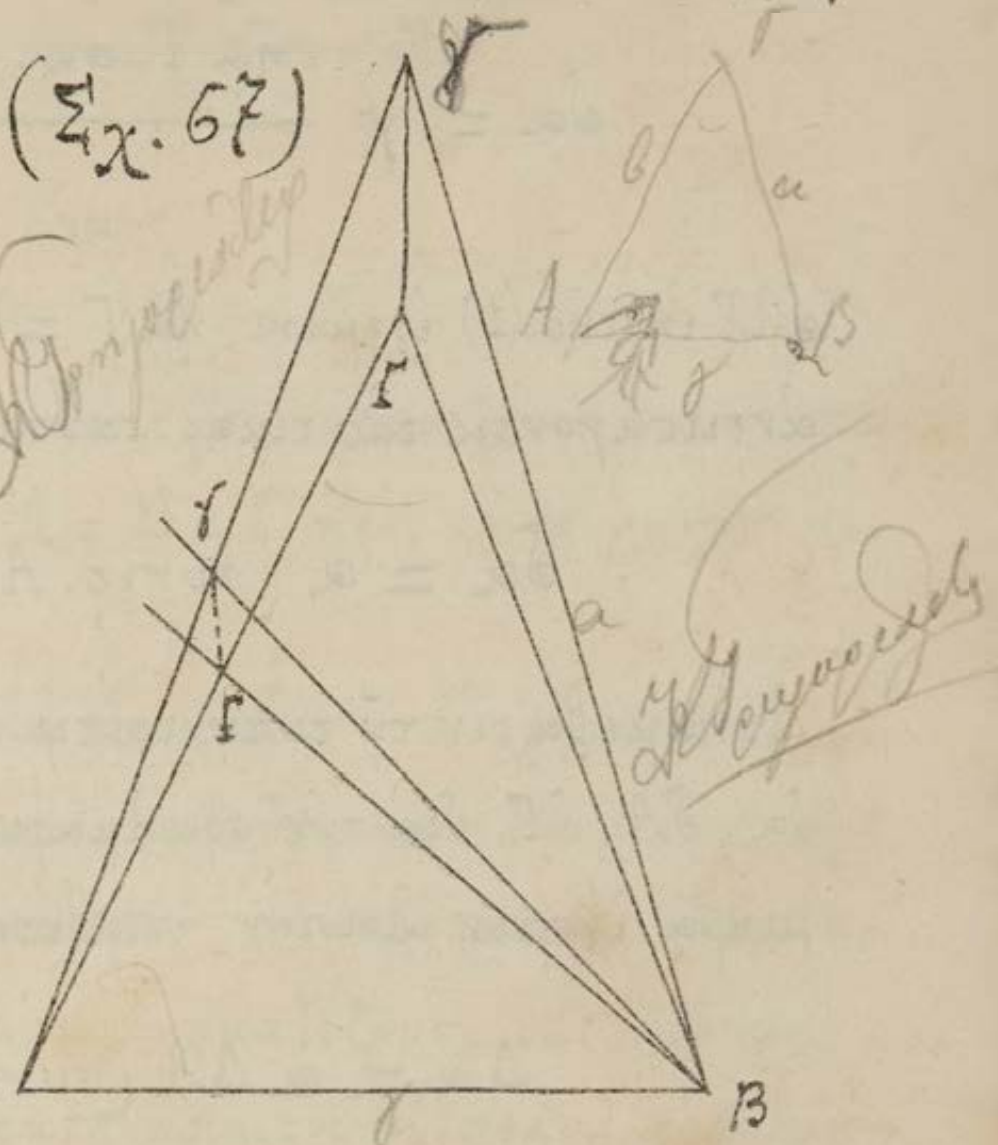
Καὶ ἀληθῶς ἐὰν ἡ ΒΓ ἦτε κάθετος ἐπὶ τῆς ΑΓ καὶ μὲ κέντρον Β καὶ ἀκτῖνα ΒΓ καταγραφῇ τόξον κύκλου ὑπάρχει Γγ = δδ' ἀλλὰ δδ' < γ'ε < Γ'γ' ἑπομένως Γγ < Γ'γ'.

Ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι καὶ ἐπὶ τῶν δύω γωνιῶν τῆς βάσεως Α καὶ Β δι-

απράττεται σφάλμα τὶ τὸ σχῆμα δεικνύει ὅτι τὸ ἐν τῇ κορυφῇ γραμ-

μικὸν σφάλμα Γγ εἶνε κατὰ τοσοῦτον μεγαλίτερον καθ' ὅσον ἡ γωνία Γ εἶνε ὀξυτέρα. Ἡ τομὴ λοιπὸν δύω εὐθειῶν ὑπὸ γωνίαν ὀρθὴν εἶνε ἡ μᾶλλον ἐντελής· ἀλλ' ὅταν τρίγωνόν τι ἔχῃ μίαν γωνίαν ὀρθήν, αἱ δύω ἕτεραι γωνίαι εἶνε ὀξεῖαι καὶ ἐὰν ἦνε ἄνισοι ἡ μία θὰ ἦνε μικροτέρα τῶν 45°, ἤτοι πολὺ ὀξεῖα. Ἐκ τούτων συναγόμεν ὅτι ὅπως τεθῶμεν ὑπὸ τοὺς καλλιτέρους ὅρους πρέπει αἱ γωνίαι τοῦ τριγώνου νὰ πλησιάζωσι τὸ δυνατὸν τὴν ὀρθὴν τῶν πιθανοτήτων τῶν σφαλμάτων ὄντων τῶν αὐτῶν καὶ διὰ τὰς τρεῖς γωνίας, ὅπερ ἄγει εἰς τὴν ἰσογώνιον μορφήν, ἤτοι τὸ τρίγωνον πρέπει νὰ ἦνε ἰσόπλευρον, λοιπὸν ἡ ἰσόπλευρος μορφὴ τῶν τριγώνων παρουσιάζει τὰ μεγαλείτερα πλεονεκτήματα ὡς πρὸς τὴν ἐκτίμησιν αὐτῶν.

(Σχ. 67)



Ἂς ζητήσωμεν τῇ σπουδαίας ταύτης προτάσεως τὴν ἀπόδειξιν διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ.

Καλέσωμεν α, β, γ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου καὶ Α, Β, Γ τὰς ἀπέναντι τούτων γωνίας, ἔχομεν

. . . α ἡμ Γ = γ ἡμ Α . . . (1)

ἐξ οὗ . . $\alpha = \gamma \frac{\eta\mu A}{\eta\mu \Gamma}$, . . τύπος εἰς

τὸν ὁποῖον θεωροῦμεν γ ὡς σταθερὰν καὶ A, γ ὡς μεταβλητάς. διαφορίζοντες ἔχομεν . . . . . .

. . $\delta\alpha = \gamma \frac{\eta\mu \Gamma \sigma\upsilon\nu. A \delta A - \eta\mu A \sigma\upsilon\nu \Gamma \delta\Gamma}{\eta\mu^2 \Gamma}$ . . (2)

ἀλλ' ἐκ τῆς (1) ἔχομεν $\eta\mu\Gamma = \frac{\gamma}{\alpha}\eta\mu A$ ἢ $\eta\mu A = \frac{\alpha}{\gamma}\eta\mu\Gamma$ ἀντικαθιστῶντες τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν (2) λαμβάνομεν . . .

. . . $\delta\alpha = \alpha(\sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi. A \delta A - \sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi \Gamma \delta\Gamma)$

Δυνάμεθα ἐν τῷ τύπῳ τούτῳ νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὰ διαφορικὰ $\delta\alpha, \delta A, \delta\Gamma$ διὰ τῶν σφαλμάτων $\Delta\alpha, \Delta A, \Delta\Gamma$ ἅτινα εἶνε πολὺ μικρὰ ἔχομεν λοιπὸν ὑποθέτοντες $\Delta A = \Delta\Gamma$ . . . .

. . $\Delta\alpha = \alpha \Delta A (\sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi A - \sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi. \Gamma)$ . . . (3)

ποσότης καθισταμένη μηδενικὴ διὰ $A = \Gamma$. ὁμοίως δεικνύεται καὶ διὰ τὴν ἑτέραν γωνίαν B ὅτι πρέπει νὰ ὑπάρχῃ $A = B$, ἑπομένως $A = B = \Gamma$ ἄρα τὸ τρίγωνον πρέπει νὰ ἦνε ἰσόπλευρον.

Ἐὰν τὰ σφάλματα ὑποτεθῶσιν ἴσα καὶ κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν δηλ. $A = -\Gamma$, τότε ὁ τύπος 3 ἄγεται εἰς . . .

. . $\Delta\alpha = \pm \alpha \Delta A (\sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi. A + \sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi \Gamma)$, ἀλλὰ

. . $\sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi. A + \sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi \Gamma = \frac{\eta\mu(A+\Gamma)}{\eta\mu A \, \eta\mu \Gamma} =$

$$\frac{\eta\mu(A+\Gamma)}{\frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu(A-\Gamma) - \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu(A+\Gamma)}$$ . . καὶ ἐ.

πειδὴ $A+\Gamma = 180^\circ - B$ ἔχομεν . . . . .

$$\text{συνεφ.} A + \text{συνεφ}\,\Gamma = \frac{2\,\eta\mu\, B}{\text{συν}(A-\Gamma) + \text{συν}\, B}$$

$$\text{λοιπὸν } \Delta\alpha = \pm\, \alpha\, \Delta A\, \frac{2\,\eta\mu\, B}{\text{συν}(A-\Gamma) + \text{συν}\, B}$$

ἡ τιμὴ τοῦ $\Delta\alpha$ θὰ ἦτε ἐλαχίστη ὅταν . . . . .

. . $\text{συν}(A-\Gamma) = 1$ ἤτοι $A = \Gamma$.

Ὁμοίως δεικνύεται καὶ διὰ τὴν ἑτέραν γωνίαν ὅτι πρέπει νὰ ὑπάρχῃ $A = B$ ἑπομένως $A = B = \Gamma$ ἤτοι τὸ τρίγωνον πρέπει νὰ ἦτε ἰσόπλευρον.

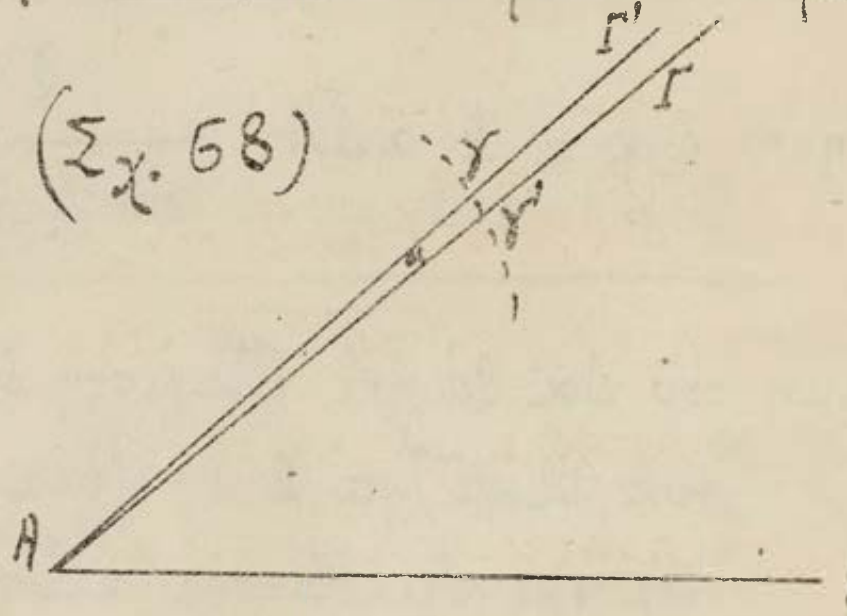
Ἐν τῇ πράξει εἶναι πολὺ δύσκολον νὰ σχηματισθῇ δίκτυον δι' ἰσοπλεύρων τριγώνων, προσπαθοῦσι νὰ πλησιάσωσι τὴν μορφὴν τούτων τὸ δυνατὸν περισσότερον, τοιουτοτρόπως ἡ ἐκλογὴ τῶν πρωτευόντων σημείων, ἅτινα σχηματίζουσι τὰς κορυφὰς τῶν τριγώνων εἶναι ἐργασία λεπτοτάτη ἀπαιτοῦσα πολὺν προσεχὴν καὶ κρίσιν ἐκ μέρους τῶν τοπογράφων.

96. Συνθῆκαι ἐπὶ τοῦ μεγέθους τῶν πλευρῶν τῶν τριγώνων. Ὁ Laplace ἀπέδειξε διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν πιθανοτήτων ὅτι τὰ σφάλματα τὰ γινόμενα ἐπὶ τοῦ συνόλου μεγάλης τοπογραφικῆς ἐργασίας εἶναι ἀνάλογα τοῦ ἀριθμοῦ τῶν τριγώνων τῶν συνιστώντων τὸ δίκτυον αὐτῆς. Πρέπει λοιπὸν ὁ ἀριθμὸς τῶν τριγώνων ἐνὸς δικτύου νὰ περιορισθῇ διὰ τῆς χρήσεως ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλειτέρων τριγώνων. ἀλλὰ θὰ ἀποδείξωμεν ὅτι τὸ μέγεθος τῶν πλευρῶν τούτων ἔχει ἓν ὅριον, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀναπεφευγότος διαπραττομένου σφάλματος κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν, σφάλμα-

τος μεταβλητοῦ μετὰ τῶν ἐν χρήσει ὀργανείων καὶ τῶν παρατηρήσεων.

Κατεμετρουμένης τῆς γωνίας Α τὴν ὁποίαν σχηματίζει διεύθυνσίς τις ΑΓ (σχ. 68) μετὰ τῆς βάσεως ΑΒ διαπράττεται σφάλμάτι τι α καὶ ὅταν κατασκευασθῇ ἡ καταμετρηθεῖσα γωνία θὰ χαραχθῇ αὐτὶ τῆς ἀληθοῦς διευθύνσεως ΑΓ ἡ γραμμὴ ΑΓ' σχηματίζουσα μετὰ τῆς ΑΓ τὴν γωνίαν α.

(Σχ. 68)



Ἐπειδὴ δὲ ἡ γωνία αὕτη εἶνε ἐλαχίστη αἱ δύο γραμμαὶ θὰ παρουσιασθῶσιν ὡς συγχεόμεναι εἰς μίαν καὶ μόνην ἐπὶ ὡρισμένου μήκους ἀπὸ τῆς κορυφῆς Α, καὶ ἀληθῶς γραφικῶς δυνάμενοι νὰ θεωρηθῶσιν ὡς μία γραμμὴ ἐπὶ ἐκτάσεως τὴν ὁποίαν θέλομεν προσδιορίσει.

Παραδεδεγμένον εἶνε ὅτι μῆκος 0,0002 ἢ καὶ μικρότερον δὲν δύναται νὰ ἐκτιμηθῇ ἐπὶ τοῦ σχεδίου. Καταγράψωμεν ἐκ τῆς κορυφῆς Α ὡς κέντρου τόξον τοιαύτης ἀκτῖνος ὥστε τὸ τόξον γγ' νὰ ἦνε ἀκριβῶς ἴσον μὲ 0,0002· δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν γραφικῶς ὅτι τὰ σημεῖα γ, γ' συγχέονται καὶ ἐπομένως καὶ αἱ εὐθεῖαι ΑΓ, ΑΓ' σχηματίζουσι μίαν καὶ μόνην. Εἶνε ἤδη εὔκολον νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτὶς Αγ· καλοῦντες β τὸ γραφικὸν μῆκος αὐτῆς, α τὸ μῆκος τοῦ τόξου τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὸ γωνιῶδες σφάλμα τοῦ ὁποίου ἡ ἀκτὶς εἶνε ἡ μονὰς ἔχομεν - - - - -

$$0,0002 = \alpha\beta \qquad \text{ἐξ οὗ} \qquad \beta = \frac{0,0002}{\alpha}$$

Δηλοῦντες γενικῶς τὸ μῆκος 0,0002 διὰ ε ἔχομεν $\beta = \frac{\varepsilon}{\alpha}$ καὶ ἂν τὸ γραφικὸν τοῦτο μῆκος ἀναγάγωμεν εἰς τὸ ἀντιστοι-

χον φυσικὸν μῆκος β παλλαπλασιάζοντες ἐπὶ τὸν παρονομαστὴν τῆς κλίμακος μ ἔχομεν - - - - - - -

$$\beta = \frac{\varepsilon \mu}{\alpha}$$

τιμὴ παριστῶσα τὸ ὅριον τοῦ μεγέθους τῶν πλευρῶν ἐνὸς τοπογραφικοῦ δικτύου ὅπως τὸ διαπραττόμενον σφάλμα κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν οὐδεμίαν ἔχῃ ἐπιρροὴν γραφικῶς ὡς πρὸς τὸν προσδιορισμὸν τῶν κορυφῶν.

Παρατηρεῖται ὅτι τὸ ὅριον τοῦτο ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς γωνίας α καὶ ὅτι τοῦτο μειοῦται καθόσον α αὐξάνει, ἤτοι καθόσον ἡ ἐκτίμησις τῶν γωνιῶν ἐκτελεῖται πλημελῶς. Τὸ ὅριον τοῦ τὸ ἐλαττοῦται ἐπίσης μετὰ τοῦ παρονομαστοῦ τῆς κλίμακος. ἐπιβλογικὸν διότι τὰ σφάλματα ταῦτα εἶνε κατὰ τοσοῦτον μᾶλλον διακριτὰ καθόσον ἡ κλίμαξ τοῦ σχεδίου εἶνε μεγαλειτέρα.

Ἐν Γαλλίᾳ μετακειρισθέντες κύκλους διαμέτρου 0,35 μέχρι 0,40 διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν ἠδυνήθησαν νὰ δώσωσιν εἰς τὰς πλευρὰς τῶν τριγώνων τῆς πρώτης τάξεως 40 μέχρι 50 χιλιομέτρων μῆκος, ἐν Ἀγγλίᾳ δὲ διὰ κύκλων 1,00 διαμέτρου ἐφθασαν μέχρι 100 χιλιομέτρων. Ἐννοεῖται ὅτι διὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν γωνιῶν ἐν τῇ περιστάσει ταύτῃ γίνεται χρῆσις τῶν μεθόδων τῶν ἐπαναλήψεων ἃς ἐξεθέσαμεν ἐν τῇ εἰσαγωγῇ τῆς πραγματείας ταύτης.

Σφάλματα κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν. Κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν λαμβάνονται χώραν τρία σφάλματα ὡς πρὸς τὴν ἀκρίβειαν τούτων ἐκτιμησιν.

1ον Σφάλμα ἐκ τῆς μὴ ἀκριβοῦς εἰσαγωγῆς τῆς γωνίας ἐπὶ τοῦ δίσκου, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν α.

2ον Σφάλμα ἐκ τῆς ἀκριβοῦς διαιρέσεως τοῦ δίσκου τὸ ὁποῖον καλοῦμεν δ.

3ον Σφάλμα ἐκ τῆς μὴ ἀκριβοῦς σκοπεύσεως πρὸς τὸ ἀντικείμενον, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν θ.

Εἰὰν ἤδη ὑποθέσωμεν ν τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπαναλήψεων τῶν ἐκτελεσθεισῶν συνεχῶς διὰ τὴν καταμέτρησιν γωνιας τινὸς τὸ σφάλμα, ὅπερ δύναται νὰ προκύψῃ κατὰ τὴν ἐκτίμησιν ταύτης συμφώνως μὲ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν πιθανοτήτων παρίσταται διὰ τοῦ τύπου . . . . . .

$$\text{Σφάλμα} = \frac{\pm a \pm \delta}{\nu} \pm \frac{\theta}{\sqrt{\nu}}$$

Ὁ Bessel ὑπελόγιζεν εἰς 0",837 τὸ μέσον σφάλμα ἐκ τῆς μὴ ἀκριβοῦς σκοπεύσεως καὶ εἰς 1",972 τὸ μέσον σφάλμα τῆς ἀναγνώσεως συμπεριλαμβανομένου καὶ ἐκείνου, ὅπερ προέρχεται ἐκ τῆς ἀκριβοῦς διαιρέσεως τοῦ δίσκου· ἀλλὰ εἰς τὰς συνηθεις περιστάσεις ὀρθὸν εἶνε ν' αὐξήσωμεν κατὰ πολὺ τοὺς ἀριθμοὺς τούτους. Ὑπάρχουσι τοιαῦτα ἐργαλεῖα καταμετρήσεων δι' ὧν δὲν δύναταί τις νὰ ἐγγυηθῇ ἀσφαλῶς προσέγγισιν 2' σχεδόν.

Ὅταν εἰς τριγωνομετρικὴν τινα δικτύωσιν καταμετρῶνται διὰ τοῦ ἐργαλείου αἱ τρεῖς γωνίαι τριγώνου τινός, τὸ ἄθροισμα τούτων διαφέρει σχεδὸν πάντοτε τῶν 180°. Διορθοῦσι τὸ παρατηρηθὲν σφάλμα διανέμοντες τοῦτο ἐξ ἴσου καὶ εἰς τὰς τρεῖς γωνίας. Ὁ κανὼν οὗτος εἰς οὐδεμίαν λόγον συμμετρίας στηρίζεται, ἀλλ' ἀποδεικνύεται, ὅτι εἶνε ὁ τὰ μᾶλλον πιθανὰ ἐξαγόμενα δίδων. Ἀληθῶς ἔστωσαν χ, ψ, ζ αἱ διὰ τοῦ ἐργαλείου ἐπιτευχθεῖσαι γωνίαι Α καὶ Β τὸ ἀληθὲς μέτρον τῶν δύο πρώτων, 180° - Α - Β ἔσται τὸ ἀκριβὲς μέτρον τῆς τρίτης, τὰ σφάλματα ἔσονται - -

$$A-\chi \quad , \quad B-\psi \quad , \quad (180-A-B)-\zeta$$

Εἰὰν ἐφαρμόσωμεν τὴν μέθοδον τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων, τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν σφαλμάτων τούτων ἔσται . . .

$$(A-\chi)^2+(B-\psi)^2+\left[(180-A-B)-\zeta\right]^2$$

διὰ νὰ ἦτε ἡ ποσότης αὐτὴ ἐλαχίστη πρέπει αἱ παραγόμεναι ἐξ αὐτῆς, θεωρουμένης πρώτον ὡς μεταβλητῆς τῆς A καὶ ἀκολούθως τῆς B, νὰ ἦτε ἴσαι μὲ τὸ μηδέν· ἐπομένως ἔχομεν . . . . . .

$$A-\chi-\left[(180^\circ-A-B)-\zeta\right]=0$$

καὶ

$$B-\psi-\left[(180^\circ-A-B)-\zeta\right]=0$$

ἐξ οὗ ἐξάγομεν . . . . . .

$$A=\frac{180^\circ-\psi-\zeta-2\chi}{3}=\chi+\frac{180^\circ-(\chi+\psi+\zeta)}{3}$$

καὶ καλοῦντες δ τὴν διαφορὰν τὴν ὑπάρχουσαν μεταξὺ τῶν καταμετρηθεισῶν γωνιῶν ἀπὸ 180° ἤτοι . . . . .

$$180^\circ-(\chi+\psi+\zeta)=\delta$$ ἔχομεν $A=\chi+\frac{1}{3}\delta$

εὑρίσκομεν ὁμοίως $B=\psi+\frac{1}{3}\delta$ καὶ ἐπομένως . =

$$\Gamma=180^\circ-A=B=180^\circ-\chi-\psi-\frac{2}{3}\delta$$

$$=180^\circ-\chi-\psi-\frac{\zeta}{2}+\frac{\zeta}{2}-\frac{2}{3}\delta$$

$$=\delta+\frac{\zeta}{2}-\frac{2}{3}\delta=\frac{\zeta}{2}+\frac{1}{3}\delta$$

ὅπερ δικαιολογεῖ τὸν παραδεδεγμένον κανόνα.

Ἀποδεικνύεται ὁμοίως ὅτι, ὅταν ἐκπληρῶνται ὁλόκληρος πε-

σ. λ 13ον

ριστρεφῆ τοῦ δίσκου ὁριζοντίως, τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν ἐπιτυχθεισῶν γωνιῶν διὰ τοῦ ἐργαλείου διαφέρει τῶν 360°, πρέπει ἐξ ἴσου νὰ διανεμηθῇ ἡ διαφορὰ εἰς ὅλων τῶν γωνιῶν.

Ἐργασίαι διὰ τὴν σύστασιν τοῦ δικτύου. Ἀναμφιβαλλοντες τὰς ἐκτελεσθησομένας ἐργασίας διὰ τὴν σύστασιν τοῦ δικτύου παρατηροῦμεν ὅτι αὗται πρέπει νὰ ἐκτελεσθῶσι κατὰ τὴν ἀκόλουθον ταξιν.

1ον) Ἐκλογὴ τῶν πρωτευόντων σημείων ἐκλεγομένων οὕτως ὥστε τὰ σχηματιζόμενα τρίγωνα ἐκ τῆς ἑνώσεως τούτων δι' εὐθειῶν νὰ πληρῶσι κατὰ τὸ μέγεθος καὶ τὴν μορφὴν τὰς τοπικὰς ἐκλεχθέντας ὄρους.

2ον) Ἐκλογὴ τῆς βάσεως ἐπὶ ἐδάφους ὅσον τὸ δυνατὸν ὁριζοντίου.

3ον) Καταμέτρησις τῆς βάσεως μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἀκριβείας διὰ τῶν ἐκτεθεισῶν μεθόδων.

4ον) Καταμέτρησις καὶ τῶν τριῶν γωνιῶν τῶν τριγώνων διὰ τῶν ἐργαλείων, τὰ ὁποῖα θέλομεν περιγράψει εἰς τὸ ἀκόλουθον κεφάλαιον.

Μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν ἐργασιῶν τούτων ὑπάρχουσι τὰ ἀναγκαῖα στοιχεῖα διὰ τὴν λύσιν καὶ τὴν κατασκευὴν τῶν τριγώνων, καὶ δύναται νὰ χαραχθῇ ὑπὸ τὴν ἐκλεχθεῖσαν κλίμακα τὸ δίκτυον, ὅπερ θέλει προσδιορισει ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ σχεδίου τὴν θέσιν τῶν πρωτευόντων σημείων, τὰ ὁποῖα χρησιμεύουσιν ὡς σημεῖα ἀφετηρίας διὰ τὴν ἐπίτασιν τοῦ δικτύου καὶ τὸν προσδιορισμὸν μεγάλου ἀριθμοῦ ἑτέρων σημείων καλουμένων δευτερευόντων.

Ἡ ἀκριβὴς τῶν πρωτευόντων σημείων προσδιορισμὸς εἶνε ἐργασία εὐαπόφευκτος διὰ τὴν ἀκαμψίαν μεγάλης ἐκτάσεως. Τὰ τρίγωνα τῶν ὁποίων καταμετρήθησαν καὶ ὑπελογίσθησαν τὰ στοιχεῖ-

α δὲν κατασκευάζονται διὰ τῶν γραμμικῶν μεθόδων, ἀλλὰ διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν συντεταγμένων, τῶν χορδῶν αὐτῶν ἀναφερομένων ὡς πρὸς δύο ὀρθογωνίους ἄξονας, ὧν ὁ εἷς εἶναι ὁ μεσημβρινὸς τοῦ τόπου. Τὸ σύνολον τῶν πρωτευόντων σημείων σχηματίζει τὸ τριγωνομετρικὸν δίκτυον τοῦ τόπου.

Τὰ δευτερεύοντα σημεῖα συνδέονται μετὰ τῶν πρώτων διὰ τριγώνων ὧν ἡ μερὶς ἐπιζητεῖται νὰ πλησιάζῃ ὅσον τὸ δυνατὸν τὴν ἰσόπλευρον, ἀλλὰ τὰ ὁποῖα εἰς πολλὰς περιστάσεις δύνανται νὰ ἐ-χωσι διαφόρους, ἐξαιρουμένων ἐνίοτε ἐκείνων, ἅτινα παρουσιάζουσι γωνίας μικροτέρας τῶν 30° ἢ μεγαλειτέρας τῶν 150°, ἄλλως τε τὸ διαπραχθησόμενον σφάλμα ὡς πρὸς τὸν προσδιορισμὸν ἑνὸς τινος σημείου δὲν ἀναφέρεται ἐπὶ τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν ἄλλων σημείων ὡς ἁπλῶς ἀντιστρόφως· ἐν τούτοις δὲν πρέπει νὰ παραμελῆται ἡ ἐξέλεγξις τῶν σημείων τούτων διὰ τῆς συνδέσεως μετὰ τῶν πρωτευόντων σημείων τῶν προσκειμένων τριγώνων. Τὰ μεγάλα τρίγωνα τοῦ δικτύου ἀποσυντίθενται οὕτως εἰς μέγαν ἀριθμὸν δευτερευόντων τριγώνων, ἅτινα θέλουσι χορηγήσει πλῆθος μικρῶν βάσεων καὶ σημείων πολὺ πλησίον, τῶν ὁποίων θέλει γίνει χρῆσις ὅπως μεταφερθῇ ἐπὶ τοῦ χάρτου ἡ ἀναγραφὴ τῆς λεπτομερείας.

Ἡ λεπτομέρεια τῆς ἐπιπεδομετρίας ἐκτελεῖται διὰ πολλῶν μεθόδων· ἡ ἐκτεθεῖσα διὰ τὴν σύστασιν τοῦ δικτύου μέθοδος τῶν διαστημῶν εἶναι καθ' ἣν ἐφαρμόσιμος διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς λεπτομερείας καὶ πολλάκις χρῆσις ταύτης γίνεται. Θέλομεν γνωρίσει καὶ ἑτέρας ὅταν θὰ πραγματευθῶμεν περὶ τῆς πρακτικῆς τῶν ἀναγραφῶν.

Παραλληλισμὸς τῆς ἀναγραφῆς. Διὰ τῶν ἐκτεθεισῶν ἐργασιῶν ἐδείχθη γενικῶς πῶς προσδιορίζονται αἱ διαστάσεις τοῦ ἐδάφους καὶ αἱ θέσεις τῶν ἀντικειμένων καὶ τῶν γραμ-

μῶν τῶν κειμένων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας του. Ἐντεῦταις ὅπως θεωρηθῇ πλήρης ἡ ὁριζοντιογραφία ἀπαιτεῖται νὰ δειχθῇ καὶ ὁ παραλληλισμὸς αὐτῆς, ἤτοι νὰ χαραχθῇ ἐπὶ ταύτης ὁ μεσημβρινὸς τοῦ τόπου.

Ἐν τῇ εἰσαγωγῇ ἐγνωρίσαμεν πῶς προσδιορίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἡ μεσημβρινὴ γραμμὴ διὰ τῆς παρατηρήσεως τῶν ἀπλάνων· ἡ μέθοδος εἶνι ἀκριβεστάτη, ἀλλ' οὐχὶ καὶ εὐκόλως εἰς τὴν ἐκτέλεσιν ἀπαιτοῦσα παρατηρητὴν ἐξησκημένης ἱκανότητος. Εἰς πολλὰς περιστάσεις ἀρκοῦνται παραλληλίζοντες τὴν εὐθεῖαν, ὡς πρὸς τὸν μαγνητικὸν μεσημβρινόν, ὅστις εἶνε ἡ διεύθυνσις τῆς μαγνητικῆς βελόνης. Γνωστὸν ὅτι ὁ μαγνητικὸς μεσημβρινὸς δὲν ταυτίζεται μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ σχηματίζων μετ' αὐτοῦ γωνίαν μεταβλητὴν καλουμένην ἀπόκλισιν. Ἡ γωνία αὕτη, ἥτις μεταβάλλεται σὺν τῷ τόπῳ καὶ τῷ χρόνῳ κατὰ τὴν ἐποχὴν ταύτην εἶνε 19°.

Ὅπως παραλληλισθῇ σχέδιόν τι ὡς πρὸς τὸν μαγνητικὸν μεσημβρινὸν ἀρκεῖ νὰ καταμετρηθῇ ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει πλευρά τις τοῦ δικτύου μετὰ τῆς διευθύνσεως τῆς μαγνητικῆς βελόνης, μεταφερομένης ἀκολούθως τῆς γωνίας ταύτης ἐπὶ τοῦ σχεδίου προσδιορίζεται τὸ ἴχνος τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ. Δύναται νὰ γίνῃ χρῆσις τῆς γραμμῆς ταύτης διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ γηΐνου μεσημβρινοῦ χαραττομένης εὐθείας τινὸς σχηματιζούσης μετὰ τῆς διευθύνσεως ταύτης γωνίαν ἴσην μὲ τὴν ἀπόκλισιν· τὸ μέσον τοῦτο μολονότι ἁπλούστατον προσδιορίζει ἀτελῶς τὴν διεύθυνσιν ταύτην· θ' ἀναπτύξωμεν ἀργότερον ἀκριβεστέρας μεθόδους ἐν χρήσει διὰ τὸν παραλληλισμόν.

Κεφάλαιον Η'.

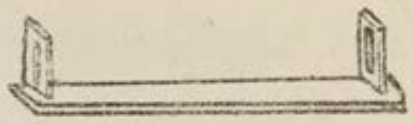
Ἐργαλεῖα καταμετρήσεως γωνιῶν.

Ὅπως καταμετρηθῇ γωνία τις τοποθετεῖται ἐπὶ τῆς κορυφῆς αὐτῆς τὸ κέντρον βαθμολογημένου κύκλου περὶ τὸ ὁποῖον περιστρέφεται κανὼν φέρων στοχαστῆρα, ἀγόμενον διαδοχικῶς ἐπὶ τῶν εὐθυντήρων τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας, διὰ μέσου χαραγῆς σημειουμένης ἐπὶ τοῦ ἄκρου τοῦ κανόνος, καὶ ἡ ὁποία ὅταν οὗτος περιστρέφεται, τοποθετεῖται πρὸ τῶν διαιρέσεων τοῦ κύκλου, συνατὴ καθίσταται καθ' ἑκάστην ἐκπεύσιν ἡ ἀναίγνωσις τῆς ἀντιστοιχούσης βαθμολογίας καὶ ὁ προσδιορισμὸς οὕτως ἐκ διαφορᾶς τοῦ μέτρου τῆς γωνίας.

Ὡς παρατηρεῖται διὰ μίαν τοιαύτην καταμέτρησιν ἀπαιτοῦνται δύω τινά· 1ον) Ὁ προσδιορισμὸς τῆς σκοπευτικῆς ἀκτῖνος κατὰ τὴν εὐθυντῆρα τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας. 2ον) Ἡ ἀναίγνωσις τοῦ τόξου τοῦ ἀπολαμβανομένου ὑπὸ τῶν δύω σκοπευτικῶν ἀκτίνων.

Μέσα διὰ τὸν προσδιορισμὸν διευθύνσεως τινός. Δείκτης μετὰ διόπτρας. Ὁ δείκτης μετὰ διόπτρας εἶνε ἓν τῶν μᾶλλον ἐν χρήσει ἐν τῇ τοπογραφίᾳ ἐργαλείων. Συνίσταται ἐκ κανόνος φέροντος ἐπὶ ἑκάστου τῶν ἄκρων του πλάκα κάθετον καλουμένην διόπτραν, (σχ. 59 σελ. 102)

διηνεωγμένην δι' ἑνὸς κατὰ μῆκος σχίσματος· τὰ δύω σχίσματα διευθύνονται εἰς τρόπον ὥστε νὰ προσδιορίζωσιν ἓν ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κανόνος καὶ παράλληλον τῆς πλευρᾶς τούτου, τὸ ἐπίπεδον τοῦτο καλεῖται ἐ-

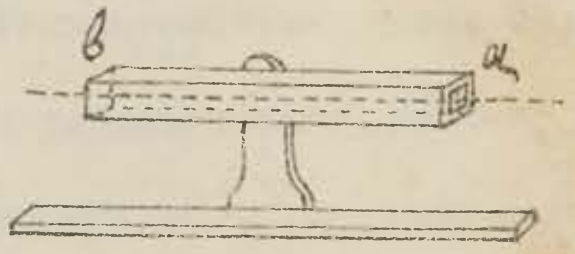


πίπεδον σκοπευτικόν. Τοποθετουμένου τοῦ ὀφθαλμοῦ πλησίον ἑνὸς (Σχ. 69)

τῶν σχισμάτων τῆς διόπτρας δύναται φανερῶς νὰ διευθυνθῇ ὁ δείκτης ἐπὶ ἑνὸς ἀντικειμένου, ὅπερ σκοπεύεται διὰ μέσου τοῦ σχίσματος τῆς δευτέρας διόπτρας.

Τὰ σχίσματα τῶν δύω διοπτρῶν ὀφείλουσι νὰ ἦνε πολὺ στενὰ ὅπως ἐπὶ μᾶλλον ἐξασφαλίζωσι τὴν διεύθυνσιν ἣν προσδιορίζουσιν· ἐπιτυγχάνονται δὲ καλλίτερα ἀποτελέσματα ἀντικαθισταμένου ἑνὸς τῶν σχισμάτων ὑφ' ἑτέρου πρεφανῶς πλατυτέρου καὶ τοῦ μήκους τοῦ σπειρίου ἐκτεινομένου θρὶξ λεπτοτάτη.

Πολλάκις ἀντὶ διόπτρας μεταχειρίζονται νῆμα τομῆς ὀρθογωνίου εἰς τὰ ἄκρα τοῦ σπειρίου εἶνε ἐφηρμοσμέναι δύω λεπταὶ πλάκες (σχ. 70). Ἡ μία τῶν πλακῶν τούτων εἶνε διηνεωγμένη διὰ παραθύρου κατὰ μῆκος τοῦ σπειρίου εἶνε τεταμένον νῆμα· ἡ ἑτέρα φέρει ὀπὴν διαμέτρου ἐλαχίστης πρὸ τῆς σπειρίας τοποθετεῖται ὁ ὀφθαλμὸς πρὸς σκόπευσιν. Τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο καλεῖται στοχαστήρ.



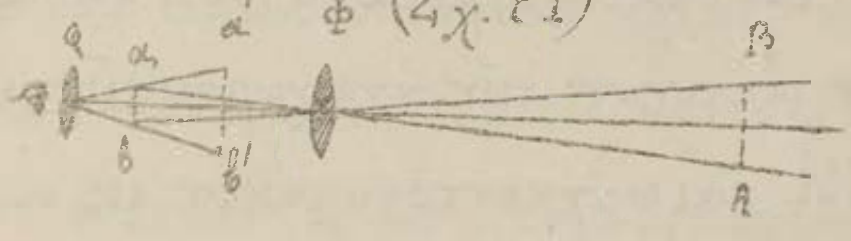
(Σχ. 70)

Παρὰ τὰς τελειοποιήσεις ταύτας αἱ ὑπὸ τῶν δεικτῶν προσδιοριζόμεναι διευθύνσεις παρουσιάζουσι πάντοτε ἀβεβαιότητά τινα ὀφειλομένην εἰς τὸ πλάτος τῶν σχισμάτων τῶν διοπτρῶν καὶ εἰς τὸ πάχος τῶν νημάτων. Ὑπάρχει ἐπίσης εἰς τὴν χρῆσιν τῶν ἐργαλείων τούτων δυσκολία τις ἐνίοτε μεγίστη διὰ

τινας παρατηρητάς ευνισταμένη εις το ότι ο οφθαλμός οφείλει να παρασκευασθή δια δύο πολύ διαφόρους αποστάσεις, της των σημείων, ητις είνε πλησιεστάτη και της των αντικειμένων, ητις είνε σχεδόν παντοτε πολύ απομεμακρυσμένη.

Αστρονομικόν τηλεσκόπιον. Μεταχειρίζονται επιτυχώς ως σκοπευτικόν εργαλείον εις τα όργανα της γεωδαισίας και της τοπογραφίας το αστρονομικόν τηλεσκόπιον. Συνίσταται εκ δύο αμφικύρτων φακών τοποθετημένων εις τα άκρα ενός σωλήνος. Ο φακός Φ (σχ. 71) ο και μεγαλειτέραν διάμετρον εχων και εστραμμένας προς το σκοπευόμενον αντικείμενον καλείται αντικειμενικός.

Φ (Σχ. 71)



Ο έτερος φ ο και μικρότερος προς του οποίου ο παρατηρητής τοποθετεί τον οφθαλμόν του καλείται προσοφθάλμιος. Ο αντικειμενικός παράγει το πραγματικόν είδωλον του σκοπευομένου αντικειμένου ΑΒ· το είδωλον τουτο είνε αντεστραμμένον. Ο προσοφθάλμιος λειτουργεί ως μικροσκοπικός δια μέσου του οποίου ο παρατηρητής βλέπει το είδωλον αβ μεγεθυνόμενον εις α'β' αλλά παντοτε αντεστραμμένον ως προς το ΑΒ.

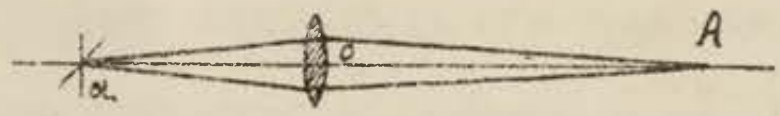
Εν τηλεσκόπιον ανηγόμενον εις τα απλά αυτού στοιχεία ήθελεν απαρτήσει όργανον σκοπευτικόν ατελέστατον, καθ' όσον όταν διευθύνηται επί ενός αντικειμένου ο παρατηρητής δύναται να τροποποιήση αλαφρώς την διεύθυνσιν εξακολουθών να παρατηρή το αντικείμενον. Συμπληρούται το εργαλείον εισαγομένου εντος του τηλεσκοπίου δικτύου οπερ τοποθετείται επί του αυτού επιπέδου εφ' ου σχηματίζεται το είδωλον αβ του αντικειμένου. Το δίκτυον τουτο (σχ. 72) συνίσταται εκ μικρού διασκου διατετρυπημένου δι' οπης κυκλικης εις το κέντρον της ε-

πείας τέμνονται κατ' ὀρθὴν γωνίαν δύω ῥήματα εἰς ἄκρον λεπτά. Διὰ τὴν σκέπευσιν σημείου τινὸς διευθύνεται τὸ τηλεσκόπιον

εἰς τρόπον ὥστε τὸ εἴδωλον τοῦ σημείου νὰ ἔλθῃ καὶ ταυτισθῇ μὲ τὴν τομὴν τῶν δύω ῥημάτων· ἡ σκέπευσις αὕτως εἶνε βεβαία διότι ἡ ἐλαχίστη μετατόπισις τοῦ τηλεσκοπίου θέλει ἀπομακρύνει τὸ εἴδωλον τοῦ σκεπευθέντος σημείου ἀπὸ τὴν διασταύρωσιν τῶν ῥημάτων.

(Σχ. 72)

Ὀπτικὸς ἄξων. Ἐὰν θεωρήσωμεν σημεῖόν τι Α καὶ τὸ εἴδωλον αὐτοῦ α (σχ. 73) τὸ ὁποῖον ὑποθέτομεν συμπίπτον μετὰ τῆς διασταυρώσεως τῶν ῥημάτων τοῦ δικτύου, μεταξὺ τῶν φωτεινῶν ἀκτίνων τῶν ἀναχωρουσῶν ἐκ τοῦ Α καὶ συγκεντρουμένων εἰς α, αἵ οὗ πρηγουμένως διέλθωσι διὰ τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ διαθλάμεναι, ὑπάρχει μία εἰς σύδεμίαν διάθλασιν ὑποκειμένη, εἶνε δὲ ἐκείνη, ἥτις διέρχεται διὰ τοῦ ὀπτικοῦ κέντρου τοῦ ἀντικειμενικοῦ. Τὰ τρία λοιπὸν σημεῖα α, Ο, Α εὑρίσκονται εἰς εὐθεῖαν γραμμήν· ἡ γραμμὴ αὕτη εἶνε ἐκείνη, ἥτις συνιστᾷ τὴν γραμμὴν τῆς σκεπεύσεως τοῦ τηλεσκοπίου· καλεῖται δὲ ὀπτικὸς ἄξων καὶ ἁπλῶς ἄξων σκεπευτικὸς τοῦ τηλεσκοπίου. Τοιουτοτρόπως ὁ ὀπτικὸς ἄξων ἑνὸς τηλεσκοπίου εἶνε ἡ εὐθεῖα ἡ ἑνοῦσα τὸ ὀπτικὸν κέντρον τοῦ ἀντικειμενικοῦ μετὰ τῆς διασταυρώσεως τῶν ῥημάτων τοῦ δικτύου· ἡ διεύθυνσις τῆς γραμμῆς ταύτης εἶνε ἐντελῶς ἀνεξάρτητος τῆς θέσεως ἣν ἔχει ὁ προσοφθάλμιος καὶ δὲν μεταβάλλεται καὶ ἂν ἔτι χρατῆται ὁ προσοφθάλμιος διὰ τῆς χειρὸς ὡς μικροσκόπιον. Ὁ ὀπτικὸς ἄξων εἶναι ἀμετάβλητος κατὰ τὴν θέσιν εἰς τηλεσκόπιόν τι ἐνόσῳ τὸ δίκτυον δὲν μετακινεῖται δὲν πρέπει νὰ συγχέηται μετὰ τοῦ ἄξονος τοῦ σχήματος τοῦ τηλεσκοπίου, οὔτε μετὰ τῆς γραμμῆς τῆς

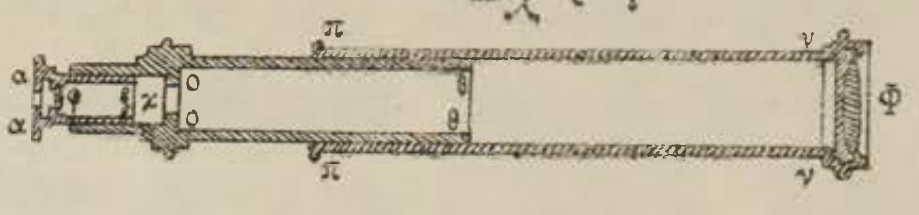


(Σχ. 73)

ένούσης τὰ ὀπτικὰ κέντρα τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τοῦ προσφθαλμίου;

Περιγραφὴ τοῦ τηλεσκοπίου. Οἱ δύω φακοὶ εἶνε τοποθετημένοι εἰς τὰ ἄκρα σωλῆνος μεμελανωμένου ἐν τῷ ἐσωτερικῷ· ὁ προσφθάλμιος δὲν δύναται οὕτω νὰ δεχθῇ ἑτέρας ἀκτῖνας ἢ τὰς προερχομένας ἐκ τοῦ ἀντικειμενικοῦ. Γνωστὸν ὅτι ἡ θέσις τοῦ πραγματικοῦ εἰδώλου αβ (σχ. 71 καὶ 74) μεταβάλλεται κατὰ τὴν ἀπόστασιν εἰς ἣν τὸ ἀντικείμενον ΑΒ εὑρίσκεται ἀπὸ τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ ἐπειδὴ τὸ δίκτυον ὀφείλει νὰ εὑρίσκηται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ εἰδώλου τούτου πρέπει νὰ ἦνε δυνατὴ ἡ προσέγγισις ἢ ἡ ἀπομάκρυνσις τούτου τοῦ ἀντικειμενικοῦ. Πρὸς ἐπίτευξιν τούτου, τὸ δίκτυον ν εἶνε τοποθετημένον ἐπὶ ἑτέρου σωλῆνος σθσθ δυναμένου νὰ ὀλισθήσῃ δι' ἑλαφρᾶς προστριβῆς ἐντὸς τοῦ ἀρχικοῦ σωλῆνος π ν. Πρέπει πρὸς τούτοις τὸ μεγεθυνόμενον εἴδωλον α' β' νὰ τοποθετηθῇ εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ διακριτὴν ὑπὸ τοῦ παρατηρητοῦ, ἀπόστασιν μεταβλητὴν δι' ἕκαστον πρόσωπον· πρέπει λοιπὸν νὰ ἦνε δυνατὴ ἡ μετατόπισις τοῦ προσφθαλμίου ὡς πρὸς τὸ πραγματικὸν εἴδωλον αβ, τούτου ἕνεκεν τοποθετεῖται ἐπὶ σωλῆνος μικρᾶς διαμέτρου α'β' εἰσχωροῦντος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σθσθ καὶ δυναμένου νὰ ὀλισθήσῃ ἐντὸς αὐτοῦ.

Σχ 74

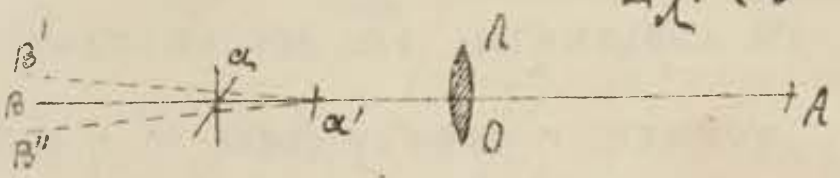


Οὕτως ὅπως ἴδωμεν καθαρῶς τὸ εἴδωλον τοῦ σκοπευομένου σημείου καὶ τὸ δίκτυον πρέπει κατ' ἀρχὰς νὰ κινήσωμεν τὸν σωλῆνα τὸν φέροντα τὸν προσφθάλμιον μέχρις ὅτου παρατηρήσωμεν καθαρῶς τὰ νήματα τοῦ δικτύου, ἀκολούθως σκοπεύοντες τὸ ὑποδειχθὲν ἀντικείμενον νὰ κινήσωμεν τὸν σωλῆνα τὸν φέροντα τὸ δίκτυον, ὅστις παρασύρει μετ' αὐτοῦ καὶ τὸν προσφθάλμιον, μέχρις ὅτου παρατηρήσωμεν καθαρῶς ἐντὸς τοῦ τηλεσκοπίου τὸ εἴ-

δωλον τοῦ ἀντικειμένου τούτου. Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην τὸ δίκτυον καὶ τὸ εἴδωλον εὐκρινῶς παρατηρηθέντα διὰ μέσου τοῦ πρεσβυωπικοῦ μέσου εἶνε φανερῶς ἀπομεμακρυσμένα κατὰ τὴν αὐτὴν ποσότητα καὶ συμπίπτουσιν ἐντὸς τοῦ τηλεσκοπίου.

Ἀναγγωρίζεται ὅτι ὁ ὀφθαλμὸς οὗτος δὲν ἐκπληροῦται αὐστηρῶς ὅταν ὑψουμένου ἢ ταπεινουμένου τοῦ ὀφθαλμοῦ πρὸ τοῦ πρεσβυωπικοῦ μέσου παρατηρεῖται μετατόπισίς τις τοῦ εἰδώλου τοῦ σκοπευομένου σημείου ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τῆς διασταυρώσεως τῶν νημάτων τοῦ δικτύου. Ὑποτεθείσθω ὅτι τὸ εἴδωλον ἐσχηματίσθη εἰς α' ἀντὶ νὰ ὑπάρχῃ εἰς α (σχ. 75). ὁ ὀφθαλμὸς τοποθετούμενος εἰς Β ἐπὶ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς γραμμῆς Α0α θὰ ἴδῃ τὸ εἴδωλον τοῦ σημείου Α συμπίπτον μετὰ τῆς διασταυρώσεως τῶν νημάτων. Ἀλλ' ἐὰν ὁ ὀφθαλμὸς τοποθετηθῇ εἰς Β', τὸ σημεῖον α' θὰ φανῇ ὑψούμενον ὑπεράνω τοῦ α· θὰ φανῇ ταπεινούμενον ἀντιθέτως ἐὰν ὁ ὀφθαλμὸς τοποθετηθῇ εἰς Β''. Ἄγεται τὸ δίκτυον εἰς συμπτωσιν μετὰ τοῦ εἰδώλου μετακινουμένου τούτου ἐντὸς τοῦ τηλεσκοπίου μέχρις οὗ τὸ εἴδωλον τοῦ σκοπευομένου σημείου δὲν μετατίθεται πλέον ὡς πρὸς τὴν διασταύρωσιν τῶν νημάτων.

Σχ. 75



Τὰ νήματα εἴτινα μεταχειρίζονται διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ δικτύου εἶνε ἢ νήματα ἀράχνης ἢ νήματα πλατίνης. Κατὰ τὴν πρώτην περίστασιν ἐκλέγουσιν ἐκ τοῦ ἰστοῦ τῆς ἀράχνης τὰ νήματα τῶν ἀκτίνων τοῦ κέντρου αὐτῆς· εἶνε δὲ ταῦτα τὰ μᾶλλον ἀντίσχοντα. Εἰς τὴν δευτέραν περίστασιν μεταχειρίζονται τὴν μέθοδον τοῦ Wollaston ὅπως ἐπιτύχωσι λεπτοτάτα νήματα ἐκ πλατίνης· πρὸς τοῦτο διέρχεται διὰ τοῦ συρματικοῦ (filière) κυλίνδρου ἐκ πλατίνης ἐπενδεδυμένος ὑπὸ ἑνὸς

στρώματος ἀργύρου· ὅταν τὸ κυλινδρικὸν νῆμα λάβῃ τὴν μικροτέραν διάμετρον, ἣν δύναται νὰ δώσῃ ὁ συρματουλκὸς τότε ἐμβαπτίζεται ἐντὸς ἀζωτικοῦ ὄξεος ὅπερ διαλύει τὸν ἄργυρον, καὶ ὑπολείπεται τελευταίως τὸ ἐκ πλατίνης νῆμα εἰς ἄκρον λεπτόν.

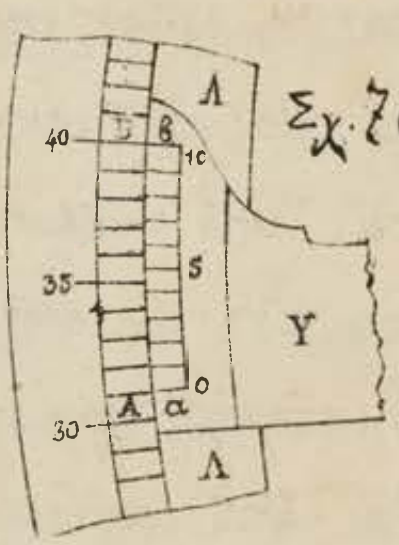
Ἀναίγνωσις τῶν γωνιῶν.

Βαθμολόγησις τῶν δίσκων. Ἐλέχθη ὅτι ὁ κανὼν ὁ φέρων τὸν στοχαστῆρα περιστρέφεται περὶ τὸ κέντρον διηρημένου κύκλου· ὁ κύκλος οὗτος καλεῖται δίσκος. Οἱ δίσκοι εἶνε διηρημένοι εἰς μοίρας ἢ εἰς βαθμούς. Εἰς τὴν ἑξηκονταδικὴν διαίρεσιν ὡς προείπομεν ἡ περιφέρεια διαιρεῖται εἰς 360°, ἡ μοῖρα εἰς 60 λεπτὰ καὶ τὸ λεπτὸν εἰς 60 δεύτερα. Εἰς τὴν εἰς βαθμοὺς διαίρεσιν ἢ δεκαδικήν, ἡ περιφέρεια διαιρεῖται εἰς 400 βαθμούς, ὁ βαθμὸς εἰς 100 λεπτά, τὸ λεπτὸν εἰς 100 δεύτερα. Γνωστὸν πῶς γράφεται γωνία τις εἰς μοίρας λεπτὰ καὶ δεύτερα 32°, 26', 43". Ὅπως διακρίνουσι τὸν βαθμὸν τῆς μοίρας δηλοῦσι τοῦτον διὰ τοῦ γράμματος β, τὰ λεπτὰ καὶ δεύτερα παρίστανται ἐνίοτε διὰ τούτων, ἀλλ' ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον γράφονται ὑπὸ δεκαδικὴν μορφὴν ὡς ἀκολούθως $A = 26^{\beta},2548$. Τοῦτο εἶνε πλεονέκτημα τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος· πᾶσαι αἱ ἀριθμητικαὶ πράξεις αἱ ἐκτελεσθησόμεναι ἐπὶ τῶν γωνιῶν εἶνε ἁπλαῖ καὶ ταχεῖαι καὶ τὰ ἐνδεχόμενα σφάλματα κατὰ πολὺ ἐλαττοῦνται. Οἱ κύκλοι τῶν ἐργαλείων, ἅτινα ἐχρησιμεύσαν διὰ τὰς γεωδαιτικὰς καὶ τοπογραφικὰς ἐργασίας τοῦ χάρτου τῆς Γαλλίας ἦσαν διηρημένοι εἰς βαθμούς. Ἐν τούτοις μεθ' ὅλα τὰ πλεονεκτήματα ταῦτα ἡ δεκαδικὴ διαίρεσις δὲν ὑπερισχύει καὶ δύναταί τις νὰ εἴπῃ ὅτι ἡ ἑξηκονταδικὴ διαίρεσις εἶμαι-

ρας εἶνε σημερον ἐν γενικῇ χρήσει.

Εἀν ἡ διάμετρος τῶν δίσκων ἦτε ἀρκούντως μεγάλη δύναται νὰ διαιρεθῇ ἑκάστη τῶν μοιρῶν ἢ βαθμῶν εἰς ἀριθμόν τινα ἴσων μερῶν, ἀλλ' εἶνε φανερὸν ὅτι δὲν θὰ εἶνε ποτὲ δυνατὸν νὰ διαιρεθῇ εἰς λεπτὰ καὶ κατὰ μείζονα λόγον εἰς δευτερόλεπτα. Πρέπει πρὸς ἀπεφυγὴν τῆς συγχύσεως ἐπὶ ἑνὸς δίσκου νὰ χαραχθῇ περιορισμένος ἀριθμὸς διαιρέσεων· οὕτως οἱ βαθμοὶ τῶν δίσκων τῶν ἐργαλείων τὰ ὁποῖα ἐχρησιμευσαν διὰ τὴν ἀναγραφὴν τοῦ χάρτου τῆς Γαλλίας ἦσαν διηρημένοι εἰς 10 ἴσα μέρη, ἤτοι οἱ δίσκοι ἦσαν διηρημένοι ἀνὰ 10 εἰς 10 λεπτὰ κατὰ τὴν νέαν διαίρεσιν. Ἀλλὰ τότε ἐὰν μετὰ μίαν σκέψιν ζητηθῇ ἡ ἀναγνωσις τῆς ἀντιστοιχούσης βαθμολογίας, παρατηρεῖται παντοτε ὅτι ἡ ἀφετηρία τοῦ δείκτου τοῦ δίσκου δὲν συμπίπτει ἀκριβῶς μετὰ μιᾶς διαιρέσεως τούτου; θὰ ὑπάρχει σχεδὸν πάντοτε κλάσμα τι τῆς ὑποδιαιρέσεως πρὸς ἐκτίμησιν· ἡ ἐκτίμησις αὐτη ἐκτελεῖται διὰ μέσου τοῦ **βερνιέρου**.

Ἀρχὴ τοῦ βερνιέρου. Ἔστω ΑΒ τὸ τόξον κύκλου (σχ. 76) ἀνήκον εἰς τὸν διηρημένον δίσκον ΛΛ καὶ αβ τόξον τι συγκεντρικὸν ἴσου μήκους φερόμενον ὑπὸ τοῦ κανόνος Υ ἑνὸς δείκτου στρεφομένου περὶ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου. Ὑποτεθείσθω ὅτι ἐπὶ τοῦ τόξου ΑΒ ὑπάρχουσι (ν-1) διαιρέσεις ἐπὶ δὲ τοῦ τόξου αβ ὑπάρχουσι ν τὸ κινητὸν τόξον αβ συνιστᾷ τὸν βερνιέρον.



Σχ. 76

Ἔστω Μ τὸ μῆκος μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου καὶ Β μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου· ὑπάρχει ἡ σχέσις

$$(\nu-1)\,M = \nu B$$

ἐξ ἧς ἐξάγεται

$M\nu - M = \nu B$

$\nu(M-B) = M$

$\nu = \frac{M}{M-B}$ $\quad M - B = \frac{M}{\nu}$ $\quad B = M - \frac{M}{\nu}$

$M - B = \frac{1}{\nu} M$ καὶ $B = M - \frac{1}{\nu} M$, ὅπερ δεικνύει ὅτι μία διαίρεσις τοῦ βερνιέρου εἶνε ἴση μὲ μίαν διαίρεσιν τοῦ δίσκου μειουμένην κατὰ τὸ $\frac{1}{\nu}$ μέρος τῆς διαιρέσεως ταύτης. Ὑποτεθείσθω ὁ βερνιέρος διηρημένος κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν τοῦ δίσκου, καὶ τὸ μηδὲν τῆς βαθμολογίας τοῦ βερνιέρου τεθειμένον κατέναντι τῆς διαιρέσεως τοῦ δίσκου A, παρατηρεῖται ὅτι αἱ διαιρέσεις 1, 2, 3, 4, 5 . . . τοῦ βερνιέρου εἶνε ὄπισθεν τῶν ἀντιστοίχων διαιρέσεων τοῦ δίσκου κατὰ $\frac{1}{\nu} M$, $\frac{2}{\nu} M$, $\frac{3}{\nu} M$, $\frac{4}{\nu} M$ . . . Ἐὰν ἤδη μετακινηθῇ ὁ βερνιέρος καθ' ὡρισμένην τινὰ ποσότητα μικροτέραν τοῦ M, εἰς τρόπον ὥστε ἡ τετάρτη ἐπὶ παραδείγματι διαίρεσις ταύτου ἀντιστοιχίσῃ εἰς μίαν διαίρεσιν τοῦ δίσκου, τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου θὰ μετακινηθῇ κατὰ τὰ $\frac{4}{\nu} M$ ἐπὶ τῆς διαιρέσεως A τοῦ δίσκου. Τοιουτοτρόπως ὁ ἀριθμὸς τῆς διαιρέσεως τοῦ βερνιέρου, ἥτις συμπίπτει μετὰ μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ $\frac{M}{\nu}$ δίδει τὸ γινόμενον κατὰ τὸ ὁποῖον τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου προηγεῖται μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου· ἡ ποσότης αὕτη ὑπολογιζομένη καὶ προστιθεμένη εἰς τὸν ἀριθμὸν τῶν διαιρέσεων τῶν δεικνυομένων ἐπὶ τοῦ δίσκου δίδει τὴν τιμὴν τῆς καταμετρηθείσης γωνίας.

Ὑποτεθείσθω δίσκος τις διηρημένος εἰς ἡμισείας μοίρας ἤτοι $M = 30'$ καὶ ληφθήτω $\nu = 10$, ὅπερ δηλοῖ ὅτι 10 διαιρέσεις τοῦ βερνιέρου ἀντιστοιχοῦσι εἰς 9 τοῦ δίσκου· θὰ ἔχωμεν . .

. . . $M - B = \frac{1}{10} B = 3'$

ἐὰν ἐπὶ παραδείγματι ἡ πέμπτη διαίρεσις τοῦ βερνιέρου συμπίπτει ἀκριβῶς μετὰ μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου ἡ ποσότης $5 \times 3' = 15'$ εἶνε ἐκείνη ἥτις πρέπει νὰ προστεθῇ εἰς τὴν βαθμολογίαν

τῆς διαιρέσεως τοῦ δίσκου κατὰ τὴν ὁποίαν προηγεῖται τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου ὅπως ἔχωμεν τὴν τιμὴν τῆς καταμετρηθείσης γωνίας.

Ἐλέχθη ὅτι τὰ ἐργαλεῖα τὰ ὁποῖα ἐχρησιμευσαν διὰ τὴν ἀναγραφὴν τοῦ χάρτου τῆς Γαλλίας εἶχον τοὺς δίσκους διηρημένους ἀνὰ 10 εἰς 10 λεπτὰ, οἱ βερνιέροι εἶχον κατασκευασθῆ μετὰ 49 τοιούτων μερῶν, ὑπῆρχε τότε $M = 10'$ καὶ $v = 50$ ἑπομένως τὸ πλάσμα $\frac{M}{v}$ ἦτο ἴσον μὲ $20''$, ἀναγινώσκεται λοιπὸν αἱ γωνίαι μετὰ προσεγγίσεως $20''$.

Ἐν ᾗ περιπτώσει οὐδεμία διαίρεσις τοῦ βερνιέρου συμπίπτει μετὰ μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου καὶ μία τῶν διαιρέσεων τοῦ βερνιέρου προηγεῖται μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου ἡ ἑπομένη θὰ ἔπεται τῆς γειτονικῆς διαιρέσεως. Παραδέχονται τότε ὅτι τὰ μέσα τῶν δύω διαιρέσεων συμπίπτουσι καὶ λαμβάνεται τὸ ἡμιάθροισμα τῶν δύω ἀναγνώσεων.

Ἐὰν ἡ ἐκτίμησις τῶν γωνιῶν ζητεῖται νὰ ἐκτελεσθῆ μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἀκριβείας τότε ἀνατρέχομεν εἰς τὴν μέθοδον τῶν ἐπαναλήψεων, διὰ τῆς ὁποίας μειοῦνται καὶ τὰ διαπραττόμενα σφάλματα. ἐπὶ παραδείγματι ἐὰν γωνία τις ἀναγινώσκεται διὰ τοῦ βερνιέρου μετὰ προσεγγίσεως ἡ δυνατοῦ σφάλματος $1'$ ἐὰν ἐπαναληφθῆ αὕτη ἑξηκοντάκις τότε ἡ προσέγγισις ἢ τὸ δυνατὸν σφάλμα ἄγεται εἰς $1''$ οὕτω γωνία τις ἐπὶ παραδείγματι ἀναγνωσθεῖσα ἑξηκοντάκις εὑρέθη ἴση μὲ 3 ὁλοκλήρους κύκλους ἤτοι . . . . . $3 \times 360^\circ = 1080^\circ$

ἐπὶ πλέον . . . . . $314^\circ\ 31'$

γωνία 60ης ἐπαναλήψεως $1394^\circ\ 31'$

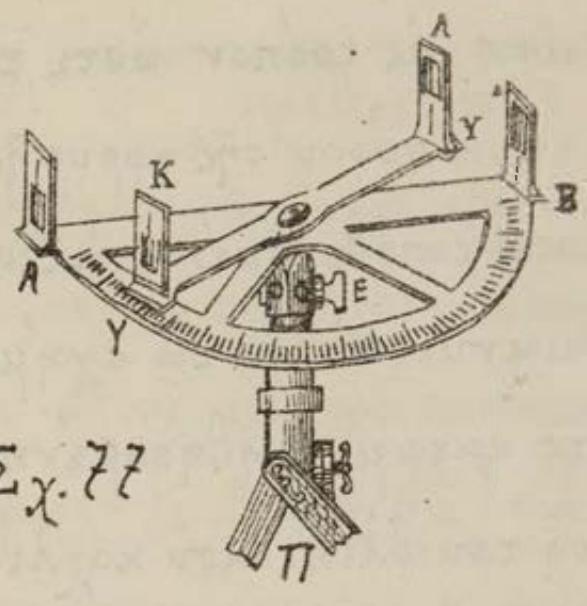
$$\text{γωνία ζητουμένη} = \frac{1394^\circ\ 31'}{60} = 23^\circ\ 14'\ 31''$$

Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον οἱ δίσκοι εἶνε ἐφοδιασμένοι μετ' ἀ-

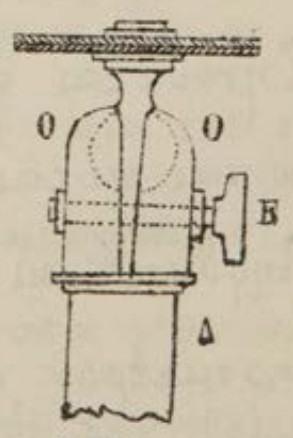
ερεχωρεστάθμης πρὸς ὁριζοντιωσιν αὐτῶν, ἵνα οὕτω προσδιερίζωνται τὰ μεγέθη τῶν γωνιῶν οὐχὶ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου των ἀλλὰ προβεληména ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα.

Γραφεμετρον

10ο Τὸ γραφόμετρον εἶνε ἐργαλεῖον προωρισμένον διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν, συνίσταται ἐξ ἡμικυκλίου διηρημένου συνήθως εἰς μοίρας καὶ ημισείας μοίρας ἀπὸ 0° μέχρι 180°. Εἰς τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου (0°–180°) εὑρίσκονται δύω διόπτραι, σχηματίζουσαι σταθερὸν δείκτην, δι' ὧν προσδιερίζεται σκεπτικὸν ἐπίπεδον διερχόμενον διὰ τῆς διαμέτρου ταύτης. Ἕτερος δείκτης μετὰ διοπτρῶν ΚΛ στρέφεται περὶ τὸ κέντρον· τὸ σκεπτικὸν ἐπίπεδον τοῦ δείκτου τούτου διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου τὸ δ' ἴχνος αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ κινητοῦ κανόνος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μηδὲν τῶν δύω βερνιέρων υ, υ τοποθετημένων εἰς τὰ ἄκρα τοῦ κανόνος τούτου. Ὁ δίσκος ΑΒ δύναται νὰ περιστραφῇ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου του περὶ ἄξονα κάθετον διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου αὐτοῦ· ὁ ἄξων οὗτος διέρχεται διὰ τεμαχίου, οὗτινος τὸ ἄκρον καταλήγον εἰς σχῆμα σφαίρας ἐμβάλλεται μεταξὺ δύω κινητῶν τεμαχίων ΟΟ καλουμένων κογχῶν. Αἱ κόγχαι αὗται λήγουσιν εἰς περιστόμιον, ὅπερ χρησιμεύει ὅπως τοποθετεῖται τὸ ἐργαλεῖον ἐπὶ ἁπλοῦ ποδός, ἢ ἐπὶ τριπόδος Π· ὁ κοχλίας Ε ἐπιτρέπει τὴν συσφιγξιν αὐτῶν



Σχ. 77

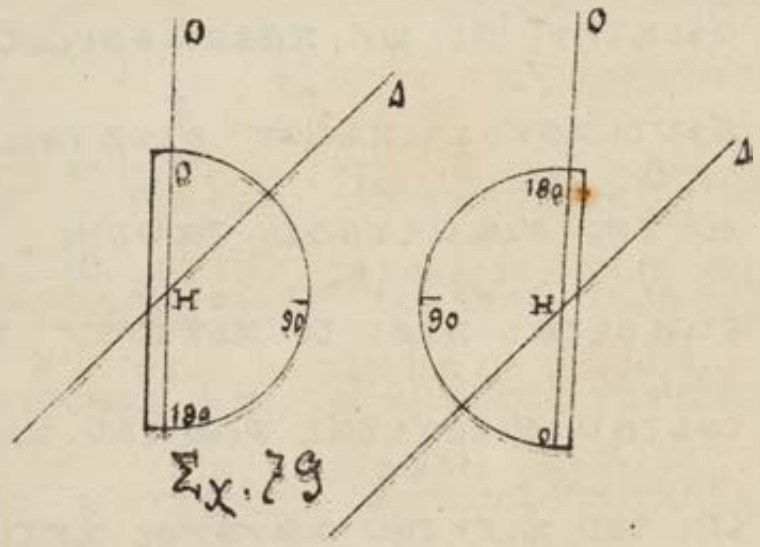


Σχ. 78

μετὰ τῆς σφαίρας καθιστῶν οὕτως ἐλεύθερον ἢ σταθερὸν τὸ σύστημα τοῦτο, ὅπερ καλοῦσι γόνυ.

Τῇ συνδρομῇ τοῦ γόνατος ἄγεται καὶ ἐφ' ἃς ὁ δίσκος ἐπὶ ὡρισμένου ἐπιπέδου, στερεουμένου δ' ἀκολούθως καὶ γόνατος ὁ δίσκος δύναται νὰ περιστραφῇ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τούτου καὶ μόνον περὶ ξ τοῦ ἄξονός του.

Διὰ τὴν καταμέτρησιν γωνίας τινὸς τοποθετεῖται τὸ ἐργαλεῖον εἰς τρόπον ὥστε τὸ κέντρον τοῦ δίσκου νὰ εὑρίσκηται ἐπὶ τοῦ καταχορύφου τῆς κορυφῆς τῆς γωνίας· ὁ δίσκος δύναται νὰ ἦνε ὁπωσδήποτε τοποθετημένος δεξιόθεν ἢ ἀριστερόθεν τοῦ παρατηρητοῦ, ὡς τοῦτο δεικνύεται ἐν τῷ σχήματι 79. Ἄγεται ὁ δίσκος ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τῆς καταμετρηθησομένης γωνίας καὶ στερεοῦται τὸ γόνυ τῇ συνδρομῇ τοῦ θλιπτικοῦ κοχλίου Ε, ἀκολούθως περιστρέφεται ὁ δίσκος μέχρις ὅτου ὁ σταθερὸς δείκτης διέλθῃ ἐφ' ἑνὸς τῶν σημείων Θ, μετὰ τοῦτο ἄγεται ἡ κινητὴ διόπτρα ἐπὶ τοῦ ἑτέρου σημείου Δ. Ἀναγινώσκεται τέλος τὸ μέτρον τῆς γωνίας ἐπὶ τοῦ δίσκου διὰ μέσου τοῦ βερνιέρου.



Σχ. 79

Γραφόμετρον μετὰ καθέτου τηλεσκοπίου.

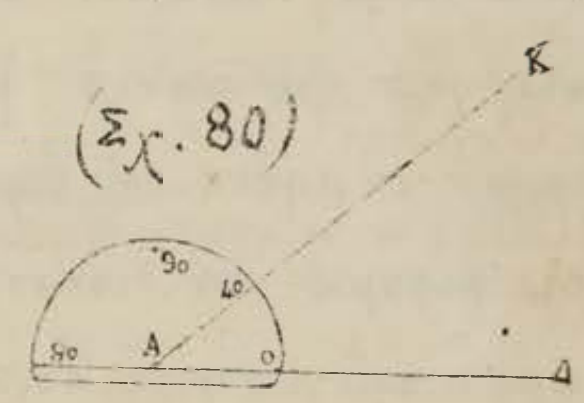
Διὰ τοῦ περιγραφέντος ἐργαλείου αἱ γωνίαι καταμετροῦνται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου των, ἀλλ' ἐν τῇ συστάσει τῶν τριγωνομετρικῶν δικτύων ζητοῦνται αἱ ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος προβολαὶ τῶν γωνιῶν καὶ οὐχὶ αἱ γωνίαι αὐταί. Ὅπως ληφθῶσιν αἱ προβολαὶ αὗται ἢ ἄλλως εἴπως ληφθῶσιν αἱ γωνίαι ἠγμέναι ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα ἐτροποποίησαν τὸ γραφόμετρον ἀντικαταστήσαντες τοὺς δείκτας μετὰ διοπτρῶν διὰ τηλεσκοπίων κινουμένων ἐπὶ καθέτων ἐπὶ τοῦ δίσκου. Ὅταν πρόκηται νὰ καταμετρηθῇ γωνία τις ὁριζοντιοῦται ὁ δίσκος τῇ συνδρο-

μὴ ἀπρεχωρεστάθμης ἀναπεσπάστευ αὐτῷ. Ἐπειδὴ ἡ θέσις ἐπιπέδου τινὸς ὁρίζεται εἴτε διὰ τριῶν σημείων, εἴτε διὰ δύω εὐθειῶν τεμνομένων, ἢ ὁριζοντιότης τοῦ δίσκου ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ὁριζοντιώσεως αὐτοῦ ἐπὶ δύω διευθύνσεων, αἵτινες καλὸν εἶνε νὰ συναντῶνται κατ' ὀρθὴν γωνίαν. Ἀκολούθως σκεπτόμεθα αἱ διευθύνσεις τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας, ἡ δὲ ἐπὶ τοῦ δίσκου ἀνάγνωσις δίδει τὸ μέτρον τῆς γωνίας ἡγμένης ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα.

Ἐξέλεγξις τοῦ γραφομέτρου. 1ον) πρέπει νὰ ἐξακριβωθῇ ὅτι τὸ ἐργαλεῖον εἶνε κεντρικόν, δηλαδὴ νὰ βεβαιωθῇ ὅτι ὁ κινητὸς δείκτης περιστρέφεται ἀκριβῶς περὶ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου.

Πρὸς βεβαίωσιν τούτου, τοῦ ἐργαλείου ὄντος ἐπὶ τοῦ πεδίου του ἢ τοῦ δίσκου ἀκριβῶς ὁριζοντίου σκεπτόμεθα σημεῖόν τι Δ (σχ. 80) διὰ τοῦ σταθεροῦ δείκτου· τοποθετεῖται τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου τοῦ κινητοῦ δίσκου ἐπὶ μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου, ἐπὶ παραδείγματι ἐπὶ τῆς βαθμολογίας 40° καὶ ἐμπήγεται ἀκόντιον ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ταύτης. Τοιουτοτρόπως προσδιορίζεται γωνία τις ΔΑΚ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἥτις θὰ ἦτο ἀκριβῶς 40°, ἐὰν ὁ δείκτης ἦτο ἀκριβῶς κεντρικός. Καταμετρεῖται ἡ γωνία αὕτη ἐκ διαφόρων διαιρέσεων τοῦ δίσκου, ἐπὶ παραδείγματι τοποθετουμένου τοῦ μηδενὸς τοῦ βερνιέρου τοῦ κινητοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς διαιρέσεως 10°, κινεῖται ὁ δίσκος μέχρις ὅτου ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ τοῦ δείκτου τούτου διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Δ, ἀκολούθως στερεουμένου τοῦ δίσκου ἄγεται ὁ κινητὸς δείκτης ἐπὶ τοῦ σημείου Κ καὶ ἀναγινώσκεται ἡ ἀντιστοιχοῦσα γωνία· ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτὴ ἐργασία τοποθετουμένου τοῦ κινητοῦ δείκτου διαδοχικῶς ἐπὶ τῶν διαιρέσεων 20°, 30°, 40°. . . καὶ εἰς ἑκάστην παρατήρησιν ἀναγινώσκεται ἡ ἀντιστοιχοῦσα γωνία·

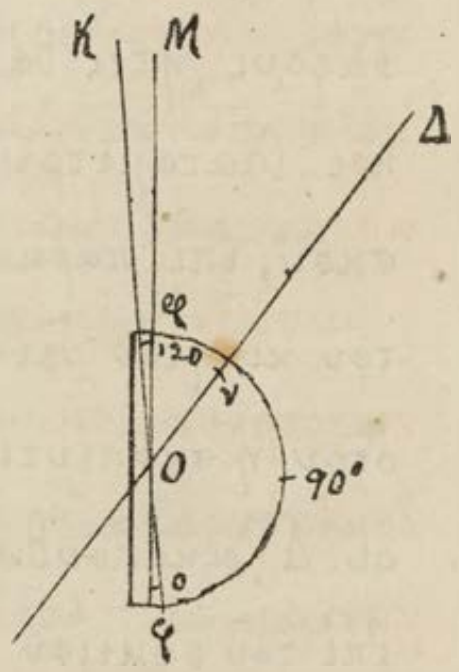
(Σχ. 80)



α Εἀν ὁ κινητὸς δείκτης περιστρέφεται ἀκριβῶς περὶ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου πᾶσαι αἱ οὕτω καταμετρηθεῖσαι γωνίαι πρέπει νὰ ἦνε ἴσαι.

Δι' ἐργαλεῖον προωρισμένον δι' ἐργασίας ἀκριβείας κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν δὲν πρέπει νὰ παρουσιάζηται διαφορὰ μεγαλειτέρα τῶν 30''. Διὰ συνήθη γραφόμετρα καὶ ἰδίως δι' ἐκεῖνο, ὅπερ ἔχει διόπτρας δύναται νὰ ὑπάρξῃ διαφορὰ 2' μέχρι 3'

2ον) πρέπει νὰ ἐξακριβωθῇ ἐὰν τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου τοῦ κινητοῦ δίσκου συμπίπτῃ μὲ τὸ τοῦ δίσκου, ὅταν οἱ δύω δείκται διευθύνωνται πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον. Ὅταν ἡ συμπτωσις αὕτη δὲν λαμβάνῃ χώραν, ὑπάρχει μεταξὺ τῶν δύω σκοπευτικῶν ἐπιπέδων γωνία τις καλουμένη σφάλμα σκοπεύσεως ἢ σφάλμα παραλληλισμοῦ· τὸ σφάλμα τοῦτο εἶνε σταθερόν, εἶνε δὲ προσθετικὸν ἢ ἀφαιρετικὸν εἰς ἑκάστην ἀνάγνωσιν. Δυνάμεθα μαλιστα νὰ μὴ λάβωμεν αὐτὸ ὑπ' ὄψιν μεταχειριζόμενοι κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν μόνον τὸν κινητὸν δείκτην ὡς ἀκολούθως. Θέτομεν τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου καὶ τὸ τοῦ δίσκου εἰς σύμπτωσιν καὶ περιστρέφομεν τὸν δίσκον περὶ ἑαυτὸν μέχρις ὅτου ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ τοῦ κινητοῦ δείκτου διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Κ (σχ. 81) Ὁ σταθερὸς δείκτης λαμβάνει τότε τὴν διεύθυνσιν φφ, ἣν σημειοῦσιν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους δι' ἑνὸς ἀκροτίου Μ. Περιστρέφεται ὁ κινητὸς δείκτης χωρὶς νὰ μετακινηθῇ ὁ δίσκος μέχρις ὅτου λάβῃ οὗτος τὴν διεύθυνσιν ΟΔ τοῦ δευτέρου σημείου, ἡ ἀναγνωσθησομένη γωνία εἰς ν θὰ ἦτε ἡ ζητουμένη. Βεβαιοῦται ὅτι διαρκούσης τῆς ἐργασίας ταύτης δὲν μετακινηθῇ ὁ δίσκος παρατηρουμένου ἐὰν ὁ σταθερὸς δείκτης διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ ἀκρότιον Μ.



(Σχ. 81)

Ὄριον τῆς χρήσεως τοῦ γραφομέτρου. Ἐγνωρίσαμεν

ἐν τῷ κεφαλαίῳ Ζ ὅτι τὰ μήκη τῶν πλευρῶν τοπογραφικοῦ τινος σχεδίου ἔχουσιν ἓν ὅριον καὶ ὅτι τὸ ὅριον τοῦτο μεταβλητὸν μετὰ τῆς προσεγγίσεως τῆς καταμετρήσεως τῶν γωνιῶν ἤτε δεδομένον διὰ τοῦ τύπου . . . . . - - - - - - - -

$$\beta < \frac{\varepsilon\mu}{\alpha}$$

ἡ τιμὴ τῆς α ἐξαρτᾶται λοιπὸν ἐκ τῆς ἀκριβείας τοῦ ἐργαλείου δι' οὗ ἐργαζόμεθα. Ὡς παράδειγμα, ἐὰν ὑποθέσωμεν τὸν δίσκον διηρημένον εἰς ἡμισείας μοίρας καὶ τὸν βερνιέρον διηρημένον εἰς 30 διαιρέσεις ἀνταποκριτομένας εἰς 29 τοῦ δίσκου, ἡ ἀναγνωσις τῶν γωνιῶν θὰ ἐκτελῆται μὲ προσέγγισιν 1' λεπτοῦ. Ἔχομεν ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον τὰς τιμὰς ταύτας

$$\beta < \frac{0.0002 \times \mu}{\text{τοξ. } 1'}$$ καὶ

ἐπειδὴ . τοξ. 1' = 0,0002908 ἔχομεν $\beta < 0.68\,\mu$ καὶ παραδεχόμενοι κλίμακα τῆς ἀναγραφῆς $\frac{1}{10000}$, ἤτοι $\mu = 10000$ ἔχομεν - $\beta < 6800^{\mu}$

ἤτοι διὰ τοῦ ἐργαλείου τὸ ὁποῖον ἐλάβομεν ὡς παράδειγμα καὶ ὑπὸ τὴν ἀνωτέρω κλίμακα δὲν πρέπει νὰ σκεπτώμεθα σημεῖα μᾶλλον ἀπομεμακρυσμένα τῶν 6800 μ.

Ἐννοεῖται ὅτι διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἐπαναλήψεων δυνάμεθα νὰ περιερεύωμεν τὸ σφάλμα 1' εἰς 1'' διὰ τοῦ ἀνωτέρω δίσκου ἐργαζόμενοι, ἀρκεῖ ἑξηκοντάκις ν' ἀναγνωσθῇ κατ' ἐπανάληψιν ἑκάστη γωνία.

ω β Κύκλοι ἐπαναληπτικοὶ ἢ κύκλοι γεωδαιτικοί. Εἰς τὰς ἐργασίας ἀκριβείας, ὡς εἰς τὰς τριγωνομετρικὰς δικτυώσεις ἀντικαθίσταται τὸ γραφόμετρον διὰ τοῦ ἐπαναληπτικοῦ κύκλου ἢ

ἁπλῶς κύκλου.

Ὁ κύκλος (σχ. 82) συνίσταται ἐκ δίσκου πλήρους περι-

φερείας, εἰς τὸ κέντρον τοῦ ὀπείου στρέ-

φεται κανὼν ἔχων εἰς τὰ ἄκρα του δύω

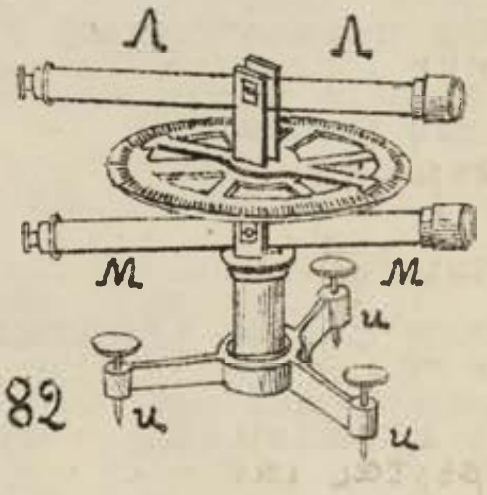
βερνιέρους. Ὁ κανὼν οὗτος φέρει δύω

κατακορύφους ὀρθοστάτας μεταξὺ τῶν

ὀπείων τηλεσκόπιον ΛΛ μετὰ δικτύου

περιστρεφεται περὶ ἄξονος παραλλή-

λου τῷ δίσκῳ, ὅστις εἶνε τοποθετημένος



Σχ 82

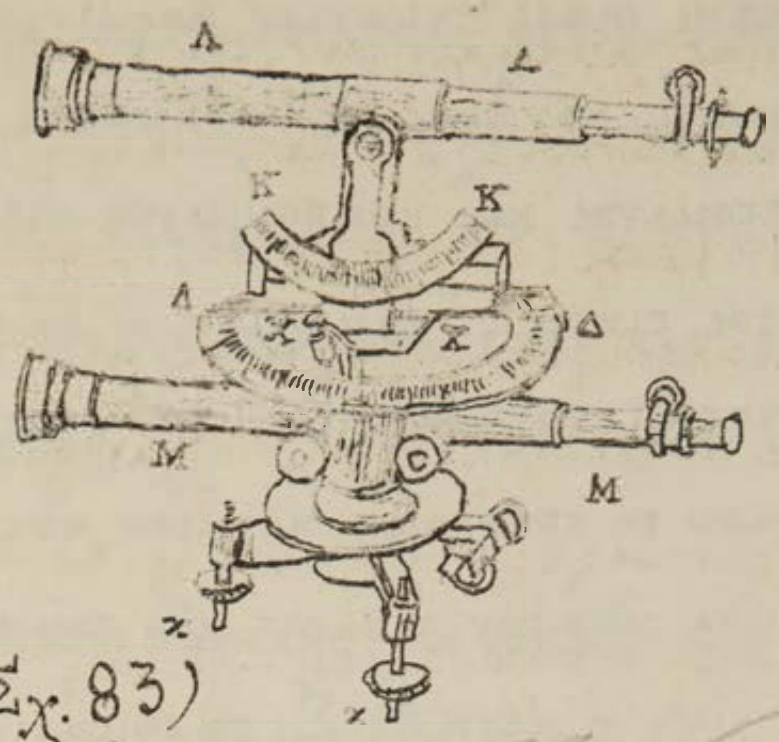
ἐπὶ πυρένης χρησιμευούσης πρὸς ὑποστήριξιν τοῦ τηλεσκοπίου ΜΜ, τοῦ ὀπείου ὁ ἄξων ὁμοίως εἶνε παράλληλος τῷ δίσκῳ. Ἡ πυρήνη αὕτη περατοῦται εἰς τὸ κατώτερον αὐτῆς μέρος εἰς κοῖλον κύλινδρον εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὀπείου περιστρέφεται κεντρικὴ στήλη φερομένη ἐπὶ τριῶν ποδῶν μὲ θλιπτικοὺς κοχλίας κ, κ, κ. Θλιπτικὸς τις κοχλίας ἐπιτρέπει τὴν στερέωσιν τῆς κατωτέρας πυρήνης καὶ ἐπομένως καὶ τοῦ τηλεσκοπίου ΜΜ χωρὶς τοῦτο νὰ παρεμποδίζῃ τὴν κίνησιν τοῦ δίσκου, δεύτερος θλιπτικὸς κοχλίας δύναται ἐπίσης νὰ καταστήσῃ ἀκίνητον τὸν δίσκον καὶ ἀπομακρωσῃ αὐτὸν τοῦ ἐπιλοίπου ἐργαλείου.

Ὁ δίσκος ΔΔ φέρει διαχωρεστάθμην ΧΧ, διὰ τῆς ὁποίας τῇ συνδρομῇ τῶν κοχλιῶν κ, κ, κ ὁριζοντιοῦται ὁ δίσκος.

Ὁ κανὼν ἀντικαθίσταται πολλάκις δι' ἐσωτερικοῦ δίσκου ΔΔ φέροντος εἰς τὰ ἄκρα μιᾶς διαμέτρου δύω βερνιέρους, τῶν ὁποίων ἡ γραμμὴ ο, ο τοῦ μηδενὸς εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονος τοῦ τηλεσκοπίου ΛΛ

Τὸ τόξον Κ Κ ἐπὶ τοῦ ὀρθοστάτου στερεωμένον χρησιμεύει διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν κατακορύφων γωνιῶν (σχ. 83). Ἡ καταμέτρησις τῶν γωνιῶν ἐκτελεῖται διὰ τοῦ ἀνωτέρου τηλεσκο-

πίου· τὸ κατώτερον τηλεσκόπιον χρησιμεύει ἀποκλειστικῶς ὅπως βε-
βαιοῦται ὅτι διαρκούσης τῆς ἐρ-
γασίας τὸ ἐργαλεῖον δὲν μετε-
κινήθη. πρὸς τοῦτο σκοπεύεται
ἀπομεμακρυσμένον τι σημεῖον
διὰ τοῦ τηλεσκοπίου τούτου, με-
τὰ τὸ πέρας δὲ τῆς ἐργασίας πα-
ρατηρεῖται ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ
γραμμὴ διέρχηται πάντοτε διὰ
τοῦ σημείου τούτου. Τὸ τηλεσκό-
πιον τοῦτο καλεῖται τηλεσκόπιον ἀφετηρίας.

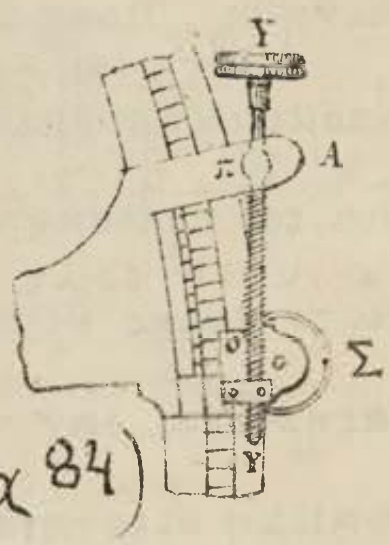


(Σχ. 83)

Διὰ τὴν καταμέτρησιν γωνίας τινὸς τὸ ἐργαλεῖον τοποθετεῖται
ἐν στάσει ἐπὶ τῆς κορυφῆς τῆς γωνίας, ὁριζοντιοῦται ὁ δίσκος διὰ τῆς
ἀεροχωροστάθμης του καὶ ἄγεται διὰ τοῦ τηλεσκοπίου τῆς ἀφετηρί-
ας σκοπευθείς τις πρὸς ὁρισμένον σημεῖον, στρέφεται ἀκολούθως τὸ
κατώτερον μέρος τοῦ ἐργαλείου διὰ μέσου τοῦ θλιπτικοῦ κοχλίου, καὶ
τίθεται τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου εἰς συμπτωσιν μετὰ τοῦ μηδενὸς τοῦ
δίσκου, περιστρέφεται ἀκολούθως ὁ δίσκος μέχρις ὅτου ὁ ἐπτικὸς
ἄξων τοῦ ἀνωτέρου τηλεσκοπίου διέλθῃ δι' ἑνὸς τῶν σκοπευθησεμέ-
νων σημείων καὶ στερεοῦται ὁ δίσκος διὰ τοῦ δευτέρου θλιπτικοῦ
κοχλίου, τὸ τηλεσκόπιον ἄγεται τότε ἐπὶ τοῦ δευτέρου σημείου ἢ ἀνα-
γινώσκεται ἡ γωνία ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῶν δύο τούτων διευθύν-
σεων.

Ἡ μετακίνησις τοῦ τηλεσκοπίου ἐπὶ τοῦ δίσκου ἐκτελεῖται
διὰ τῆς χειρός, οὕτω τοποθετεῖται ταχέως, ἀλλὰ πάντοτε κατὰ προσεγγι-
σιν ἐπὶ τῆς διευθύνσεως τοῦ σκοπευθησεμένου σημείου, ἀπαιτεῖται νὰ
δοθῇ τούτῳ κατόπιν κίνησίς τις βραδεῖα. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται
διὰ τῆς ἀκολούθου διατάξεως, ἥτις συνιστᾷ τὴν λαβίδα καὶ ἥτις

συναντᾶται εἰς πολλὰ τῶν ἐργαλείων τῆς τοπογραφίας. Ὁ κινητὸς δείκτης φέρει τεμάχιον κεχλιοτὸν Α (σχ. 84) ἐντὸς τοῦ ὀπείου εἰσχωρεῖ κεχλίας υυ βήματος λεπτοτάτου συναπτόμενος καὶ κρατούμενος διὰ μέσου ἐξογκωμάτος τινος π. Τεμάχιον Β ἐκ δύω σιαγόνων συνιστάμενον δύναται νὰ συσφιχθῇ μετὰ τοῦ δίσκου τῇ συνδρομῇ κεχλίου, ὅστις ἐν τῷ σχήματι εἶνε ὑπὸ τὸν δίσκον καὶ τοῦ ὀπείου ὀρατὴ μέγων εἶνε ἡ κεφαλὴ Σ· τὸ τεμάχιον τοῦτο φέρει περικόχλιον ἐν ᾧ κεχλιοῦται ὁ κεχλίας υ. Ἔννοεῖται ὅτι ὅταν τὸ τεμάχιον Β πιεσθῇ ἐπὶ τοῦ δίσκου ὁ κινητὸς δείκτης στερεοῦται ἐπὶ τούτου καὶ δὲν δύναται νὰ λάβῃ εἰμὴ ἐλαχίστας μετατοπίσεις διὰ τῆς κινήσεως τοῦ κοχλίου υυ. Ἀνάλογος διάταξις ἐπιτρέπει νὰ σθῇ εἰς τὸν δίσκον κίνησις βραδεῖα περὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ.



(Σχ 84)

Ἐπειδὴ τὰ τηλεσκόπια τοῦ κύκλου περιστρέφονται ἐπὶ ἐπιπέδων καθέτων ἐπὶ τοῦ δίσκου, ὅταν δὲ αὐτὲς εἶνε ὁριζόντιος ταῦτα εἶνε καταχόρυφα, πᾶσαι αἱ γωνίαι τὰς ὁποίας δίδει τὸ ἐργαλεῖον εἶνε ἠγμέναι ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. Διὰ τοῦ κύκλου δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ ἡ μέθοδος τῶν ἐπαναλήψεων ἀναγινωσκομένης γωνίας τινὸς κατ' ἐπανάληψιν, ὅσας φορὰς ζητήσει τις συμφώνως μὲ τὴν ζητουμένην προσέγγισιν. Τοῦτου ἕνεκεν συνήθως καλεῖται ἐπαναληπτικὸς κύκλος.

Ἐξέλεγξις τοῦ κύκλου. Παραδεχόμεθα ὅτι ἡ διαίρεσις τοῦ δίσκου εἶνε ἀκριβής. Αἱ μέθοδοι ὧν χρῆσιν ποιοῦσι σήμερον διὰ τὴν τοιαύτην διαίρεσιν ἐφθασαν εἰς τοιαύτην τελειότητα, ὥστε δυνάμεθα νὰ παραδεχθῶμεν, διὰ τὰ μετ' ἐπιμελείας κατασκευασθέντα ἐργαλεῖα τῆς τοπογραφίας ἀκριβῆ τὴν διαίρεσιν τῶν δίσκων μεγονότι πάντοτε θὰ ὑφίσταται σφάλμα τι, ὅπερ

διὰ τῆς τελειοποιήσεως τῶν ἐργάνων ἐμειώθη σὐδέποτε ὅμως ἐμηδενίσθη οὔτε θὰ μηδενισθῇ. Διὰ τῶν ἐκτεθεισῶν ὅμως μεθόδων τὸ σφάλμα τοῦτο δύναται να περιορισθῇ καθ' ὅσον ζητήσει τις.

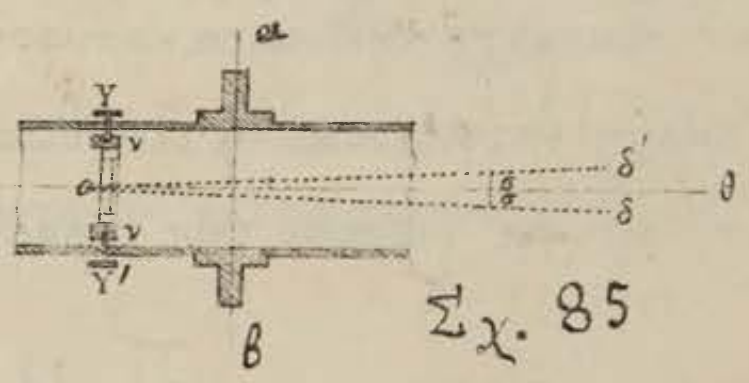
Ἐκ τῶν μάλλον ἐνδιαφερόντων ἐξελέγξεων εἶνε αἱ ἀκόλουθοι

1ον πρέπει νὰ βεβαιωθῇ ὅτι ὁ δείκτης περιστρέφεται περὶ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου καὶ ὅτι ἡ γραμμὴ (Θ, Ο) τῶν βερνιέρων διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου τούτου.

Πρὸς ἐξέλεγξιν τούτου αἴρει ὁ δείκτης νὰ τοποθετηθῇ εἰς διαφόρους θέσεις ἐπὶ τοῦ δίσκου καὶ νὰ παρατηρηθῇ ἐὰν ἡ διαφορὰ τῶν γωνιῶν ἡ ἀναγινωσκομένη εἰς τὰ ἄκρα τοῦ δείκτου ἦνε ἴση μὲ 180° ἢ μὲ 200ᵍ.

2ον Πρέπει νὰ βεβαιωθῇ ὅτι ὁ ὀπτικὸς ἄξων τοῦ τηλεσκοπίου περιστρεφόμενος περὶ τὸν ἄξονα τῆς περιστροφῆς του αβ καταγράφει ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τοῦ ἄξονος τούτου.

Πρὸς ἐξέλεγξιν τούτου διευθύνεται τὸ τηλεσκόπιον εἰς σημεῖόν τι ἀπομεμακρυσμένον θ (σχ. 85) πρὸς ὃ φέρομεν ἀκριβῶς εἰς συμπτωσιν τὴν διασταύρωσιν Ο τῶν νημάτων τοῦ δικτύου νν, ἀκολούθως ἀνασηκοῦται τὸ τηλεσκόπιον, καὶ περιστρέφεται κατὰ 180° ὁ ἄξων τῆς περιστροφῆς του αβ ἄκρον πρὸς ἄκρον. Ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ οθ ἦτο κάθετος εἰς αβ εἶνε φανερὸν ὅτι μετὰ τὴν περιστροφὴν θὰ εὑρεθῇ ἔτι τὸ σκοπευθὲν σημεῖον ἐπὶ τῆς διασταυρώσεως ~~τῶν νημάτων~~ θ· ἐὰν τοῦτο δὲν ὑπάρχει ἀποδεικνύεται τότε ὅτι ὁ σκοπευτικὸς ἄξων εἶνε γραμμή τις ὡς ἡ σδ σχηματίζουσα μετὰ τῆς οθ γωνίαν τινὰ σ· μετὰ τὴν περιστροφὴν ἡ γραμμὴ αὕτη ἔλαβε τὴν θέσιν σδ' σχηματίσασα μετὰ τῆς σδ γωνίαν



Σχ. 85

ίσην μὲ 2σ. Ἡ γωνιώδης ποσότης κατὰ τὴν ὀπείαν πρέπει νὰ μετατεθῇ τὸ τηλεσκόπιον ἐπὶ τοῦ δίσκου ὅπως κατὰ τὴν δευτέραν σκόπευσιν εὑρεθῇ τὸ σκοπευθὲν σημεῖον μετρᾷ τὴν τιμὴν 2σ καὶ ἐπομένως τὴν τιμὴν τῆς παρεκτροπῆς σ. Πρὸς διόρθωσιν τοῦ σφάλματος τούτου δίδεται εἰς τὸ τηλεσκόπιον γωνιαία τις μετατόπισις σ καὶ ἐπαναφέρεται ἡ διασταύρωσις τῶν νημάτων τοῦ δικτύου ἐπὶ τοῦ σκοπευθέντος σημείου δι' ἐνεργείας ἐπὶ τῶν κοχλιῶν υυ', οἵτινες κινοῦσι τὸ δίκτυον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου του. Ἐπαναλαμβάνεται ἀκολούθως ἡ ἀντωτέρω ἐργασία, ἀπαιτοῦσα πρὸς ἐντελῆ διόρθωσιν τοῦ ἀντιτερωσφάλματος, πολλὰς παρατηρήσεις καὶ μερικὰς διορθώσεις.

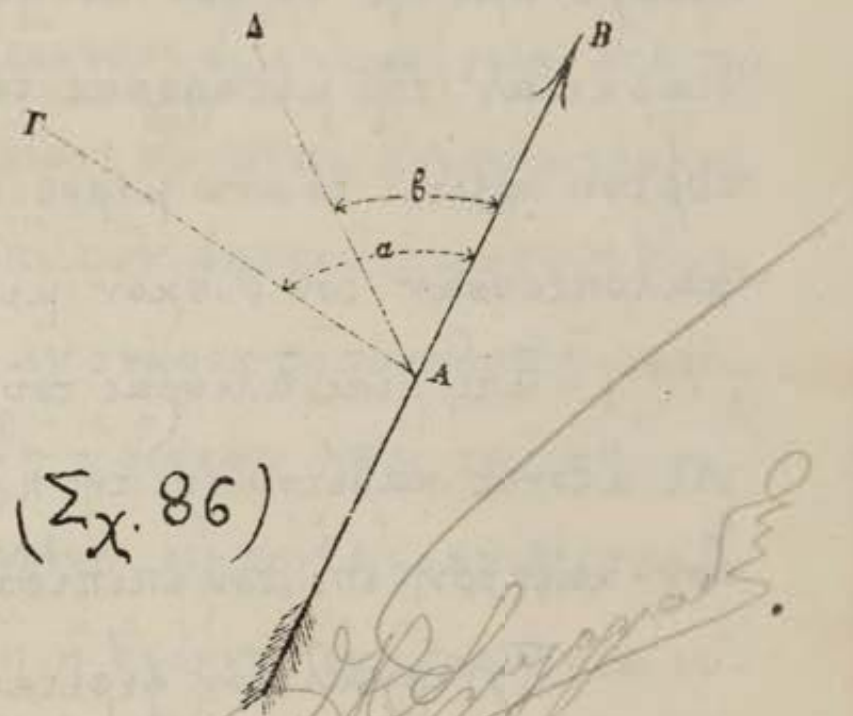
3ον. Πρέπει νὰ βεβαιωθῇ ὅτι τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον εἶνε κάθετον ἐπὶ τοῦ δίσκου. Πρὸς ἐξέλεγξιν τούτου, τοῦ δίσκου ὄντος ὁριζοντίου σκοπεύεται διὰ τοῦ τηλεσκοπίου μολυβδὶς τοποθετημένη εἰς ἀπόστασίν τινα ἡ ἡ καταπέρυσα γωνία εἰκοσαέδρου τινὸς καὶ περιστρέφεται τὸ τηλεσκόπιον ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς του, παρατηρεῖται ἐὰν τὸ σημεῖον τῆς διασταυρώσεως τῶν νημάτων διατρέχῃ τὴν καταπέρυσαν ταύτην γραμμήν· ἐὰν τοῦτο δὲν ὑπάρχῃ ἐκτελεῖται ἡ διόρθωσις διὰ τῆς ἐνεργείας ἐπὶ τῶν τριβέων, οἵτινες φέρουσι τοὺς στροφεῖς τοῦ ἄξονος αβ.

Πυξίς

Ἡ πυξὶς εἶνε ἐργαλεῖον χρήσιμον διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν· στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἐδιότητος τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ μαγνητικὴ βελόνη, τιθεμένη εἰς ἰσορροπίαν ἐπὶ ὀβελίσκου νὰ διευθύνηται πρὸς διεύθυνσιν σταθεράν, ἥτις εἶνε κατὰ προσέγγισιν τοῦ βορρᾶ πρὸς νότον. Καλεῖται μαγνητικὸς μεσημβρινὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ διερχόμενον διὰ τῆς διευθύνσεως ταύτης καὶ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, τὸ ἐπίπεδον τοῦτο σχηματίζει μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημ-

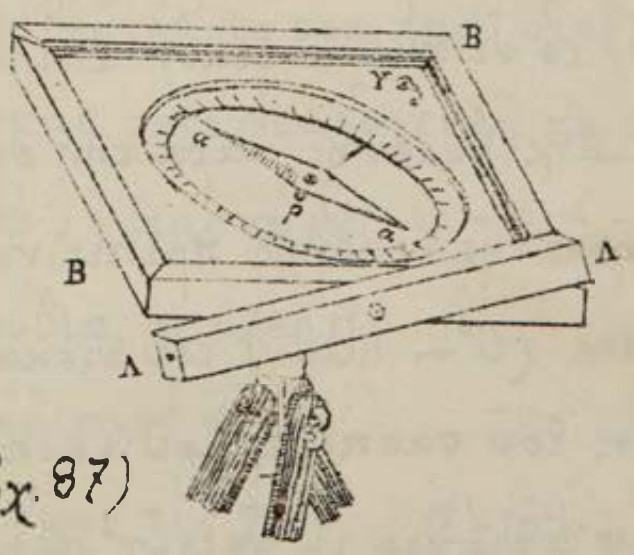
βρινοῦ γωνίαν τινὰ καλουμένην ἀπόκλισιν τοῦ τόπου. Ἡ γωνία αὕτη ὑπόκειται εἰς διαφόρους μεταβολάς, ἀλλὰ ἡ διεύθυνσις τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς σταθερὰ κατὰ τὴν διάρκειαν συνήθους τοπογραφικῆς ἀναγραφῆς, ἧς ἡ ἔκτασις εἶνε περιωρισμένη.

Ἀζιμούθιον. Καλεῖται ἀζιμούθιον ἡ γωνία, ἣν σχηματίζει διεύθυνσίς τις μετὰ τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ. Τὰ ἀζιμούθια λογίζονται ἀπὸ 0° — 360° καὶ πάντοτε κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ἀπὸ βορρᾶ πρὸς δύσιν. Οὕτως (σχ. 86) τὸ ἀζιμούθιον τῆς εὐθείας ΑΓ εἶνε ἡ γωνία α, τὸ ἀζιμούθιον τῆς ΑΔ εἶνε ἡ γωνία β. Ἐκ τοῦ σχήματος παρατηροῦμεν ὅτι τὸ μέτρον τῆς γωνίας ΔΑΓ εὑρίσκεται λαμβανομένης τῆς διαφορᾶς τῶν ἀζιμουθίων τούτων. Ἡ πυξὶς παρέχει τὸ μέσον τῆς καταμετρήσεως τῶν ἀζιμουθίων.



(Σχ. 86)

Περιγραφὴ τῆς πυξίδος. Ἡ τοπογραφικὴ πυξὶς συνίσταται ἐκ χυτοῦ τετραγώνου ΒΒ (σχ. 87) πλευρᾶς 0,20 — 0,30 ἑκατοστομέτρων καὶ παχους 0,03 - 0,04 ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ ὁποίου εἶνε ἐμπερασμένος διηρημένος δίσκος. Ἡ ἀρίθμησις τῶν διαιρέσεων συνήθως διευθύνεται ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ δίσκου ἐπὶ ὀβελίσκου ἐκ χάλυβος ρ ἐπιχρέμαται ἐπὶ λαβῆς ἐξ ἀχάτου λίθου ἡ μαγνητικὴ



(Σχ. 87)

βελόνη. Ἡ βελόνη αὐτη εἶνε κατεσκευασμένη ἐκ λεπτοῦ χαλυβδίνου ἐλάσματος μορφῆς ῥομβοειδοῦς ἐπιμήκους· ὁ νότιος πόλος τῆς μαγνητικῆς βελόνης, ὅστις καὶ στρέφεται πρὸς τὸν βόρειον πόλον τῆς γῆς εἶνε κεχρωματισμένος κυανοῦς. Τὸ μῆκος τῆς βελόνης εἶνε τοιοῦτον, ὥστε μεταξὺ τοῦ ἄκρου αὐτῆς καὶ τῆς ἐσωτερικῆς τοῦ δίσκου περιφερείας νὰ ὑπάρχῃ διάστημα ἡμίσεως χιλιοστοῦ. Μεχλοὶ Ν, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ πιεσθῇ διά τινος σύρτου ἐπιτρέπει τὴν ἀνύψωσιν τῆς βελόνης καὶ τὴν πίεσιν αὐτῆς πρὸς τὴν ὕαλον τὴν καλύπτουσαν τὸν δίσκον, πρὸς ἀπεφυγὴν τῆς φθορᾶς τοῦ ὀβελίσκου τῆς προσγενομένης ἐκ τῶν κινήσεων τῆς μαγνητικῆς βελόνης κατὰ τὴν διεύρυνσιν τῆς μεταφορᾶς τοῦ ἐργαλείου. Πῶμα ξύλινον ἐν εἴδει σύρτου κλείει τὸ ἄνω μέρος τοῦ κιβωτίου ἐξασφαλίζον τὴν ὕαλον τὴν καλύπτουσαν τὸν δίσκον μετὰ τῆς μαγνητικῆς βελόνης.

Ἐπὶ μιᾶς πλευρᾶς τοῦ κιβωτίου περιστρέφεται τηλεσκόπιον περιέχον ἄξονος καθέτου ἐπὶ τῆς πλευρᾶς ταύτης καταγραφὲν οὕτως ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ δίσκου.

Τὸ ἐργαλεῖον φέρεται ἐπὶ περιστομίου μετὰ γόνατος, ὅμοιον τῷ περιγραφέντι διὰ τὸ γραφόμετρον, καὶ δύναται νὰ τοποθετηθῇ ἐπὶ τριπόδος.

Ὑποτεθείσθω ὅτι ἡ πυξὶς ἐτοποθετήθη ἐπὶ ἑνὸς σημείου α (σχ. 88) τὸ δὲ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον δι᾽ηυθύνθη παραλλήλως τῆς μαγνητικῆς βελόνης κατὰ τὴν διεύθυνσιν αβ· ἡ κυανῆ ἄκρα τῆς βελόνης πρέπει νὰ δείξῃ τὸ 0° ἢ δὲ διάμετρος (0°—180°) τοῦ δίσκου πρέπει νὰ ἦνε παράλληλος τοῦ σκοπευτικοῦ ἐπιπέδου. Ἐὰν ἤδη περιστραφῇ ὁ δίσκος ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά, ὡς λογίζονται τὰ ἀζιμούθια, τῆς μαγνητικῆς βελόνης μενούσης ἀκινήτου τὸ μηδὲν τοῦ δίσκου θὰ τοποθετηθῇ ἀριστερόθεν

(Σχ. 88)

τῆς κυαντῆς αἰχμῆς καταγράφον τόξον, ὅπερ θὰ παριστᾷ ἀκριβῶς τὸ ἀζιμούθιον τῆς νεωστὶ σκεπτοθείσης διευθύνσεως· ἡ ἀρίθμησις λοιπὸν τῶν διαιρέσεων τοῦ δίσκου πρέπει νὰ γίνῃ κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, ἤτοι ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά.

Καταμέτρησις γωνίας τινὸς διὰ τῆς πυξίδος.

Ἐκ τῶν λεχθέντων ἐξάγεται ὅτι ἡ καταμέτρησις γωνίας τινὸς ἐπιτυγχάνεται ζητουμένης τῆς διαφορᾶς τῶν ἀζιμουθίων τῶν δύο πλευρῶν τῆς γωνίας. Ὅπως ληφθῶσι τὰ ἀζιμούθια ταῦτα πρέπει ἡ πυξὶς νὰ τεθῇ ἐν στάσει ἐν τῇ κορυφῇ τῆς γωνίας ἤτοι νὰ τοποθετηθῇ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου ἐπὶ τοῦ κατακορύφου τῆς κορυφῆς τῆς γωνίας. Ἡ ἐργασία αὕτη ἐκτελεῖται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον δι' ἐντιμήσεως διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ, τοῦ μικροῦ σφάλματος, τὸ ὁποῖον δύναται τοιουτοτρόπως νὰ λάβῃ χώραν, μὴ ἐχόντος ἐπιρροὴν ἐπὶ τῶν ἀποτελεσμάτων. Ἀκριβέστερον δύναται νὰ τοποθετηθῇ ἡ πυξὶς ἐν στάσει τῇ συνδρομῇ μεληδίδος. Ἀκολούθως πρέπει νὰ ὁριζοντιωθῇ ὁ δίσκος, πρὸς τοῦτο δυνάμεθα διὰ τὴν συντομίαν νὰ μὴ ἀνατρέξωμεν εἰς τὴν ἀεροχωροσταθμην, ἀλλὰ νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ἐπειδὴ ἡ βελόνη ἐν ἰσορροπίᾳ εὑρισκομένη εἶνε ὁριζόντιος, ἐὰν περιστραφῇ βραδέως ὁ δίσκος περὶ ἑαυτὸν καὶ βεβαιωθῇ ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην τὰ ἄκρα τῆς βελόνης μένουσι σταθερῶς ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ δίσκου, τότε ὁ δίσκος εἶνε ὁριζόντιος· ἐὰν τοῦτο δὲν ὑπάρχῃ διορθοῦται τὸ σφάλμα διὰ τῆς ἐνεργείας ἐπὶ τοῦ γόνατος. Σκοπεύονται τότε διαδοχικῶς τὰ ἀζιμούθια τὸ ἐξ ἀριστερῶν σημεῖον Γ (σχ. 89) καὶ τὸ ἐκ δεξιῶν Δ· ἀναγιγνώσκονται τὰ ἀζιμούθια α καὶ β καὶ ἀφαιρουμένου τοῦ ἐκ δεξιῶν ἀζιμουθίου ἐκ τοῦ ἐξ ἀριστερῶν ἐπιτυγχάνεται ἡ τιμὴ τῆς γωνίας. Ἀλλὰ συνήθως ἀποφεύγουσι νὰ ὑπολογίσωσι τὴν διαφορὰν ταύτην κατασκευάζοντες καὶ' εὐθεῖαν ἐπὶ τοῦ

Σχ. 89

σχεδίου τὰς δύω πλευρὰς τῆς γωνίας διὰ μέσου τῶν ἀζιμουθίων αὐτῶν τὰ σπεῖα ἀναφέρουσι ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ κεχαραγμένου ἐπὶ τούτῳ ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς. ἐκ τοῦ σημείου τὸ σπεῖον ἐν τῇ ἀναγραφῇ παριστᾷ τὴν πρόβολὴν τοῦ Α φέρονται δύω εὐθεῖαι σχηματίζουσαι μετὰ τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ τὰς γωνίας α καὶ β καὶ ἡ γωνία ΓΑΔ παρίσταται οὕτως ἐπὶ τοῦ σχεδίου ἄνευ ἀναγκης ὑπολογισμοῦ τῆς τιμῆς αὐτῆς.

Ἐξέλεγξις τῆς πυξίδος. 1ον ἡ βελόνη πρέπει νὰ ἦτε εὐαίσθητος. Ἐξελέγχεται τοῦτο ὡς ἀκολούθως· τῆς βελόνης εὐρισκομένης πρὸ μιᾶς διαιρέσεως τοῦ δίσκου ἀπομακρύνεται τῆς θέσεώς της ταύτης κατὰ γωνίαν 90°, σφείλει δὲ νὰ ἐπανέλθῃ ἐν ᾗ ἀρχικῶς ἦτο θέσει μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν 25 μέχρι 30 ταλαντώσεων. Ἐὰν ἐπανέλθῃ εἰς τὴν θέσιν της μετ' ἀριθμὸν ταλαντώσεων μικρότερον, τοῦτο ἀποδεικνύει ὅτι ὁ ὀβελίσκος ἔχει ἀμβλυνθῇ ἢ ὅτι ἡ βελόνη ἀπώλεσε μέρος τῆς μαγνητικῆς αὐτῆς δυνάμεως, μειονέκτημα εὐκόλως θεραπευόμενον.

2ον ὁ ἄξων τοῦ ὀβελίσκου πρέπει νὰ διέρχηται ἀκριβῶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου καὶ νὰ ἦτε κάθετος ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ. Πρὸς ἐξακρίβωσιν τούτου περιστρέφεται τὸ κιβώτιον τῆς πυξίδος κρατουμένου εἰς διαφόρους θέσεις, ἐὰν ἡ βελόνη ἦτε ἀκριβῶς κεντρικὴ αἱ ἀναγνώσεις αἱ γενόμεναι εἰς τὰ δύω ἄκρα της πρέπει νὰ διαφέρωσιν ἀπ' ἀλλήλων κατὰ 180°. Ἐν περιπτώσει καθ' ἣν αἱ δύω αἰχμαὶ τῆς βελόνης καὶ τὸ σημεῖον τῆς ἐξαρτήσεως δὲν εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας γραμμῆς, ἡ διαφορὰ τῶν δύω ἀναγνώσεων δὲν θὰ ἦτε ἴση μὲ 180° θὰ ἦτε ὅμως σταθερά, ἐὰν ὁ ἄξων τοῦ ὀβελίσκου διέρχηται διὰ τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου.

Ὅταν αἱ ἀντίθετοι ὄρεις δὲν ἐκπληροῦνται ὑπάρχει σφάλμα ἐκκεντρικότητος, ὅπερ διορθοῦται ἐπαναφερομένου τοῦ ὀβελίσκου ἐν

τῇ θέσει του διὰ λαβῆς τινος. Ἡ ἐξέλεγξις αὕτη πρέπει νὰ ἐκτελῆται συχνότατα διότι ὁ ὀβελίσκος συνίσταται ἐκ ῥάβδου λεπτοτάτης δυναμένης νὰ καμφθῇ εὐκόλως κατὰ τὴν μετακόμισιν τοῦ ὀργάνου. Δυνάμεθα νὰ μεταχειρισθῶμεν ἐργαζόμενοι ἀκριβῶς πυξίδα τῆς ὁποίας ἡ βελόνη εἶνε ἐκκεντρική. Ἔστω νῦν ἡ βελόνη (σχ. 90), τὸ ἀληθὲς ἀζιμούθιον εἶνε . . . . . .

. . . $o\alpha = or - \varepsilon$ . . ἐὰν καλέσωμεν ε τὸ τόξον αν.

Ἔχομεν ὁμοίως $o\alpha = os + \varepsilon - 180°$.

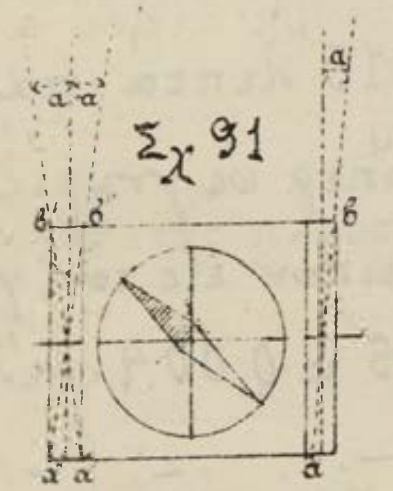
Προσθέτοντες τὰς δύο ταύτας ἰσότητας εὑρίσκομεν . . . .

. . $2o\alpha = or + os - 180°$ . . . ἐξ

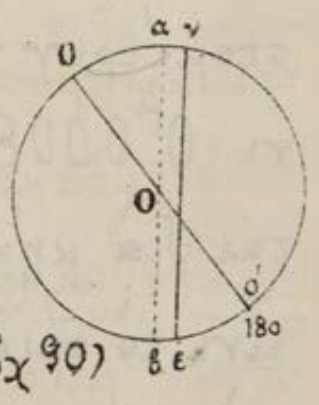
οὗ . . $o\alpha = \frac{or + os}{2} - 90°$

3ον) Πρέπει νὰ ἐξακριβωθῇ ὅτι ὁ ὀπτικὸς ἄξων τοῦ τηλεσκοπίου εἶνε κάθετος ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς τούτου.

Πρὸς βεβαίωσιν τούτου σκοπεύεται διὰ τοῦ τηλεσκοπίου ἐπομεμακρυσμένον τι σημεῖον δ (σχ. 91) περιστρέφεται ἀκολούθως ἡ πυξὶς περὶ ἑαυτὴν κατὰ 180° ἀκριβῶς, ἐπειδὴ δὲ τοιουτοτρόπως ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς τίθεται πρὸ τοῦ παρατηρητοῦ, περιστρέφεται καὶ τὸ τηλεσκόπιον περὶ τὸν ἄξονα τῆς περιστροφῆς του κατὰ 180°. οὕτως ὁ πρόσθαλμιος ἐπανέρχεται εἰς τὴν θέσιν του. Ἐὰν δὲν ὑπάρχει σφάλμα παραλληλισμοῦ τὸ σημεῖον δ μετὰ τὴν ἡμιπεριστροφὴν κατὰ 180° πρέπει νὰ τοποθετηθῇ ἐπὶ τοῦ ὀπτικοῦ ἄξονος τοῦ τηλεσκοπίου· ἐὰν ὅμως ὑπάρχῃ σφάλμα παραλληλισμοῦ, ὁ ἄξων οὗτος πρὸ τῆς περιστροφῆς θέλει ἔχει θέσιν τινὰ αβ σχηματίζων



Σχ 91



(Σχ 90)

μετὰ τῆς καθέτου ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς περιστροφῆς τοῦ γωνίαν τινὰ α, μετὰ τὴν ἡμιπεριστροφὴν τοῦ κινητοῦ ἡ ἐπιτρεπὸς ἄξων ἀβ λαμβάνει τὴν θέσιν "β", ἡ γωνία ἣν σχηματίζει μετὰ τῆς πρώτης αὐτοῦ διευθύνσεως ἔσται ἴση μὲ 2α. Οὕτως ἡ γωνία κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ περιστραφῇ ἡ πυξὶς ὅπως σκοπευθῇ τὸ σημεῖον δ εἶνε διπλασία τοῦ γωνιώδους σφάλματος. Διορθοῦται τὸ σφάλμα τοῦτο ἐὰν περιστρέψωμεν ἀντιθέτως τὴν πυξίδα κατὰ τὴν γωνίαν α καὶ μεταθέσωμεν ἀκολούθως τὸ δίκτυον ἐνεργοῦντες ἐπὶ τῶν κοχλιῶν του οὕτως ὥστε τὸ σημεῖον δ νὰ συμπέσῃ ἀκριβῶς μετὰ τὴν διασταύρωσιν τῶν νημάτων τούτου.

Ὅριον τῆς χρήσεως τῆς πυξίδος. Αἱ γωνίαι ἀναγινώσκονται ἐπὶ τοῦ δίσκου μετὰ προσεγγίσεως τινος α, ἐπομένως τὸ ὅριον τοῦ μήκους τῶν πλευρῶν τῶν δυναμένων διὰ τοῦ ἐργαλείου τούτου νὰ καταμετρηθῶσι δίδεται διὰ τοῦ γνωστοῦ ἤδη τύπου

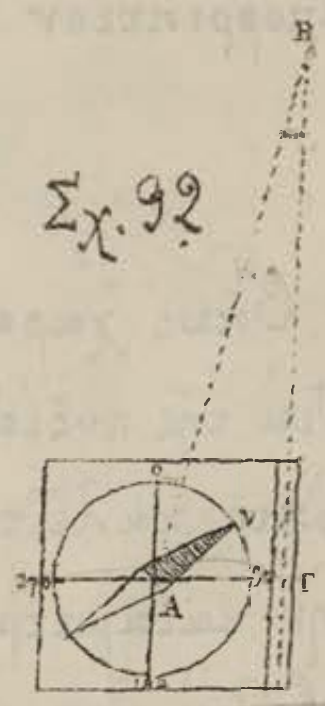
$$\beta \angle \frac{\varepsilon \mu}{\alpha}$$

Εἰς τὰς συνήθεις πυξίδας ὁ δίσκος ἔχει ἀκτῖνα 0,05 ἑκατοστομέτρων· τὸ μῆκος μιᾶς μοίρας, κύκλου τοιαύτης ἀκτῖνος, εἶνε 0ᵐ.0008 καὶ τὸ τέταρτον τῆς μοίρας ἤτοι 15′ λεπτὰ παρίσταται διὰ μήκους ἴσου μὲ τὰ $\frac{2}{10}$ τοῦ χιλιοστοῦ, ὅπερ ὡς γνωρίζομεν εἶνε τὸ ὅριον τῆς δυνατῆς ἐκτιμήσεως. Ἐὰν λείπῃ εἰς τὸν γενικὸν τύπον θέσωμεν $\varepsilon = 0^{\mu},0002$, $\alpha = 15' = 0,004$ θὰ λάβωμεν εὑρεῖ . . . . . .

$$\beta \angle 0,05 \times \mu \quad \text{ἢ} \quad \frac{\beta}{\mu} \angle 0,05$$

ἀλλὰ $\frac{\beta}{\mu}$ εἶνε τὸ γραφικὸν μῆκος τῆς πλευρᾶς β ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{\mu}$ καὶ 0,05 εἶνε τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους τῆς μαγνητικῆς βελόνης λοιπὸν τὸ γραφικὸν μῆκος τῶν πλευρῶν τῶν τριγώνων εἰς τὰς καταμετρήσεις διὰ τῆς πυξίδος δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ τὸ μῆκος τοῦ

ημίσεως της μαγνητικής βελόνης, ίνα μη έχωσι επιρροήν τα κατά την εκτίμησιν των γωνιών σφάλματα επί των γραφικών θέσεων των σκοπευθησομένων σημείων. Το αντωτέρω υπολογισθέν όριον είνε κατώτερον επί ένεκα της ικνιστρικότητος της σκοπευτικής ακτίνος. Όταν καταμετρά τις το αζιμούθιον διευθύνσεώς τινος AB (σχ. 92) της πυξίδος ούσης εν στάσει επί το σημείον A, σκοπεύεται το σημείον B, το αζιμούθιον το αναγινωσκόμενον επί του δίσκου είνε το τόξον ον αντιστοιχούν εις την γωνίαν σAν, ενώ το αληθές αζιμούθιον είνε η γωνία BAν. Διαπράττεται λοιπόν γωνιώδές τι σφάλμα σ AB = ABΓ, το οποίον έσται κατά τε-



Σχ. 92

σούτον μεγαλείτερον καθόσον το σημείον B είνε πλησιέστερον του σημείου A· το σφάλμα τούτο είνε παραληπτέον, όταν αποβαίνη ίσον ή κατώτερον εκείνου, όπερ διαπράττεται κατά την αναγνωσιν, και το οποίον εξετιμήθη αντωτέρω εις 15′,

λοιπόν έχομεν . . . . . — —

$$\text{ημ } B = \frac{A\Gamma}{AB}$$

το όριον της πλευράς AB επιτυγχάνεται εάν θέσωμεν - - -

$$\text{ημ } 15' = \frac{A\Gamma}{AB}$$

εάν την τιμήν της AΓ, ήτις είνε το ήμισυ της πλευράς του κιβωτίου, υποθέσωμεν ίσην με 0,10 έχομεν - - - - - -

$$AB = \frac{0,10}{\text{ημ } 15'} = 25^{\mu}.$$

Τοιουτοτρόπως δεν πρέπει να σκοπεύωνται σημεία πλησιέστερον των 25μ. Συνήθως όπως μηδενισθώσι το σφάλμα της ικνιστρικότητος πειρ-

σι χρῆσιν ἀκεντίου ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ ὁποίου εἶνε στερεωμένη πινακὶς φέρουσα χαραγὴν εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἄξονος ἴσην μὲ τὴν ἐκκεντρικότητα τῆς πυξίδος (σχ. 93).

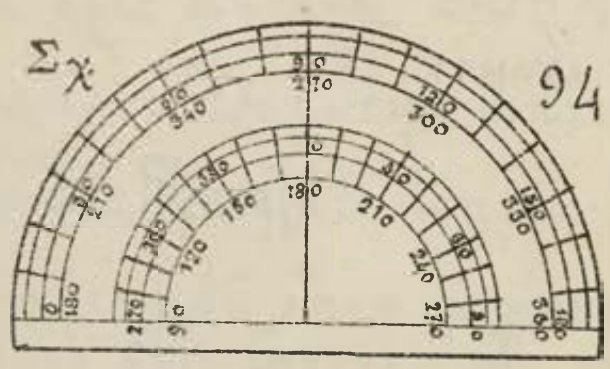
Ἐκ τοῦ βαθμοῦ τῆς ἐπιτυγχανομένης ἐκτιμήσεως τῶν γωνιῶν διὰ τῆς πυξίδος εὐκόλως ἐννοεῖται ὅτι τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο χρησιμώτατον διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῶν λεπτομερειῶν εἶνε ἀπερριπτέον διὰ τὴν τοῦ τριγωνικοῦ δικτύου.

Σχ. 93

Ἀναγωγεύς.

Ὅπως χαραχθῶσιν ἐπὶ τοῦ σχεδίου τὰ καταμετρηθέντα διὰ τῆς πυξίδος αἰζιμούθια μεταχειρίζονται ἐργαλεῖον, ὅπερ καλεῖται ἀναγωγεύς καὶ ὅπερ χρησιμεύει καὶ διὰ τὴν καταμέτρησιν ἐπίσης τῶν αἰζιμουθίων τῶν γραμμῶν, ὧν αἱ προβολαὶ εἶνε κεχαραγμέναι ἐπὶ τοῦ χάρτου.

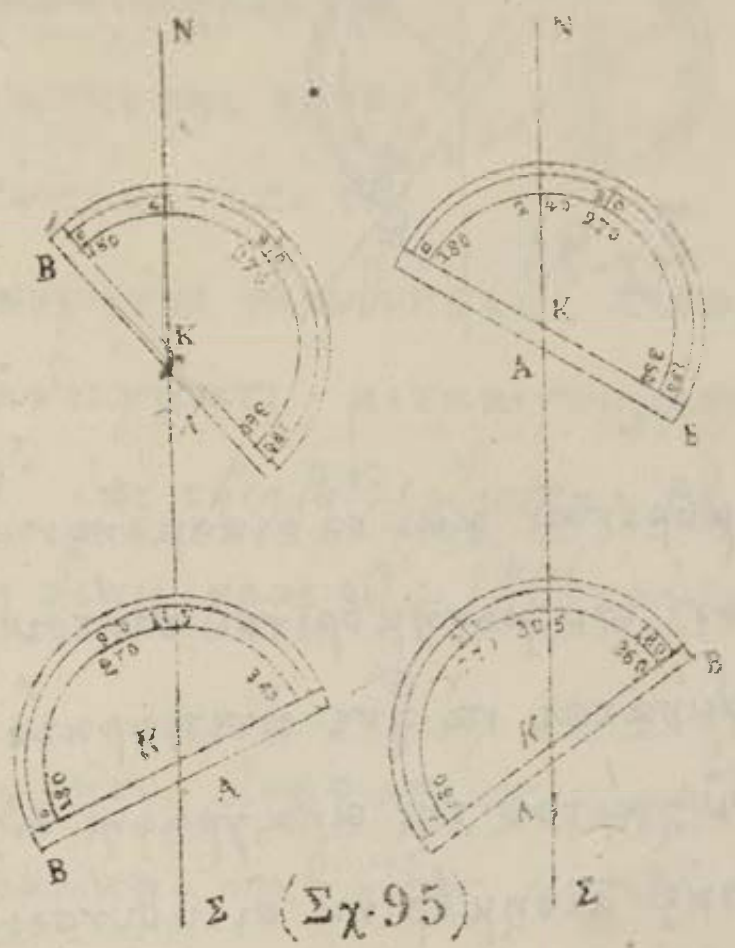
Ὁ ἀναγωγεὺς συνίσταται ἐκ χαλκίνου ἡμικυκλίου, ἢ συνηθέστερον ἐκ κέρατος διαφανοῦς φέροντος ἐπὶ τῆς περιφερείας του διαιρέσεις εἰς μοίρας καὶ ἡμισείας ἀπὸ 0° μέχρι 180°. Ἔξωθεν τῆς διαμέτρου (0°–180°) ὑπάρχει ὀρθογώνιον ἐν εἴδει κανόνος, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ παράλληλος τῆς διαμέτρου ταύτης χρησιμεύει διὰ τὴν χάραξιν τῶν γραμμῶν ἐπὶ τοῦ χάρτου, ἡ πλευρὰ αὕτη καλεῖται πιστάτειρα γραμμή. Ὁ ἀναγωγεὺς φέρει διπλῆν βαθμολογίαν μίαν ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς περιφερείας ἀπὸ 0° μέχρι 180° ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ ἑτέραν κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ἀπὸ 180° μέχρι 360° ἐπὶ τινος ἐσωτερικῆς περιφερείας (σχ. 94). Τοῦ ἐργαλείου τούτου γίνεται χρῆσις ὡς ἀκολούθως.


Σχ. 94

1ον) Τὰ ἀχθῇ ἐκ τοῦ σημείου Α εὐθεῖά τις, ἧς τὸ αἰζιμούθιον

εἶνε δεδομένον.

Ὅταν αἱ γωνίαι περιλαμβάνονται μεταξὺ 0° καὶ 180° μεταχειρίζονται τὴν ἐξωτερικὴν βαθμολογίαν. Οὕτως ὑποτεθείσθω ὅτι τὸ δεδομένον ἀζιμούθιον εἶνε 40°. τοποθετεῖται τὸ κέντρον Κ τοῦ ἀναγωγέως ἐπὶ τῆς γραμμῆς ΝΣ (σχ. 95), ἥτις παριστᾷ τὸν μαγνητικὸν μεσημβρινὸν καὶ φέρεται ἡ βαθμολογία τῶν 40° ἐπὶ τῆς γραμμῆς ταύτης, ἀκολούθως ὀλισθαίνει ὁ ἀναγωγεὺς μέχρις ὅτου ἡ πιστώτειρα γραμμὴ διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Α καὶ χαράσσεται ἡ εὐθεῖα ΑΒ, ἥτις εἶνε ἡ ζητουμένη. Ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι δεικνύονται τρεῖς ἕτεραι θέσεις τοῦ ἀναγωγέως δι' ἀζιμούθια 115°, 240°, 305°.

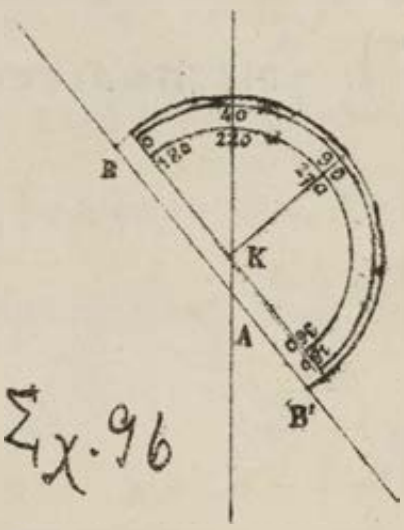

(Σχ. 95)

Διὰ τὰς δύο τελευταίας θέσεις ὅπου τὰ ἀζιμούθια περιλαμβάνονται μεταξὺ 180° καὶ 360° μεταχειρίζονται τὴν βαθμολογίαν τὴν σημειουμένην ἐπὶ τοῦ δευτέρου ἐσωτερικοῦ κύκλου.

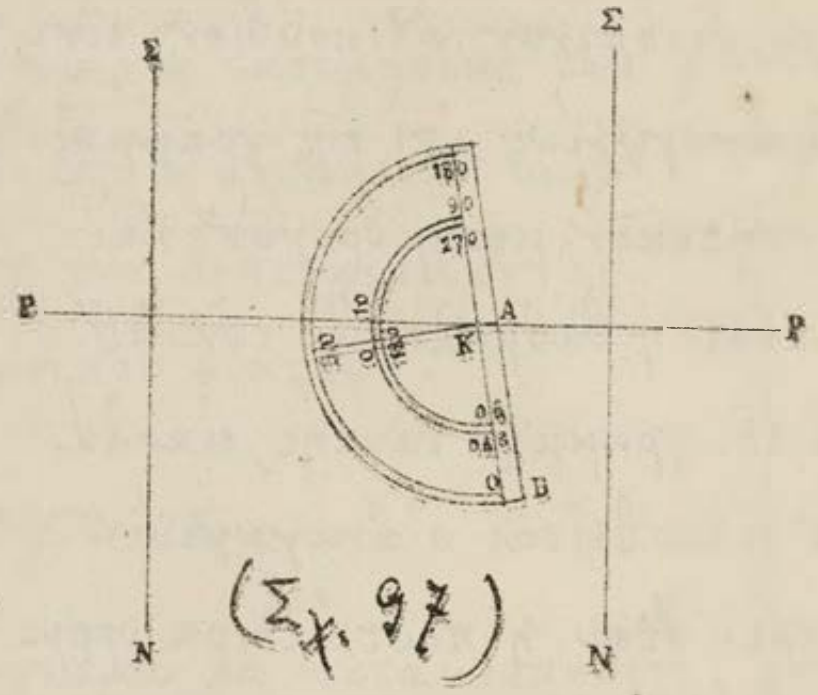
2ον Δεδομένης τῆς προβολῆς εὐθείας τινὸς νὰ εὑρεθῇ τὸ ἀζιμούθιον αὐτῆς.

Τῆς πιστοτείρας γραμμῆς οὔσης τοποθετημένης ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ (σχ 96) ὀλισθαίνουσι ταύτην κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ταύτης, μέχρις ὅτου τὸ κέντρον Κ συναντήσῃ τὴν γραμμὴν τὴν παριστῶσαν τὸν μαγνητικὸν μεσημβρινόν· ἡ βαθμολογία 40° ἥτις θὰ συμπέσῃ μετὰ τοῦ μαγνητικοῦ τούτου εἶνε τὸ ζητούμενον ἀζιμούθιον. Ἡ ἐσωτερικὴ βαθμολογία 240° δίδει τὸ ἀζιμούθιον τῆς Α'Β'.

Ἀναγωγεὺς συμπληρωτικός. Ὅταν ἡ πρὸς χάραξιν διεύθυνσις σχηματίζει πολὺ μικρὰν γωνίαν μετὰ τοῦ μαγνητικοῦ



Σχ. 96



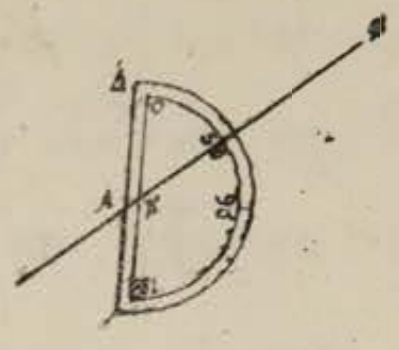
(Σχ. 97)

μεσημβρινοῦ καὶ τὸ δεδομένον σημεῖον Α εἶνε πολὺ ἀπομεμακρυσμένον τοῦ μεσημβρινοῦ τούτου τὸ μῆκος τῆς πλησιεστέρας γραμμῆς δύναται νὰ ἦνε ἀνεπαρκές. Ἀλλὰ συνήθως χαράσσουσιν ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς οὐχὶ μόνον τὰς παραλλήλους τῷ μαγνητικῷ μεσημβρινῷ διευθύνσεις, ἀλλὰ καὶ τὰς καθέτους ταύταις διευθύνσεσι ταύτας καὶ ἐπὶ τῶν καθέτων τούτων ἀναφέρουσι τὰς γωνίας ἐν τῇ περιπτώσει ἣν ἀνωτέρω ἐξεθέσαμεν. Πρὸς τοῦτο ὁ ἀναγωγεὺς φέρει δύω ἄκρας διαιρέσεις ἐσωτερικάς (σχ. 97) αἵτινες εἶνε αὐταὶ αἱ ἐξωτερικαὶ περιστραμμέναι κατὰ 90° ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά, ἐννοεῖται δὲ εὐκόλως ὅτι τὸ ἀζιμούθιόν τι ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ ἀπεκαθίσταται (90+α) ἐὰν ὑπολογισθῇ ἀπὸ τῆς καθέτου τῷ μεσημβρινῷ τούτῳ. Οὕτω βαθμολογημένος ἀναγωγεὺς καλεῖται συμπληρωτικός.

Ὑποτεθείσθω ἐπὶ παραδείγματι ὅτι πρόκειται ἐκ τοῦ σημείου Α νὰ ἀχθῇ εὐθεῖά τις τῆς ὁποίας τὸ ἀζιμούθιον εἶνε 10°, διὰ τῆς χρήσεως τοῦ συμπληρωτικοῦ ἀναγωγέως. Τοποθετεῖται τὸ κέντρον Κ ἐπὶ τῆς καθέτου ΓΓ, φέρεται ἡ βαθ-

μολογία 10° τοῦ συμπληρωτικοῦ ἀναγωγέως ὑπὸ τὴν γραμμὴν ταύτην καὶ χαράσσεται διὰ τῆς πιστωτείρας γραμμῆς ἡ διεύθυνσις ΑΒ.

Ἐξέλιξις τοῦ ἀναγωγέως. Πρέπει πρωτοῦ νὰ γίνῃ χρῆσις τοῦ ἀναγωγέως καὶ ἐξακριβωθῇ ὅτι ἡ πιστώτειρα γραμμὴ εἶνε παράλληλος τῆς διαμέτρου (0°—180°). Τοῦτο δεικνύεται τοποθετουμένου τοῦ κέντρου τοῦ ἀναγωγέως ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ (σχ. 98) καὶ χαραττομένης διευθύνσεώς τινος ΑΔ ὑπὸ γωνίαν τινα 50°, ἐπὶ παραδείγματι, μετακινουμένης δ' ἀκολούθως τῆς ἄντυγος Κ — 50° ἐπὶ τῆς ΑΒ ἄγεται τὸ Κ ἐπὶ τοῦ Α καὶ παρατηρεῖται ἐὰν ἡ διάμετρος 0°—180° ταυτίζεται ἀκριβῶς μετὰ τῆς ΑΔ.



Καλὸν εἶνε νὰ γίνηται χρῆσις ἀναγωγέων μεγάλης διαμέτρου ὅπως χαράσσονται αἱ γραμμαὶ καθ' ὅλον αὐτῶν τὸ μῆκος ἄνευ ἀνάγκης ἐπεκτάσεως.

Κεφάλαιον Θ'.

Τράπεζα ἢ δείκτης

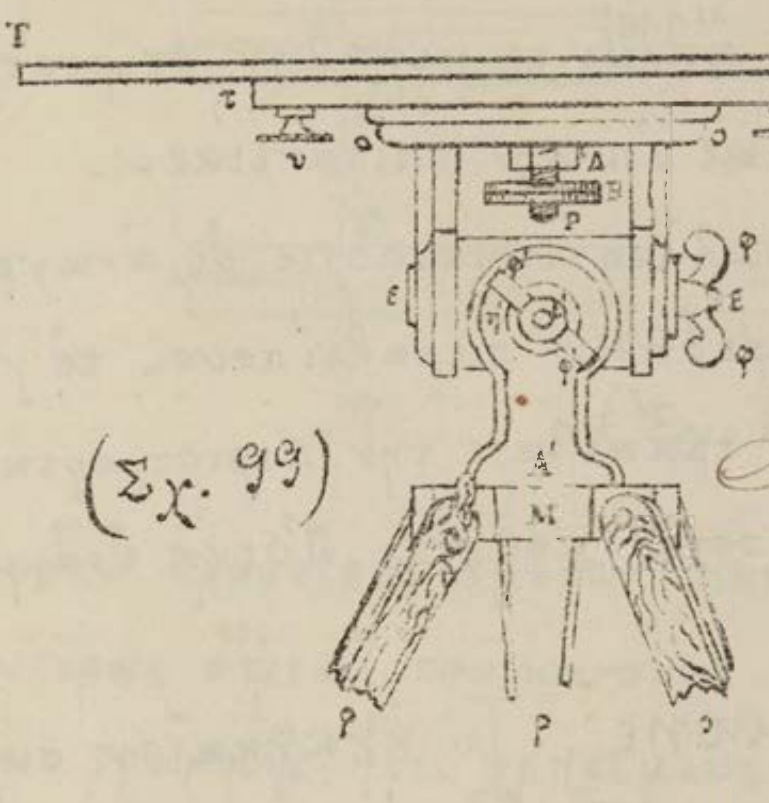
Δυνατὸν ἀντὶ νὰ καταμετρηθῶσιν αἱ γωνίαι, νὰ κατασκευασθῶσιν κατ' εὐθείαν ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς· ἡ τράπεζα καὶ ὁ δείκτης παρέχουσι τὸ μέσον τοῦτο. Τῇ συνδρομῇ τῶν δύω τούτων ἐργαλείων χαράσσονται ἐπὶ τοῦ σχεδίου αἱ προβολαὶ τῶν γωνιῶν ἃς αἱ γραμμαὶ αὗται σχηματίζουσι, χωρὶς νὰ προστρίξωσιν εἰς τὴν καταμέτρησιν αὐτῶν.

Ἡ τράπεζα συνίσταται ἐκ πλακὸς ξυλίνης πλευρᾶς τετραγώνου 0,50 μέχρι 0,60 ἐντελῶς ἐξωμαλισμένης, ἐπὶ τῆς ὁποίας τείνεται φύλλον χάρτου, ὅπερ χρησιμεύει διὰ τὴν σχεδίασιν τῆς ἀναγραφῆς. Ἡ τράπεζα τοποθετεῖται ἐπὶ τριπόδος μετὰ τοῦ ὁποίου συνδέεται διὰ συστήματος ἐπιτρέποντος τὴν ἀριζοντίωσιν καὶ τὴν περιστροφὴν αὐτῆς περὶ ἑαυτὴν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου της καὶ τέλος τὴν στερέωσιν της ἐπὶ ὡρισμένης διευθύνσεως.

Διάφοροι μέσαι μετεχειρίσθησαν πρὸς σύστασιν τοῦ μεταξὺ τῆς τραπέζης καὶ τοῦ ποδὸς συνδέσμου. Εἰ πλεῖστα ἐργαλεῖα ἡ πλὰξ εἶνι τοποθετημένη ἐπὶ γόνατος σφαίρου ἐπείνῳ, ὅπερ φέρει τὸ γραφόμετρον· ἡ διάταξις αὕτη δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐ-

λαττωματική ἀπαιτοῦσα πολλὰς δοκιμάς, ὅπως κατορθωθῇ ἡ ὁριζοντίωσις τῆς τραπέζης καὶ ἐπὶ πλείω τοῦ καιροῦ τοῦ γόνατος δυναμένου νὰ περιστραφῇ εὐκόλως μεταξὺ τῶν δύω κοχλιῶν εἶνε ἀδύνατον καὶ ἐπιτευχθῇ ἡ στερέωσις ταύτης διαρκῶς.

Τράπεζα κατὰ τὸν Gugnet. Τὸ γόνυ τὸ καλούμενον κατὰ τὸν Gugnet προτιμᾶται κατὰ πολὺ τῶν ἄλλων (σχ. gg) Ἡ τράπεζα ΤΤ ἰσχυροποιεῖται στερεουμένη ἐπὶ τῆς πλακὸς τ τ διὰ μέσου τεσσάρων κοχλιῶν υυ, ἡ πλάξ αὕτη φέρει τὸν ὀβελίσκον τῆς τραπέζης τοῦ ὁποίου τὸ ἄκρον Ρ ἀπολήγει εἰς κοχλίαν· ἐπικάθηται ἐπὶ τῆς πλακὸς ΟΟ ἀμεταβλήτως ἑνουμένης μετὰ τοῦ γόνατος, τοῦ ὁποίου τὸ ἀνώτερον μέρος εἶνε εἰς δακτύλιος ἐκ χαλκοῦ διαπεπλατυσμένος εἰς τὸ μέσον τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται κενόν τι, ὅπως διέλθῃ τὸ περιστόμιον Δ ἐν ᾧ εἰσχωρεῖ ὁ ὀβελίσκος Τ. θλιπτικὸν περικόχλιον Β ἐπιτρέπει τὴν στερέωσιν τῆς τραπέζης ἐπὶ τῆς πλακὸς ΘΘ. Δύω καταπέρυσα ἐκ χαλκοῦ ὠτία τοποθετημένα ἐπὶ τῆς πλακὸς ΘΘ καὶ ἀπολήγοντα εἰς σῶμα μετ' αὐτῆς εἶνε ἐφηρμοσμένα ἐπὶ τῶν βάσεων κυλίνδρου ξυλίνου νν καὶ δύνανται νὰ συσφιχθῶσιν ἐπ' αὐτῶν διὰ τοῦ κοχλίου εε καὶ τοῦ περικοχλίου φφ· ὁ κύλινδρος νν διαπερᾶται καθέτως ἐπὶ τοῦ ἄξονός του δι' ἑτέρου κυλίνδρου ἐκ ξύλου ν', ἐπὶ τῶν βάσεων τοῦ ὁποίου στηρίζονται δύω ὠτία ΑΑ', τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ συσφιχθῶσι διὰ μέσου τοῦ περικοχλίου φφ' καὶ τοῦ κοχλίου ε'

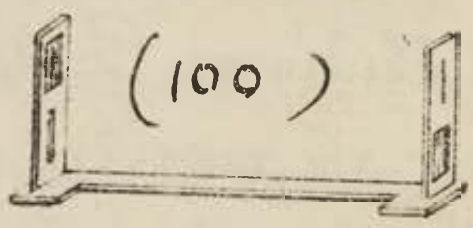


(Σχ. gg)

ἔστις διαπερᾷ τὸν κύλινδρον ν' διερχόμενος ὀλίγον κατωτέρον τοῦ κοχλίου εε· οἱ δύω κύλινδροι νν' σχηματίζουσιν ἓν καὶ μόνον τεμάχιον ληφθὲν ἐκ τοῦ αὐτοῦ τεμαχίου ξύλου σχηματίζουσι δὲ τὸ κορύνον τοῦ γόνατος· τὰ δύω ὠτία Α'Α' εἶνι στερεωμένα ἐπὶ τῆς κεφαλῆς Μ τοῦ τρίποδος ρρρ. Διὰ μέσου τῆς διαταξέως ταύτης ἡ τράπεζα δύναται νὰ περιστραφῇ ἀλληλοδιαδόχως περὶ τοὺς ἄξονας εε, εἴ καὶ ὁριζοντιωθῇ οὕτως διὰ μικροῦ τινος ἀριθμοῦ διαδοχικῶν κινήσεων περὶ τῶν ἀξόνων τούτων. Τὸ γόνυ τοῦτο παρουσιάζει ἄλλως τε μεγάλην στερεότητα ὀφειλομένην εἰς τὴν ἕνωσιν τῆς εἰς ἐπαφὴν ἐπιφανείας.

Εἰς πολλὰς περιστάσεις δι' ἀναγραφὰς μὴ ἀπαιτούσας μεγάλην ἀκρίβειαν παραλείπουσι τὸ γόνυ καὶ διατηροῦσι μόνον εἰς τὴν τράπεζαν τὴν περιστροφικήν της κίνησιν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου της ὁριζοντιούσας αὐτὴν διὰ μέσου τῶν ποδῶν τοῦ τρίποδος.

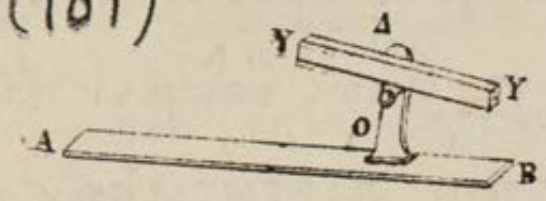
Δείκτης. Τὸ ἀναγκαῖον συμπλήρωμα τῆς τραπέζης εἶνι ὁ δείκτης. Περιγράψαμεν ἤδη τὸν δείκτην μὲ διόπτρας (σχ. 100)· ἐὰν τοποθετηθῇ τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο ἐπὶ ὁριζοντίου τραπέζης καὶ σκοπευθῇ ὡρισμένῃ διεύθυνσις, ἐὰν τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον διέρχηται διὰ μιᾶς τῶν κορυφῶν τοῦ κανόνος, ἡ χαραχθησομένη γραμμὴ διὰ τῆς αἰχμῆς τοῦ μολυβδοκονδύλου κατὰ τὴν ἔντασιν τῆς γραμμῆς τοῦ κανόνος θὰ ἦτι ἡ προβολὴ τῆς σκοπευθείσης διευθύνσεως. Καλοῦσι γραμμὴν πιστώτειραν τὴν πλευρὰν τοῦ κανόνος ἥτις χρησιμεύει διὰ τὴν χάραξιν τῶν γραμμῶν ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς τραπέζης.

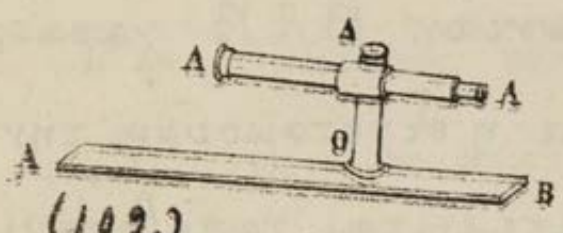

(100)

Β' δείκτης μετὰ διοπτρῶν δὲν ἐπιτρέπει τὴν σκόπευσιν

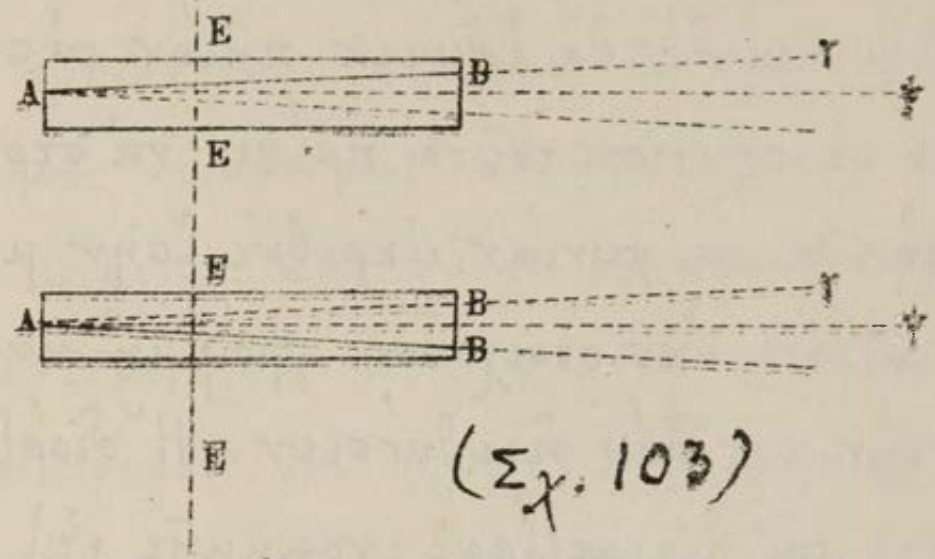
σημείων πολὺ ἀνυψουμένων ἢ τεταπεινουμένων τοῦ ὁρίζοντος, τούτου ἕνεκεν ἀντικαθιστῶσι τοῦτον δι' ἑτέρου συνισταμένου ἐκ τοῦ κανόνος ΑΒ φέροντες στυλίσκον κατακόρυφον εἰς τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ ὁποίου στρέφεται περὶ ἄξονα ὁριζόντιον ἡ σκοπευτικὴ σωλὴν ΥΥ ἢ τηλεσκόπιον ΛΛ (σχ. 101, σχ. 102).

(101)





(102)



(Σχ. 103)

Τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον οὕτω προσδιοριζόμενον πρέπει νὰ ἦναι κάθετον ἐπὶ τῆς κατωτέρας ὄψεως τοῦ κανόνος καὶ νὰ διέρχηται διὰ τῆς πιστωτείρας γραμμῆς, ἥτις χρησιμεύει διὰ τὴν διαχάραξιν τῶν γραμμῶν ἐπὶ τοῦ χάρτου.

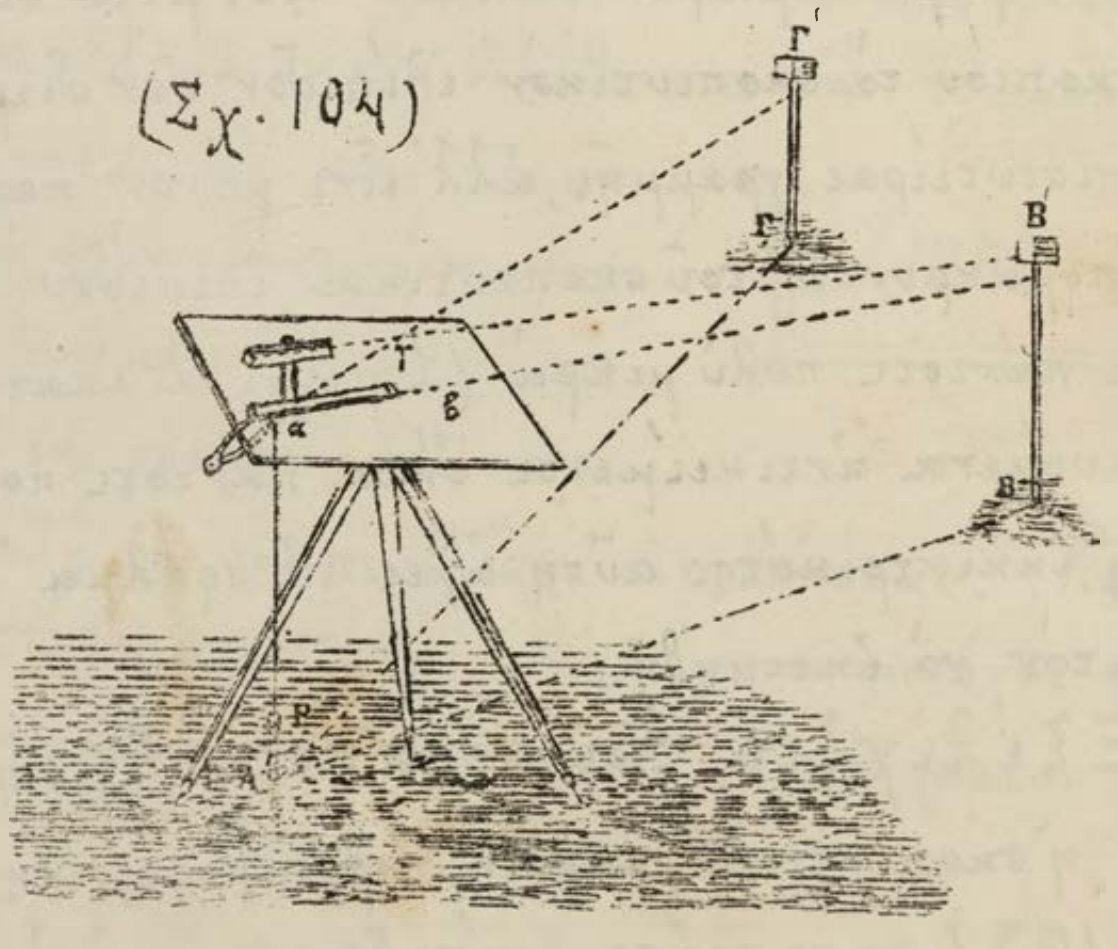
Εἰς μίγαν ἀριθμὸν δικτύων εἴτε μετὰ διοπτρῶν εἴτε μετὰ τηλεσκοπίου τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον δὲν διέρχεται ἀκριβῶς διὰ τῆς πιστωτείρας γραμμῆς, ἀλλ' εἶναι μόνον παράλληλον ταύτης, ἡ ἀπομάκρυνσις τοῦ σκοπευτικοῦ ἐπιπέδου τῆς γραμμῆς ταύτης οὖσα πάντοτε πολὺ μικρὰ (1 μέχρι 2 ἑκατοστομέτρων) ἢ τὰ σκοπευόμενα ἀντικείμενα ὄντα πάντοτε πολὺ ἀπομεμακρυσμένα ἡ ἐκκεντρικότης αὕτη ἄγει εἰς σφάλμα ἐλάχιστον ἢ μὴ δυνατὸν νὰ ἐκτιμηθῇ.

Ἐξέλιξις τοῦ δείκτου. Πρέπει νὰ ἐξακριβωθῇ ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ περιστρεφομένη περὶ τὸν ἄξονα Ε (103) καταγράφῃ ἐπίπεδον καὶ οὐχὶ καμπύλην ἐπιφάνειαν ἢ καλλίτερον ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ἥτις κάθε-

τος ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Ἐπὶ τούτῳ τοποθεῖται τὸ ἐργαλεῖον ἐπὶ τῆς τραπέζης καὶ σκοπεύεται σημεῖόν τι γ, χαράσσεται διὰ τοῦ μαλυβδοκονδύλου ἡ διεύθυνσις τῆς πιστωτείρας γραμμῆς, ἀφαιρεῖται ἀκολούθως τὸ τηλεσκόπιον, περιστρέφεται κατὰ 180° περὶ τὸν ἄξονα του καὶ τοποθετεῖται ἐκ νέου ἐπὶ τοῦ στυλίσκου τοῦ κανόνος. ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΑΒ δὲν ἦνε κάθετος ἐπὶ τοῦ ἄξονος Ε θέλει λάβει συμμετρικὴν θέσιν τῆς πρώτης ὡς πρὸς τὸν ἄξονα, Αψ καὶ δὲν θὰ ἴδωμεν πλέον τὸ σημεῖον γ. Ὅπως ἴδωμεν ἐκ νέου τὸ σημεῖον τοῦτο πρέπει νὰ στρέψωμεν τὴν πιστώτειραν γραμμὴν κατὰ γωνίαν ἀκριβῶς ἴσην μὲ τὴν γωνίαν Β'ΑΒ· χαράσσεται τότε ἀντιστοιχοῦσα γραμμὴ καὶ ἄγεται ἡ διχοτομοῦσα τὴν γωνίαν τῶν δύω διευθύνσεων. Ἡ διόρθωσις ἐκτελεῖται τοποθετουμένης τῆς πιστωτείρας γραμμῆς ἐπὶ τῆς διχοτεμούσης ταύτης καὶ κινουμένου τοῦ δικτύου τοῦ τηλεσκοπίου μέχρις ὅτου παρατηρηθῇ ἐκ νέου τὸ σημεῖον γ ἐπὶ τῆς διευθύνσεως τοῦ σκοπευτικοῦ ἄξονος.

2ον Πρέπει νὰ ἐξακριβωθῇ ὅτι τὸ ἐπίπεδον τὸ καταγραφόμενον ὑπὸ τοῦ σκοπευτικοῦ ἄξονος εἶνε κατακόρυφον, ὅταν κεῖται ἐπὶ τραπέζης ὁριζοντίου ὁ δείκτης. Βεβαιοῦται τοῦτο σκοπευομένης εἰς ἀπόστασίν τινα, εἴτε μαλυβδίδος εἴτε γωνίας τινὸς οἰκοδομῆς. - - -

(Σχ. 104)



Χρῆσις τῆς τραπέζης καὶ τοῦ δείκτου. Ζητήσωμεν ἤδη πῶς ἐκτελεῖται ἡ καταμέτρησις ἢ καλλίτερον πῶς κατασκευάζεται ἡ προβολὴ γωνίας τινὸς ΒΑΓ διὰ τῆς τραπέζης καὶ τοῦ δείκτου αὐτῆς. Ἡ τράπεζα ὀφείλει πρῶτον νὰ τεθῇ ὁριζοντίως ὑπεράνω τοῦ σημείου Α, ὅπερ ἐπιτυγχάνεται διὰ μέσου ἀεροστάθμης, γνωστὸν δὲ ἐκ τῆς γεωμετρίας ὅτι ἡ θέσις ἐπιπέδου τινὸς ἐν τῷ διαστήματι ὁρίζεται ὑπὸ δύω τεμνομένων εὐθειῶν, πρέπει λοιπὸν ὅπως ἐπιτευχθῇ ἐν ὁριζόντιον ἐπίπεδον νὰ ὁριζοντιωθῇ ἡ τράπεζα κατὰ δύω διαφόρους διευθύνσεις, αἵτινες καλὸν εἶναι νὰ ἦναι κάθετοι ἀλλήλαις. Πρέπει ἀκολούθως νὰ προσδιορισθῇ ἐπὶ τῆς τραπέζης τὸ σημεῖον α ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ σημεῖον Α, ἤτοι τὸ σημεῖον κατὰ τὸ ὁποῖον τὸ κατακόρυφον τοῦ σημείου Α διατρυπᾷ τὴν τράπεζαν· διὰ τοῦ προσδιορισμοῦ τούτου μεταχειρίζονται ἐργαλεῖόν τι, ὅπερ καλοῦσι πῆρόγην καὶ ὅπερ εἶναι εἴδος τι διαβήτου μὲ σκέλη καμπύλα· ἐν τῶν σκελῶν τούτων φέρει μολυβδίδα τῆς ὁποίας τὸ βαρύδιον Ρ ἀνταπεχρίνεται ἐπὶ τοῦ σημείου τοῦ ἐδάφους Α· τὸ ἕτερον σκέλος προσδιορίζει τὴν προβολὴν τούτου ἤτοι τὸ σημεῖον α. Ἐὰν τὸ σημεῖον α ἦναι δεδομένον προηγουμένως ἐπὶ τῆς τραπέζης γίνεται χρῆσις τοῦ μέσου τούτου, ὅπως ἀχθῇ τοῦτο ὑπεράνω τοῦ σημείου Α μετακινουμένης τῆς τραπέζης· ἡ ἐργασία αὕτη καλεῖται θέσιν τὴν τράπεζαν ἐν στάσει. Ἐννοεῖται ὅτι ἐν περιπτώσει καθ' ἣν ἡ τράπεζα διὰ μετακινήσεως τίθεται ἐν στάσει ἀναγκαῖον πάσα μετὰ τοῦτο νὰ ὁριζοντιωθῇ, ὑπάρχουσιν ὅμως τράπεζαι κατεσκευασμέναι οὕτως ὥστε νὰ κινῶνται ἐν τῇ αὐτῇ στάσει μετατεπιζόμεναι ἀνεξαρτήτως τοῦ τρίποδος, ἐνίοτε ὅμως τοῦ συνθέτου τῶν ἐργαλείων αὐτῶν εἰς ἑκάστας χρῆσεως.

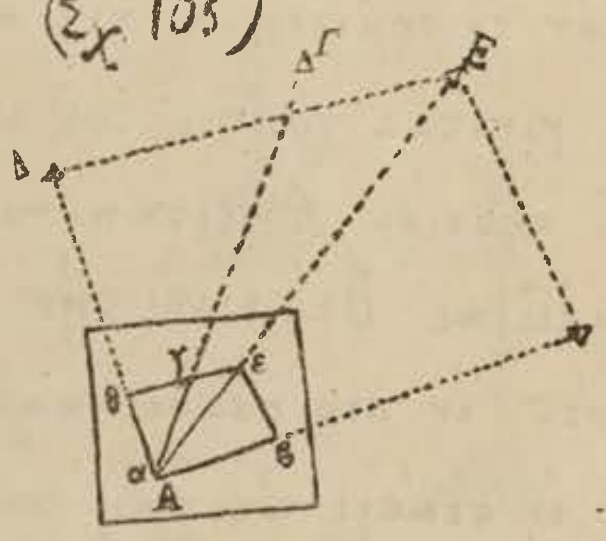
Μετὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ σημείου α ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἐὰν περιστραφῇ περὶ τὸ σημεῖον τοῦτο ἡ πιστωτέρα γραμμὴ τῶν

δείκτου μέχρις ὅτου τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Β καὶ χαραχθῇ διὰ τοῦ μολυβδοκονδύλου γραμμὴ αβ ἐπιτυγχάνεται ἐπὶ τῆς τραπέζης τὸ ἴχνος τοῦ καταχερύφου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τῆς ΑΒ. Ὁμοίως ἐκτελεῖται ἡ δευτέρα σκόπευσις ἐπὶ τοῦ σημείου Γ, ἥτις προσδιορίζει ἐπὶ τῆς τραπέζης τὴν γραμμὴν αγ. Ἡ γωνία βαγ θὰ ἦτο ἡ προβολὴ τῆς ἐπὶ τοῦ ἐδάφους γωνίας ΒΑΓ.

Σημειοῦμεν ὅτι ὁ ὅρος τοῦ παραλληλισμοῦ τοῦ σκοπευτικοῦ ἐπιπέδου καὶ τῆς πιστωτείρας γραμμῆς δὲν εἶναι ἀναπόφευκτος. Ἀληθῶς ἐὰν τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον σχηματίζῃ μετὰ τῆς πιστωτείρας γραμμῆς γωνίαν τινὰ ω, ὅταν σκοπεύωνται διαδοχικῶς τὰ σημεῖα Β καὶ Γ αἱ χαράσσόμεναι διευθύνσεις αβ, αγ θ' ἀπομακρύνωνται πρὸς τὸ αὐτὸ μέρος κατὰ τὴν αὐτὴν γωνίαν ω τῶν σκοπευτικῶν ἐπιπέδων, ἑπομένως θὰ σχηματίζωσι γωνίαν ἴσην μὲ τὴν γωνίαν ΒΑΓ.

Παραλληλισμός. Συνήθως παρουσιάζεται ἡ περίστασις καθ' ἣν ἡ προβολὴ μιᾶς τῶν πλευρῶν γωνίας τινὸς εἶναι διδομένη ἐπὶ τῆς τραπέζης καὶ ζητεῖται ὁ προσδιορισμὸς τῆς προβολῆς ΑΓ ἡ κατασκευὴ τῆς γωνίας αὐτῆς (σχ. 105). Οὕτως ἐὰν ἡ αβ παριστάνῃ τὴν προβολὴν γραμμῆς τινος τοῦ ἐδάφους ΑΒ ζητεῖται ὁ προσδιορισμὸς τῆς προβολῆς τῆς ΑΓ. Κατ' ἀρχὰς τίθεται ἐν στάσει ἡ τράπεζα ἐπὶ τοῦ σημείου Α, οὕτως ὥστε τὸ καταχόρυφον τὸ διερχόμενον ἐκ τοῦ σημείου τούτου νὰ διέρχηται καὶ ἐκ τοῦ σημείου α, καὶ ἐρίζοντες στρέφωμεν ἀκολούθως φέρεται ἡ εὐθεῖα αβ εἰς τὸ καταχόρυφον ἐπίπεδον

(Σχ. 105)



τῆς ΑΒ. πρὸς τοῦτο τοποθετεῖται ἡ πιστώτειρα γραμμὴ τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς αβ περιστρέφεται ἡ τραπέζα περὶ ἑαυτὴν μέχρις ὅτου τὸ σκοπευτικὸ ἐπίπεδον διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Β, ἐν τῇ θέσει ταύτῃ στερεοῦται. Ἡ τραπέζα ἐν τῇ θέσει ταύτῃ καλεῖται παραλληλισμένη· ἐὰν ἤδη περιστραφῇ ἡ πιστώτειρα γραμμὴ περὶ τὸ σημεῖον α μέχρις ὅτου τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Γ καὶ χαραχθῇ ἡ ἀντιστοιχοῦσα διεύθυνσις αγ, ἡ γωνία βαγ παριστᾷ προφανῶς τὴν προβολὴν τῆς ΒΑΓ.

Τοιουτοτρόπως τῆς τραπέζης εὑρισκομένης ἐν στάσει εἰς σημεῖόν τι Α τῆς εὐθείας ΑΒ, καλεῖται αὕτη παραλληλισμένη, ὅταν ἡ ἐπ' αὐτῆς κεχαραγμένη προβολὴ τῆς ΑΒ, ἡ αβ ὑπάρχῃ ἐπὶ τοῦ καταχρυσοῦ ἐπιπέδου τοῦ διὰ τῆς ΑΒ διερχομένου. Εὐκόλως ἐξάγεται ἔτι ὅτι ἐὰν ἐπὶ τῆς τραπέζης ἦτι κεχαραγμέναι αἱ προβολαὶ δ, ε . . . ἑτέρων σημείων τοῦ ἐδάφους, ἡ δὶ τραπέζα εἶτε παραλληλισμένη ὡς πρὸς μίαν γραμμὴν τοῦ ἐδάφους τὴν ΑΒ, αἱ γραμμαὶ δε, εβ τῆς ἀναγραφῆς θέλουσιν εἶσθαι ἀμοιβαίως παράλληλοι τῶν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὁμολόγων αὐταῖς πλευρῶν ΔΕ, ΕΒ . . — .

Ὅριον τῆς χρήσεως τῆς τραπέζης καὶ τοῦ δείκτου. Ὁ γενικὸς τύπος ὁ δίδων τὸ ὅριον τοῦ μήκους τῶν πλευρῶν ἐπὶ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ ἐργασθῶμεν εἶναι . . .

$$\text{K} < \frac{\varepsilon\,\mu}{\varepsilon\iota}$$

ὅπως ὑπολογισθῇ Κ πρέπει νὰ ἦναι γνωστὸν τὸ α· παραδεχόμενοι ὅτι ἡ προσέγγισις μεθ' ἧς ἐκτελεῖται σκόπευσις διὰ τοῦ δείκτου εἶναι 3 λεπτῶν ὡς ἐγγίστα, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ μῆκος τοῦ τόξου 3' καὶ κέντρου ἴσης τῇ μονάδι εἶναι ἴσον μ. — ὁρ. 00087, θέλομεν ἔχει λοιπόν, ἐὰν θέσωμεν τὴν τιμὴν ταύτ.

την εἰς τὸν ἀντιρώ τυπον, καὶ καλοῦμεν $\varepsilon = 0,^{\mu}0002$

$$K < \frac{0,0002}{0,00087}\,\mu = 0,^{\mu}23\,\mu$$

Τὸ μῆκος τῆς πιστωτείρας γραμμῆς εἶνι συνήθως $0,^{\mu}50$, χρησιμοποιοῦντες λοιπὸν διὰ τὴν χάραξιν τῶν διευθύνσεων οὐχὶ περισσότερον τοῦ ἡμίσεως τοῦ μήκους τῆς πιστωτείρας γραμμῆς ἐπιτυγχάνομεν τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐπὶ τῶν διευθύνσεων τούτων σημείων ἄνευ ἐπαισθητοῦ σφάλματος.

~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

Κεφάλαιον Η'.

Ἐκτίλισις τῆς ὁριζοντιογραφίας χαρτογραφικῆς ἀναγραφῆς.

Μετὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν κυριωτέρων ἐργαλείων τῶν ἐν χρήσει ἐν τῇ τοπογραφίᾳ διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν ἀποστάσεων καὶ γωνιῶν ὑπολείπεται ἤδη νὰ ἐκθέσωμεν τὴν γενικὴν μέθοδον διὰ τὴν ἐκτίλισιν τῆς ὁριζοντιογραφίας χαρτογραφικῆς ἀναγραφῆς.

Ἡ ἐκτίλισις τῆς ἀναγραφῆς ἐπιφανείας τινὸς τοῦ ἐδάφους διαιρεῖται εἰς δύο κυρίως ἐργασίας, τὴν σύστασιν τοῦ δικτύου ἢ καννάβου καὶ τὴν ἀναγραφὴν τῆς λεπτομερείας.

Ἐπὶ τῶν ἀναγραφῶν μεγάλων ἐπιφανειῶν ἡ ἐκτίλισις τοῦ καννάβου διαιρεῖται εἰς δύο τάξεις, τὴν τριγωνομετρικὴν δικτύωσιν καὶ τὸ τοπογραφικὸν καννάβιον.

Τριγωνομετρική δικτύωσις.

Η δικτύωσις έχει ως αντικείμενον τον ακριβή προσδιορισμόν αριθμού τινος εκ των πρωτίστων σημείων σχηματιζόντων τας κορυφάς τριγώνων ων τα στοιχεία επιτυγχάνονται είτε δια καταμετρήσεων απ' ευθείας επί του εδάφους είτε δια του υπολογισμού δια των τύπων της τριγωνομετρίας.

Η εργασία, ήτις πρέπει να προηγηθή πασών είνε η εκλογή των πρωτευόντων σημείων απαιτουσα προηγουμένην αναγνώρισιν του προς αναγραφήν εδάφους. Πρέπει να βεβαιωθή ότι εξ εκάστου σημείου είνε ορατος αριθμός τις ετέρων σημείων, συνθήκη εκπληρουμένη εάν λησθώσιν ως κορυφαί των τριγώνων τα υψηλότερα σημεία οι επί παραδείγματι κορυφαί ορέων, υψωμάτων, κωδεοστασίων κ.τ.λ. Τα σημεία ταυτα έσονται κατα το μαλλον και ήττον απομεμακρυσμένα συμφώνως με τον βαθμόν της ακριβείας του εργαλείου οστινος γίνεται χρήσις, αλλ' επειδή παντοτε δια μίαν τριγωνικήν δικτύωσιν μεταχειρίζονται εργαλεία μεγίστης ακριβείας, ως ο επαναληπτικός κύκλος και το θεοδόλιχον, αι παρατηρήσεις δύνανται να εκτελεσθώσιν επι μεγάλων πλευρών. —

Ελέχθη ότι τα σχηματίζοντα το δίκτυον τρίγωνα πρέπει να πλησιάζωσιν όσον το δυνατον περισσότερον την ισοπλευρον μορφήν, αλλ' επί του εδάφους είνε δύσκολον να διακριθή εάν αι εκλεχθησόμεναι κορυφαί θα εκπληρώσωσι την συνθήκην ταύτην. Βλέπω κατα την αναγνώρισιν του εδάφους πρέπει δια τινος εργαλείου, του γραφομέτρου ή της πυξίδος επί παραδείγματι να ληφθώσι προκαταρκτικώς αι γωνίαι αι σχηματίζουσαι τα εκλεχθη-

σέμενα σημεῖα τοῦ δικτύου· αἱ γωνίαι αὗται σημειοῦνται ἐν αὐ-
τοσχεδίῳ ἐνῷ σημειοῦται προσέτι δι' ἑνὸς γράμματος καὶ διακρι-
τικοῦ σημείου ἑκάστη κορυφὴ ὅπως καταστα θῇ ἐμπειρὴ κατόπιν
ἡ ἀνεύρεσις ταύτης. Τοιουτοτρόπως γνωστῶν οὐσῶν τῶν γωνιῶν τῶν
τριγώνων τοῦ δικτύου δυνατὴ καθίσταται ἡ διαχάραξις ἐπὶ τεμα-
χίου χάρτου σχήματος ὁμοίου ἐκείνῳ· τὸ σχῆμα τοῦτο καλεῖται
προκαταρκτικὸν καννάβιον· ἐν αὐτῷ δεικνύεται ἡ μορφὴ
τῶν τριγώνων, εἶναι ὅμως ἄγνωστον τὸ μῆκος τῶν πλευρῶν διότι ἡ
κλίμαξ τῆς διαχαράξεως αὐτοῦ εἶναι ἄγνωστος· δυνάμεθα δὲ νὰ ἐ-
κλέξωμεν τὰ τρίγωνα τὰ ὁποῖα πληροῦσι κατὰ τὸ δυνατὸν περισ-
σότερον εἰς τὰ ἀνωτέρω συνθήκας καὶ περὶ τὴν καταμέτρησιν τῶν
ὁποίων βέλομεν ἀσχοληθῇ, ἀπορριπτοντες ἐκεῖνα ὧν ἡ μορφὴ ἀντι-
κεινται ταύταις.

Μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ προκαταρκτικοῦ καννα βίου καὶ
τὴν ἐκλογὴν τῶν κορυφῶν τῶν τριγώνων δι' ὧν συντεθήσεται τὸ δί-
κτυον αἱ ἑξῆς ἐκτελεσθήσονται ἐργασίαι καὶ ὑπολογισμοί διὰ τὴν συν-
ταξιν ταύτην εἰσὶ κατὰ σειρὰν αἱ ἀκόλουθοι.

1ον Ἐκλογὴ καὶ καταμέτρησις τῆς βάσεως.

2ον Καταμέτρησις πασῶν τῶν γωνιῶν τῶν τριγώνων.

3ον Ἀναγωγὴ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τῶν κέντρων τῶν στάσεων.

4ον Προσδιορισμὸς τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς τῆς διερχομέ-
νης δι' ἑνὸς τῶν ἄκρων τῆς βάσεως.

5ον Διόρθωσις τῶν γωνιῶν ἑκάστου τριγώνου.

6ον Ὑπολογισμὸς τῶν πλευρῶν τῶν τριγώνων.

7ον Προσδιορισμὸς τῶν συντεταγμένων τῶν κορυφῶν τῶν
τριγώνων ὡς πρὸς δύω ὀρθογωνίους ἄξονας, ἐξ ὧν ὁ μὲν ἄξων τῶν
τεταγμένων εἶναι ἡ μεσημβρινὴ γραμμὴ ἡ διερχομένη ἐξ ἑνὸς ἄκρου
τῆς βάσεως, ὁ δὲ ἄξων τῶν τετμημένων ἡ ἐπὶ ταύτης κάθετος.

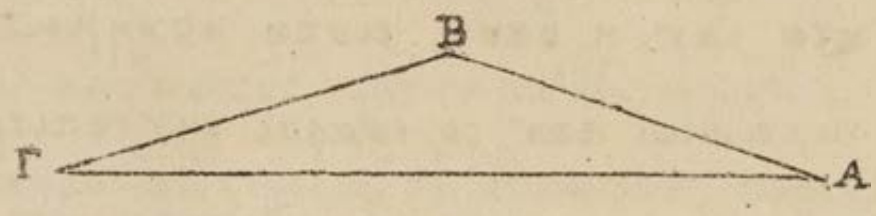
Ἐξετάσωμεν ἰδιαιτέρως ἑκάστην τῶν ἐργασιῶν τούτων.

1ον Ἐκλογὴ καὶ καταμέτρησις τῆς βάσεως. Διατρεχομένου τοῦ πρὸς ἀναγραφὴν ἐδάφους ἐκλέγεται ἡ θέσις τῆς βάσεως οὕτως ὥστε νὰ πληροῖ εἰς τὰς ἀπολούθους συνθήκας· τὸ ἔδαφος ἐφ' οὗ πρόκειται νὰ χαραχθῇ ἐφείλει νὰ ἦνε ἀνοικτόν, εὐπρόσιτον, ὡς ἔγγιστα ὁριζόντιον, ἐξ ἑνὸς δὲ ἄκρου αὐτῆς νὰ ἦνε ὀρατὸν τὸ ἕτερον ὡς καὶ ἀριθμός τις τῶν κεφυρῶν τοῦ καννα βίου. Καλὸν θὰ ἦτε ἐὰν ἡ βάσις αὕτη ἐσχηματίζῃ μίαν τῶν πλευρῶν τοῦ δικτύου, ἄλλως ἐὰν τὸ ἔδαφος δὲν ἐπιτρέπει τοῦτο χαράσσεται ἐπὶ μέρους ὡς ἀνωτέρω ὁρισθέντος καὶ συνδέεται μετὰ τῶν κεφυρῶν τοῦ δικτύου διὰ τριγωνίου καλῆς μορφῆς. Ἐκλεχθείσης τῆς βάσεως σημειοῦνται τὰ δύο ἄκρα αὐτῆς διὰ σημαντήρων, ἐὰν δὲ θεωρηθῇ ἀναγκαῖον ὁρίζεται ἡ εὐθυγραμμία δι' ἀκοντίων καὶ τέλος ἐκτελεῖται ἡ καταμέτρησις αὐτῆς. Ἐὰν πρόκειται αἱ ἐργασίαι νὰ ἐκτελεσθῶσι μετὰ μεγίστης ἀκριβείας τότε τὸ μῆκος τῆς βάσεως προσδιορίζεται διὰ κανόνων ἐκ πλατίνης ἢ ἐκ ξύλου σκληροῦ ὡς ἤδη περιεγράψαμεν, διὰ συνήθεις ὅμως δικτυώσεις καὶ οὐχὶ μεγάλης ἐκτάσεως καταμετρεῖται ἁπλῶς διὰ τῆς ἁλύσου, ἐπαναλαμβανομένης τῆς ἐργασίας ταύτης πολλάκις καὶ λαμβανομένης τῆς μέσης ἀριθμητικῆς τιμῆς τῶν εὑρεθέντων μηκῶν, ἤτοι ἐὰν καλέσωμεν διὰ B', B'', B''' τὰ κατ' ἐπανάληψιν καταμετρηθέντα μήκη τῆς βάσεως, τὰ ὁποῖα κατ' ἐλάχιστον διαφέρουσι, λαμβάνομεν ὡς ὁριστικὸν μῆκος αὐτῆς B τὸ . . . . .

$$B = \frac{B' + B'' + B'''}{3}$$

Ἐὰν ἡ βάσις κεῖται ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους καταμετρεῖται κατὰ τὴν ἔννοιαν τῆς κλίσεως αὐτῆς καὶ ἀνάγεται ἀκολούθως ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα ὡς ἐν τοῖς προηγουμένοις ἀνεφέραμεν.

Πολλάκις ἀναγκάζονται ἔνιοι διαφόρων ἀνωμαλιῶν τοῦ ἐδάφους νὰ καταμετρῶσι τὴν βάσιν κατὰ γραμμὴν τεθλασμένην καὶ τοῦτο συνέβη κατὰ τὰς καταμετρήσεις τῶν βάσεων τῆς Melun καὶ Perpignan ἐκτελεσθείσας ὑπὸ τοῦ Delambre. Εὐκόλως ὑπολογίζεται γνωστῶν αὐτῶν τῶν μηκῶν ΑΒ καὶ ΒΓ, καταμετρηθέντων ἀπ' εὐθείας ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὡς καὶ τῆς γωνίας Β ἡ πλευρὰ ΑΓ, οὕτω δὲ ἀγόμεθα εἰς τὴν τεθλασμένης βάσεως ΑΒΓ εἰς τὴν εὐθύγραμμον ΑΓ.



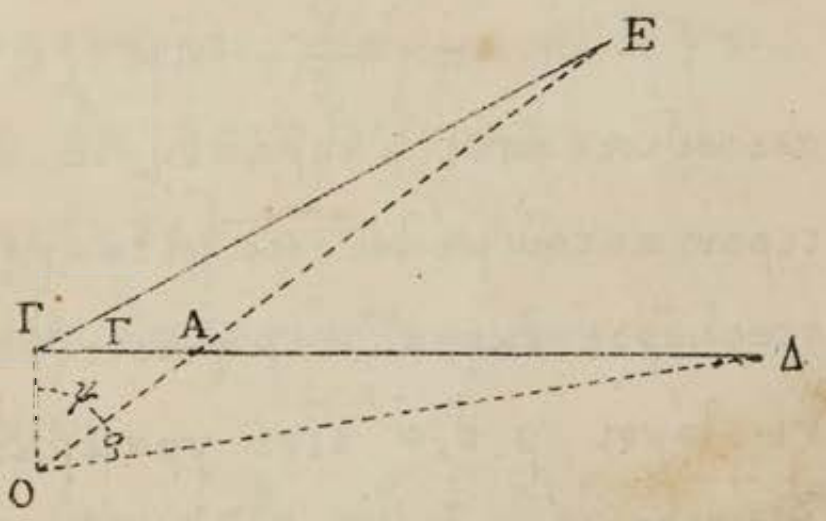
Ἐπαναλαμβάνομεν πάλιν ὅτι κατὰ τὴν καταμέτρησιν τῆς βάσεως πρέπει νὰ καταβληθῇ πᾶσα προσοχὴ ὅπως ἀκριβῶς ἐκτιμηθῇ τὸ μῆκος αὐτῆς μὴ λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν τοὐναντίον, τὸν ὁποῖον βεβαίως ἀπαιτήσει ἡ ἐργασία αὕτη καθόσον ἐκ τῆς ἀκριβείας ταύτης ἐξαρτᾶται ἡ ἀκρίβεια ὁλοκλήρου τῆς ἀναγραφῆς.

Κατὰ τὴν καταμέτρησιν βάσεων ἐξ ὧν ἐξαρτῶνται αἱ ἀναγραφαὶ μεγάλων ἐκτάσεων λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν καὶ ἡ εἰσαστελὴ τῶν κανόνων ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας καὶ διορθοῦται τὸ μῆκος αὐτῶν διὰ τοῦ σημειωθέντος ἐν τῇ ἀρχῇ τῶν μαθημάτων τούτων τύπου ἀναγόμενον εἰς θερμοκρασίαν μηδενός. Τὸ μῆκος τῆς οὕτω καταμετρηθείσης βάσεως ἀνάγεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῶν θαλασσῶν γνωστοῦ ὄντος τοῦ μέσου ὑψομέτρου ταύτης.

Καταμέτρησις τῶν γωνιῶν. Ἡ καταμέτρησις τῶν γωνιῶν ἐκτελεῖται εἴτε διὰ τοῦ ἐπαναληπτικοῦ κύκλου εἴτε διὰ τοῦ θεοδολίχου, τοποθετεῖται δὲ τὸ ἐργαλεῖον εἰς τρόπον ὥστε τὸ κέντρον τοῦ κύκλου αὐτοῦ νὰ κεῖται ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς κατακορύφου τῆς κορυφῆς τῆς καταμετρηθησομένης γωνίας. Πάν-

τοτε αἱ γωνίαι τοῦ τριγωνικοῦ δικτύου ἀναγινώσκονται κατ' ἐπανάληψιν συνήθως δὲ διὰ μὲν τὰ τῆς πρώτης τάξεως τρίγωνα αἱ γωνίαι ἀναγινώσκονται ἑξηκοντάκις, διὰ δὲ τὰ τῆς δευτέρας δεκάκις καὶ διὰ τὰ τῆς τρίτης ἑξάκις. Τὰ τρίγωνα πρώτης καὶ δευτέρας τάξεως δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς σφαιρικὰ ὑπελεγίζονται ὅμως ὡς εὐθύγραμμα ἀφαιρουμένης ἐξ ἑκάστης γωνίας τοῦ ἑνὸς τρίτου τῆς σφαιρικῆς ὑπερβολῆς, σημειωτέον δὲ ὅτι διὰ τὰ ἐν τῇ γαιωδεσίᾳ θεωρούμενα τρίγωνα ἡ σφαιρικὴ αὕτη ὑπερβολὴ αὔξεται εἰς δευτερόλεπτα μόνον. Περὶ τὸ τέλος τῶν μαθημάτων τούτων θέλομεν γνωρίσει τὸ θεώρημα τοῦ Legendre διὰ τοῦ ὁποίου μετατρέπονται τὰ σφαιρικὰ τρίγωνα εἰς εὐθύγραμμα.

3ον. Ἀναγωγὴ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τῶν κέντρων τῶν στάσεων. Συνήθως ἐν τῇ πράξει καθίσταται ἀδύνατος ἡ στάσις ἐπὶ τῆς κορυφῆς τῆς γωνίας, ἀναγκαίζονται ἑπομένως νὰ τοποθετηθῶσιν ἐν στάσει εἰς σημεῖον τι Ο πλησίον τῆς κορυφῆς Γ καὶ καταμετρῶσι τὴν γωνίαν Θ ἀντὶ τῆς γωνίας Γ. Δι' ὑπολογισμοῦ ἁπλοῦ, ὅστις συνιστᾷ τὴν ἀναγωγὴν εἰς τὸ κέντρον τῆς στάσεως ἐξαίγεται ἐκ τῆς τιμῆς τῆς γωνίας Θ ἢ τῆς γωνίας Γ. Ἐπὶ τοῦτο κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον καθ' ὃν μετρᾶται ἡ γωνία Θ καλουμένη γωνία στάσεως, καταμετρᾶται καὶ ἡ γωνία ψ καλουμένη γωνία διευθύνσεως καὶ ἡ ἀπόστασις ΟΓ = ρ. Τὰ τρίγωνα ΑΓΕ, ΑΟΔ ἐπειδὴ ἔχουσι εἰς Α τὰς γωνίας αὐτῶν ἴσας ὑπάρχει . . .



$\Gamma + E = O + \Delta$ $\Gamma - O = \Delta - E$ ἐκ τοῦ τριγώνου ΟΕΓ λαμβάνομεν, ...

$$\frac{\eta\mu\ E}{\eta\mu\ \psi} = \frac{\rho}{\delta}$$ ἐὰν καλέσωμεν δ τὴν ἀπόστασιν ΓΕ. Ἔχομεν ὁμοίως

$$\frac{\eta\mu\ \Delta}{\eta\mu\ (\theta+\psi)} = \frac{\rho}{\delta'}$$ ἐὰν παραστήσωμεν διὰ δ' τὴν πλευρὰν ΓΔ.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων ἐξάγεται

$$\eta\mu\ \Delta = \frac{\rho\ \eta\mu\ (\theta+\psi)}{\delta'}, \quad \eta\mu\ E = \frac{\rho\ \eta\mu\ \psi}{\delta}$$

καὶ ἐπειδὴ αἱ γωνίαι Δ καὶ Ε εἶνε πάντοτε πολὺ μικραὶ δύνανται νὰ ληφθῶσι ἀντὶ τῶν ἡμιτόνων τῶν τόξων τὰ τόξα αὐτὰ καὶ νὰ τεθῇ

$$\Delta - E = \frac{\rho}{\delta'}\ \eta\mu\ (\theta+\psi) - \frac{\rho}{\delta}\ \eta\mu\ \psi$$ καὶ ἐπαμένως

$$\Gamma - \Theta = \frac{\rho}{\delta'}\ \eta\mu\ (\theta+\psi) - \frac{\rho}{\delta}\ \eta\mu\ \psi.$$ Ὁ τύπος οὗτος ὅπως ἐκφρασθῇ εἰς δεύτερα ὑποβάλλεται κατὰ τὸ δεύτερον αὐτοῦ μέλος εἰς μετασχηματισμὸν καθ' ὅσον ὡς ἔχει ἕκαστος ὅρος ἐκφράζει μῆκός τι· καὶ ἀληθῶς $\eta\mu\ (\theta+\psi)$, $\eta\mu\ \psi$ εἶνε λόγοι, ρ, δ, δ' εἶνε γραμμαί, ὅπως δὲ ἕκαστος ὅρος ἐκφράζει δεύτερα ἀρκεῖ νὰ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ $\frac{1}{\eta\mu\ 1''}$, ὅπερ δίδει

$$\Gamma - \Theta = \frac{\rho}{\delta'\ \eta\mu\ 1''}\ \eta\mu\ (\theta+\psi) - \frac{\rho}{\delta\ \eta\mu\ 1''}\ \eta\mu\ \psi.$$ Τὰ ἐν τῷ τύπῳ εἰσερχόμενα στοιχεῖα ρ, θ, ψ καταμετροῦνται κατ' εὐθεῖαν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὡς πρὸς δὲ τὸ δ καὶ δ' κατ' ἀρχὰς παρίστανται ὡς ποσὰ ἄγνωστα, ἐπειδὴ εἶνε αἱ πλευραὶ τριγώνου

τοῦ ὁποίου καταμετροῦνται αἱ γωνίαι ὅπως προσδιορισθῶσιν αἱ πλευραί, ἀλλ' αἱ προηγουμένως ἐκτελεσθῆσαι ἐργασίαι διὰ τὴν ἐκλογὴν τῶν κυρίων σημείων δίδουσι τὰ μήκη δδ', τὰ ὁποῖα ὁρίζονται ἐν τῷ προκαταρκτικῷ κανναβίῳ μετ' ἀρκούσης ἀκριβείας, ὅπως εἰσέλθωσιν ἐν τῷ ἀντιτύπῳ.

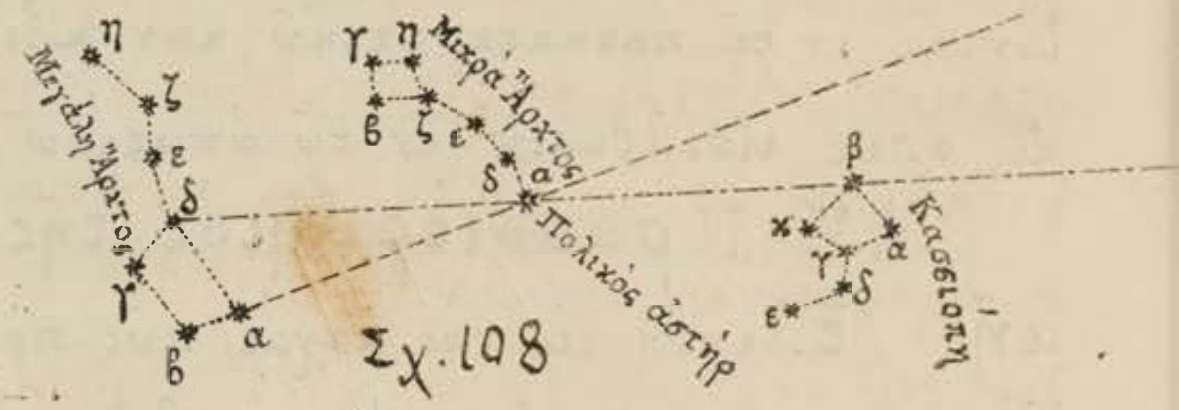
4ον. Προσδιορισμὸς τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς. Ἐλήφθη εἰς τὰς ἀρχὰς πῶς προσδιορίζεται τὸ ἴχνος τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδου, ὅπερ καλεῖται μεσημβρινὴ γραμμή, ἐπὶ τοῦ ἐδάφους διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀντιστοίχων ὑψεων διὰ παρατηρήσεως τῶν ἀπλανῶν, ἡ μέθοδος εἶνε ἀκριβεστάτη ἀπαιτεῖ ὅμως χρόνον καὶ παρατηρητὴν ἐξησκημένον. Αἱ ἀκόλουθοι μέθοδοι οὐχὶ τόσον ἀκριβεῖς εἶνε εὐκολώτεραι.

α'. Διὰ τῆς παρατηρήσεως τοῦ πολικοῦ ἀστέρος κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀνωτέρας ἢ κατωτέρας διαβάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδου. Αἱ ὧραι τῆς διαβάσεως τοῦ πολικοῦ τούτου ἀπλανοῦς δίδονται ὑπὸ τῶν ἀστρονομικῶν ἐφημερίδων καὶ ἰδίως ὑπὸ τοῦ κατ' ἔτος ἐκδιδομένου συγγράμματος "Γνῶσις τοῦ χρόνου (connaissance du temp) ὑπὸ τοῦ γραφείου τῶν μηκῶν (Bureau du longitude), ὅστις ὁρίζει τὰν χρόνον τῶν διαβάσεων τῶν κυριωτέρων ἀπλανῶν καὶ τῶν πλανητῶν ἐκ τοῦ μεσημβρινοῦ τῶν Παρισίων.

Γνωστὸν ὅτι ὁ πολικὸς ἀστὴρ ὠνομάσθη οὕτω διότι εἶνε ὁ πλησιέστερος τῷ ἄξονι τοῦ κόσμου, πάντων τῶν ἀπλανῶν ἀπέχων τούτου κατὰ 1°,26'. Ὁ ἀπλανὴς οὗτος κατέχει τὸ ἄκρον τῆς οὐρᾶς τῆς Μικρᾶς Ἄρκτου (σχ. 107) εὑρίσκεται δὲ ἐπεκτεινομένης τῆς γραμμῆς τῆς ἑνούσης τοὺς ἀστέρας α, β τῆς μεγάλης ἄρκτου κατὰ ποσότητα πενταπλασίαν τῆς ἀποστάσεως τούτων ἡ γραμμὴ αὕτη θέλει συναντήσει τὸν πολικὸν ἀ-

ἕξτερα ὡς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα (108).

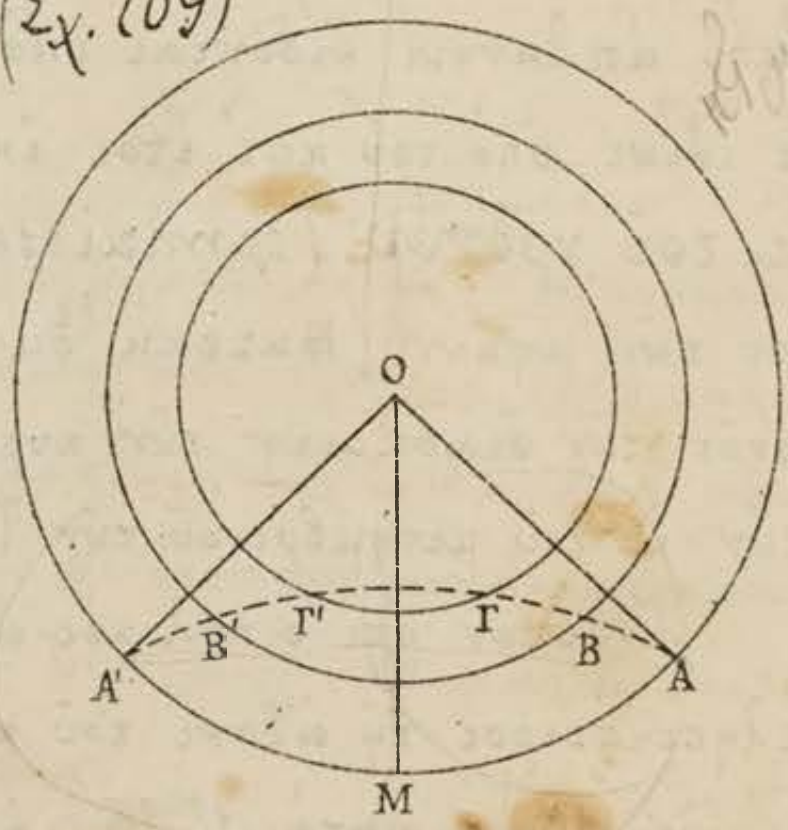
β. Ἡ μεσημβρινὴ γραμμὴ προσδιορίζεται ἔτι διὰ τῆς παρατηρήσεως τῶν πλανητῶν Ἄρεως, Διός, Κρόνου κ.τ.λ. κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς διαβάσεως αὐτῶν ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδου, τὸν χρόνον τοῦτον τῆς διαβάσεως προσδιορίζουσιν ἀκριβῶς αἱ ἀστρονομικαὶ ἐφημερίδες. Διὰ τῆς παρατηρήσεως μάλιστα τούτων ἐξακριβοῦται προηγούμενος προσδιορισμὸς τοῦ ἴχνους τοῦ μεσημβρινοῦ.



Σχ. 108

γ. Γνωστὸν ὅτι κατὰ τὴν ἐποχὴν τῶν ἡλιοστασίων, ἤτοι κατὰ τὴν ἐποχὴν καθ' ἣν ὁ ἥλιος διατρέχει τοὺς τροπικοὺς ἡ ἀπόκλισις αὐτοῦ φθάνει εἰς τὸ μέγιστον καὶ δὲ μεταβολαὶ αὐτῆς ἀπὸ ἡμέρας εἰς ἡμέραν εἶνε ἐλάχισται κατὰ τὰς ἐποχὰς ταύτας δύναται νὰ γίνῃ χρῆσις τῆς ἐξῆς γραφικῆς μεθόδου πρὸς προσδιορισμὸν τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς (σχ. 109). Ἐπὶ πίνακος ὁριζοντίου καταγράφεται σειρὰ ὁμοκέντρων κύκλων καὶ ἐπὶ τοῦ κέντρου τούτων Ο ἐμπήγεται κατακορύφως βελόνη ἐπιμήκης καὶ λεπτοτάτη· παρατηρεῖται πρὸ τῆς μεσημβρίας ἡ ἀκριβὴς στιγμὴ καθ' ἣν τὸ ἄκρον τῆς σκιᾶς ΟΑ τῆς βελόνης θὰ ἐφάψῃ μίαν τῶν περιφερειῶν καὶ σημειοῦται ἐπὶ ταύτης τὸ σημεῖον τοῦτο· μετὰ μεσημβρίαν παρατηρεῖται ἐπίσης ἡ ἀκριβὴς

(Σχ. 109)



στιγμὴ καθ' ἣν τὸ ἄκρον τῆς σκιᾶς Α'Ο ἔρχεται ἐκ νέου νὰ καταλήξῃ ἐπὶ τῆς αὐτῆς περιφερείας καὶ σημειοῦται τὸ σημεῖον τοῦτο. Ἐπειδὴ δὲ ἡ ἀπόκλισις τοῦ ἡλίου κατὰ τὰς ἐπέκτασις τῶν ἡλιοστασίων δύναται νὰ ἐκληφθῇ ὡς σταθερὰ εἰς τὸ ἐλάχιστον τῆς μεταβολῆς αὐτῆς, ἕπεται ὅτι ἡ μεσημβρινὴ γραμμὴ εἶνε ἡ ΟΜ ἡ διχοτομοῦσα τὴν γωνίαν ΑΟΑ' ἢ τὸ τόξον ΑΑ'. Πρὸς βεβαίωσιν τοῦ ἀκριβοῦς προσδιορισμοῦ προσδιορίζεται καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοκέντρων περιφερειῶν τὸ ἄκρον τῆς σκιᾶς τῆς βελόνης καθ' ἣν στιγμὴν ἐφάψῃ αὐταὶ πρὸ μεσημβρίας καὶ μετὰ μεσημβρίαν. Ἡ διχοτομοῦσα τὸ πρῶτον τόξον εὐθεῖα ΟΜ πρέπει νὰ διχοτομῇ καὶ τὰ λοιπὰ τόξα ΒΒ', ΓΓ'. Ὡς παρατηρῆται ὁ ὡς ἀνωτέρω γραφικὸς προσδιορισμὸς τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς στηρίζεται ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν ἀντιστοίχων ὑψέων.

Ἡ ἀνωτέρω ἐκτεθεῖσα μέθοδος ἐφαρμοζομένη εἰς ἐποχὰς ἀπομεμακρυσμένας τῶν ἡλιοστασίων δὲν εἶνε αὐστηρῶς ἀκριβὴς πρὸ πάντων κατὰ τὴν στιγμὴν τῶν ἰσημεριῶν, διότι τότε ἡ ἀπόκλισις τοῦ ἡλίου μεταβάλλεται ἐπαισθητῶς κατὰ τὸ διάστημα τῶν παρατηρήσεων. Ἐν τοιούτοις ἡ μικρὰ διόρθωσις, ἥτις πρέπει νὰ γίνῃ, ἂν εἰς οἱανδήποτε ἐποχὴν ἐκτελεσθῇ ἡ ἐργασία τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ μεσημβρινοῦ διὰ τῆς ἀνωτέρω μεθόδου δύναται νὰ παραληφθῇ διὰ τεσσαρικὰς ἐργασίας μικρᾶς ἐκτάσεως.

δ'. Δυνατὸν ἔτι νὰ προσδιορισθῇ ἡ μεσημβρινὴ γραμμὴ διὰ τῆς πυξίδος. Πρὸς τοῦτο τοποθετεῖται τὸ ἐργαλεῖον ἐπὶ τοῦ σημείου δι' οὗ ζητεῖται νὰ διέλθῃ ἡ μεσημβρινὴ ἀκριβῶς περιστρέφεται τὸ κινητὸν πρὸς δυσμὰς μέχρις οὗ ἡ μαγνητικὴ βελόνη σχηματίσῃ μετὰ τῆς γραμμῆς ΝS, ἥτις εἶνε παράλληλος τοῦ σκεπτικοῦ ἄξονος τοῦ τηλεσκοπίου τοῦ ἐργαλείου

γωνίαν ίσην μὲ τὴν ἀπόκλισιν τῆς μαγνητικῆς βελόνης. Β' σκοπευτικὸς ἄξων τοῦ τηλεσκοπίου προσδιορίζει τὸν μεσημβρινόν. Ἡ ἀπόκλισις τῆς μαγνητικῆς βελόνης, ἤτοι ἡ γωνία τὴν ὁποίαν σχηματίζει ὁ γεωγραφικὸς μεσημβρινὸς μετὰ τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ κατ' ἔτος δίδεται ὑπὸ τῶν ἀστρονομικῶν ἐφημερίδων. Β' οὕτω ἐπιτυγχανόμενος προσδιορισμὸς τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς εἶνε ὡς ἔγγιστα.

Ἐπὶ τῶν ἐκτεθέντων παρατηροῦμεν ὅτι προκειμένου περὶ δικτυώσεως μεγάλης ἐκτάσεως ὁ προσδιορισμὸς τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς ὀφείλει νὰ ἐκτελεσθῇ ἢ διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀντιστοίχων ὑψῶν διὰ παρατηρήσεων ἐκτελουμένων ἐπὶ τῶν περιτὸν πόλον ἀπλανῶν ἢ διὰ τοῦ πολικοῦ ἀστέρος κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς διαβάσεως αὐτοῦ ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου. Β' προσδιορισμὸς οὗτος ἀκριβέστατα δύναται νὰ ἐκτελεσθῇ καὶ διὰ παρατηρήσεων ἐπὶ τοῦ ἡλίου ὡς ἐν τέλει θέλομεν πραγματευθῇ καθόσον ἀπαιτεῖ ὑπολογισμούς τινας. Διὰ τὰς συνηθεις τοπογραφικὰς ἐργασίας ὁ γεωμέτρης δύναται ν' ἀρκεσθῇ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς γραμμῆς ταύτης ὡς δεικνύεται εἰς τὴν γ' καὶ δ' μέθοδον.

5 Διόρθωσις τῶν γωνιῶν τῶν τριγώνων.

Τῶν τριγώνων τῶν συνιστώντων τὸ δίκτυον καταμετρεῦνται πᾶσαι αἱ γωνίαι· ἐὰν καλέσωμεν Α, Β, Γ τὰς τρεῖς γωνίας τριγώνου τινὸς εἶνε ἀδύνατον νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ ἰσότης . . .

. . . $A + B + \Gamma = 180^\circ$.

Πάντοτε θὰ ὑπάρχῃ ἐὰν μὴ λεπτῶν τουλάχιστον δευτερολέπτων διαφορά· ἐὰν καλέσωμεν δι' δ τὴν διαφορὰν ταύτην ἐπὶ πλεῖον ἢ ἐπὶ ἔλαττον ἔχομεν . . . . . .

$$A + B + \Gamma = 180^\circ \pm \varepsilon$$

ἀπεδείξαμεν ἐν τοῖς προηγουμένοις ὅτι τὸ σφάλμα τοῦτο πρέπει νὰ μερισθῇ ἐξ ἴσου καὶ εἰς τὰς τρεῖς γωνίας τοῦ τριγώνου ἤτοι

$$\left(A \mp \frac{\varepsilon}{3}\right) + \left(B \mp \frac{\varepsilon}{3}\right) + \left(\Gamma \mp \frac{\varepsilon}{3}\right) = 180^\circ$$

Παράδειγμα

Τεθείσθω - - $A = 55^\circ.\ 35'$
$B = 66^\circ.\ 29'.\ 10''$
$\Gamma = 57^\circ.\ 56'.\ 20''$
ἄθροισμα $180^\circ.\ 0'.\ 30''$
Διαφορὰ ἀπὸ 180° - - - - - $-\ 30''$
τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς διαφορᾶς ταύτης $-\ 10''$

Γωνίαι διορθωμέναι

$A = 55^\circ.\ 35' - 10'' = 55^\circ.\ 34'.\ 50''$
$B = 66^\circ.\ 29'.\ 10'' - 10'' = 66^\circ.\ 29'.\ 0''$
$\Gamma = 57^\circ.\ 56'.\ 20'' - 10'' = 57^\circ.\ 20'.\ 10''$
ἄθροισμα 180°

Γνωστὸν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν παντὸς σφαιρικοῦ τριγώνου εἶνε μεγαλείτερον τῶν 180° ἤτοι ἐὰν καλέσωμεν $AB\Gamma$ τὰς γωνίας τοῦ σφαιρικοῦ τριγώνου ὑπάρχει - -

$$A + B + \Gamma - 180^\circ = \upsilon$$

ἡ διαφορὰ αὕτη υ καλεῖται σφαιρικὴ ὑπεροχή.

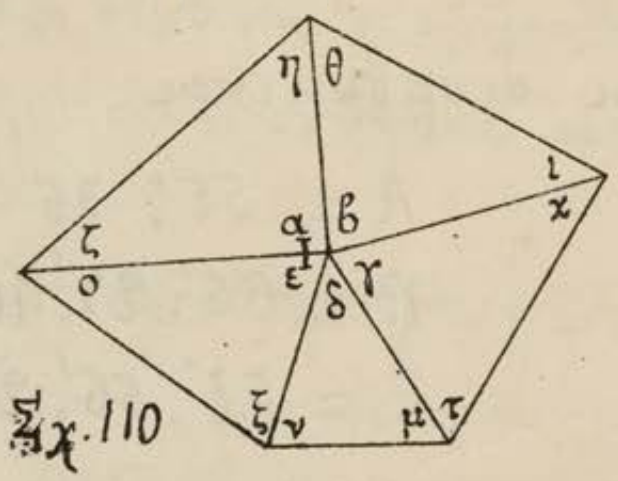
Ὁ Legendre ἀπέδειξεν ὅτι τὰ μικρὰ καμπύλης σφαι-

ρικὰ τρίγωνα δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς εὐθύγραμμα ἔχοντα τὸ αὐτὸ μῆκος τῶν πλευρῶν ταὶς δὲ γωνίας αὐτῶν μιευμένας κατὰ τὸ τρίτον τῆι σφαιρικῆς ὑπεροχῆς.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συναγομεν ὅτι ἐὰν τὰ θεωρούμενα τρίγωνα ἦνι μεγάλης ἐκτάσεως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ ἀθροίσματος τῶν γωνιῶν αὐτῶν ἀπὸ 180° προέρχεται ἐν μέρει καὶ ἐκ τοῦ σφαιρικοῦ αὐτῶν. Μὴ ὑποτεθῆ ὅμως ὅτι διὰ μικρὰ τρίγωνα, ὡς ἐπὶ παραδείγματι πλευρᾶς 10000μ. τὸ σφαιρικὸν τῆς γῆς ἔχει ἐπιρροήν. εἰς τὴν περίστασιν ταύτην ἡ σφαιρικὴ ὑπεροχὴ ἀνέρχεται εἰς πολλοστὰ τοῦ δευτερολέπτου. Κυρίως ἡ παρουσιαζομένη διαφορὰ προέρχεται ἐκ τῶν γενομένων σφαλμάτων κατὰ τὴν ἐκτίμησιν τῶν γωνιῶν, ὡς ἐξετέθη ἐν τῷ κεφαλαίῳ Ζ.

Παρουσιάζεται πολλάκις περίστασις καθ' ἣν ἡ ἐκτεθεῖσα διόρθωσις δὲν δύναται νὰ ἐφαρμοσθῆ. Ἐπὶ παραδείγματι ἐν τῷ σχήματι (110) πρέπει νὰ ὑπάρχῃ δι' ἕκαστον τρίγωνον.

$$\begin{aligned} \alpha + \eta + \zeta &= 180 \\ \beta + \theta + \iota &= 180 \\ \gamma + \varkappa + \lambda &= 180 \\ \delta + \mu + \nu &= 180 \\ \varepsilon + \xi + \omicron &= 180 \end{aligned}$$



Σχ. 110

ἔτι δὲ καὶ

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 360°$$

Ἐὰν παρευρίσκηται σφάλμα τι ἐπὶ τῶν γωνιῶν τριγώνων ἐπὶ πλεῖον ἢ ἐπὶ ἔλαττον τῶν 180° καὶ ζητήσωμεν νὰ διορθώσωμεν τοῦτο ἀφαιροῦντες ἢ προσθέτοντες ἐξ' ἑκάστης γωνίας τῶν τριγώνων τὸ τρίτον αὐτοῦ καταστρέφομεν τὴν τελευταίαν ἰσότητα δεικνύουσαν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν περὶ ζ τοῦ σημ-

μείου Κ γωνιῶν εἶνε ἴσον μὲ 360°. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἡ διόρθωσις ἐκτελεῖται διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν πιθανοτήτων, ἔνεκεν δὲ τοῦ πολυπλόκου τῶν ἐκτελεσθησομένων ὑπολογισμῶν προσπαθοῦσι νὰ ἀποφύγωσιν οἱ παρατηρηταὶ τὴν περίστασιν ταύτην κατὰ τὴν σύστασιν τῶν δικτύων.

Ὑπολογισμὸς τῶν πλευρῶν τῶν τριγώνων. Ἐπειδὴ τῶν τριγώνων τῶν συνιστώντων τὸ δίκτυον καταμετροῦνται πᾶσαι αἱ γωνίαι, ἂν καλέσωμεν ταύτας διὰ Α, Β, Γ, τὰς δὲ ἀντικειμένας ταύταις πλευρὰς διὰ α, β, γ ἔχομεν τὴν σχέσιν . . . . . .

$$\alpha : \beta : \gamma = \eta\mu A : \eta\mu B : \eta\mu \Gamma$$

ἐξ ἧς συνάγεται, ὑποτιθεμένης γνωστῆς τῆς πλευρᾶς α, τὸ μῆκος τῶν λοιπῶν β καὶ γ . . . . . .

$$\beta = \alpha \frac{\eta\mu B}{\eta\mu A}, \qquad \gamma = \alpha \frac{\eta\mu \Gamma}{\eta\mu A}$$

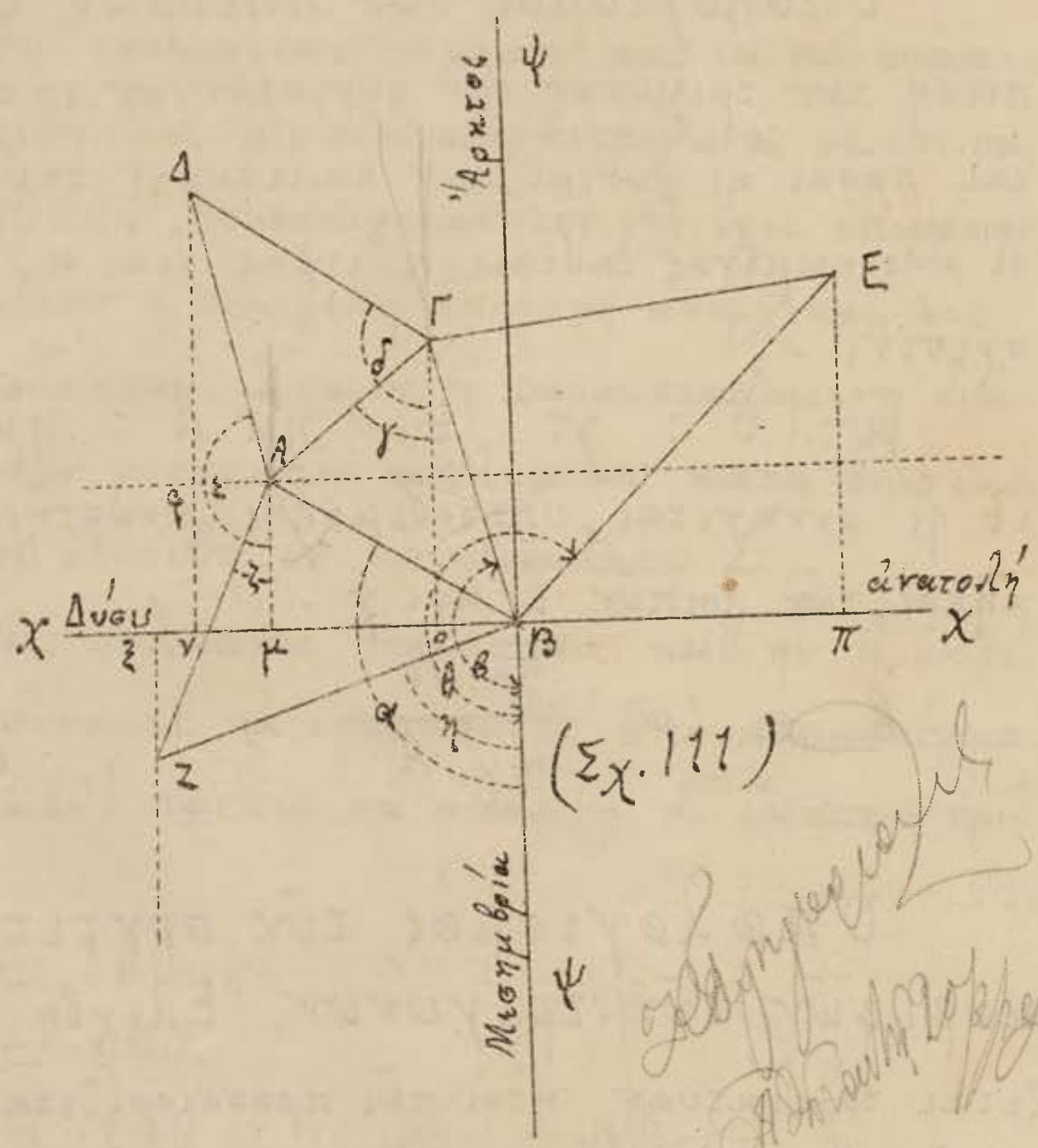
14α

Ὑπολογισμὸς συντεταγμένων τῶν κορυφῶν τῶν τριγώνων. Ἐλέχθη ἤδη πῶς παραλληλίζεται τὸ δίκτυον, ἤτοι πῶς προσδιορίζεται ὁ γεωγραφικὸς μεσημβρινὸς ὁ διερχόμενος ἐκ τίνος τῶν σημείων αὐτοῦ ἐκλεγομένου ὡς τοιούτου εἷς ἐκ τῶν ἄκρων τῆς βάσεως.

Προσδιορισθείσης τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εὐκόλως καταμετρᾶται τὸ ἀζιμούθιον τῆς βάσεως ἤτοι ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζει αὕτη μετὰ τοῦ μεσημβρινοῦ ἥτις ἐν τῇ Γεωδαισίᾳ ὑπολογίζεται πάντοτε ἐκ μεσημβρίας πρὸς δύσιν, δηλαδὴ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς φαινομένης κινήσεως τῶν ἀστέρων, ἐνῷ τὰ μαγνητικὰ ἀζιμούθια ὑπολογίζονται ὡς ἐλέχθη ἐξ ἄρκτου πρὸς δυσμάς.

Τούτου τεθέντος λαμβάνουσιν ὡς ἄξονα τῶν τεταγμένων ἢ τῶν ψ τὴν μεσημβρινὴν γραμμήν, ὡς ἄξονα δὲ τῶν τεταγμένων ἢ τῶν χ τὴν κάθετον ἐπὶ ταύτης εἰς τὸ ἄκρον τῆς βάσεως ἐξ ἧς διέρχεται.

Ἔστωσαν (σχ. 111) Α, Γ, Δ, Ε αἱ κορυφαὶ τῶν τριγώνων χψ, χ'ψ', χ''ψ'', χ'''ψ''' αἱ συντεταγμέναι αὐτῶν ΑΒ ἡ βάσις ψψ ἢ μεσημβρινὴ γραμμή, ἥτις εἶνε ἐξ ἀξόνων τῶν τεταγμένων καὶ χχ ἡ κάθετος ἐπὶ ταύτην, ἥτις εἶνε ὁ ἄξων τῶν τετμημένων.



(Σχ. 111)

Καλέσωμεν τὲ γνωστὸν ἀζιμούθιον τῆς βάσεως ΑΒ τὸ ΑΒψ, ὑπολογιζόμενον ὡς ἀνωτέρω εἴπεμεν ἐκ μεσημβρίας πρὸς δυσιν διὰ α, ἔχομεν - - - -

Ἀζιμούθιον	ΑΒ	=	α δεδομένον
,,	ΒΓ	= ΓΒΑ + α =	β
,,	ΑΓ	= ΒΓΑ − (180° − α − ΑΒΓ) =	γ
,,	ΓΔ	= ΔΓΑ + γ =	δ
,,	ΑΔ	= 180° − (ΔΑΓ − γ) =	ε
,,	ΑΖ	= ΖΑΒ − (180 − α) =	ζ
,,	ΖΒ	= α − ΑΒΖ =	η

Ἀζιμεύθιον $BE = B + \Gamma BE = \vartheta$

Ὑπολογισμὸς τῶν συντεταγμένων

1ον εἰς τὸ ὀρθογ. τρίγωνον $BA\mu$ ἔχομεν . . . .

γωνία $AB\Lambda = a - 90^\circ$

Συντεταγμέναι τοῦ A = $\begin{cases} \gamma\mu B = AB \sigma\upsilon\nu(a-90^\circ) = +AB\,\eta\mu a \\ A\mu = AB\,\eta\mu(a-90^\circ) = -AB\,\sigma\upsilon\nu a \end{cases}$

$x \cdot \psi$

2ον εἰς τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $\Gamma O B$ ἔχομεν . . . .

γωνία $\Gamma BO = B - 90^\circ$

Συντεταγμέναι τοῦ Γ = $\begin{cases} oB = \Gamma B \sigma\upsilon\nu(B-90^\circ) = +\Gamma B\,\eta\mu B \\ \Gamma o = \Gamma B\,\eta\mu(B-90^\circ) = -\Gamma B\,\sigma\upsilon\nu B \end{cases}$

$x' \cdot \psi'$

3ον εἰς τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $\Delta\varphi A$ ἔχομεν . . . .

. . . γωνία $\Delta A\varphi = \varepsilon - 90^\circ$

Συντεταγ. τοῦ Δ = $\begin{cases} rB = r\mu + \mu B = \Delta A \sigma\upsilon\nu(\varepsilon-90^\circ) + \mu B = \\ \qquad = \Delta A\,\eta\mu\varepsilon + AB\,\eta\mu a \\ \Delta r = \Delta\varphi + A\mu = \Delta A\,\eta\mu(\varepsilon-90^\circ) + A\mu = \\ \qquad = \Delta A\,\sigma\upsilon\nu\varepsilon - AB\,\sigma\upsilon\nu a \end{cases}$

$x'' \cdot \psi''$

4ον εἰς τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $B\xi Z$ ἔχομεν . . .

γωνία $\xi BZ = 90^\circ - \eta$

Συντεταγ. τοῦ Z = $\begin{cases} \xi B = ZB \sigma\upsilon\nu(90^\circ-\eta) = ZB\,\eta\mu\eta \\ \xi Z = ZB\,\eta\mu(90^\circ-\eta) = ZB\,\sigma\upsilon\nu\eta \end{cases}$

$x''' \cdot \psi'''$

5ον εἰς τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $B\pi E$ ἔχομεν . .

γωνία $BE\pi = EB\psi = \theta - 180^\circ$

Συντεταγ. τοῦ E $\begin{cases} B\pi = BE\,\eta\mu(\theta-180^\circ) = -BE\,\eta\mu\theta \\ E\pi = BE\,\sigma\upsilon\nu(\theta-180^\circ) = -BE\,\sigma\upsilon\nu\theta \end{cases}$

$x'''' \cdot \psi''''$

Δημητριάδης

Ἐκ τοῦ ὑπολογισμοῦ τούτου τῶν συντεταγμένων συνάγομεν ὅτι αἱ πρὸς μεσημβρίαν τεταγμέναι εἶνε θετικαὶ αἱ δὲ πρὸς ἄρκτον ἀρνητικαί.

Αἱ πρὸς δυσμὰς τετμημέναι ἢ ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ εἶνε θετικαί, αἱ δὲ πρὸς ἀνατολὰς ἀρνητικαί.

Ἐὰν τὰ σημεῖα ἦνε δεδομένα διὰ τῶν συντεταγμένων των καὶ ζητεῖται ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀπόστασις, ἐὰν καλέσωμεν $\chi\psi$ καὶ $\chi'\psi'$ τὰς συντεταγμένας δύο σημείων ἔχομεν (σχ. 112) θέτοντες $\chi - \chi' = \Delta\chi$ καὶ $\psi - \psi' = \Delta\psi$ . . . . .

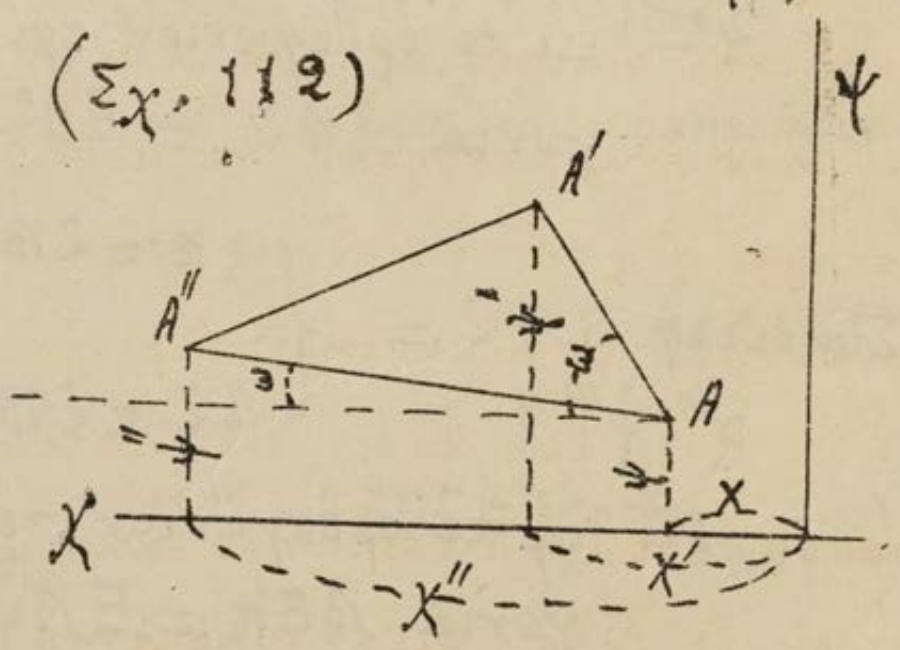
$$\kappa = \sqrt{\Delta\chi^2 + \Delta\psi^2} = \Delta\chi \sqrt{1 + \frac{\Delta\psi^2}{\Delta\chi^2}}$$

καὶ θέτοντες πρὸς συντομίαν $\frac{\Delta\psi}{\Delta\chi} = \varepsilon\varphi\theta$ ἔχομεν

$$\kappa = \Delta\chi \sqrt{1 + \varepsilon\varphi^2\theta} = \frac{\Delta\chi}{\sigma\upsilon\nu\theta}$$

Ἐὰν ζητήσωμεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὰς γωνίας τῶν τριγώνων ὧν αἱ κορυφαὶ εἶνε δεδομέναι διὰ τῶν συντεταγμένων των καὶ καλέσωμεν $\chi\psi$, $\chi'\psi'$, $\chi''\psi''$ τὰς συντεταγμένας τῶν κορυφῶν A, A', A'' τριγώνου τινὸς παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πλευρὰ AA' σχηματίζει μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν χ γωνίαν ὁ η' ἡ ἐφαπτομένη θ ἰσοῦται

(Σχ. 112)



$$\theta = \frac{\psi' - \psi}{\chi' - \chi}.$$

Ὁμοίως ἡ ἑτέρα πλευρὰ AA'' σχηματίζει μετὰ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος γωνίαν ὡ τῆς ὁποίας ἡ ἐφαπτομένη θ' ἰσοῦται . . .

$$\theta' = \frac{\psi'' - \psi}{\chi'' - \chi} \quad \text{. . ἔχομεν}$$

$$\text{ἐφ } A = \text{ἐφ } (\omega - \omega') = \frac{\text{ἐφ } \omega - \text{ἐφ } \omega'}{1 + \text{ἐφ } \omega \, \text{ἐφ } \omega'} = \frac{\theta - \theta'}{1 + \theta\theta}$$

ὁμοίως ὑπολογίζομεν καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας.

Ἐφαρμογή.

Τριγωνομετρικὸν δίκτυον τῆς νήσου Ἕλβας (Elba)

Ἐκτελεσθὲν ὑπὸ τοῦ Puissant

Οἱ δύο ἐπαναληπτικοὶ κύκλοι οἵτινες ἐχρησιμευσαν διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν ἦσαν διηρημένοι εἰς 400 βαθμούς. Ὁ μεγαλείτερος κύκλος εἶχε διάμετρον 0,35 καὶ ἔφερεν τέσσαρας βερνιέρους διατεθειμένους κατ' ὀρθὴν γωνίαν. Ἐκ τῆς δεκαδικῆς διαιρέσεως τῶν διέκων εὐδεμία ὠφέλεια προέκυψεν καθ' ὅσον ἠναγκάσθησαν νὰ μεταφερθῶσιν εἰς τὸ ἑξηκονταδικὸν σύστημα διὰ τὴν ἔλλειψιν τριγωνομετρικῶν πινάκων ὑπολογισμένων εἰς τὸ δεκαδικὸν σύστημα.

Ἡ μικρὰ βάσις AB, κατεμετρήθη τρὶς διὰ σιδηρᾶς ἀλύσσου ἐξελεγθείσης πρὸ καὶ μετὰ τὴν ἐργασίαν ἐπὶ διπλοῦ μέτρου ἐκ ξύλου διεσκευασμένου κατὰ τὰ ἄκρα του διὰ στεφάνης σιδηρᾶς· εὑρέθη ἴση μὲ 1691$^{\mu}$. ληφθείσης τῆς μέσης ἀριθμητικῆς τιμῆς μεταξὺ τῶν τριῶν καταμετρήσεων.

Τῶν τριγώνων κατεμετρήθησαν πᾶσαι αἱ γωνίαι ἐν στα-

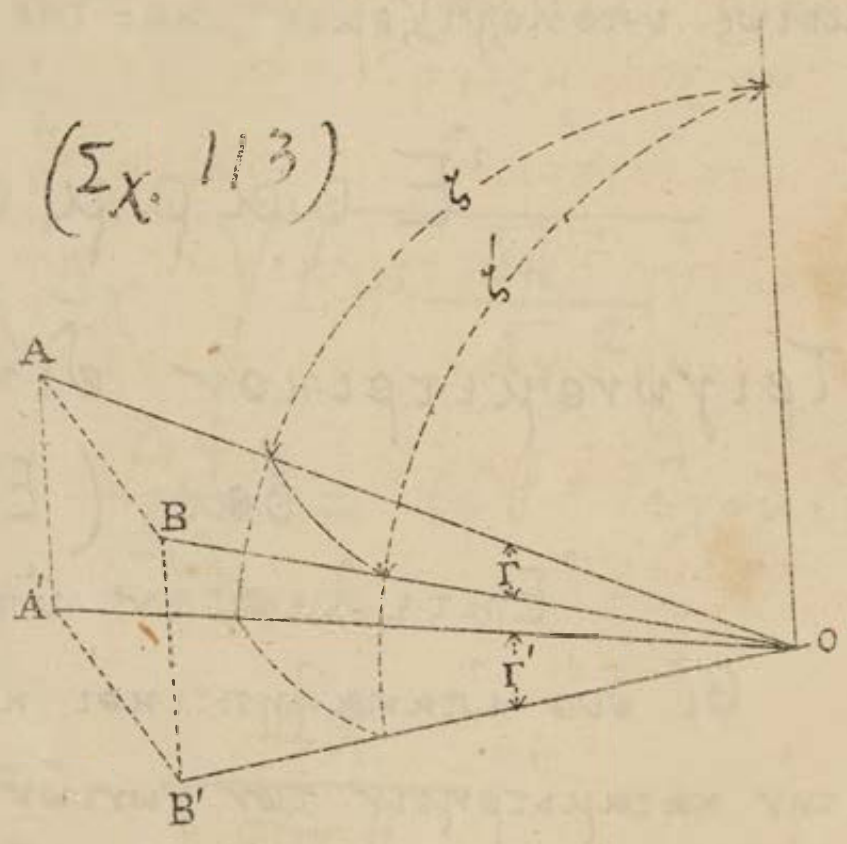
σει τεθέντος τοῦ ἐργαλείου ἐφ' ἑλων τῶν κεφυφῶν αὐτῶν.

Αἱ γωνίαι κατεμετρήθησαν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου των καὶ τοπιν δὲ ἠχθησαν ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα διὰ τοῦ τύπου . . . .

$$\text{Ἀναγωγή} = \left[(90° - \frac{\zeta+\zeta'}{2})^2 \text{εφ}\frac{1}{2}\Gamma - (\frac{\zeta-\zeta'}{2})^2 \text{συνεφ}\frac{1}{2}\Gamma\right] \text{ημ}\,1''$$

ἐν τῷ ὅπαίῳ ζ ζ' εἶνε, αἱ ἀποστάσεις ἀπὸ τὸ ζενίθ (σχ. 113) τῶν πλευρῶν ΟΑ, ΟΒ τῆς καταμετρηθείσης γωνίας Γ διὰ τοῦ ἐργαλείου καὶ μελλούσης νὰ ἀναχθῇ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα.

(Σχ. 113)



Εἰς τρόπον ὥστε ἐὰν καλέσωμεν διὰ χ τὴν ἀνωτιμὴν τῆς ἀναγωγῆς καὶ διὰ Γ' τὴν ἀναχθεῖσαν ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα γωνίαν, ἔχομεν . . .

$$\Gamma' = \Gamma + \chi.$$

Αἱ καταγόρυφαι γωνίαι ἢ ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ζενίθ ζ ζ' καταμετροῦνται διὰ τοῦ κλισιμέτρου.

Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἀναγωγῆς ἀπορεύγεται ἐὰν γείνῃ χρῆσις τοῦ θεοδελίχου, τοῦ ὁποίου ὁ δίσκος πάντοτε ὁριζοντιοῦται καὶ οὕτω λαμβάνεται ἀμέσως ἡ ὁριζοντία προβολὴ τῆς γωνίας τῆς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τῶν ὀπτικῶν ἀξόνων τῶν τηλεσκοπίων.

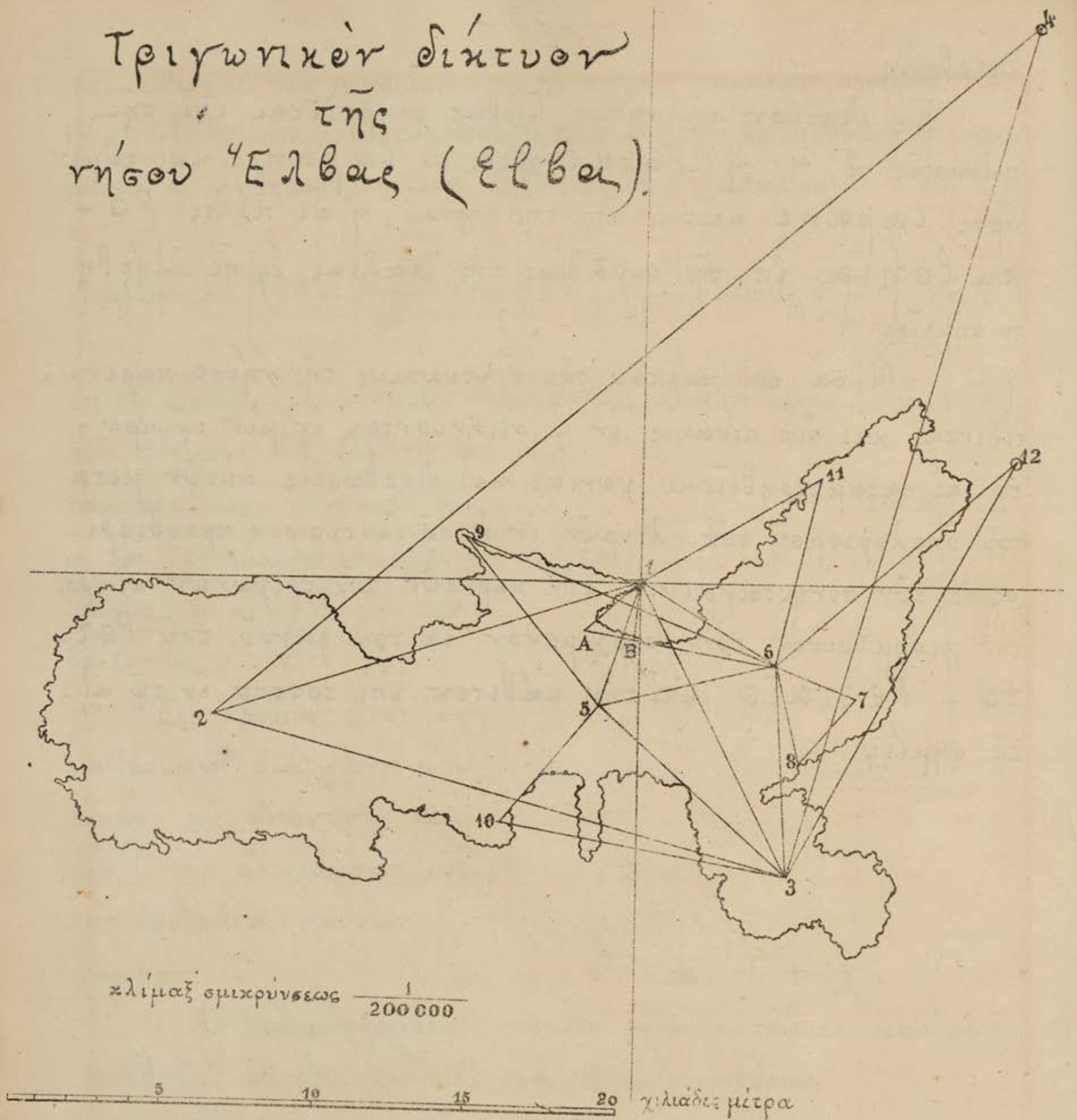
Ὡς πρὸς τὸ σφαιρικὸν τῶν τριγώνων τὸ μέγον τὸ ὁποῖον δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς τοιοῦτον εἶνε τὸ 2, 3, 4 καὶ ἐν τούτοις καὶ τούτου πόλις εἰς 1''45 ἀντέρχεται ἡ σφαιρικὴ

ὑπερβολή

Τὸ δίκτυον τῆς νήσου Ἔλβας στηρίζεται ἐπὶ τῆς πλευρᾶς 2, 4 ἡ Portoferraio — Capraia καὶ τὸ μὲν ὄρος Capraia κεῖται ἐπὶ τῆς νήσου, ἡ δὲ πόλις Portoferraio ἐπὶ τῆς παραλίας τῆς Ἰταλίας, ἐφ' ἧς ἐλήφθη τὸ σημεῖον 4.

Μετὰ τοῦ χάρτου τῆς δικτυώσεως τῆς νήσου παρεντίθενται καὶ δύο πίνακες ἐν ᾧ δεικνύονται ἐν μὲν τῷ πρώτῳ αἱ καταμετρηθεῖσαι γωνίαι καὶ διορθώσεις αὐτῶν μετὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν πλευρῶν, ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ ὁ προσδιορισμὸς τῶν συντεταγμένων τῶν κορυφῶν τῶν τριγώνων ὡς πρὸς τὸν μεσημβρινὸν τὸν διερχόμενον ἐκ τοῦ φανοῦ τοῦ Porto - Ferraio καὶ τὴν κάθετον ἐπὶ τοῦτον ἐν τῷ αὐτῷ σημείῳ.

Τριγωνικὸν δίκτυον τῆς νήσου Ἔλβας (Elba).



χλίμαξ σμικρύνσεως $\frac{1}{200\,000}$

5 10 15 20 χιλιάδες μέτρα

Σχετικαὶ τοῦ σχεδίου παρατηρήσεις.

1 Φανὸς τοῦ Porte Ferraio
2 Ὄρος Capanne
3 Ὄρος Calamita
4 Ρορυβονία (πόλις παραλία Ἰταλίας)
5 Ὄρος Lorello
6 " Castello
7 Ὄρος Arco
8 Porto-longone
9 Linfola
10 Carpofanza
11 Ὄρος Cresso
12 Palmaiola (ὕφαλος μεταξὺ παραλ. Ἰταλ. καὶ Ἔλβας)

Αριθμός των τριγων.	Ονομασίαι των σημαιών	Ζενιακαί όρθαι γωνίαι	Γωνίαι όρθιαι	Λογάριθμ. των ημιτ. των γωνιών	Υπόλοιπα λογαρίθμων πλευρών.	Πλευραί εις μέτρα.
					4,5544268	
	3 Calamite	91°.29'.16".15	91°.29'.15".10	9,9998536	0,0001464	
					9,7281703	
1	4 Populonia	32°.19'.43".97	32°.19'.42".92	9.7281703	4.2827435	19175.M 36
					4,5545732	
	2 Capane	56°.11'. 3".01	56°.11'. 1".98	9.9195111	9.9195111	
		180°.0'. 3",13	180°.0'.0"		4.4740843	29790.M 96
					4.2827435	
	1 Parèc	97°. 51'.26".55	97°.51'.26".0	9.9959035	0.0040965	
					9.7445593	
2	2 Capane	33°.44'.3".50	33°.44'.3".0	9.7445593	4.0313993	10749.M 78
					4,2868400	
	3 Calamite	43°.24'.31".50	48°.24'.31".0	9.8738423	9.8738423	
		180°. 0'.1".55	180°.0'.0"		4.1606823	14477.M 42
					4.0313993	
	5 Lorelle	117°.21'.13".42	117°.21'.13".32	9.9485044	0,0514956	
					9.5332532	
3	3 Calamite	19°.57'.42".72	19°.57'.42".13	9.5332532	3.6161481	4131.M 86
					4.0828949	
	1 Parèc	42°.41'.4".44	42°.41'.4".55	9.8312054	9.8312054	
		180°.0'.0" 58	180°.0'.0"		3.9141003	8205.M 41
					3.9141003	
	6 Castello	77°.28'.43".84	77°.28'.43".44	9.9895457	0.0104543	
					9.9293371	
4	5 Lorello	58°.11'.39".72	58°.11'.39".32	9.9293371	3.8538917	7143.M 18
					3.9245546	
	3 Calamite	44°.19'.37".64	44°.19'.37".24	9.8443233	9.8443233	
		180°.0'.1".20	180°.0'.0"		3.7688779	5873.M 24
					3.7688779	
	1 Parèc	77°.28'.3".66	77°.28'.3".52	9.9895270	0.0104730	
					9.9337882	
5	5 Lorello	59°.9'.33".74	59°.9'.32".94	9.9337882	3.7131331	5165.M 82
					3.7793509	
	6 Castello	43°.22'.24".74	43°.22'.23".54	9.8367972	9.8367972	
		180°.0'.2".14	180°.0'.0"		3.6161481	4131.M 88

Βγ 21ον

Αριθμός σταθμών	Ονόματα σημάτων	Γωνίαι ὁρίζοντιαι	Γωνίαι ὁρίζοντιαι	Λογάριθμοι τῶν ἀποστάσεων	Ὑπολογισμὸς ἀκριβῶν ἀποστάσεων	Τὰ ζητούμενα μέτρα.
					3.8538917	
	7 Arco	91°4'42".40	91°4'41".0	9.9999232	0.0068768	
					9.9607761	
6	6 Castello	66°0'50".60	66°0'49".0	9.9607761	3.8147446	6527.47
					3.8639685	
	3 Calamite	22°54'31".10	22°54'30".0	9.5902375	9.5902375	
		180°0'4".10	180°0'0"		3.4442060	2781.04
					3.4442060	
	8 Longone	51°37'47".52	51°37'45".68	9.8943225	0.1056775	
					9.9864100	
7	7 Arco	75°44'29".58	75°44'27".74	9.9864100	3.5362935	3437.9
					3.5498835	
	6 Castello	52°37'48".42	52°37'46".58	9.9002187	9.9002187	
		180°0'5".52	180°0'0"		3.4501022	2819.05
					3.2281436	1691.00
	1 Paroc	41°33'48".46	41°33'48".1	9.8218068	0.1781932	
					9.9023048	
8	Basis A	52°59'32".87	52°59'32".4	9.9023048	3.3086416	2035.35
					3.4063368	
	Basis B	85°26'40".0	85°26'39".5	9.9986252	9.9986252	
		180°0'1".33	180°0'0"		3.4049620	2540.7
					3.3086416	
	6 Castello	23°12'5".50	23°12'4".6	9.5954543	0.4045457	
					9.9637506	
9	1 Paroc	66°54'53".48	66°54'52".4	9.9637506	3.6769379	4752.7
					3.7131873	
	Basis	89°53'4".00	89°53'3".0	9.9999991	9.9999991	
		180°0'2".98	180°0'0"		3.7131864	5166.38

Ονομασία σημείου	Συντεταγμένες σχετικαί ἀποστάσεις ἀπό τῆς μεσημβρινῆς	ἀπό τῆς καθέτου	Συντεταγμένες ἀπόλυτοι ἢ ἀποστάσεις ἀπό τῆς μεσημβρινῆς τοῦ φανοῦ.	ἀπό τῆς καθέτου τοῦ φανοῦ.
	τοῦ φανοῦ		ψ	χ
2 Capane	Πλευρ. Φαν-Capane 4.1606823	4.1606823		
	ημ. ηλίσεως 9.9727113	συν. 9.5361131		
	+13595.45 = 4.1333936	+4975.03 = 3.6967954	+13595.45	+4975.03
	τοῦ φανοῦ			
3 Calamite	Πλευρ. Calamit. φαν 4.0313993	4.0313993		
	ημ. 27°57'23".86 9.6709904	συν. 9.9461096		
	−5039.53 = 3.7023897	+9495.30 = 3.9775089	−5039.53	+9495.30
	τοῦ φανοῦ			
5 Lorello	Πλ. φαν. Lorello 3.6161481	3.6161481		
	ημ. 14°43'0".69 9.4052269	συν. 9.9854855		
	+1050.43 = 3.6213750	+3996.08 = 3.6016336	+1050.43	+3996.08
	τοῦ φανοῦ			
6 Castello	Πλ. φαν. Castello 3.7131391	3.7131391		
	ημ. 62°44'22".97 9.9488699	συν. 9.6608973		
	−4592.08 = 3.6620090	+2366.12 = 3.3740364	−4592.08	+2366.12
	τῆς Calamite			
7 Arco	Πλ. Arco-Calamite 3.8147446	3.8147446		
	ημ 19°18'59".55 9.5195483	συν. 9.9748364		
	−2159.20 = 3.3342929	−6160.01 = 3.7895810	−7198.63	+3334.29
	τοῦ Arco			
8 Longone	Πλ. Longone Arco 3.4501022	3.4501022		
	ημ 34°39'12".37 9.7548154	συν. 9.9151921		
	+1602.94 = 3.2049176	+2318.96 = 3.3652943	−5595.79	+5653.25
	τῆς Calamite			
4 Populonia	Πλ. Popul. Calam. 4.4740843	4.4740843		
	ημ 15°7'20".79 9.4164451	συν. 9.9846941		
	−7771.94 = 3.8905294	−28759.30 = 4.4587784	−12811.47	−19264.00

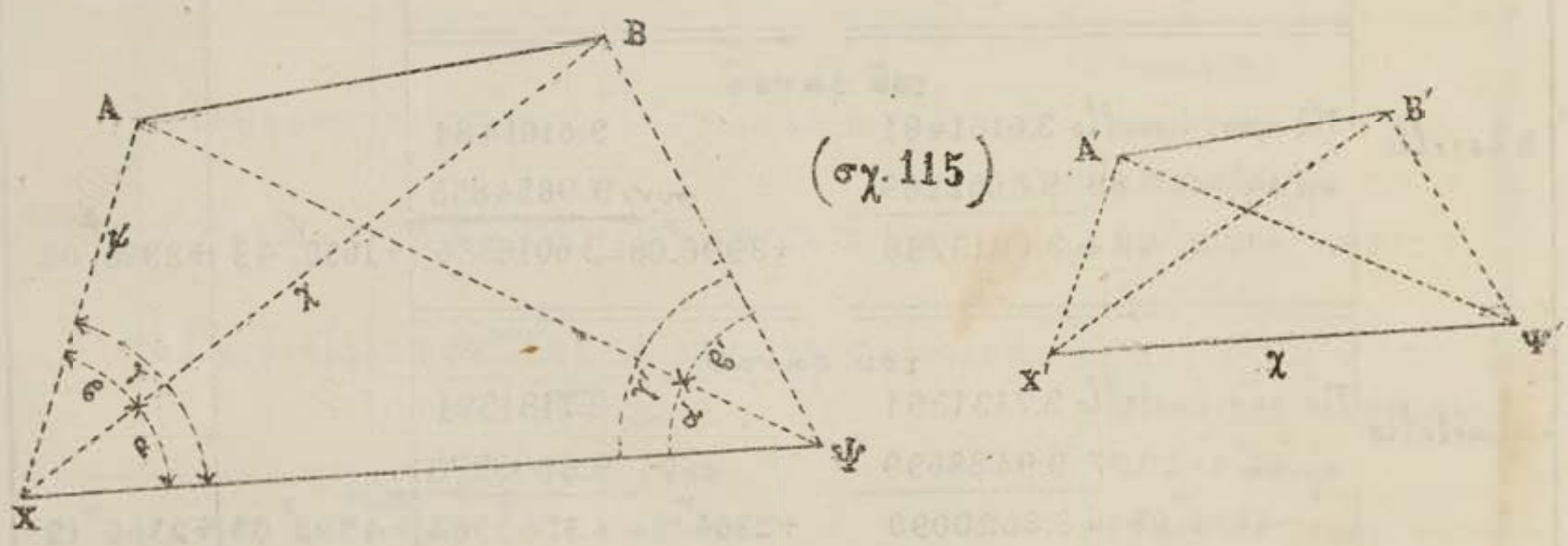
14

Δίκτυον μετὰ πρεκαταρκτικῶς δεδεμένων.

Ὅταν δικτυώσεις τις στηρίζηται ἐπὶ δυὸ ἢ τριῶν σημείων εἰλυμμένων ἐπὶ ἀκριβοῦς χάρτου, τὰ δὲ σημεῖα ταῦτα ἐν τῇ φύσει εἶνε ἀπρόσιτα παρουσιάζεται ἡ ἀνάγκη τῆς λύσεως τῶν ἀκολούθων δύο προβλημάτων.

1ον Γνωστῆς οὔσης βάσεώς τινος ἀπροσίτου νὰ ἐξευρεθῇ ἑτέρα προσιτή.

Ἔστω ΑΒ (σχ. 115) ἡ ἀπρόσιτος βάσις μετὰ τῆς ἐπείας ζητεῖται νὰ συνδεθῇ ἡ προσιτὴ βάσις Χ Ψ. Διέρχεται κατ' ἀρ-



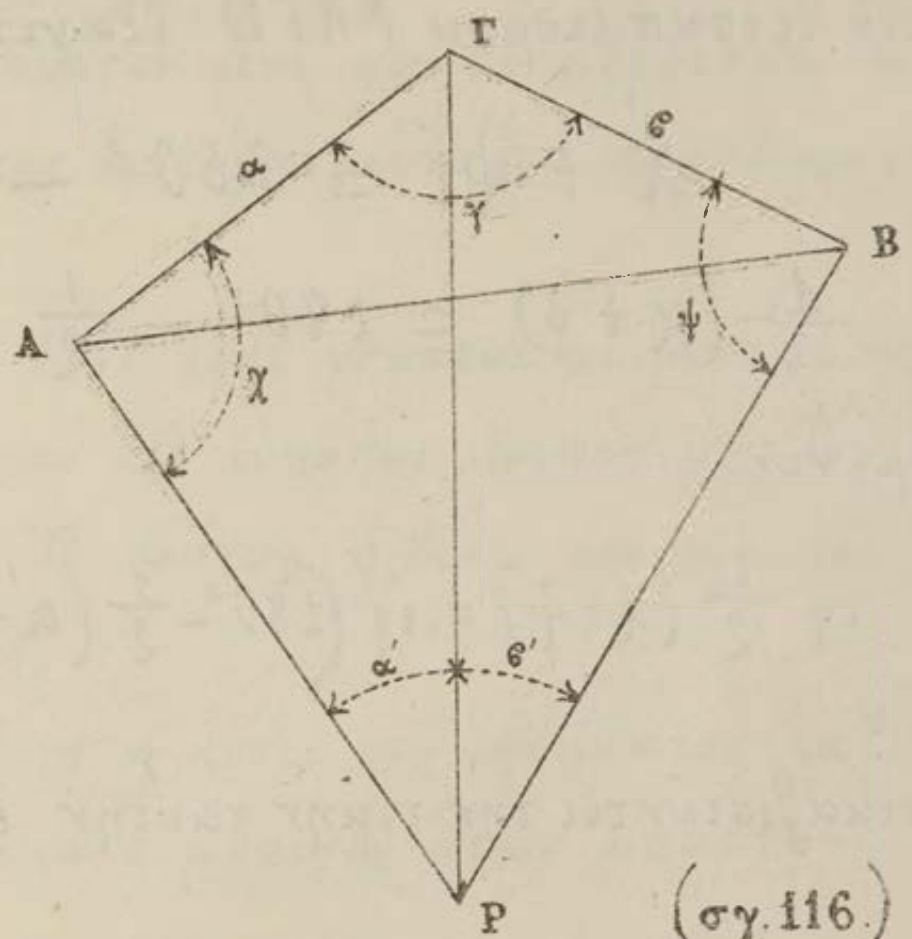
(σχ. 115)

χὰς τιμή τις αὐθαίρετος τῇ βάσει Χψ ἴση μὲ λ, καταμετροῦνται διὰ τοῦ ἐργαλείου αἱ γωνίαι α, β, γ, καὶ α', β', γ'. Ἐν τῷ τριγώνῳ Β'Χ'Ψ' εἶνε γνωστὴ ἡ πλευρὰ χ καὶ αἱ ἐπὶ αὐτῆ παρακείμεναι γωνίαι α, γ' δύνανται λοιπὸν νὰ ὑπολογισθῇ τὸ τρίγωνον τοῦτο καὶ προσδιορισθῶσιν αἱ πλευραὶ αὐτοῦ Β'Ψ', Β'Χ'. Διὰ μέσου τοῦ τριγώνου Α'Χ'Ψ' εὑρίσκονται Α'Χ', Α'Ψ'. Ἐπομένως ἐν τῷ τριγώνῳ Α'Β'Χ' εἶνε γνωσταὶ δύο πλευραὶ καὶ ἡ περιεχομένη γωνία β δι' ὧν εὐκόλως προσδιορίζονται αἱ γωνίαι Α', Β'. Ἐπειδὴ δὲ τὰ τρίγωνα Α'Β'Χ' καὶ ΑΒΧ εἶνε ὅμοια δύνανται νὰ ὑπολογισθῶσιν αἱ πλευραὶ ΑΧ καὶ ΒΧ, διότι εἶνε γνωστὰ ἐν τῷ τριγώνῳ ΑΒΧ ἡ βάσις ΑΒ καὶ αἱ παρακείμεναι γωνίαι Α καὶ Β. Εὑρίσκονται ὁμοίως αἱ πλευραὶ ΑΨ,

ΒΨ τοῦ τριγώνου ΑΒΨ. Ἐπομένως ἡ πρωτη βάσις χψ δύνα-
ται νὰ ὑπολογισθῇ καὶ διὰ τῶν δύω τριγώνων ΑΧΨ καὶ ΒΧΨ, ὅπερ
ἑνταυτῷ ἐξελίγχει καὶ τοὺς γενομένους ὑπολογισμούς.

2ον Γνωστῶν οὐσῶν ἐπὶ τοῦ χάρτου τῶν προ-
βολῶν τριῶν σημείων ἀπροσίτων Α, Β, Γ καὶ προ-
σδιορισθῇ ἡ προβολὴ σημείου τινὸς Ρ προσιτοῦ.

Ἔστωσαν α καὶ β (σχ.116)
αἱ καταμετρηθεῖσαι γωνί-
αι ἐν τῇ στάσει Ρ, αἱ σχη-
ματίζουσιν αἱ διευθύνσεις
ΡΑ, ΡΓ καὶ ΡΒ μεταξύτων,
ὁ προσδιορισμὸς τῶν γωνι-
ῶν ΓΑΡ καὶ ΓΒΡ, ταὶ ὁποί-
αι καλοῦμεν χ καὶ ψ λύ-
ει τὸ πρόβλημα. Παρατη-
σωμεν διὰ α καὶ β τὰ γνω-
στὰ μήκη ΑΓ, ΒΓ καὶ διὰ γ
τὴν ὑπ' αὐτῶν περιεχομένην γωνίαν ΑΓΒ. Ἐκ τῶν τριγώνων
ΑΓΡ καὶ ΒΓΡ λαμβάνομεν . . . . . .



(σχ.116.)

$$\Gamma P = \frac{\alpha\ \eta\mu\ \chi}{\eta\mu\ \alpha'} = \frac{\beta\ \eta\mu\ \psi}{\eta\mu\ \beta'}$$

ἐξ οὗ $\frac{\eta\mu\ \chi}{\beta\ \eta\mu\ \alpha'} = \frac{\eta\mu\ \psi}{\alpha\ \eta\mu\ \beta'}$ καὶ δι-
ὰ συνθέσεως τῶν δύω ἴσων τούτων λόγων διὰ προσθέσεως
ἢ ἀφαιρέσεως.

$$\frac{\eta\mu\ \chi + \eta\mu\ \psi}{\beta\ \eta\mu\ \alpha' + \alpha\ \eta\mu\ \beta'} = \frac{\eta\mu\ \chi - \eta\mu\ \psi}{\beta\ \eta\mu\ \alpha' - \alpha\ \eta\mu\ \beta'}$$ ἢ

$$\frac{\eta\mu\chi - \eta\mu\psi}{\eta\mu\chi + \eta\mu\psi} = \frac{\beta\,\eta\mu\alpha' - \alpha\,\eta\mu\beta'}{\beta\,\eta\mu\alpha' + \alpha\,\eta\mu\beta'}$$ ἢ

$$\frac{\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\chi-\psi)}{\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\chi+\psi)} = \frac{\beta\,\eta\mu\alpha' - \alpha\,\eta\mu\beta'}{\beta\,\eta\mu\alpha' + \alpha\,\eta\mu\beta'} \quad (1)$$

Τὸ ἄθροισμα τῶν δύω γωνιῶν χ καὶ ψ εἶνε γνωστὸν διότι εἰς τοῦ τετραπλεύρου $PA\Gamma B$ ἰσάγεται . . . . . .

$$\chi + \psi = 360^\circ - (\alpha' + \beta' + \gamma)$$

$$\frac{1}{2}(\chi+\psi) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha' + \beta' + \gamma) \quad (2)$$

ἐπομένως . . . . . .

$$\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\chi+\psi) = \varepsilon\varphi\left\{180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha'+\beta'+\gamma)\right\} = -\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\alpha'+\beta'+\gamma)$$

ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν ταύτην ἐν τῇ (1) . . . .

$$\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\chi-\psi) = \varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\alpha'+\beta'+\gamma)\,\frac{\beta\,\eta\mu\alpha' - \alpha\,\eta\mu\beta'}{\beta\,\eta\mu\alpha + \alpha\,\eta\mu\beta}$$

καὶ ὅπως καταστήσωμεν τοῦτον ὑπολογίσιμον διὰ τῶν λογαρίθμων γράφομεν αὐτὸν ὑπὸ τὴν μορφήν. . . . .

$$\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\chi-\psi) = -\varepsilon\varphi\frac{1}{2}(\alpha'+\beta'+\gamma)\,\frac{1 - \frac{\alpha\,\eta\mu\beta'}{\beta\,\eta\mu\alpha'}}{1 + \frac{\alpha\,\eta\mu\beta'}{\beta\,\eta\mu\alpha'}} \quad (3)$$

καὶ ἐὰν θέσωμεν $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\alpha\,\eta\mu\beta'}{\beta\,\eta\mu\alpha'}$ ὁ δεύτερος παράγων ἄγεται εἰς . . . . . .

$$\cdots \quad \frac{1 - \varepsilon\varphi\,\theta}{1 + \varepsilon\varphi\,\theta} = \varepsilon\varphi\,(45^\circ - \theta)$$

καὶ ὁ τύπος (3) εἰς . . . . . .

$$\varepsilon\varphi\,\tfrac{1}{2}(\chi - \psi) = -\,\varepsilon\varphi\,\tfrac{1}{2}(\alpha' + \beta' + \gamma)\;\varepsilon\varphi\,(45^\circ - \theta)$$

Γνωστῆς οὔσης τῆς $\varepsilon\varphi\,\frac{1}{2}(\chi - \psi)$ εἶναι γνωστὴ καὶ ἡ διαφορὰ τῶν τόξων $(\chi - \psi)$ καὶ ἐπειδὴ γνωστὸν εἶναι καὶ τὸ ἄθροισμα αὐτῶν $(\chi + \psi)$, ἐξαγόμενον ἐκ τῆς δευτέρας, εὐκόλως προσδιορίζονται αἱ γωνίαι χ, ψ.

Εἰς τὰ τρίγωνα ΓΑΡ καὶ ΓΒΡ εἶναι γνωσταὶ αἱ γωνίαι καὶ μία τῶν πλευρῶν αὐτῶν ΑΓ καὶ ΓΒ εὐκόλως λοιπὸν ὑπολογίζονται αἱ πλευραὶ ΑΡ, ΓΡ καὶ ΓΒ. Οὕτως ἡ θέσις τοῦ σημείου Ρ εἶναι πλήρως προσδιωρισμένη.

Ὑπάρχει περίπτωσις καθ' ἣν ἡ λύσις τοῦ ζητήματος καθίσταται ἀπροσδιόριστος καὶ τοῦτο συμβαίνει ὅταν ὑπάρχῃ . . .

$$\cdots \quad \alpha' + \beta' + \gamma = 180^\circ$$

Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ τὸ τετράπλευρον ΑΓΒΡ ἐγγράφεται εἰς κύκλον. Ἐφαρμόζοντες τοὺς προϋγουμένους τύπους ἐξάγομεν . . . . . .

$$\cdots \quad \frac{\chi + \psi}{2} = 90^\circ \quad \frac{\eta\mu\,\alpha'}{\alpha} = \frac{\eta\mu\,\beta'}{\beta}$$

ἐπομένως . . . . . .

$$\theta = 45^\circ \quad \varepsilon\varphi\,\frac{\chi - \psi}{2} = \infty \times 0 = \frac{0}{0}$$

Κεφάλαιον θ.

Τοπογραφικὸν καννάβιον καὶ ἀναγραφὴ τῆς λεπτομερείας.

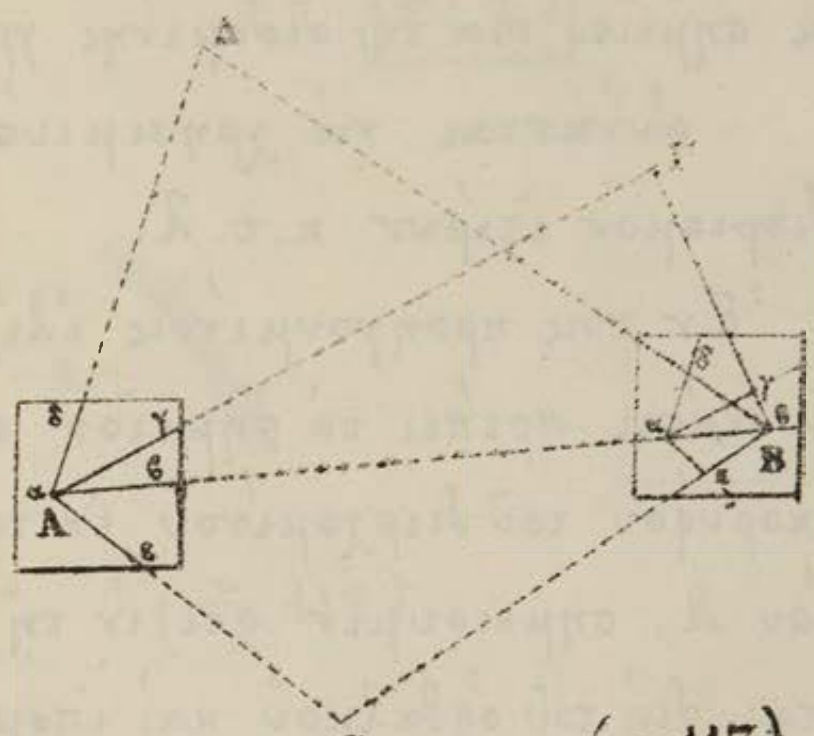
15α

Τὸ τοπογραφικὸν καννάβιον ἐκτελεῖται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον διὰ τῆς τραπέζης. Ἐπ' αὐτοῦ προσδιορίζεται μέγας ἀριθμὸς σημείων ὁ πολλαπλασιασμὸς δὲ τούτων ἐξελέγχει τὴν ἀκρίβειαν τῆς ἀναγραφῆς καὶ ἁπλοποιεῖ τὴν λεπτομέρειαν αὐτῆς. Πρέπει νὰ ἐκλέγωνται οὕτως ὥστε μακρόθεν νὰ ἦνε ὁρατὰ καὶ εὐκόλως ν' ἀναγνωρίζωνται· τοιαῦτα εἶνε τὰ κωδωνοστάσια, αἱ καπνοδόχαι, αἱ γωνίαι τῶν τοίχων, μεμονωμένα δένδρα κ.τ.λ. Ἐξ ἑκάστου τῶν σημείων πρέπει νὰ ἦνε ὁρατὸν ὡρισμένος τις ἀριθμὸς ἑτέρων· ἐπιτυγχάνεται δὲ τοῦτο δι' ἀναγνωρίσεως τοῦ πρὸς ἀναγραφὴν ἐδάφους, καθ' ἣν ἐκλέγονται αἱ κορυφαὶ τοῦ καννα-βίου. Ἐξετάσωμεν ἤδη πῶς συναπτωνται μεταξὺ τῶν σημείων τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου.

Προσδιορισμὸς τῶν σημείων διὰ τῆς μεθόδου τῶν διατομῶν. Ὑποθέσωμεν κατ' ἀρχὰς ὅτι ὁ χάρτης τῆς ἀναγραφῆς φέρει τὴν προβολὴν δύο μόνον σημείων τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου καὶ παραδεχθῶμεν ὅτι τὰ δύο ταῦτα σημεῖα εἶνε προσιτά, ἡ ἐνοῦσα αὐτὰ γραμμὴ δύναται τότε νὰ θεωρηθῇ ὡς βάσις γνωστοῦ μήκους, μεταξὺ τῆς ὁποίας θὰ συνδεθῶσι τὰ σημεῖα τοῦ τοπο-

γραφικοῦ καννα βίου διὰ τῆς μεθόδου τῶν διατομῶν. Ἡ ἐργασία ἐκτελεῖται ὡς ἀκολούθως διὰ τῆς τραπέζης καὶ τοῦ δείκτου. Ἔστωσαν Α καὶ Β τὰ δύω σημεῖα τοῦ ἐδάφους, τῶν ὁποίων αἱ προβολαὶ α καὶ β εἶνε γνωσταὶ ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἔστωσαν Γ, Δ, Ε. . . . . τὰ ἐκλεχθέντα σημεῖα ὡς κορυφαὶ τοῦ καννα βίου (σχ. 117).

Τίθεται ἡ τράπεζα ἐν στάσει ἐπὶ τοῦ σημείου Α, οὕτως ὥστε τὸ σημεῖον α νὰ κῆται ἐπὶ τοῦ κατακορυφοῦ τοῦ Α. Ὁριζοντιοῦται τῇ συνδρομῇ διοπτρευθείσης κατὰ δύω διευθύνσεις καθέτους μεταξύ των καὶ ἀκολούθως παραλληλίζεται ἡ τελευταία γραμμὴ τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς εὐθείας αβ καὶ περιστρέφεται ἡ τράπεζα μέχρις ὅτου τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον τοῦ τηλεσκοπίου τοῦ δείκτου διέλθῃ διὰ τοῦ σημείου Β· ἐν τῇ θέσει ταύτῃ στερεοῦται· τοιουτοτρόπως ἐπιτυγχθῇ ὁ προσδιορισμὸς αὐτῆς. Περιστρέφεται ὁ δείκτης περὶ τὰ σημεῖα α σκοπεύονται διαδοχικῶς τὰ σημεῖα Γ, Δ, Ε. . . . καὶ χαράσσονται αἱ ἀντιστοιχοῦσαι αὐτῶν προβολαὶ αδ, αγ, αε . . . . .



(σχ. 117)

Μετατίθεται ἀκολούθως ἡ τράπεζα τιθεμένη ἐν στάσει ἐν τῷ σημείῳ Β, ὁριζοντιοῦται καὶ παραλληλίζεται ὡς προηγουμένως ἐγένετο. Περιστρέφεται ὁ δείκτης περὶ τὸ σημεῖον β, σκοπεύονται διαδοχικῶς τὰ σημεῖα Γ, Δ, Ε. . . . καὶ χαράσσονται αἱ ἀντιστοιχοῦσαι αὐτῶν προβολαὶ βγ, βδ, βε . . . . Τὰ σημεῖ-

α γ, δ, ε τῆς συναντήσεως τῶν γραμμῶν τούτων μετὰ τῶν τοῦ σημείου Α προσδιορίζουσι τὰς προβολὰς τῶν σημείων Γ, Δ, Ε . . .

Τοιαύτη εἶνι ἡ μέθοδος, δι' ἧς συνδέονται μετὰ δύω σημείων πρωτῶν, ὧν αἱ προβολαὶ εἶνι γνωσταί, ἕτερα σημεῖα τὰ ὁποῖα δυνατὸν νὰ ἦνι ἀπρόσιτα. Ἡ μέθοδος αὕτη, ἥτις καλεῖται τῶν διατεμῶν, δύναται νὰ ἐπεκταθῇ ἐπὶ τοῦ προσδιορισμοῦ ὅλων τῶν σημείων τοῦ καννα βίου, διότι τὰ προσδιορισθέντα σημεῖα διὰ τῆς διδεμένης γραμμῆς αβ, Γ, Δ, Ε . . .

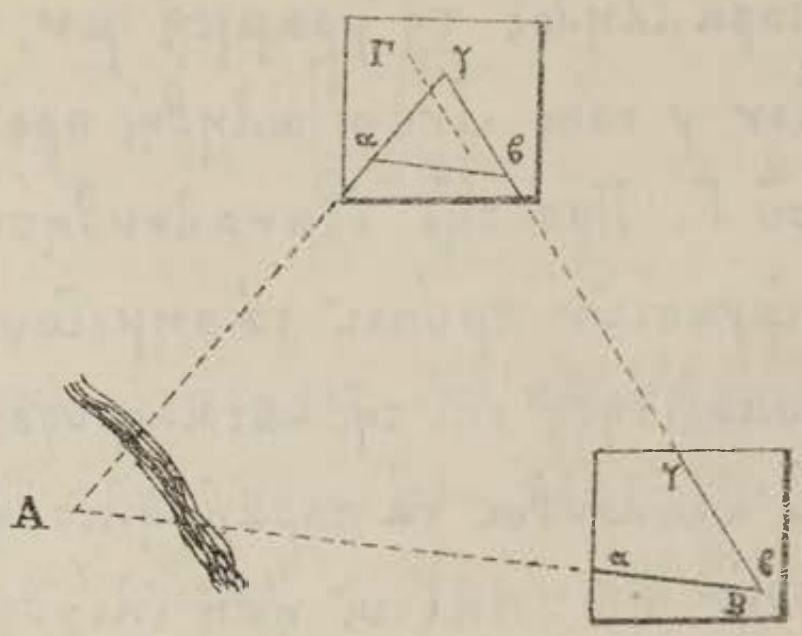
. . . δύνανται νὰ χρησιμεύσωσιν ὡς στάσεις διὰ τὸν προσδιορισμὸν ἑτέρων κ.τ.λ.

Ἐν τοῖς προηγουμένοις ἐλέχθη ὅτι ὅταν ἡ τράπεζα τίθεται ἐν στάσει πρέπει τὸ σημεῖον α νὰ κῆται ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ κατακορυφοῦ τοῦ διερχομένου ἐκ τοῦ ἀντιστείχου ἐπὶ τοῦ ἑδάφους σημείου Α, σημειοῦμεν ὅτι ἐν τῇ πράξει ἡ ἐργασία αὕτη ἐπιτελεῖται διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ καὶ ἐπομένως κατὰ προσεγγισιν τὸ διαπραττόμενον σφάλμα ἐκ τούτου εἶνι ἀνεπαίσθητον. Καὶ ἀληθῶς ἐὰν ὑπάρχῃ διαφορά τις ὡς πρὸς τὴν τοποθέτησιν τοῦ σημείου α ἐπὶ τῆς κατακορυφοῦ τοῦ Α, ἡ διαφορὰ αὕτη περιορίζεται εἰς ἐκατοστά τινα ὅταν δοθῇ ὀλίγη τις προσοχή· τὰ σκοπευόμενα ἀντικείμενα ἐπειδὴ εἶνι εἰς μεγάλην ἀπόστασιν σχετικῶς ὡς πρὸς τὴν ἐκκεντρικότητα ταύτην τοῦ σημείου α, αἱ χαραττόμεναι τούτων διευθύνσεις πέριξ τοῦ σημείου τούτου δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς σφάλματος ἐπαισθητοῦ ὡς αἱ ἀληθεῖς διευθύνσεις, αἵτινες κατ' ἀκτῖνας ἐκπορεύονται ἐκ τοῦ κέντρου τῆς στάσεως ἐπὶ τῶν αὐτῶν σημείων.

Ἂς ἐπιλύσωμεν ἤδη τὰ ἑξῆς προβλήματα, ὧν ἐφαρμογὴ συχνὴ γίνεται κατὰ τὴν σύστασιν τοπογραφικοῦ δικτύου.

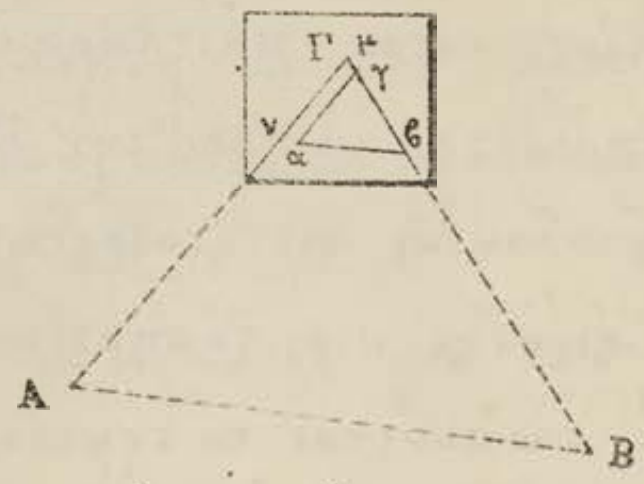
1ον) Γνωστῶν οὐσῶν τῶν προβολῶν α, β δύο σημείων Α, Β, τῶν ὁποίων μόνον τὸ Β εἶνι πρωτοτύπον, νὰ προσδιορισθῇ τρίτον σημεῖον Γ πρωτότυπον (σχ 118).

Τίθεται ἡ τράπιζα ἐν στάσει ἐπὶ τοῦ σημείου Β, ἐρίζοντιοῦται καὶ παραλληλίζεται ὡς πρὸς τὴν ΒΑ, ἀκολούθως περιστρέφεται ὁ δείκτης περὶ τὸ σημεῖον β, σκοπεύεται τὸ σημεῖον Γ καὶ χαράσσεται ἡ προβολὴ βγ τῆς ΒΓ. Μετατρέπεται ἀκολούθως ἡ τράπιζα ἐπὶ τοῦ σημείου Γ καὶ παραλληλίζεται ὡς πρὸς τὴν ΓΒ. Μετὰ τοῦτο περιστραφέντος τοῦ δείκτου περὶ τὸ σημεῖον α σκοπεύεται τὸ Α καὶ χαράσσεται ἡ αγ, ἡ τομὴ τῆς εὐθείας ταύτης μετὰ τῆς βγ προσδιορίζει τὸ ζητούμενον σημεῖον γ. Σημειωτέον ὅτι ἡ ἀντιστρόφου λύσις τοῦ προβλήματος εἶνι κατὰ προσέγγισιν· ὅπως ἡ ἀντιστρόφου μέθοδος ἦτο αὐστηρῶς ἀκριβής ἔπρεπε ἐν τῇ στάσει Γ τὸ ζητούμενον σημεῖον γ νὰ εὑρίσκετο ἐπὶ τῆς καταχορύφου τοῦ σημείου Γ. Ὑπὸ τὸν ὅρον τοῦτον δὲ μόνον αἱ γωνίαι γαβ, γβα θὰ ἦτο ἴσαι μὲ τὰς γωνίας ΓΑΒ, ΓΒΑ καὶ ἑπομένως τὰ τρίγωνα αβγ, ΑΒΓ θὰ ἦσαν ὅμοια. Ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ ἀπόστασις Γγ εἶνι σχετικῶς πολὺ μικρὰ ὡς πρὸς τὰς ἀποστάσεις ΓΑ, ΓΒ, αἱ γραμμαὶ ΓΑ, γα δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς παράλληλοι ὡς καὶ αἱ ΓΒ, γβ, ἑπομένως τὸ σημεῖον γ παριστᾷ τὴν προβολὴν τοῦ Γ.



(σχ 118)

Ὅπως ἐπιτυχθῇ ἀκριβὴς λύσις τοῦ προβλήματος πρέπει ἐν τῇ στάσει Γ (σχ 119) νὰ λησθῇ ἐρωτις νὰ τοποθετηθῇ ἀκριβῶς ἐν σημεῖον τῆς βμ ἐπὶ τῆς καταχερύφου τοῦ Γ καὶ ἀφοῦ παραλληλισθῇ ὡς πρὸς τὴν ΓΒ καὶ σκεπτυθῇ διὰ τοῦ μ τὸ σημεῖον Α, ἀκολούθως νὰ ἀχθῇ ἐκ τοῦ α ἡ αγ παράλληλος τῇ γραμμῇ μν, τὸ σημεῖον γ τότε εἶνε ἡ ἀληθὴς προβολὴ τοῦ Γ. Πρὸ τῆς ἐξακολουθήσεως τῶν ἐργασιῶν πρέπει τὸ σημεῖον γ νὰ τοποθετηθῇ ἐπὶ τῆς καταχορύφου τοῦ Γ καὶ ἀκολούθως νὰ παραλληλισθῇ ὡς πρὸς τὴν ΓΒ. Ἀλλ' ὡς ἤδη εἰλήχθη ἡ πρώτη κατὰ προσεγγισιν μέθοδος εἶνε ἀρκετὴ διὰ τὴν πρᾶξιν, καθόσον τὰ ἐξ αὐτῆς πρακτικὰ ἀποτελέσματα εἶνε τοῦ ἐλαχίστου αὐτῶν εἶνε παντοτε παραμελητέα. Ἡ ἐκτεθεῖσα μέθοδος διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ σημείου Γ καλεῖται μέθοδος τῆς συναγωγῆς, ὡς δὲ καὶ ἡ τῶν διατομῶν διότι τὴν προβολὴν σημείου τινὸς διὰ τῆς συναντήσεως εὐθειῶν διερχομένων ἐνταυτῷ καὶ ἐκ τῶν σημείων τοῦ ἐδάφους καὶ διὰ τῶν ὁμολόγων αὐτοῖς τοῦ σχεδίου, ἀλλὰ μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἐκτελεῖται διὰ στάσεως ἐπὶ τοῦ προσδιορισθησομένου σημείου, ὅπερ δὲν εἶνε ἀναγκαῖον διὰ τὰ προσδιοριζόμενα σημεῖα διὰ τῆς μεθόδου τῶν διατομῶν.

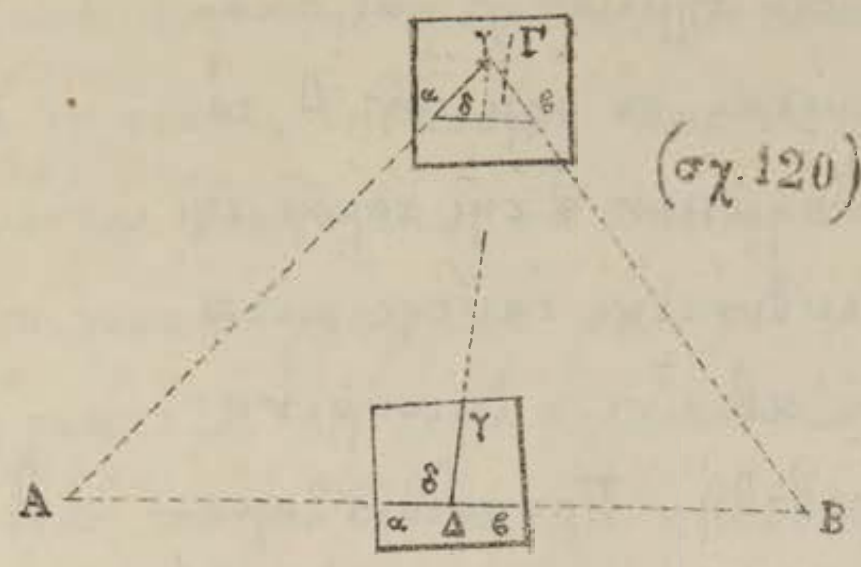


(σχ. 119)

2ον) Δεδομένων τῶν προβολῶν α, β δύο σημείων Α, Β ἀπροσίτων, ἀλλὰ μεταξὺ τῶν ὁποίων δύναταί τις νὰ τοποθετηθῇ, νὰ προσδιορισθῇ ἡ προβολὴ τοῦ προσιτοῦ σημείου Γ. (σχ. 120).

Μεταφέρεται καὶ τοποθετεῖται ἡ τράπεζα εἰς σημεῖον τι Δ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ κειμένου, ὁριζοντιοῦται καὶ πα-

ραλληλίζεται ως πρὸς τὴν διεύθυνσιν ταύτην καὶ λαμβάνεται αὐθαιρέτως ἐπὶ τῆς γραμμῆς αβ σημεῖόν τι δ, τὸ ὀπτὸν θεωρεῖται ὡς ἡ προβολὴ τοῦ σημείου Δ, στρέφεται ὁ δείκτης περὶ τὸ σημεῖον τοῦτο, σκοπεύεται τὸ σημεῖον Γ καὶ χαράσσεται ἡ διεύθυνσις δγ. Μετατρέπεται ἀκολούθως ἡ τράπεζα καὶ τίθεται ἐν στάσει ἐπὶ τοῦ σημείου Γ, παραλληλίζεται ὡς πρὸς τὴν ΔΓ σκοπευομένου τοῦ σημείου Δ, ἐπὶ τοῦ ὀπτοῦ ἐτέθη ἀπαντῶν· οὕτως ἡ γραμμὴ αβ ἐπιτυγχάνη παράλληλος τῇ ΑΒ. Ἐὰν ἤδη ἡ πιστώτειρα γραμμὴ τοῦ δείκτου διέλθῃ διαδοχικῶς διὰ τῶν σημείων α, β, σκοπευθῶσι τὰ σημεῖα Α, Β καὶ χαραχθῶσιν αἱ γραμμαὶ αγ, βγ τὸ σημεῖον γ τῆς συναντήσεως προσδιορίζει τὴν προβολὴν τοῦ σημείου Γ.

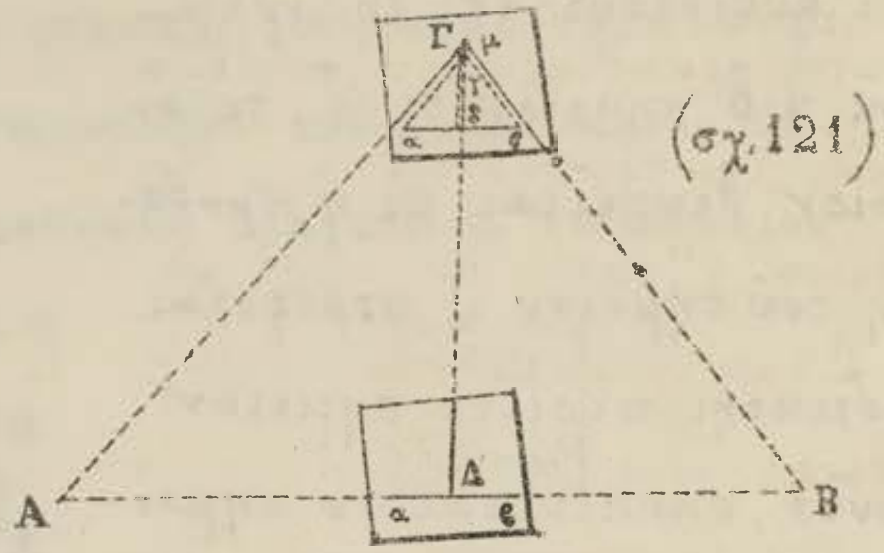


(σχ. 120)

Ἡ ἀντιστρόφως λύσις ὡς ἡ προηγουμένη εἶνε κατὰ προσέγγισιν διὰ νὰ ἦτο δὲ ἀκριβὴς ἔπρεπε ὅταν ἐτίθεμεθα ἐν στάσει εἰς Γ, τὸ ζητούμενον γ νὰ εὑρίσκετο ἐπὶ τῆς καταχορύφου τοῦ Γ. Ἡ ἀκριβὴς γεωμετρικὴ λύσις τοῦ προβλήματος ἀπαιτεῖ νὰ τεθεθῇ ἡ πιστώτειρα γραμμὴ τοῦ δείκτου εἰς μ ἐπὶ τοῦ αὐθαιρέτως ληφθέντος σημείου ἢ ἐκ τούτου νὰ σκοπευθῶσι τὰ σημεῖα Α καὶ Β (σχ. 121) ἐκ δὶ τῶν σημείων α, β νὰ ἀχθῶσι παράλληλοι ταῖς μν, μν', τὸ σημεῖον τῆς τομῆς των εἶνε ἡ ζητουμένη προβολὴ τοῦ σημείου Γ δηλ. ἡ γ.

Ἐὰν ζητῆται ὁ ἀκριβὴς προσδιορισμὸς τῆς προβολῆς

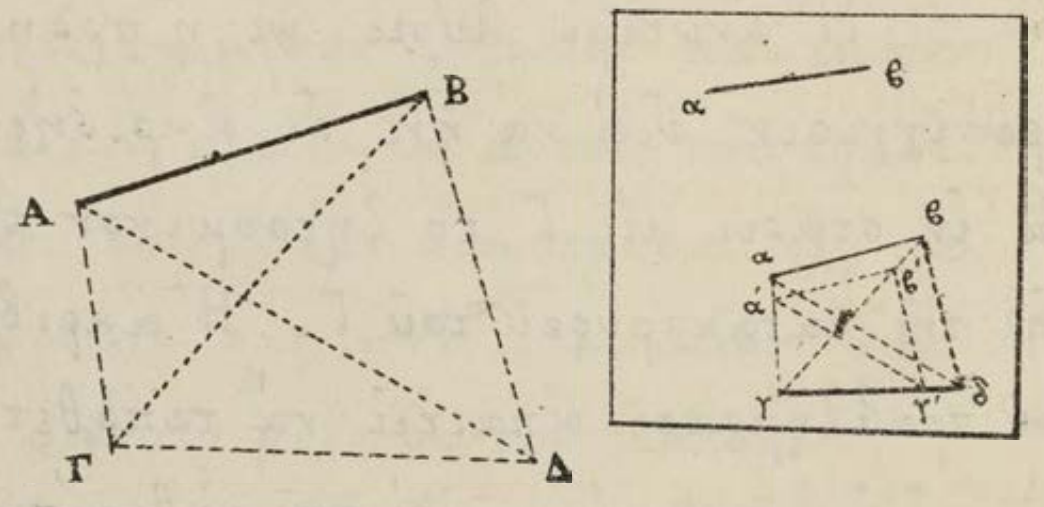
τοῦ σημείου Δ, ἐπὶ τῆς γραμμῆς αβ τοποθετεῖται ἡ πιστωτέρα γραμμὴ τοῦ δείκτου ἐπὶ τοῦ σημείου γ καὶ σκοπεύεται τὸ σημεῖον Δ, τὸ δὲ σημεῖον δ τῆς τομῆς τῆς διευθύνσεως ταύτης μετὰ τῆς αβ εἶνε ἡ ζητουμένη προβολή. Προσδιοριζομένης κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον καθ' ἣν καὶ τῆς τοῦ Γ τῆς προβολῆς ἑτέρου σημείου Δ προσιτοῦ ἔχομεν ἐπὶ τῆς τραπέζης τὰς προβολὰς δύω σημείων προσιτῶν, τὰ ὁποῖα δυναμεθα τὰ θεωρήσωμεν ὡς τὰ ἄκρα μιᾶς βάσεως καὶ τὰ προχωρήσωμεν οὕτω εἰς τὸν προσδιορισμὸν ἑτέρων διὰ τῆς γνωστῆς μεθόδου τῶν διατομῶν.



(σχ. 121)

3ον) Δεδομένης βάσεώς τινος εἰπρεσίτου τὰ ἐξαχθῆ ἑτέρα προσιτή (σχ. 122)

Ὅταν τὰ δύω σημεῖα Α, Β, τῶν ὁποίων αἱ προβολαί α, β εἶνε δεδομέναι, ἦτε ἀπρόσιτα αὐτὰ ἢ πὶ τῆς διευθύνσεως τούτων δύναται νὰ λάβῃ χώραν στάσις τις, ὥστε διὰ νὰ συνδεθῇ τὸ τοπογραφικὸν χαρτάβιον μετὰ τῶν δύω τούτων σημείων νὰ ἐκλιχθῇ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους βάσις τις ΓΔ προσιτή, δυναμένη εὐκόλως νὰ καταμετρηθῇ καὶ τοιαύτη ὥστε ἐκ τῶν δύω ἄκρων της νὰ ἦτε ὁρατὰ τὰ σημεῖα Α, Β καὶ νὰ

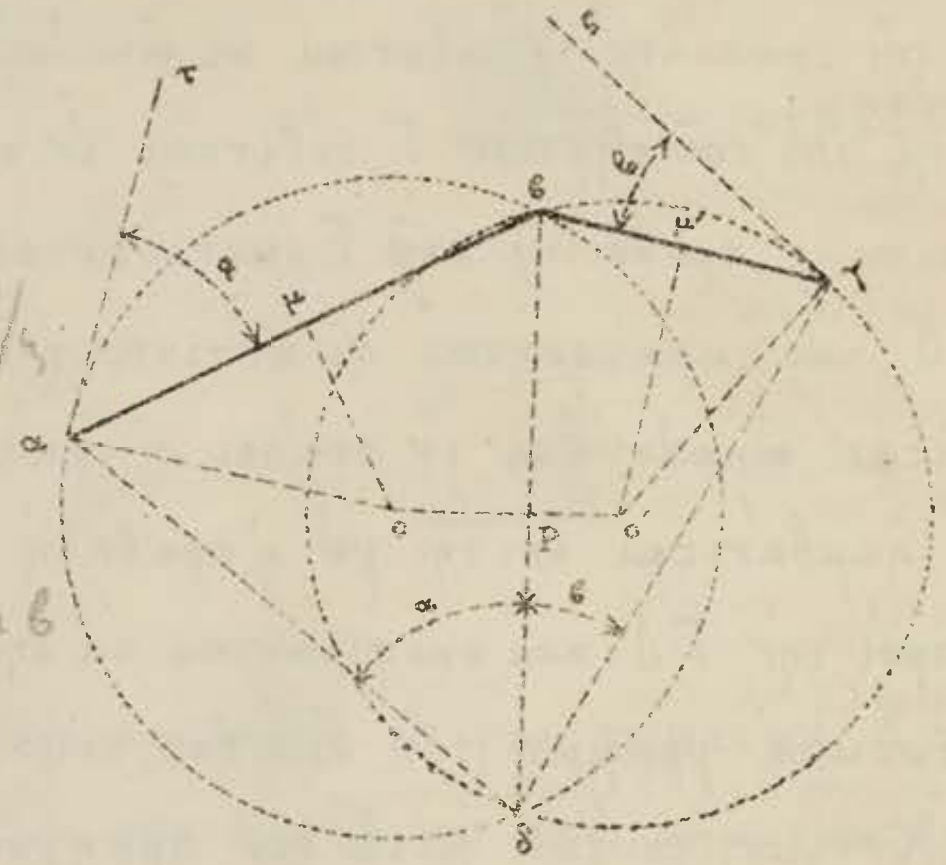


(σχ. 122)

συνδέεται μετὰ τούτων διὰ τριγώνων καλῆς μορφῆς. Καταμετρᾶται τότε ἡ βάσις αὕτη, διὰ νὰ προσδιορισθῇ δι' ἡ προβολή της ἐπὶ τῆς τραπέζης ἐργάζονται ὡς ἀκολούθως· τῆς τραπέζης μετενεχθείσης ἐπὶ τοῦ σημείου Γ, τίθενται ἐν στάσει ἐπὶ τούτου καὶ ἐκ τοῦ σημείου γ, προβολῆς τοῦ Γ σκοπεύονται διαδοχικῶς τὰ σημεῖα Α, Β, Δ καὶ χαράσσονται αἱ ἀντιστοιχοῦσαι γραμμαὶ γα', γβ', γδ' τίθεται εἰκαλούθως ἐν στάσει ἡ τράπεζα ἐπὶ τοῦ σημείου Δ καὶ λαμβάνεται ἐπὶ τῆς γδ ἡ προβολὴ τούτου δ', παραλληλίζεται ὡς πρὸς τὴν ΓΔ καὶ σκοπεύονται τὰ σημεῖα Α, Β ἀφ' οὗ πρῶτον ἡ πιστωτέρα γραμμὴ τοῦ δικτύου τοποθετηθῇ εἰς δ'. Αἱ τομαὶ τῶν διευθύνσεων τούτων μετὰ τῶν προηγουμένων δίδουσι τὰ σημεῖα α καὶ β προσδιορίζονται τὸ σχῆμα αβγδ ὅμοιον τῷ ΑΒΓΔ. Ἐὰν ἤδη ἐπὶ τῆς διδομένης ἐπὶ τῆς τραπέζης προβολῆς αβ τῆς ΑΒ κατασκευασθῇ σχῆμα ὅμοιον τῷ αβγδ προσδιορίζεται ἡ προβολὴ τῶν σημείων Γ καὶ Δ.

4ον) Δεδομένων τῶν προβολῶν τριῶν σημείων ἀπροσίτων νὰ προσδιορισθῇ ἡ προβολὴ σημείου τινὸς προσιτοῦ (σχ. 123). Πολλαὶ μέθοδοι ὑπάρχουσι διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος τούτου· ἡ πρώτη καλουμένη τῶν ἴσων τριγώνων δὲν εἶνε ἑτέρα τῆς συνήθους γεωμετρικῆς λύσεως. Α, Β, Γ ὄντων τῶν σημείων τοῦ ἐδάφους τῶν ὁποίων αἱ προβολαὶ α, β, γ εἶνε δεδομέναι ἐπὶ τῆς τραπέζης Δ· τὸ προσιτὸν σημεῖον τὸ ὁποῖον ζητεῖται νὰ συνδεθῇ μετὰ τῶν δεδομένων· ἐὰν τεθῇ ἡ τράπεζα ἐν στάσει ἐν τῷ σημείῳ τούτῳ καὶ ληφθῇ ἡ προβολὴ τούτου δ ἐπὶ ταύτης, ἀκολούθως περιστραφῇ ὁ δείκτης περὶ τοῦ σημείου τούτου καὶ σκοπευθῶσι τὰ σημεῖα Α, Β, Γ, χαραχθῶσιν αἱ γωνίαι ΑΔΒ, ΒΔΓ καὶ περιγραφῶσι ἐπὶ τῶν αβ καὶ αγ δύω τμήματα ἴσα τῶν γωνιῶν τούτων, ἡ τομὴ τῶν δύω περιφερειῶν

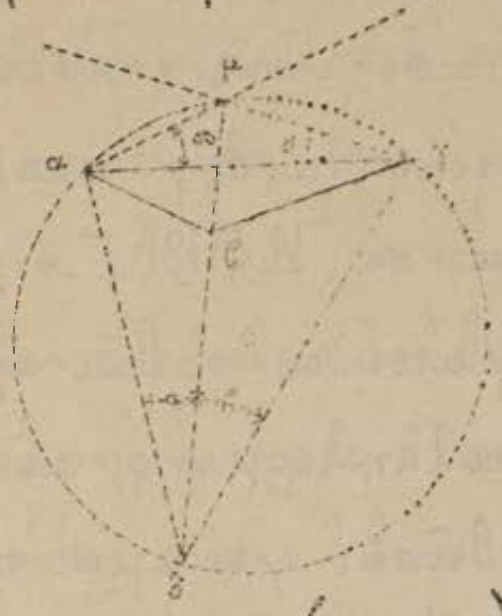
θεὶ προσδιορίζει τὸ ζητούμενον σημεῖον δ. Ἡ ἐκτελεσθησομένη ἐργασία διὰ τὴν διαχάραξιν ἐπὶ τοῦ ἐν τῇ τραπεζῃ σχήματος τῶν ἀναγκαίων γραμμῶν διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν ἱκανῶν τούτων σημείων ἔχει ὡς ἀκολούθως. Τῆς ἐν στάσει εὐθείας εἰς Δ περιστρεφομένην ταύτην μέχρις ὅτου παραλληλισθῇ μετὰ τῆς ΔΒ, σκοπεύεται τὸ σημεῖον Α καὶ χαράσσεται ἡ γραμμὴ αε, ἥτις σχηματίζουσα μετὰ τῆς αβ τὴν γωνίαν α = ΑΔΒ εἶνε ἐφαπτομένη τῆς ζητουμένης περιφερείας τῆς ὁποίας αβ εἶνε χορδή. Ὁμοίως περιστρεφομένης τῆς τραπεζης οὕτως ὥστε ἡ αγ νὰ παραλληλισθῇ μετὰ τῆς ΔΒ, σκοπεύεται τὸ σημεῖον Γ, χαράσσεται ἡ γδ, ἥτις σχηματίζουσα μετὰ τῆς γβ, γωνίαν β = ΒΔΓ εἶνε ἐφαπτομένη τῆς δευτέρας περιφερείας εἰς τὸ σημεῖον γ. Τὸ κέντρον Θ ἐπιτυγχάνεται διὰ μέσου τῶν καθέτων αβ, μβ ὑψουμένων τῆς μὲν πρώτης εἰς τὸ σημεῖον α τῆς αε τῆς δὲ δευτέρας ἐπὶ τῆς αβ εἰς τὸ σημεῖον μ μέσον τῆς εὐθείας ταύτης· ὁμοίως εὑρίσκεται καὶ τὸ κέντρον Θ'. Περιγραφόντες τὰς δυὸ περιφερείας θέλομεν ἔχει διὰ τῆς τομῆς αὐτῶν τὸ ζητούμενον σημεῖον δ πρόβολὴν τοῦ σημείου Δ. Ἀπεφεύγουσι γενικῶς τὴν χάραξιν τῶν περιφερειῶν καταβιβάζοντες ἐκ τοῦ σημείου β τὴν βδ κάθετον ἐπὶ τῆς ΟΟ' καὶ προεκτείνοντες τὴν κάθετον ταύτην κατὰ ποσότητα βδ = βδ τὸ σημεῖον δ εἶνε



(σχ. 123)

τὸ ζητούμενον.

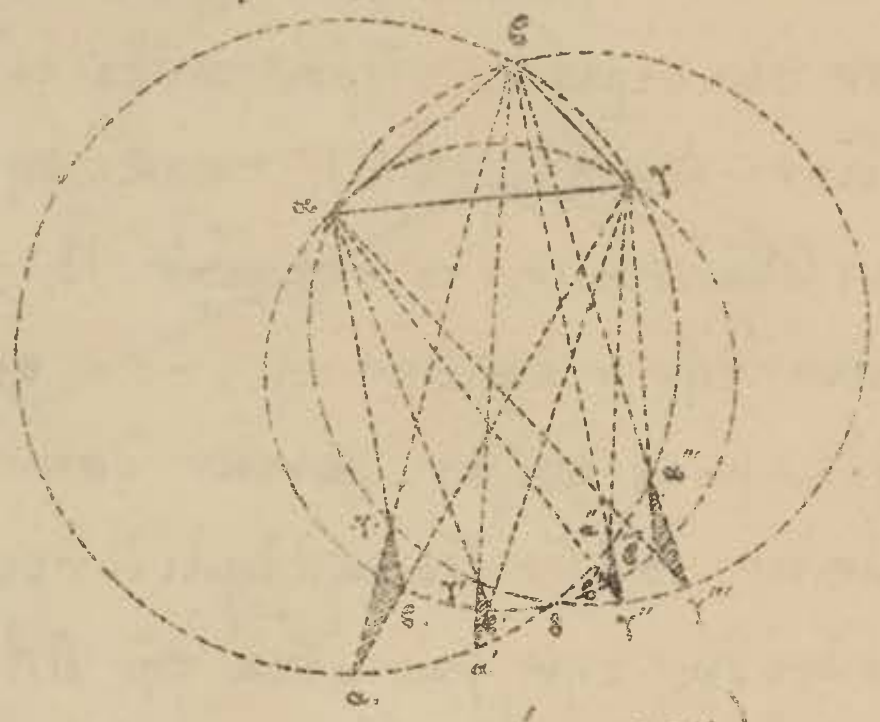
Τὸ αὐτὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῇ διὰ μιᾶς μόνον περιφερείας. Πρὸς τοῦτο τίθενται ἐν στάσει εἰς τὸ σημεῖον Δ (σχ. 124), παραλληλίζουσι τὴν αγ μετὰ τῆς ΔΓ καὶ σκέπτουσι τὸ σημεῖον Β, χαράττουσι τὴν γραμμὴν αμ, ἥτις σχηματίζει μετὰ τῆς αγ γωνίαν ἴσην μὲ τὴν γωνίαν ΒΔΓ. Παραλληλίζοντες ἀκολούθως τὴν γα μετὰ τῆς ΔΑ καὶ σκέπτόμενοι τὸ σημεῖον Β χαράττομεν τὴν γμ, ἥτις σχηματίζει μετὰ τῆς γα γωνίαν ἴσην μὲ τὴν ΑΒΔ. Τὸ σημεῖον τῆς τομῆς μ τῶν δύο εὐθειῶν εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς περιφερείας μὲ τὰ σημεῖα α, γ καὶ τοῦ ζητουμένου σημείου δ, ὅπερ ἐπίσης εὑρίσκεται καὶ ἐπὶ τῆς γραμμῆς μβ εὐκόλως ἐπομένως νὰ προσδιορισθῇ


(σχ. 124)

Διὰ νὰ ἦτι ἡ ἐργασία ἀκριβής, ὅταν μεταχειρίζονται τὴν μέθοδον ταύτην, πρέπει τὸ σημεῖον Β νὰ κεῖται μεταξὺ τοῦ σημείου Δ καὶ τῆς γραμμῆς ΑΓ, ἄλλως τε τὰ σημεῖα β καὶ μ θὰ ἦτι πολὺ πλησίον, οὕτω δὲ προσδιορίζεται ἀτελῶς ἡ γραμμὴ μβ, ἥτις προσδιορίζει τὴν προβολὴν δ διὰ τῆς συναντήσεως της μετὰ τῆς περιφερείας.

Ἡ δευτέρα μέθοδος καλουμένη διὰ τῶν ἀναζητήσεων (par tatonnements) ἄγει εἰς τὴν διὰ σημείων κατασκευὴν τῶν ἑκατῶν τμημάτων, ἅτινα γεωμετρικῶς ἐχαράχθησαν ἐν τῇ προηγουμένῃ μεθόδῳ. Ἐργάζονται ὡς ἀκολούθως· τῆς τραπέζης οὔσης ἐν στάσει εἰς τὸ σημεῖον Δ παραλληλίζουσι ταύτην διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ εἰς τρόπον ὥ-

στε αἱ γραμμαὶ αβ, βγ, αγ νὰ κατασταθῶσι παράλληλοι τῶν ὁμολόγων αὐταῖς τοῦ ἑδαίρους, ἀκολούθως ἐφαρμοζομένης τῆς πιστωτέρας γραμμῆς τοῦ δικτύου διαδοχικῶς ἐπὶ τῶν σημείων α, β, γ σκοπεύονται τὰ Α, Β, Γ. Ἐὰν ἡ τράπεζα ὀρθῶς ἦτο παραλληλισμένη αἱ χαραχθεῖσαι γραμμαὶ τῶν σκοπεύσεων τούτων θὰ συνέπιπτον εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον Δ, ἀλλ' εἶνε πιθανὸν τοῦτο νὰ μὴ λάβῃ χώραν καὶ ἀντὶ ἑνὸς σημείου νὰ ἐπιτευχθῇ τὸ μικρὸν τρίγωνον αβγ. Διὰ δουσι τότε ἐλαφρὰν κίνησιν εἰς τὴν τράπεζαν περιστρέφοντες αὐτὴν περὶ τὸ ἐπίπεδόν της καὶ ἐπαναλαμβάνουσι τὴν προηγουμένην ἐργασίαν, τοιουτοτρόπως ἐπιτυγχάνεται νέον τρίγωνον α', β', γ'. Ἐὰν τὸ τρίγωνον τοῦτο ἦνε μικρότερον τοῦ προηγουμένου καὶ ἐὰν αἱ γωνίαι ἦνε διατεθειμέναι κατὰ τὴν αὐτὴν ἔννοιαν, τοῦτο δηλοῖ ὅτι ὀρθότερον παρελλήσθη ἡ τράπεζα, ἐπομένως ἐξακολουθοῦσι νὰ περιστρέφωσιν αὐτὴν κατὰ τὴν αὐτὴν ἔννοιαν. Ἐὰν τὸ νέον τρίγωνον ἦνε μεγαλείτερον τοῦ πρώτου, τοῦτο δεικνύει ὅτι ἡ τράπεζα περιεστράφη πέραν τοῦ δέοντος καὶ ὅτι πρέπει κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν νὰ στραφῇ. Ὅταν μεταξὺ δύω διαδοχικῶν θέσεων τῆς τραπέζης τὰ δύο σχηματιζόμενα τρίγωνα ἦνε κατὰ προσέγγισιν ἴσα καὶ συμμετρικῶς κείμενα, ὡς τὸ αβγ α''β''γ'', ἐξάγεται ὅτι τὸ σημεῖον τῆς συμπτώσεως τῶν ἴσων τμημάτων κεῖται,



(σχ. 125)

μεταξὺ τῶν δύω τούτων τριγώνων.

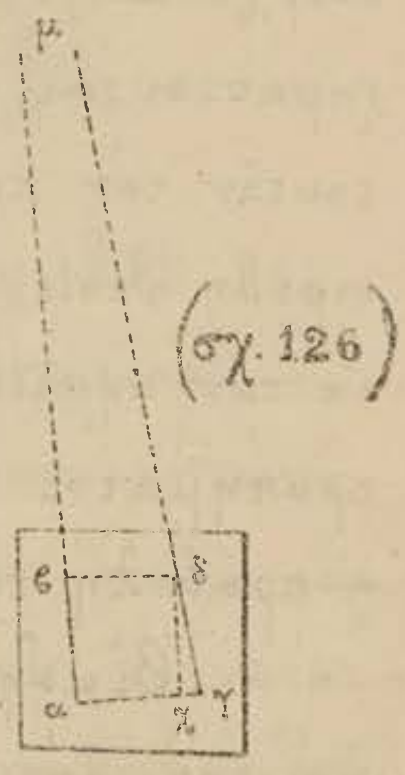
Μεταχειρίζονται συνήθως καὶ τὴν ἀκόλουθον μέθοδον. Μετὰ τὴν τοποθέτησιν τῆς τραπέζης ἐπὶ τοῦ σημείου Δ ἐκτείνουσιν ἐπὶ ταύτης διαφανῆ χάρτην. Ἐξ οὗδήποτε σημείου τοῦ χάρτου τούτου σκοπεύονται διαδοχικῶς διὰ τοῦ τηλεσκοπίου, τοῦ δείκτου τοῦ ὄπείου ἡ πιστώτειρα γραμμὴ διέρχεται ἐκ τοῦ σημείου τούτου, τὰ σημεῖα Α, Β, Γ, καὶ χαράσσονται αἱ γωνίαι ΑΔΒ, ΒΔΓ. Ἀίροντες ἀκολούθως τοῦτον τὸν περιφέρουσι ἐπὶ τοῦ τῆς ἀναγραφῆς μέχρις οὗ τὸν εὑρεθῇ θέσις ἐπὶ τῆς ὄπείας αἱ τρεῖς διευθύνσεις διέλθωσιν ἐκ τῶν σημείων α, β, γ· τὸ σημεῖον τοῦτο σημειοῦται διὰ τρυπήματος βελόνης ἐπὶ τοῦ χάρτου, οὕτω προσδιορίζεται ἡ προβολὴ τοῦ σημείου Δ.

Βιαδήποτε καὶ ἂν ἦτε ἡ χρησιμοποιουμένη μέθοδος διὰ τὴν λύσιν τοῦ ζητήματος τούτου πρέπει πάντοτε νὰ ἐξελεχθῇ τὸ εὑρεθὲν σημεῖον τοποθετουμένης τῆς πιστωτείρας γραμμῆς τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς διευθύνσεως δι' ἐπὶ παραδείγματι καὶ περιστρεφομένης τῆς τραπέζης μέχρις οὗ παρατηρηθῇ τὸ σημεῖον Α τῆς πιστωτείρας γραμμῆς· ἐφαρμοσθείσης δ' ἀκολούθως ἐπὶ τῆς ΔΒ, ΔΓ πρέπει νὰ παρατηρηθῶσι τὰ σημεῖα Β καὶ Γ ἐπὶ τῶν σκοπευτικῶν τούτων ἐπιπέδων.

Τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα εἶνε ἐπιδεκτικὸν μιᾶς λύσεως ἐφ' ὅσον τὸ ζητούμενον σημεῖον δὲν ἀνήκει εἰς τὴν περιφέρειαν τὴν διερχομένην διὰ τῶν τριῶν δεδομένων, ἄλλως ἡ λύσις εἶνε ἀπροσδιόριστος. Τοῦτο ἐξάγεται ὅταν χαραχθεισῶν τῶν γωνιῶν ΒΔΑ, ΒΔΓ ἐπὶ τῆς τραπέζης εὑρίσκεται ὅτι ἡ γωνία ΑΔΒ ἴση μὲ τὴν γωνίαν ΑΓΒ ἢ

ἡ γωνία ΒΔΓ ἴση μὲ ΒΑΓ.

Νὰ χαραχθῶσιν ἐπὶ τῆς τραπέζης τὴ συνδρομὴ τοῦ δείκτου παράλληλοι. Συνήθως δι' ἄλλειψιν τριγώνων παρουσιάζεται ἡ ἀνωτέρω περίστασις καθ' ἣν ὑποχρεούμεθα νὰ φέρωμεν ταύτας διὰ τοῦ δείκτου. Ἔστω αβ γραμμὴ τις κεχαραγμένη ἐπὶ τῆς τραπέζης καὶ τῆς ἐπείας ζητεῖται νὰ ἀχθῇ παράλληλος ἐκ τοῦ σημείου γ. Τοποθετεῖται καὶ' ἀρχὰς ἡ πιστωτὴρα γραμμὴ τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς αβ καὶ σκοπεύεται ἀπομεμακρυσμένον τι ἀκόντιον μ ἐπὶ τούτῳ τιθέμενον ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ταύτης, ἀκολούθως τοποθετουμένης τῆς πιστωτείρας γραμμῆς ἐπὶ τοῦ σημείου γ, σκοπεύεται τὸ αὐτὸ σημεῖον μ καὶ χαράσσεται ἡ ἀντιστοιχοῦσα διεύθυνσις γδ. Ἐὰν τὸ σημεῖον μ ἤτις ἀρκούντως ἀπομεμακρυσμένον ἡ γραμμὴ γδ δύναται νὰ θεωρηθῇ γραφικῶς ὡς παράλληλος τῆς αβ. Ἀληθῶς φέρωμεν γα, δβ καθέτους ἐπὶ τῆς αβ καὶ ἀγάγωμεν δχ παράλληλον τῇ αβ· αἱ δύω γραμμαὶ δχ, δγ συγχίονται ἐν τῷ σχεδίῳ ἐὰν ἡ ἀπόστασις γλ ἦτις μικροτέρα ἢ ἴση τῶν 0,0002. Ζητήσωμεν λοιπὸν εἰς ποίαν ἀπόστασιν πρέπει νὰ σκοπευθῇ ἀντικείμενόν τι ὅπως ὁ ὁρος οὗτος πληρωθῇ. Ὑπάρχει ἡ ἀναλογία.



(σχ. 126)

$$\frac{\gamma\chi}{\delta\chi} = \frac{\gamma\alpha}{\alpha\mu} \quad \text{ἐξ ἧς συνάγομεν} \quad \alpha\mu = \frac{\gamma\alpha \times \delta\chi}{\gamma\chi}.$$

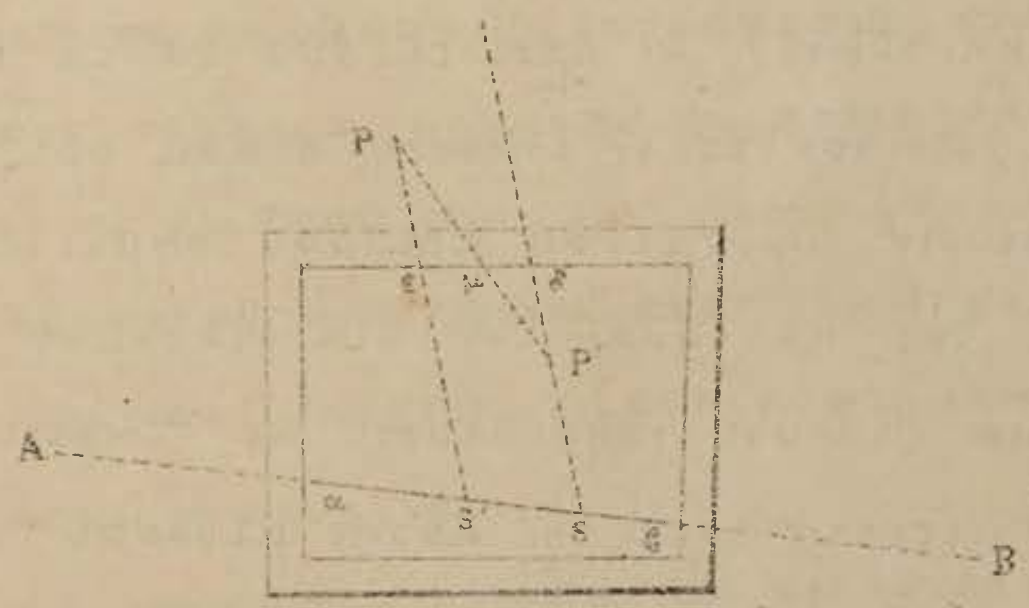
καὶ ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν γχ διὰ τῆς ποσότητος 0,0002 ἡ ἀπόστασις εἰς τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ σκοπεύσωμεν ὅπως

δγ καὶ δχ συγχέωνται θά ἦτε . . . . . .

$$\alpha\mu = \frac{\gamma\alpha \times \delta\chi}{0,0002}$$

ὑποθέσωμεν αβ = 0,30, αγ = 0,20, θέλομεν εὕρει τότε ἀντιστοίχως αμ = 300. Οὕτω σκεπτόμενοι σημειοῦμέν τι ἀπομεμακρυσμένον περισσότερον τῶν 300 μ δυνάμεθα καὶ θεωρήσωμεν τὴν γραμμὴν γδ γραφικῶς παράλληλον τῇ αβ.

Νὰ χρησιμοποιηθῇ σημεῖόν τι κείμενον ἐκτὸς τοῦ χάρτου. Ἐπὶ ἀναγραφῆς μεγάλης ἐκτάσεως ἐκτὸς τῆς διαιρέσεως τοῦ καννάβου εἰς πολλὰ φύλλα χάρτου, ἐν γενικῇ χρήσει εἶνε νὰ μεταφέρωσι μετὰ τῶν καρυφῶν καὶ διευθύνσεις λαμβανομένας ἐπὶ σημείων τῶν ὁποίων αἱ προβολαὶ ἀπήκουσιν εἰς τὰ ἀκόλουθα φύλλα. Αἱ διευθύνσεις αὗται χρησιμεύουσι διὰ τὴν σύνδεσιν τῶν φύλλων μεταξύ των, δύνανται νὰ χρησιμοποιηθῶσι κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἀναγραφῆς πρὸς ἐξέλεγξιν καὶ προσδιορισμὸν ἑνταυτῷ σημείων τινων τοῦ τοπογραφικοῦ καννάβου. Ἔστω ρρ' (σχ. 127) μία τῶν διευθύνσεων τοιούτων διερχομένη δι' ἑνὸς σημείου Ρ ἀπήκοντος εἰς τὸ ἀκόλουθον φύλλον ὑποτεθείσθω ὅτι ἐλήφθη ἀπὸ τοῦ περιθωρίου μῆκός τι μρ' = μρ. Ἐὰν ἡ ἀναγραφὴ ζητεῖται ὁ προσ-



(σχ. 127)

διορισμὸς τῆς στάσεως ζ ἐν τῇ ὀπείᾳ εὑρίσκεται ἡ τράπε-
ζα καὶ ἡ ὀπείᾳ ἀνήκει εἰς διεύθυνσίν τινα ΑΒ ἀφ' οὗ
προηγουμένως παραλληλισθῶμεν ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν ταύ-
την τοποθετεῖται ἡ πιστώτειρα γραμμὴ τοῦ δείκτου ἐπὶ τοῦ
σημείου ρ' καὶ σκοπεύεται τὸ σημεῖον Ρ, ἐπιτυγχάνεται
οὕτω διεύθυνσίς τις ζρ'. Λαμβανομένης με = ζρ' καὶ ἀγο-
μένης ἐκ τοῦ σημείου ε παραλλήλου τῆς δς, προσδιορί-
ζεται εἰς ζ' ἡ προβολὴ τοῦ σημείου ζ ἐν τῷ ὀπείῳ εὑρί-
σκεται ἡ τράπεζα.

Παρατηρήσεις ἐπὶ τῶν ἐργασιῶν τοῦ καν-
ναβίου. Διὰ τῶν διαφόρων προβλημάτων, τὰ ὀπεῖα ἐν
τοῖς προηγουμένοις ἐπραγματεύθημεν, δυνάμεθα νὰ συν-
δέσωμεν μετὰ τῶ κορυφῶν τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου
τὰ (μεῖα τοῦ τοπογραφικοῦ καννναβίου. Τῶν προβολῶν
δύω σημείων προσιτῶν τοῦ ἐδάφους οὐσῶν τοιουτοτρόπως
προσδιωρισμένων ἐπὶ τῆς τραπέζης, τὸ τοπογραφικὸν κα-
νάβιον συντελεῖται ὡς ἀκολούθως: Τίθενται ἐν στάσει δι-
αδοχικῶς εἰς ἕκαστον τούτων καὶ ἀφοῦ προηγουμένως πα-
ραλληλισθῶσιν ὡς πρὸς τὰ δύω ταῦτα τριγωνομετρικὰση-
μεῖα, ποιοῦντες ἐν ἑκάστῃ στάσει ὁρίζοντιον στροφὴν πρὸς
σκόπευσιν ὡρισμένου ἀριθμοῦ σημείων, καταφεύγει νὰ λα-
βωσι τὰς προβολὰς των διὰ διατομῶν, τὰ οὕτω ὁρισθέντα
σημεῖα θέλουσι χρησιμεύσει ὡς στάσεις διὰ τὸν προσδιορι-
σμὸν ἑτέρων διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου, καὶ οὕτω καθεξῆς
μέχρι τῆς ἀποπερατώσεως τοῦ τοπογραφικοῦ καννναβίου τῆς
πρὸς ἀναγραφὴν δεδομένης ἐκτάσεως. Ἐν ἑκάστῃ στάσει πα-
ραλληλίζεται ἡ τράπεζα ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν, ἥτις ἐχρη-
σίμευσεν διὰ τὸν προσδιορισμὸν ταύτης καὶ ἐφ' ἧς εἶνε δυ-

γωνιῶν ἐξελέγχεται ὁ παραλληλισμός ὡς πρὸς τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα.

Πρέπει νὰ ἀποφεύγωνται κατὰ τὴν σύνταξιν τῶν τοπογραφικῶν καννα βίων αἱ ὑπὲρ πολὺ ὀξείαν γωνίαν γενόμεναι τομαὶ πρὸς τούτοις ἕκαστον σημεῖον ἐξελέγχεται καὶ δὲν πρέπει νὰ θεωρῆται ὡς καλῶς προσδιορισμένον πρὸ τῆς ἐξελέγξεως αὐτοῦ ὑπὸ τριῶν διευθύνσεων τεμνομένων ὑπὸ γωνίαν οὐχὶ κατωτέραν τῶν 45°.

Εἶνε ἐνίοτε ὠφέλιμος ὁ προσδιορισμὸς ἐν τῷ καννα βίῳ σημείου τινός, ὅπερ δὲν ἐπροσδιορίσθη διὰ διατομῶν ὡς μὴ παριστὰν ἄξιον λόγου ἀντικείμενον, τοῦ ὁποίου ὅμως ἡ προβολὴ εἶνε καλὸν νὰ γνωσθῇ εἴτε διὰ τὴν σύνδεσιν τῆς λεπτομερείας εἴτε διὰ τὸν προσδιορισμὸν ἑτέρων σημείων. Πρέπει πρὸς τοῦτο ἐκ τοῦ σημείου αὐτοῦ νὰ ἤνε δυνατὴ ἡ σκόπευσις τριῶν ἑτέρων γνωστῶν σημείων, ὅπως ἐφαρμοσθῇ πρὸς προσδιορισμὸν αὐτοῦ μία τῶν δοθεισῶν ἐν τοῖς προηγουμένοις μεθόδων.

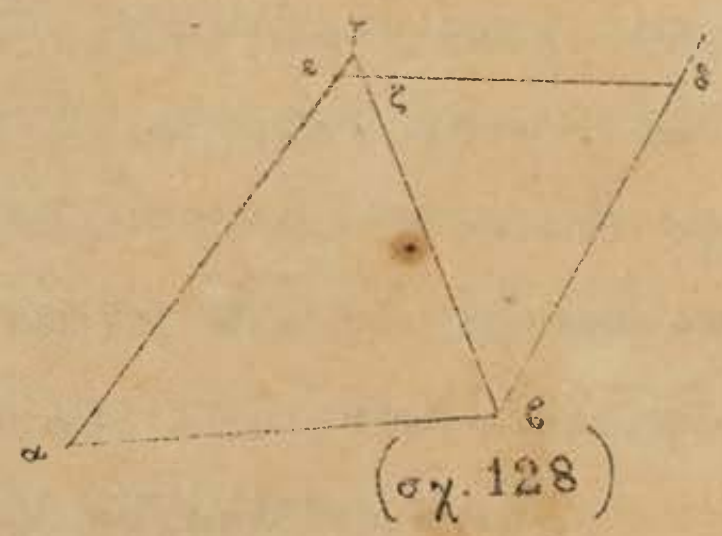
16a Πρακτικαὶ παρατηρήσεις. Ὅταν ἡ τράπεζα ἤνε ἐν στάσει ἐπί τινος σημείου Α τοῦ ἐδάφους καὶ πρόκειται ὅπως σκοπευθῶσι διάφορα σημεῖα νὰ περιστραφῇ ἡ πιστώτειρα γραμμὴ τοῦ δείκτου περὶ τὴν προβολὴν α τοῦ σημείου τούτου διευκολύνεται ἡ ἐργασία αὕτη ἐμπηγομένης ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ σημείου βελόνης λεπτοτάτης ἐφαπτομένως τῆς ὀπείας κινεῖται ὁ δείκτης.

Πρὸς ἀποφυγὴν σφαλμάτων κατὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σημείων διὰ διατομῶν εἰς ἑκάστην διεύθυνσιν χαραχθεισῶν περὶξ μιᾶς στάσεως σημειοῦσι διὰ γραμμάτων ἢ δι' ἀριθμῶν τὰ σκοπευόμενα ἀντικείμενα· ἐὰν ταῦτα προσδιορίζωνται

ται διὰ δύω σκεπτύσεων, ἡ πρώτη χαράσσεται καθ' ὅλον αὐτῆς τὸ μῆκος, τῆς δὲ δευτέρας ἐλάχιστον μέρος περὶξ τοῦ σ-ημείου περιγράφεται μικρὸς κύκλος καὶ τὸ ἀντιστοιχοῦν διακριτικὸν γράμμα.

Πρέπει διὰ τὸν παραλληλισμὸν τῆς τραπέζης ἡ πιστώτειρα γραμμὴ τοῦ δείκτου νὰ τεθειτῆται ἐπὶ μακρῶν γραμμῶν διὰ τοῦτο ὅταν χαράσσηται διεύθυνσίς τις ἐπὶ τῆς τραπέζης συνήθως ἐφαρμόζουσιν ἐπὶ τοῦ περιθωρίου τοῦ χάρτου μικρὰς ἰστιγμένας γραμμάς, αἵτινες εἶνε αἱ ἐπεκτάσεις τῆς γραμμῆς ταύτης καὶ αἵτινες χρησιμεύουσι διὰ τὴν ἀκριβῆ τοποθέτησιν τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς διευθύνσεως. Αἱ γραμμαὶ τῆς κατασκευῆς πρέπει νὰ ἦνε λεπτόταται καὶ πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεως σβύνονται ταύταις καθόσον εἶνε περιττόν.

Ὅταν πρὸς ἐξεύρεσιν σημείου τινὸς ἤδη προσδιωρισμένου διὰ δύω διευθύνσεων φέρηται καὶ τρίτη γραμμή, συμβαίνει ἐνίοτε αἱ τρεῖς εὐθεῖαι νὰ μὴ συναντῶνται εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον καὶ νὰ σχηματίζωσι μικρὸν τρίγωνον, ὡς ἐπὶ παραδείγματι αἱ διευθύνσεις αγ, βγ, δγ δὲν συναντῶνται εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον πρὸς προσδιορισμὸν τοῦ γ ἀλλὰ σχηματίζουσι τὸ μικρὸν τρίγωνον γεζ (σχ. 128). Εἰς τὴν περίστασιν ταύτην ἐὰν τὸ σημεῖον τοῦτο δὲν χρησιμεύῃ ὡς στάσις πρὸς προσδιορισμὸν διαφόρων παρυφῶν τοῦ καννεβίου καὶ τὸ τρίγωνον εἶνε πολὺ μικρὸν δύναται νὰ ληφθῇ ὡς θέσις τοῦ σημείου γ τὸ κέντρον τοῦ ἐν τῷ τριγώνῳ γεζ ἐγγεγραμμέ-



(σχ. 128)

του κύκλου, κέντρον προσδιοριζόμενον διά τοῦ ὀφθαλμοῦ.

Πρότου νά ἐγκαταλειφθῇ στάσις τις πρός μετάβασιν εἰς ἑτέραν πάντοτε βεβαιοῦται ὅτι ἡ τράπεζα κατά τό διάστημα τῆς ἐργασίας δέν μετεκινήθη· πρός τοῦτο τοποθετεῖται ἡ πιστώτερα γραμμή τοῦ δείκτου ἐπί τῆς κεχαραγμένης διευθύνσεως ἐν τῇ τραπέζῃ, ἥτις ἐχρησίμευσεν διά τόν παραλληλισμόν ταύτης καί σκοπεύεται ἡ διεύθυνσις αὕτη.

Περίπτωσις ἀναγραφῆς περιωρισμένης ἐκτάσεως. Ὅταν ἡ πρός ἀναγραφήν ἔκτασις ἦνε περιωρισμένη, ἡ σύστασις τριγωνομετρικοῦ δικτύου εἶνε περιττή, ἀρκεῖ ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ μόνον τό τοπογραφικόν καταβιον. Διά την σύστασιν τοῦτου περιτρέχεται πρός ἀναγνώρισιν τό πρός ἀναγραφήν ἔδαφος, ἐκλέγονται αἱ κορυφαί τοῦ καταβίου καί ἡ βάσις ἧς ἐκτελεῖται ἡ καταμέτρησις. Ἀκολούθως προσδιορίζεται ἡ μεσημβρινή γραμμή ἡ χαράσσεται ἡ βάσις ἐπί τῆς τραπέζης παραλληλιζομένη ὡς πρός τήν μεσημβρινήν. Ἐάν ζητῆται, ὡς συνήθως γίνεται, τό περιθώριον τοῦ χάρτου καί ἦνε παράλληλον τῆς διευθύνσεως τῆς μεσημβρινῆς, ἡ τράπεζα τοποθετεῖται ἐν στάσει εἰς τό ἄκρον τῆς βάσεως Α, χαράσσεται ἡ παράλληλος αν τοῦ περιθωρίου (σχ. 129) ἀκολούθως δέ διά τοῦ δείκτου παραλληλίζεται ὡς πρός τήν μεσημβρινήν ΑΝ προσδιωρισμένην ἐπί τοῦ ἐδάφους προηγουμένως καί σκοπεύεται τό ἕτερον ἄκρον τῆς βάσεως Β,

(σχ. 129)

λαμβανομένου ἐπὶ τῆς οὕτως ὁρισθείσης διευθύνσεως μήκους αβ ἴσου αβ μὲ τὴν προβολὴν τῆς ΑΒ ὑπὸ τὴν κλίμακα τῆς ἀναγραφῆς προσδιορίζεται ἡ θέσις τῆς βάσεως ἐπὶ τοῦ χάρτου. Εὐκόλως λύεται τὸ ἀντίστροφον πρόβλημα δηλαδὴ κεχαραγμένης οὔσης τῆς βάσεως ἐπὶ τοῦ φύλλου τῆς ἀναγραφῆς νὰ χαραχθῇ ἡ διεύθυνσις τῆς μεσημβρινῆς γραμμῆς.

Ἀναγραφὴ τῆς λεπτομερείας.

Ἡ ἀναγραφὴ τῆς λεπτομερείας ἔχει ὡς ἀντικείμενον τὸν προσδιορισμὸν μεγάλου ἀριθμοῦ σημείων τοῦ ἐδάφους ἐκλεγομένων εἰς τρόπον ὥστε νὰ καθίσταται δυνατὴ ἡ διαχάραξις ἐπὶ τοῦ σχεδίου τῆς μορφῆς καὶ τῆς περιμέτρου τῶν ἐπὶ τούτου ἀντικειμένων. Τὰ σημεῖα ταῦτα εἶνε τὰ δεικνύοντα τὰς ἀλλαγὰς τῶν διευθύνσεων δρόμων καὶ ἀτραπῶν, τὴν συνάντησιν ὁδῶν, τὰς κάμψεις χειμάρρων καὶ ῥυάκων, τὰς γωνίας οἰκιῶν, περιτοιχισμάτων, περιφραγμάτων καὶ τὰ σημεῖα τοῦ χωρισμοῦ τούτων. κ.τ.λ.

Τὰ ἐν χρήσει ἐργαλεῖα διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς λεπτομερείας εἶνε ἡ τράπεζα μετὰ τοῦ δείκτου καὶ ἡ πυξίς.

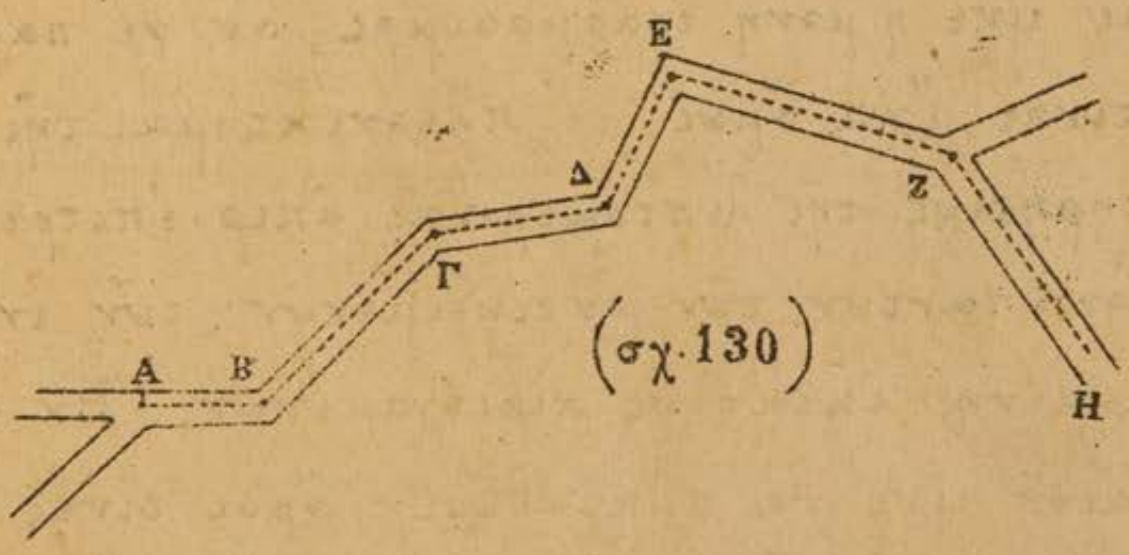
Αἱ μέθοδοι διὰ τὴν καταμέτρησιν τῆς λεπτομερείας εἶνε αἱ ἀκόλουθοι τρεῖς

1ον Ἡ διὰ τῶν διατομῶν,
2ον Ἡ διὰ τῆς ὁδεύσεως
3ον Ἡ διὰ τῶν ἀκτίνων.

1ον Μέθοδος τῶν διατομῶν. Διὰ διαδοχικῶν στάσεων γινομένων ἐπὶ καμπυλῶν τοῦ δικτύου προσδιορίζεται

διὰ διατομῶν ὡς ἐν τοῖς προηγουμένοις ἐξεθέμεν ἀριθμόν τις σημείων τῆς λεπτομερείας, διὰ τούτων δὲ μεταχειριζόμενοι τὴν μέθοδον τῆς συναγωγῆς προσδιορίζομεν τὰ λειπὰ σημεῖα. Ἀλλ' ἡ μέθοδος αὕτη ἀπαιτεῖ ἀνοικτὸν ἔδαφος, δηλαδὴ τοιοῦτον ὥστε αἱ κορυφαὶ τοῦ καννα βίου καὶ τὰ προσδιορισθησόμενα σημεῖα εἶνε ὁρατὰ ἀμοιβαίως καὶ συμβαίνει συχνάκις ὁ ὄρος οὗτος νὰ μὴ ἐκπληροῦται. Οὕτως εἰς χώραν πλήρη φραγμάτων ἢ δένδρων ὡς ἐν τῷ ἐσωτερικῷ χωρίου τινὸς ἢ δάσους, ἡ μέθοδος αὕτη δὲν δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ, πρέπει δὲ τότε ν' ἀνατρέξωμεν εἰς τὴν δευτέραν.

2ον. Μέθοδος τῆς ὁδεύσεως. Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης ἕκαστον σημεῖον προσδιορίζεται διὰ τῆς καταμετρήσεως μιᾶς γωνίας καὶ ἑνὸς μήκους. Θεωρήσωμεν διεύθυνσίν τινα τεθλασμένην ἀτραπόν τινα ἐπὶ παραδείγματι τῆς ὁποίας ὑποτεθείσθω ὅτι γνωστὸν ἐστὶ ἓν σημεῖον Α, προσδιορισθὲν ἐκ προηγουμένης παρατηρήσεως ὅπως ἀναγραφῇ διὰ τῆς ὁδεύσεως ἡ περίμετρος ΑΒΓΔ . . . (σχ. 130), τίθενται ἐν στάσει εἰς τὸ σημεῖον Α παραλληλίζεται ἡ τράπεζα πρὸς διεύθυνσίν τινα διερχομένην διὰ τοῦ σημείου Α καὶ ἀκριβῶς προσδιωρισμένην, σκοπεύεται τὸ σημεῖον Β καὶ χαράσσεται ἡ διεύθυνσις τῆς πλευρᾶς ΑΒ. καταμετρᾶται ἀκολούθως ἡ πλευρὰ αὕτη ἀπὸ Α εἰς Β, τὸ δὲ μῆκος αὐτῆς μεταφέρεται ὑπὸ κλίμακα ἐπὶ τῆς χαραχθεί-

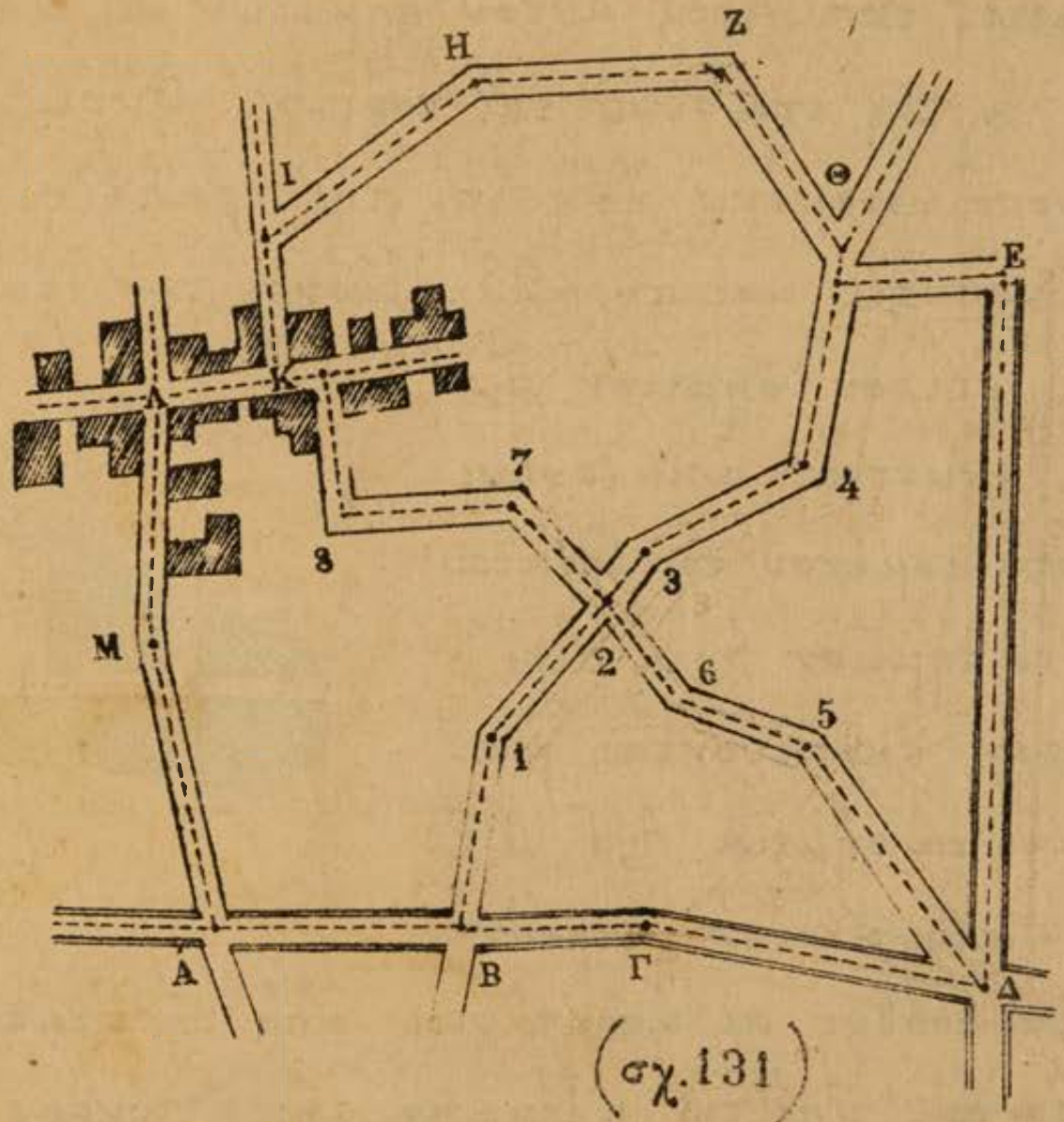


(σχ. 130)

σης διευθύνσεως, οὕτω προσδιορίζεται ἡ προβολὴ β τοῦ σημείου Β. Τίθενται ἀκολούθως ἐν στάσει εἰς Β παραλληλίζουσι τὴν βα μετὰ τῆς ΒΑ καὶ σκοπεύεται τὸ σημεῖον Γ, ἀκολούθως δι' ὄδεύσεως ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Γ καταμετρᾶται τὸ μῆκος ΒΓ καὶ μεταφέρεται τοῦτο ἐπὶ τῆς τραπέζης ὑπὸ τὴν κλίμακα, οὕτω προσδιορίζεται ἡ προβολὴ γ τοῦ σημείου Γ. Οὕτως ἐξακολουθοῦντες νὰ τιθέμεθα ἐν στάσει καὶ νὰ παραλληλιζόμεθα ὡς πρὸς προηγουμένην διεύθυνσιν προσδιορίζομεν δι' ὀπισθοσκοπεύσεως καὶ τὰ λοιπὰ σημεῖα Δ, Ε, Ζ, Η . . .

Παρατηρεῖται ὅτι ἡ μέθοδος αὕτη ἀπαιτεῖ πολλὰς καταμετρήσεις μήκους, ὅπερ ἀπαιτεῖ χρόνον ὅταν αἱ ἐργασίαι ἐκτελοῦνται μετ' ἀκριβείας καὶ αὐξάνει τὰς πιθανότητας τῶν σφαλμάτων, πολλάκις δὲ αἱ στάσεις δὲν σημειοῦνται διὰ τρόπου ἐπιτρέποντος τὴν ἀκριβῆ σκόπευσιν αὐτῶν, ἐξ οὗ προκύπτουσι διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν διευθύνσεων σφάλματα ὀφειλόμενα εἰς τὴν ἀβεβαιότητα τῶν σκοπεύσεων. Ἐν τούτοις ἡ μέθοδος αὕτη εἰς πολλὰς περιστάσεις εἶνε ἡ μόνη ἐφαρμόσιμος, ἂν δὲ παρουσιάζει ἐλλείψεις τινὰς ἔχει ὅμως τὸ πλεονέκτημα τῆς ἐκ τοῦ πλησιέστερον παρατηρήσεως τῆς λεπτομερείας ὅπερ ἐπιτρέπει τὸν προσδιορισμὸν πάντων τῶν ἀντικειμένων τῶν ἐντὸς τῆς καταμετρουμένης ἐκτάσεως περιεχομένων. Ἐν τῇ πράξει ἀναγκαῖον εἶνε νὰ πληρωθῶσιν ὅροι τινὲς διὰ τὴν βεβαίωσιν τῆς ἀκριβείας τῶν ἐξαγομένων· οὕτως ἐν τῷ σχεδίῳ τὰ πολύγωνα πρέπει πάντοτε νὰ κλείωσι κατὰ τὴν περίμετρον αὐτῶν ἢ νὰ ἀπολήγωσι, ἐὰν πρόκειται περὶ τεθλασμένων γραμμῶν, εἰς σημεῖα ἤδη ἀκριβῶς προσ-

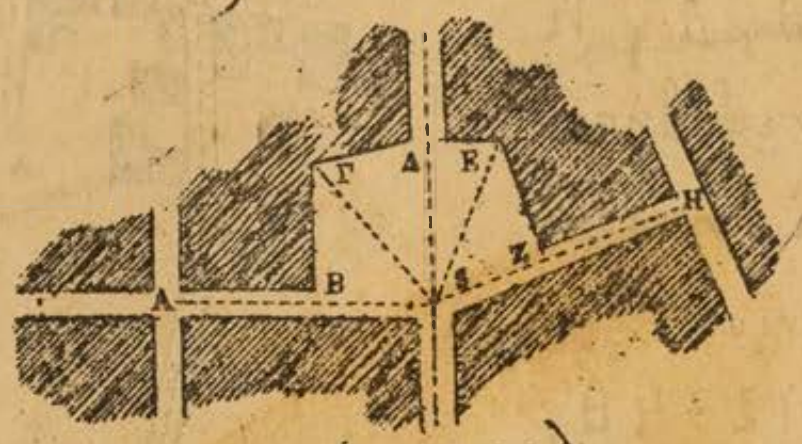
διορισθέντα. Προσέτι δὲν πρέπει τὰ πολύγωνα νὰ ἦνε μεγάλης ἐκτάσεως ἕνεκα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἐργασιῶν ἐξ οὗ καὶ ἀπάλλαγαι ὁ ἀριθμὸς τῶν σφαλμάτων, ἐν ἐναντίᾳ ὅμως περιπτώσει καλὸν εἶνε ὡς μέσον ἐξελίξεως καὶ ὅπως βεβαιωθῇ καλλίτερον ἡ θέσις τῆς λεπτομερείας, νἀναγράφωνται ἐν τῷ ἐσωτερικῷ τοῦ πολυγώνου δι' εὐθυγράμμου διαγωνίου εὐθεῖαι εἴτε τεθλασμέναι ἑνοῦσαι δύω κορυφὰς ἀντικειμένας. Τὸ σχῆμα 131 χρησιμεύει ὡς παράδειγμα τῆς ἐκτεθείσης μεθόδου· τὸ πολύγωνον ΑΒΓ..ΙΚΛΜ κλείεται εἰς τὸ σημεῖον Α διὰ τῶν σημείων Β καὶ θ, Δ καὶ Κ συνεδέθησαν διὰ τῶν διαγωνίων - Β1234θ, Δ5627 8. ὥστε δύναται νὰ ἐξελιχθῇ ἡ ἀκρίβεια τῆς ὁδεύσεως καὶ ἀνακαλυφθῶσι τὰ ἐκτελεσθέντα σφάλματα. Αἱ ὁδεύσεις πρέπει νὰ ἐξελιχθῶσιν εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἀκολουθῶσι ταὶ διευθύνσεις ὁδῶν, ἀτραπῶν, ταίρων, χειμάρρων, ῥυακίων κ.τ.λ. Αἱ ὀλίγον ἀπομεμακρυσμέναι δεξιόθεν ἢ ἀριστερόθεν τῶν πολυγώνων λεπτο-



(σχ.131)

μέρειαι ἀναγράφονται εἴτε διὰ διατομῶν, εἴτε διὰ συντεταγμένων ὑψουμένων καθέτων διὰ τοῦ ἀρθαγώνου ἐπὶ τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, ὧν μετροῦνται τὰ μήκη καὶ μεταφέρονται ἐπὶ τῆς τραπέζης.

Μέθοδος διὰ τῶν αἰτίνων. Ὁμοίως μεταχειρίζονται διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς λεπτομερείας ἑτέραν μέθοδον καλουμένην τῶν αἰτίνων. Διὰ μέσου μιᾶς μόνης στάσεως ἐπὶ ἑνὸς σημείου ἤδη προσδιορισμένου, ὅπερ καὶ χρησιμεύει ὡς ἀφετηρία προσδιορίζονται αἱ θέσεις τῶν περιξ αὐτοῦ σημείων δι' αἰτίνων ἀγομένων ἀπὸ τῆς στάσεως ἐπὶ τούτων. Οὕτως ἐν τῷ σημείῳ Ϛ προσδιωρισμένῳ ἤδη ἐπὶ τῆς τραπέζης (σχ. 132) τίθεται ἐν στάσει καὶ παραλληλίζουσι τὴν τράπεζαν σκοπεύοντες ἕτερον σημεῖον ὁμοίως γνωστόν· ἀκολούθως περιστρεφομένου τοῦ δείκτου περὶ τὸ σημεῖον Ϛ καὶ περὶ κέντρον σκοπεύονται διαδοχικῶς τὰ σημεῖα Α, Γ, Δ, Ε . . . τῶν ὁποίων μετροῦνται ἀκολούθως αἱ ἀποστάσεις ἀπὸ τῆς στάσεως Ϛ καὶ μεταφέρονται ὑπὸ τὴν κλίμακα τῆς ἀναγραφῆς ἐπὶ τῆς τραπέζης, τοιουτοτρόπως ἐπιτυγχάνεται ὁ προσδιορισμὸς τούτων.

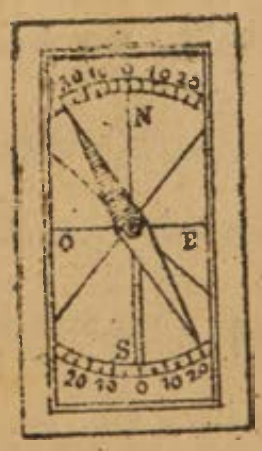


(σχ. 132)

Μεταχειριζόμενοι τὰς τρεῖς μεθόδους, ἤτοι τῶν διατομῶν, τῆς ὁδεύσεως καὶ τῶν αἰτίνων καθ' ὅσον ἑκάστη διευκολύνει τὴν ἀναγραφὴν τῆς λεπτομερείας δυνάμεθα νὰ μειώσωμεν τὸν ἀπαιτούμενον χρόνον διὰ τὴν ἀ-

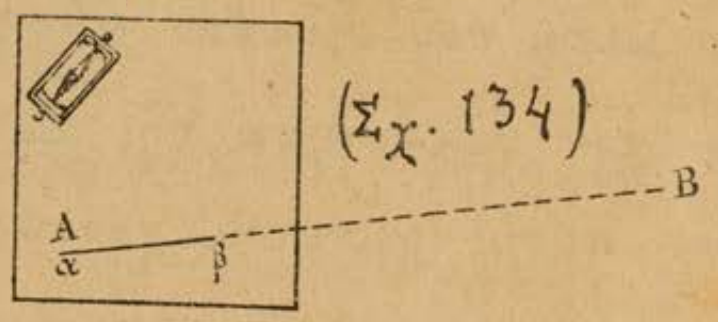
καταγραφὴν ἐκτάσεώς τινος, ἐὰν ἐφαρμόζεται μία μόνη ἐκ τῶν ἐκτιθεισῶν μεθόδων.

Ἀπεκλισίμετρον. Ἡ χρῆσις τῆς τραπέζης μόνον μετὰ τοῦ δίπτυου αὐτῆς κατὰ τὰς ὁδεύσεις μειονεκτεῖ διὰ τὴν βραδύτητα τῆς καταμετρήσεως· πρὸς παραλληλισμὸν αὐτῆς χάνεται χρόνος ἀρκετὰ σημαντικός, προσέτι δ' ὅταν αἱ καταμετρήσεις ἐκτελοῦνται ἐπὶ σκεπασμένου ὑπὸ δένδρων ἢ ἄλλων ἀντικειμένων ἐδάφους ὁ παραλληλισμὸς οὗτος εἶνε λίαν ἀβέβαιος ἕνεκεν τῶν μικρῶν πλευρῶν τῆς γραμμῆς τῆς ὁδεύσεως. Τὸ μειονέκτημα τοῦτο θεραπεύεται ἐὰν μεταχειρισθῶμεν μετὰ τῆς τραπέζης καὶ τοῦ δίπτυου αὐτῆς τρίτον ἐργαλεῖον καλούμενον ἀπεκλισίμετρον, ὅπερ στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀκολούθου ἀρχῆς· ἐὰν ὑποτεθῇ πυξὶς τις ἀμεταβλήτως συνδεδεμένη μετὰ τῆς τραπέζης εἶνε φανερὸν ὅτι ὅταν ἡ τράπεζα ἦνε ἐν στάσει ᾖ παραλληλισμένη ὡς πρὸς οἱανδήποτε σημεῖον τοῦ ἐδάφους ἡ μαγνητικὴ βελόνη θέλει δεικνύει τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν τοῦ δίσκου, καὶ ἀντιστρόφως ὅταν ἡ βελόνη ἀχθῇ ἐπὶ τῆς αἱρέσεως ταύτης ἡ τράπεζα θὰ ἦνε παραλληλισμένη. (Σχ. 133)



Τὸ ἀπεκλισίμετρον εἶνε καθ' ὅλα ὅμοιον τῇ πυξίδι, συνήθως τὸ νοτιώτερον τέρας τὸν δίσκον μετὰ τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἀντὶ τετραγώνου σχήματος ἔχει ὀρθογώνιον ἐπιμήκης διατιρουμένων δύο μόνον τόξων τοῦ δίσκου (σχ. 133)· ἡ μεγάλη πλευρὰ τοῦ ὀρθογωνίου ἔχει 16 μέχρις 20 ἑκατοστομέτρων μῆκος, ἐπὶ τοῦ διατηρηθέντος μέρους τοῦ δίσκου εἶνε κεχαραγμένη ἡ διάμετρος Ο-Ο παράλληλος τῇ κατὰ μῆκος πλευρᾷ

τοῦ κιβωτίου. Τὸ ἐργαλεῖον μεταχειρίζονται ὡς ἀκολούθως· τῆς τραπέζης ἐν στάσει οὔσης εἰς σημεῖόν τι Α (σχῆμα (134) καὶ τῆς ἐπ' αὐτῆς κεχαραγμένης γραμμῆς αβ οὔσης παραλληλισμένης ὡς πρὸς τὴν ΑΒ τεθετεῖται τὸ ἀποκλισίμετρον ἐπὶ ταύτης, περιστρέφεται μέχρις οὗ ἡ μαγνητικὴ βελόνη τεθετηθῇ ἐπὶ τῆς διευθύνσεως Ο-Ο καὶ χαράσσεται ἐπὶ τοῦ φύλλου τῆς ἀναγραφῆς διὰ τοῦ μολυβδοκανδύλου ἡ περίμετρος τοῦ κιβωτίου, ὅπως δυνηθῇ καὶ τεθετηθῇ ἀκριβῶς ἀκολούθως ἐπὶ τῆς αὐτῆς θέσεως· τότε λέγεται ὅτι ἡ θέσις τοῦ ἀποκλισιμέτρου εἶνε κανονισμένη. Ἐὰν ἤδη μετατεθῇ ἡ τράπεζα εἰς σημεῖόν τι οἱονδήποτε τῆς ἀναγραφῆς καὶ μετὰ τὴν τεθέτησιν τοῦ κιβωτίου καὶ μετὰ τὴν τεθέτησιν τοῦ ἀποκλισιμέτρου ἐντὸς τῆς ἐπὶ τῆς τραπέζης χαραγμένης περιμέτρου του, περιστραφῇ ἡ τράπεζα περὶ ἑαυτὴν μέχρις οὗ ἡ μαγνητικὴ βελόνη λάβῃ τὴν διεύθυνσιν Ο-Ο εἶνε φανερὸν ὅτι ἡ τράπεζα ἐν τῇ θέσει ταύτῃ εἶνε παραλληλισμένη.

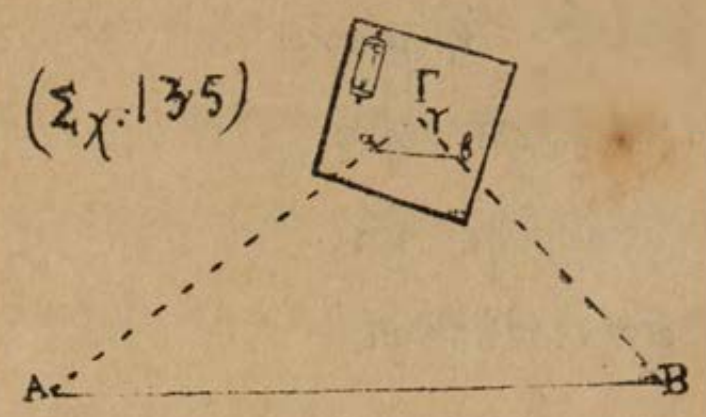


Β' κανονισμὸς τῆς θέσεως τοῦ ἀποκλισιμέτρου ἐκτελεῖται πάντοτε ἐν τῇ πρώτῃ στάσει τῆς ἐκτελεσθεισομένης ἀναγραφῆς.

Γ' παραλληλισμὸς τῆς τραπέζης διὰ τοῦ ἀποκλισιμέτρου εἶνε εἰς ἄκρον εὐχερής· δύναταί τις διὰ τῆς χρήσεως τούτου καὶ τεθῇ ἐν στάσει εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ ἐδάφους καὶ νὰ παραλληλισθῇ, ἄνευ εὐθείας προηγουμένως δεδομένου· πλεονέκτημα ὅπερ χρησιμοποιεῖται

ἰδίως κατὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς λιπτομερείας· ὁ προσδιορισμὸς τῆς στάσεως ἀποπειρατεῖται τοτὲ ἁπλούστατα ἐὰν μετακινισθῶμεν δύο σημεῖα ὁρατὰ καὶ ἤδη γνωστά. Οὕτως ἐὰν α, β παραστῶσι τὰς προβολὰς δύο σημείων Α, Β τοῦ ἐδάφους (σχ. 135) μετὰ τῶν ὁποίων ζητεῖται νὰ συνδεθῇ ἡ στάσις Γ, ἀφοῦ προηγουμένως παραλληλισθῇ ἡ τράπεζα εἰς Γ διὰ μέσου τοῦ ἀποκλισιμέτρου, ἡ γραμμὴ αβ θέλει τεθεῖ παραλλήλως τῆς ΑΒ, περιστρεφομένης τῆς πιστωτείρας γραμμῆς τοῦ φύλλου διαδοχικῶς πρὸ τὰ σημεῖα α καὶ β μέχρις οὗ ὁ σκοπευτικὸς ἄξων διέλθῃ διὰ τῶν κορυφῶν Α καὶ Β, προσδιορίζεται ἡ θέσις τοῦ σημείου Γ διὰ συναγωγῆς ἐπὶ τοῦ φύλλου τῆς ἀναγραφῆς.

(Σχ. 135)

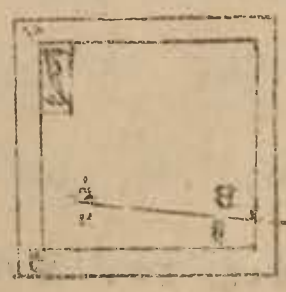


Ἡ χρῆσις τοῦ ἀποκλισιμέτρου διευκολύνει ὁμοίως τὴν ἀναγραφὴν δι' εὐθύσεως, ἡ παραλληλισμὸς τῆς τραπέζης ἐκτελεῖται ὡς πρὸς μίαν διεύθυνσιν σταθεράν, τὸ σφάλμα ὅπερ δυνατὸν νὰ λάβῃ χώραν ἐπὶ μιᾶς διευθύνσεως δὲν θέλει ἀναιρεθῆ ἐπὶ τῶν ἀκολούθων. Ἐν τούτοις ὁ παραλληλισμὸς διὰ τοῦ ἀποκλισιμέτρου δὲν ἐπιτυγχάνεται μεθ' ὅσης ἀκριβείας διὰ σκοπεύσεως πρὸς ἀπομεμακρυσμένον τι σημεῖον δεδομένον ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἐπομένως καλὸν εἶναι ὅταν ἐκ στάσεώς τινος ὁρατὸν ἦναι σημεῖόν τι τοῦ καννα βίου μετὰ τὸν παραλληλισμὸν νὰ τεθῇ διὰ μέσου τοῦ ἀποκλισιμέτρου ἐπὶ τοῦ σημείου τούτου ἡ πιστωτείρα γραμμὴ καὶ νὰ σκοπευθῇ τοῦτο. ἡ τομὴ τῆς γραμμῆς ταύτης μετὰ τῆς τελευταίας πλευ-

ρᾶς τῆς ὀδύσεως διερθώνει τὴν θέσιν τῆς στάσεως εἰὰν ἦνε ἀνακριβής.

Εἰὰν ὑποτεθῇ διδομένη ἡ διεύθυνσις τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς, ὅταν ἦνε παραλληλισμένη ἡ τραπεζα ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, καὶ ἐφαρμοσθῇ ἡ μεγάλη πλευρὰ τοῦ πινακίου ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ταύτης ἡ σημειουμένη βαθμολογία ὑπὸ τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἐπὶ τῆς θέσεως ταύτης εἶνε προφανῶς ἡ τιμὴ τῆς ἀποκλίσεως.

Ἀντιστρόφως ἐὰν ἡ ἀπόκλισις ἦνε γνωστὴ δύναται νὰ παραλληλισθῇ ἡ ἀναγραφή· ἔστω μὲν τὸ περίθωριον τοῦ χάρτου, ὅπερ λαμβάνεται ὡς διεύθυνσις τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου· αὐτὸ προηγουμένως τοποθετηθῇ ἡ τραπεζα ἐν στάσει εἰς τὸ σημεῖον Α (σχῆμα 136) ἄκρον τῆς βάσεως ἐπὶ παραδείγματι, τοποθετεῖται ἡ κατὰ μῆκος πλευρὰ τοῦ ἀποκλισιμέτρου ἐπὶ τῆς μὲν καὶ περιστρέφεται ἡ τραπεζα μέχρις ὅτου ἡ κυανὴ ἄκρα τῆς μαγνητικῆς βελόνης δείξῃ ἀκριβῶς βαθμολογίαν ἴσην μὲ τὴν τιμὴν τῆς ἀποκλίσεως· σκεπτομένης τότε τῆς διευθύνσεως ΑΒ διὰ τοῦ δείκτου χαράσσεται ἡ προβολὴ αβ τῆς βάσεως καὶ ἡ ἀναγραφὴ οὕτως παραλληλισμένη ὡς πρὸς τὸν γεωγραφικὸν μεσημβρινὸν τοῦ τόπου.



Σχ. 136

Σημειοῦμεν ὅτι αἱ μέθοδοι αὗται πρὸς εὕρεσιν τῆς ἀποκλίσεως καὶ παραλληλισμὸν τῆς ἀναγραφῆς ὡς πρὸς τὸν γεωγραφικὸν μεσημβρινὸν εἶνε κατὰ προσέγγισιν καὶ ἐκτὸς ὁρίων διὰ καταμετρήσεις ἀκριβείας.

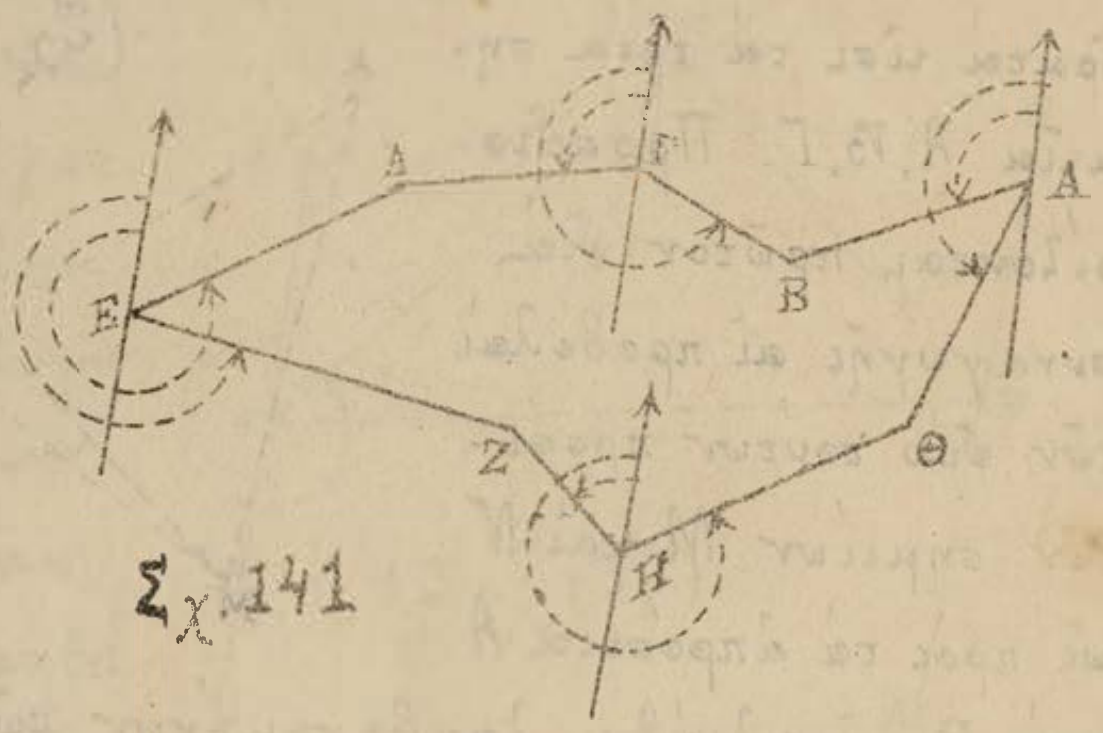
Τὸ ὅριον τοῦ μήκους τῶν πλευρῶν ἐπὶ τῶν ὀπείων δύναταί τις νὰ ἐργασθῇ μετὰ τῆς τραπέζης τοῦ δείκτου καὶ τοῦ ἀποκλισιμέτρου εἶνε τὸ αὐτὸ μὲ τὸ τῆς πυξίδος. Ἀγομένου τοῦ μηδενὸς τοῦ διόπου ἐπὶ τῆς νυαντῆς ἄκρας τῆς μαγνητικῆς βελόνης, δύναται νὰ λάβῃ χώραν ὡς πρὸς τὴν θέσιν τοῦ μηδενὸς σφάλμα ἐκ 0.0002. ἀλλὰ μὴ δι-δόντες εἰς τὰς γραφικὰς πλευρὰς τῆς ἀναγραφῆς διαστάσεις μεγαλειτέρας τοῦ ἡμίσεως μήκους τῆς βελόνης δυνάμεθα νὰ παραμελήσωμεν τὰ διαπραχθησόμενα σφάλματα ἐπὶ τῶν διευθύνσεων τῶν πλευρῶν τούτων.

Ἀναγραφὴ τῆς λεπτομερείας διὰ τῆς πυξίδος.

Μέθοδοι τῶν διατομῶν καὶ τῆς συναγωγῆς. Ἡ τράπεζα μετὰ τοῦ δείκτου καὶ ἀποκλισιμέτρου συνιστῶσι συσκευὴν δυσμετακίνητον, ἕνεκεν τοῦ ὀπείου εἰς πολλὰς περιστάσεις μεταχειρίζονται τὴν πυξίδα διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς λεπτομερείας, ἥτις παρουσιάζει πλεῖστα πλεονεκτήματα ἰδίως δι' διὰ τὴν ταχύτητα τῆς ἐκτελέσεως τῆς ἐργασίας, ὅταν ἐργαζώμεθα διὰ τῆς μεθόδου τῆς ὀδεύσεως.

Αἱ μέθοδοι τῶν διατομῶν καὶ τῆς συναγωγῆς ἐφαρμόζονται διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σημείων διὰ τοῦ ἐργαλείου τούτου. Οὕτως τιθέμενοι ἐν στάσει μετὰ τῆς πυξίδος ἐπὶ τῶν ἄκρων βάσεώς τινος AB (σχ. 137) τῆς ὁποίας ἡ πρόβολή αβ εἶνε γνωστή, λαμβάνουσι τὰ ἀζιμούθια ω καὶ ω' τῶν ἐκκεντύσεων AΓ, BΓ, οὕτης δὲ τῆς

τὴν μέθοδον τῶν διπλῶν σκεπτύσεων, ἥτις ἔχει ὡς ἀκολούθως. Ἐν τῇ στάσει A (σχ. 141) σκοπεύεται τὸ σημεῖον B καὶ καταμετρεῖται τὸ μῆκος AB, ἀκολούθως χωρὶς νὰ τεθῶσιν ἐν στάσει εἰς τὸ σημεῖον B κατα-

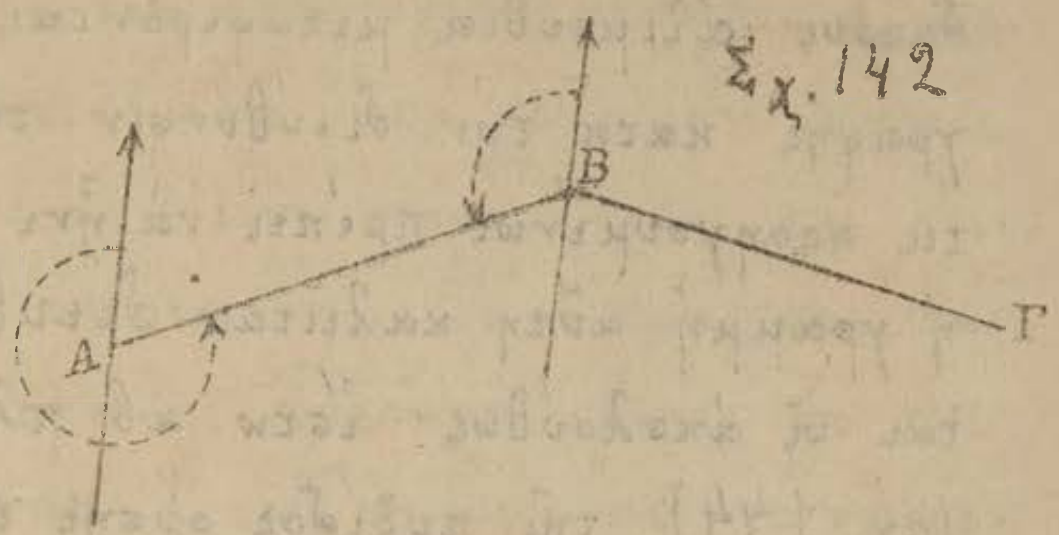


Σχ. 141

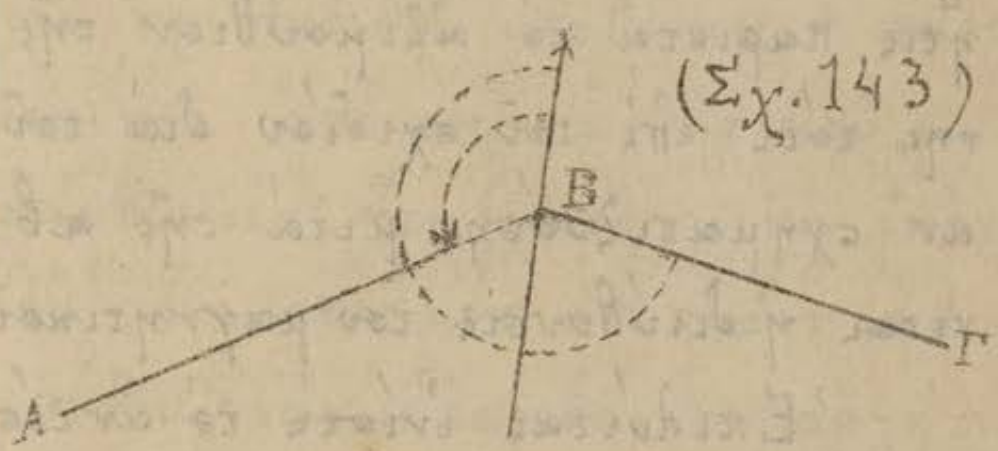
μετρεῖται ἡ BΓ καὶ ἵστανται ἐν τῷ σημείῳ Γ ἐν τῷ ὁποίῳ λαμβάνονται τὰ ἀζιμούθια τῆς ΓB καὶ ΓΔ διὰ τῆς σκεπτύσεως εἰς τὰ σημεῖα B καὶ Δ· ἐξακολουθουμένης τῆς ὁδεύσεως καταμετρῶνται αἱ πλευραὶ ΔΓ καὶ ΔE ἐν δὲ τῷ σημείῳ E ἐν στάσει τιθέμενοι προσδιορίζουσι τὰ ἀζιμούθια τῶν πλευρῶν EΔ, EZ κ.τ.λ.

Ἡ ἀναγραφὴ δι' ὁδεύσεως διὰ τῆς πυξίδος στηρίζεται, ὡς παρατηρεῖται, ἐπὶ τοῦ σταθεροῦ τῆς διευθύνσεως τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἐπὶ τῶν διαφόρων καιρικῶν. Ἀλλὰ δύναται καὶ λάθη χώραν ἔνεκεν διαφόρων ἐπιτοπίων περιστάσεων παρεκβάσεις εἰς τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἐπὶ τῆς σταθερᾶς αὐτῆς διευθύνσεως, ὅπερ πρέπει νὰ βεβαιωθῇ. Πρὸς τοῦτο μεταχειρίζονται τὴν μέθοδον τῶν διπλῶν σκεπτύσεων. Καταμετρηθέντος τοῦ ἀζιμουθίου τῆς πλευρᾶς AB (σχ. 142) ὅταν μεταφέρωνται εἰς τὸ σημεῖον B καταμετρᾶται τὸ ἀζιμούθιον τῆς αὐτῆς εὐθείας BA. Ἐὰν ἡ διεύθυνσις τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἔμενεν σταθερὰ τὰ δύο καταμετρηθέντα ἀζιμούθια πρέπει νὰ διαφέρωσιν ἀλλήλων κατὰ 180°, ἐὰν δὲν ἔχει οὕτως ἐξάγεται, ὅτι ἔλαβε χώραν παρέκλισις τῆς

μαγνητικῆς βελόνης προελθοῦσα ἐκ διαφόρων αἰτίων. ὡς ἐπὶ παραδείγματι ἔντασιν τῆς ὑπάρξεως σιδηρῶν συνδέσμων ἐν ταῖς οἰκοδομαῖς, σιδηρῶν γραμμῶν αὐτινες ἐπηρεάζουσι τὴν διεύθυνσιν τῆς μαγνητικῆς βελόνης μέχρις ἀποστάσεως 6,00 μ. κ.τ.λ. Δυνατὸν ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ὁ παρατηρητὴς νὰ ἐκτελέσῃ τὸ πολύγωνον καὶ ἀληθῶς μετρήσῃ τὰς ἀζιμούθια τὰ ὁποῖα λαμβάνονται ἐκ τῆς κορυφῆς Β (σχ. 143) ὅταν σκοπεύωμεν εἰς Α καὶ Β δὲν εἶναι αἱ ἀκριβεῖς γωνίαι αἱ σχηματιζόμεναι μετὰ τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ, ἡ διαφορὰ τούτων προσδιορίζει πάντοτε τὴν ἀπολαμβανομένην γωνίαν ὑπὸ τῶν δύω διευθύνσεων καὶ κατασκευαζομένης κατ' εὐθεῖαν τῆς γωνίας ταύτης προσδιορίζεται τὸ σημεῖον Γ.



Σχ. 142



(Σχ. 143)

Κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου τῆς ἐδευτέρας διὰ τῆς πυξίδος πρέπει καὶ λήθωσι πᾶσαι αἱ προφυλάξεις αἱ δειχθεῖσαι κατὰ τὴν χρῆσιν τῆς μεθόδου ταύτης διὰ τῆς τραπέζης καὶ τοῦ δείκτου σχετικῶς πρὸς τὸ κλείσιμον τῶν πολυγώνων, τὴν χάραξιν διαγωνίων, πρὸς ἐξέλεγξιν καὶ τὰ λοιπά.

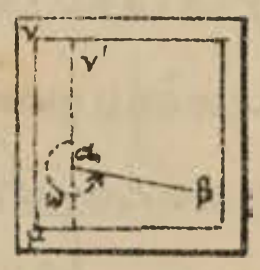
Ἡ μέθοδος τῶν ἀντίνων ὁμοία τῇ περιγραφείσῃ διὰ τὴν τραπεζαν ἔνι ὁμοίως ἐν συχνῇ χρήσει διὰ τὴν

ἀναγραφήν τῆς λεπτομερείας διά τῆς πυξίδος.

Χάραξις τῆς διευθυντρίας ἐπί τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς. Τά καταμετρηθέντα ἐπί τοῦ ἐδάφους ἀζιμούθια μεταφέρονται ἐπί τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς κατά τήν διεύθυνσιν τῆς μαγνητικῆς βελόνης, ἥτις προηγουμένως πρέπει νά ἦτε χαραγμένη ἐπί τούτου. Ἡ γραμμή αὕτη καλεῖται διευθύντρια. Κατασκευάζεται ὡς ἀκολούθως· ἔστω αβ πλευρά τις τοῦ πανταβίου (σχ. 144)· τῆς πυξίδος οὔσης ἐν στάσει εἰς τό ἄκρον α σκοπεύεται τό ἕτερον ἄκρον β καί ἀναγινώσκεται ἡ ὑπό τῆς νυστῆς αἰχμῆς τῆς βελόνης δεικνυομένη βαθμολογία ω, ἥτις παριστᾶ τό ἀζιμούθιον τῆς αβ, ἀγομ. (Σχ. 144)

νης τότε ἐπί τοῦ σχεδίου διά τοῦ σημείου α τῆς γραμμῆς αν σχηματίζουσης μετά τῆς αβ τήν γωνίαν ω ἐπιτυγχάνεται ἡ διεύθυνσις τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ.

Ἐπιλύεται ἐνίοτε τό ἀντίστροφον πρόβλημα λαμβανομένης ὡς διευθυντρίας μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ περιθωρίου τοῦ χάρτου καί ζητουμένου τοῦ παραλληλισμοῦ τῆς ἀναγραφῆς ἐπί τούτου. Εἰς τάς μικράς ἐκτάσεις ἀναγραφάς δύναται νά θεωρηθῇ ὁ τρόπος οὗτος τοῦ παραλληλισμοῦ ὡς ἀρκετός, παραληφθῇ δέ ἡ διαχάραξις τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ. Ἀφ' οὗ λήφθῃ, ὡς προηγουμένως εἴρηται, διά τῆς πυξίδος τό ἀζιμούθιον ω πλευρᾶς τινος ΑΒ, παριστανομένης δι' α τῆς προβολῆς τοῦ σημείου Α, ἄγεται ἡ αν' (145) παράλληλος τῇ μν ἐκ δέ τοῦ σημείου α ἄγεται εὐθεῖα σχηματίζουσα μετά



(Σχ. 145)

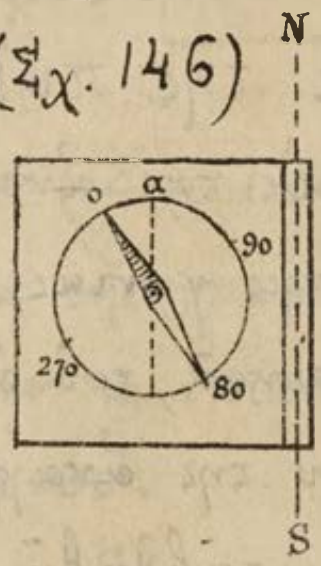
τῆς ἀν' τὴν γωνίαν ω, τοιουτοτρόπως μία τῶν πλευρῶν τῆς ἀναγραφῆς τυρίσκεται παραλληλισμένη ἐπὶ τοῦ χάρτου.

Ὅπως δὲ ευνοηθῇ ἡ κατασκευὴ τῶν ἀζιμουθίων ἐπὶ τοῦ σχεδίου, διαιρεῖται διὰ τοῦ ἀναγωγέως συνήθως ὁ χάρτης εἰς τετράγωνα σχηματιζόμενα ὑπὸ γραμμῶν ἰσαπεχουσῶν, τῶν ὁποίων αἱ μὲν εἶνε παράλληλοι τῆς διευθυντρίας, αἱ δὲ κάθετοι ἐπὶ ταύτης. Τὰ τετράγωνα ταῦτα χαράσσονται μετὰ μεγάλης προσοχῆς, διότι ἐκ τῆς ἀκριβείας τούτων ἐξαρτᾶται ἡ τοῦ πολυγώνου, τὸ ὁποῖον πρὸς ταῦτα ἀναφέρεται.

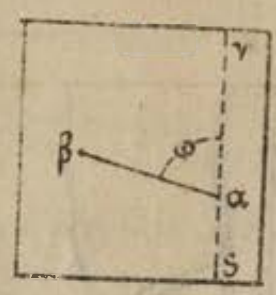
Πυξὶς μετὰ διόπτου πυξιδοκανονισμός τῆς πυξίδος. Ἐν τοῖς προλεχθεῖσιν σχετικῶς πρὸς τὰς ἀναγραφὰς διὰ τῆς πυξίδος ὑπεθέσαμεν πάντοτε τὰς γωνίας ὑπολογιζομένας ἀπὸ τοῦ μαγνητικοῦ μεσημβρινοῦ, τοῦ ὁποίου ἡ διεύθυνσις ἦτο χαραγμένη ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς. Ἀλλ' εἶνε φανερὸν ὅτι οὐδὲν ἤθελεν μεταβληθῇ ἐὰν ἐλαμβάνετο ἀρχὴ τις ἄλλη διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀζιμουθίων· πρὸς τοῦτο δὲν ἀπαιτεῖτο ἢ ἡ ἀλλαγὴ τῆς διευθυντρίας ἐπὶ τοῦ σχεδίου. Τοιουτοτρόπως ὅταν τὸ πανταχοῦ ἦτο παραλληλισμένον ὡς πρὸς τὸν γεωγραφικὸν μεσημβρινὸν καὶ ἐπὶ τοῦ χάρτου ἦτο χαραγμένον σύστημα τετραγώνων τῶν ὁποίων αἱ πλευραὶ εἶνε παράλληλοι καὶ κάθετοι ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τούτου δυνάμεθα νὰ ἀποφύγωμεν τὴν χάραξιν νέων γραμμῶν ἐπὶ τοῦ σχεδίου λαμβάνοντες ὡς ἀρχὴν τῶν ἀζιμουθίων τὸν γεωγραφικὸν μεσημβρινόν· ἀλλ' ἀπαιτεῖται τότε ἡ πυξὶς νὰ ἦτο διατεταγμένη εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐπιτρέπηται ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος.

Η διάταξις ή ἐπιτρέπουσα τοῦτο συνίσταται εἰς τὸ νὰ κατασταθῇ κινητὸς ὁ δίσκος τῆς πυξίδος εἰς τρόπον ὥστε νὰ δύναται νὰ περιστραφῇ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου του καὶ περὶ τὸ κέντρον του· πρὸς τοῦτο τροχίσκος τοποθετημένος ἐπὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κιβωτίου, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ χειρισθῇ διά τινος κλειδίου, ἐφαρμόζεται μετὰ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ τοποθετημένου ὑπὸ τὸν δίσκον, τοῦ ὁποίου εἶνε ὁ μόνιτρος. Ὑποτιθεμένου τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ χαραγμένου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους (σχ. 146), ἐὰν πυξὶς τις οὕτω διατεταγμένη τοποθετηθῇ ἐν στάσει ἐπὶ τῶν σημείων τούτων καὶ σκεπευθῇ ἡ διεύθυνσις τῆς ἄρκτου αἴγεται διὰ κινήσεως τοῦ δίσκου τὸ μηδὲν αὐτοῦ ὑπὸ τὴν κυανῆν ἄκραν τῆς βελόνης, εἶνε δὲ φανερὸν ὅτι ἡ πυξὶς οὕτω κανονισθεῖσα θέλει δώσει τὸ μέτρον τῶν ἀζιμουθίων ἀπὸ τοῦ γεωγραφικοῦ μεσημβρινοῦ. Αἱ γωνίαι αὗται οὐδὲν ἕτερον εἶνε ἢ τὰ μαγνητικὰ ἀζιμούθια ηὐξημένα κατὰ τὴν σταθερὰν γωνίαν αα, ἥτις εἶνε ἀκριβῶς ἡ τιμὴ τῆς ἀποκλίσεως. Ἡ παρατήρησις αὕτη χορηγεῖ μέσον ἁπλούστατον πρὸς κανονισμὸν τῆς πυξίδος, ὅταν ἤνε γνωστὴ ἡ ἀπόκλισις τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἐπὶ τοῦ τόπου ἐφ' οὗ εὑρισκόμεθα· περιστρέφεται ὁ δίσκος μέχρις ὅτου ἡ βαθμολογία, ἥτις παριστᾷ τὴν τιμὴν τῆς ἀποκλίσεως τοποθετηθῇ ἐπὶ σταθερᾶς τινος χαραγῆς α τοποθετημένης ἐπὶ τοῦ ἄκρου τῆς παραλλήλου τῷ σκεπευτικῷ ἄξονι τοῦ τηλεσκοπίου διαμέτρου· ἡ πυξὶς τότε θὰ ἦνε κανονισμένη ἢ ὡς λέγεται παραλληλισμένη.

(Σχ. 146)



Συνηθίστερον χαρακτηρίζεται ἡ πυξὶς ὡς ἀκολούθως· μετὰ τὴν χάραξιν ἐπὶ τοῦ χάρτου τῆς ἀναγραφῆς τῆς διευθύνσεως τῆς μεσημβρινῆς καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ καννα-βίου καταμετρᾶται διὰ τοῦ ἀναγωγέως τὸ ἀζιμούθιον ω μιᾶς τῶν πλευρῶν αὐτοῦ αβ (σχ. 147) ἀκολούθως τιθέ-μενος ἐν στάσει μετὰ τῆς πυξίδος ἐν τῷ σημείῳ Α, ὅπερ ἀν-τιστοιχεῖ εἰς α, σκοπεύομεν τὸ σημεῖον Β, περιστρέφεται τότε ὁ δίσκος μέχρις ὅτου ἡ βαθμολογία α τοποθετηθῇ ὑπὸ τὴν καρκῖνον αἰχμὴν τῆς βελόνης καὶ ἡ πυξὶς οὕτω εὑρίσκεται παραλληλισμένη.



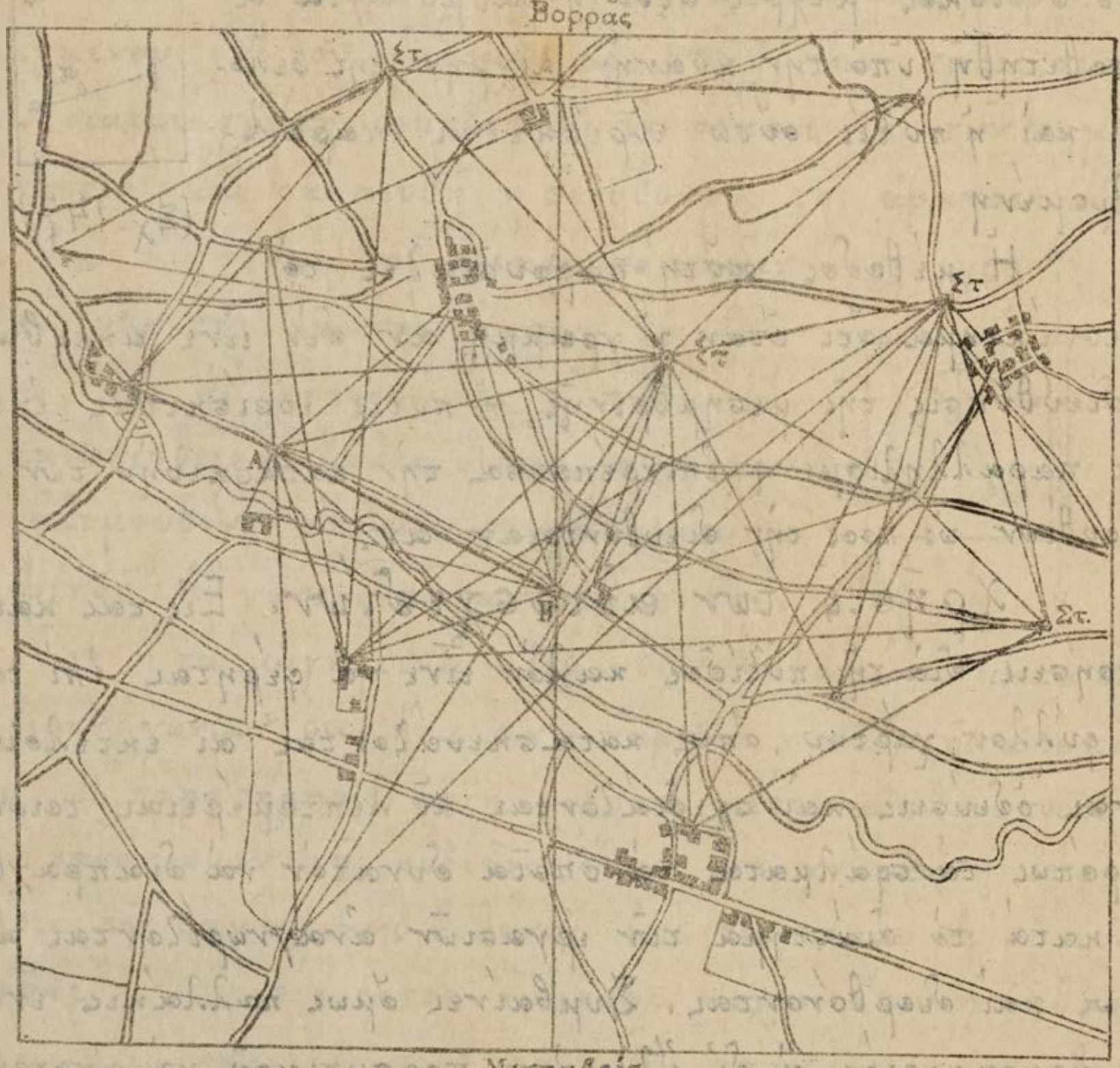
(Σχ. 147)

Ἡ μέθοδος αὕτη παρουσιάζει τὸ πλεονέκτημα ὅτι, ὅταν ἡ γραμμὴ αν δὲν εἶνε ἀκριβῶς ἡ διεύθυνσις τῆς μεσημβρινῆς, ἡ πυξὶς εὑρίσκεται ἐντοὺς παραλληλισμένη ἐπιτρέπουσα τὴν κατασκευὴν τῶν ἀζιμουθίων ὡς πρὸς τὴν διεύθυντριαν αν.

Χρῆσις τῶν αὐτοσχεδίων. Εἰς τὰς καταμετρήσεις διὰ τῆς πυξίδος καλὸν εἶνε νὰ φέρηται ἐπὶ τόπου φύλλον χάρτου, ὅπως κατασκευάζονται αἱ ἐκτελούμεναι ὁδεύσεις καὶ σχεδιάζονται αἱ λεπτομέρειαι, τοιουτοτρόπως τὰ σφάλματα, τὰ ὁποῖα δυνατὸν νὰ διαπραχθῶσι κατὰ τὸ διάστημα τῶν ἐργασιῶν ἀναγνωρίζονται ἀμέσως καὶ διορθόνονται. Συμβαίνει ὅμως πολλάκις ἐνεκεν κακοκαιρίας ἢ δι' ἔλλειψιν προσωπικοῦ νὰ ἀνατρέξωμεν εἰς τὰ αὐτοσχέδια, πρέπει τότε μετὰ μεγάλης προσοχῆς καὶ κατὰ τάξιν νὰ ἐργασθῶμεν σχηματίζοντες κατ' ἀρχὰς διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ τὰς διαφόρους κορυφὰς τῶν πολυγώνων καὶ τῶν διαγωνίων σημειοῦντες δ' αὐτὰς κατὰ τάξιν

διὰ γραμμάτων. Ἡ μέθοδος ὅμως αὕτη παρουσιάζει τὸ μειονέκτημα τῆς ἐπιστροφῆς ἐπὶ τόπου, ὅπως ἀναγνωρισθῶσι τὰ σφάλματα, τὰ ὁποῖα παρουσιάζονται κατὰ τὴν κατασκευὴν τῆς ἀναγραφῆς διὰ τῶν στοιχείων τῶν χορηγουμένων ὑπὸ τοῦ αὐτοσχεδίου.

Παράδειγμα τοπογραφικοῦ καννα βιόν μετῆς ἀναγραφῆς τῆς λεπτομερείας.



Σχετικαὶ τῷ σχεδίου παρατηρήσεις.

ΑΒ βάσις μήκους 400μ. Στ, Στ, Στ, στάσεις {μλίμακα σμικρ. 1/10000

διάφοροι προσδιορισθεῖσαι, ἄλλαι μὲν διὰ τῆς μεθόδου τῶν διατομῶν, ἄλλαι δὲ διὰ τῆς τῆς συναγωγῆς.

Σήματα συμβολικὰ ἐν χρήσει ἐν τῇ τοπογραφίᾳ ἢ τοῖς γεωγραφικοῖς χάρταις.

1 Ὅριον ἐθνους +-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-+-

2 Ὅριον νομοῦ ----------

3 Ὅριον ἐπαρχίας -

4 " δήμου .....

5 Σιδηρόδρομος

6 Ὁδοὶ ἐθνικαὶ

7 Ὁδοὶ δημοτικαὶ

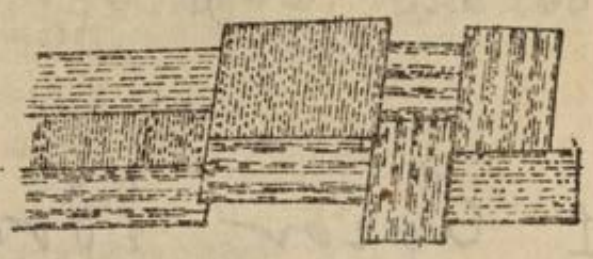
8 Ῥύσις ποταμοῦ

9 Ποταμός

10 Ὄρη

11 Δάσος

Συνέχεια τῦ προηγουμένου πίνακος

12 Γαῖαι καλλιεργημέναι ..... 

13 Βράχοι .....

14 Βράχοι ἐπικίνδυνοι .....

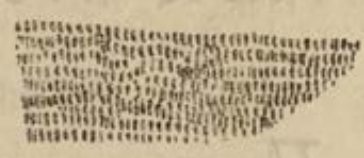
15 Ὕφαλοι .....

16 Λίμνη .....

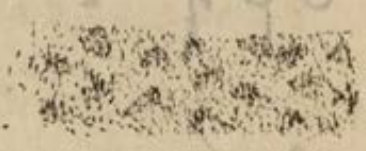
17 Ἕλη .....

18 Ἰχθυοτροφεῖον .....

19 Γῆ χέρσος .....

20 Λειμών ..... 

21 Θάμβοι .....

22 Ἐρέσιναι (βρύα) ..... 

23 Ἄμμος .....

Συνέχεια προηγουμένου πίνακος

24 Ἄμπελος .....

25 Κῆποι .....

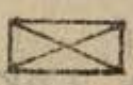
26 Λιμήν

27 Φρούριον

28 Πολύχνη ἡ χωρία

29 Πόλις

30 Οἰκοδομαί

31 Ταχυδρομικὸς σταθμός 

Κεφάλαιον Ι.

Περὶ διαστημομέτρου.

Πρὶν ἢ εἰσέλθωμεν εἰς τὸ ἀντικείμενον τοῦ κεφαλαίου τούτου ὑπενθυμίζομεν ἀρχάς τινας τῆς ὀπτικῆς ἀναγκαίας διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ κεφαλαίου τούτου.

Πρωτεύων ἄξων φακοῦ τινος καλεῖται ἡ γραμμὴ τῶν κέντρων τῶν δύο σφαιρῶν τῶν περιεχουσῶν τὸν φακὸν τοῦτον, πᾶσα δὲ προσπίπτουσα ἀκτὶς ἐπὶ τοῦ φακοῦ κατὰ τὸν ἄξονα τοῦτον δὲν ὑπόκειται κατὰ τὴν ἔξοδον αὐτῆς εἰς ἀέρα διάθλασιν.

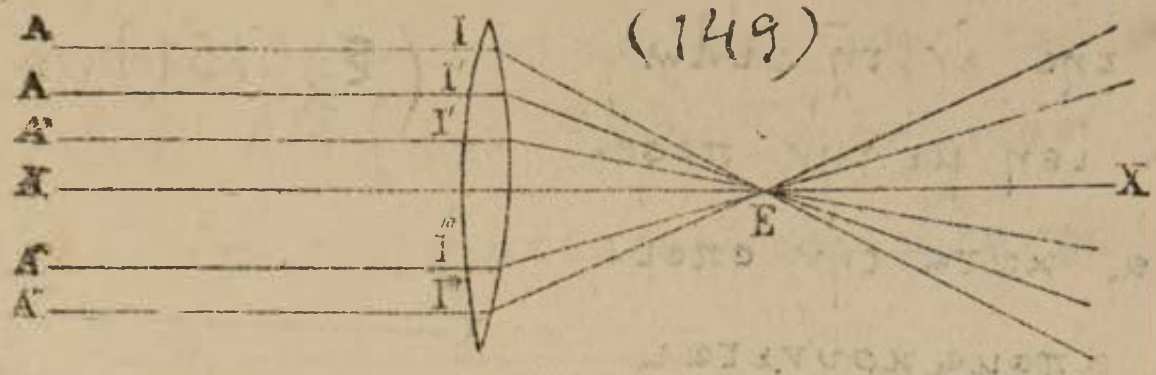
Ἐὰν τοποθετηθῇ φωτεινόν τι σῶμα εἰς ἀπόστασιν πολὺ ἀπομεμακρυσμένην τοῦ φακοῦ καὶ ἐπὶ τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος τούτου τὸ φωτεινὸν τοῦτο σῶμα θέλει ἐκπέμψει εἰς τὸν φακὸν δέσμην κυλινδρικὴν φωτεινῶν ἀκτίνων AI, $A'I'$, $A''I''$ . . . . αἵτινες πᾶσαι μετὰ τὴν ἔξοδον αὐτῶν ἐκ τοῦ φακοῦ αἱ' εὖ διαθλασθῶσι συντρέχουσιν εἰς σημεῖόν τι E τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος (σχ. 149). τὸ σημεῖον τοῦτο καλεῖται πρωτεύουσα ἑστία τοῦ φακοῦ· περιστρεφομένου δὲ τούτου ἐ-

Α. Σ. Ἀθανασιάδης

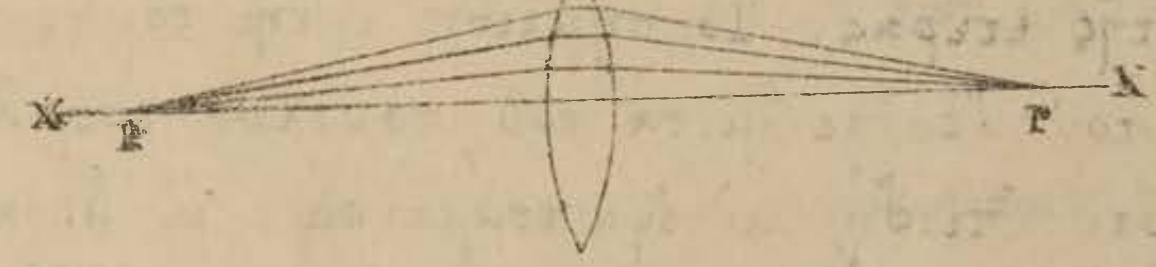
Κ. Β. Τριγωνάκης

πιτυγχάνεται δευτέρα πρωτεύουσα ἑστία Ε΄ εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ φακοῦ εἰς ἣν καὶ ἡ Ε. Τὸ πείραμα ἐκτελεῖται ἐντὸς σκοτεινοῦ δωματίου τοῦ ὁποίου θύρωμά τι φέρει ὀπήν, διὰ τῆς ὁποίας λαμβάνεται δέσμη ἡλιακῶν ἀκτίνων.

(149)



Ἐὰν ἐπί τινος σημείου τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος φακοῦ τινος τοποθετηθῇ πηγή τις φωτεινή πολὺ μικρά Ρ (σχ. 150) παρατηρεῖται ὅτι τὸ εἴδωλον ταύτης σχηματίζεται εἰς σημεῖόν τι Ρ΄ τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος κατὰ τὴν ἀντίθετον πλευρὰν τοῦ φακοῦ, ἐὰν δὲ ἀντιστρόφως ἡ φωτεινὴ πηγὴ τοποθετηθῇ εἰς Ρ΄ παρατηρεῖται τὸ εἴδωλον ταύτης εἰς Ρ. Τὰ σημεῖα Ρ καὶ Ρ΄ καλοῦνται **συζυγεῖς ἑστίαι**.

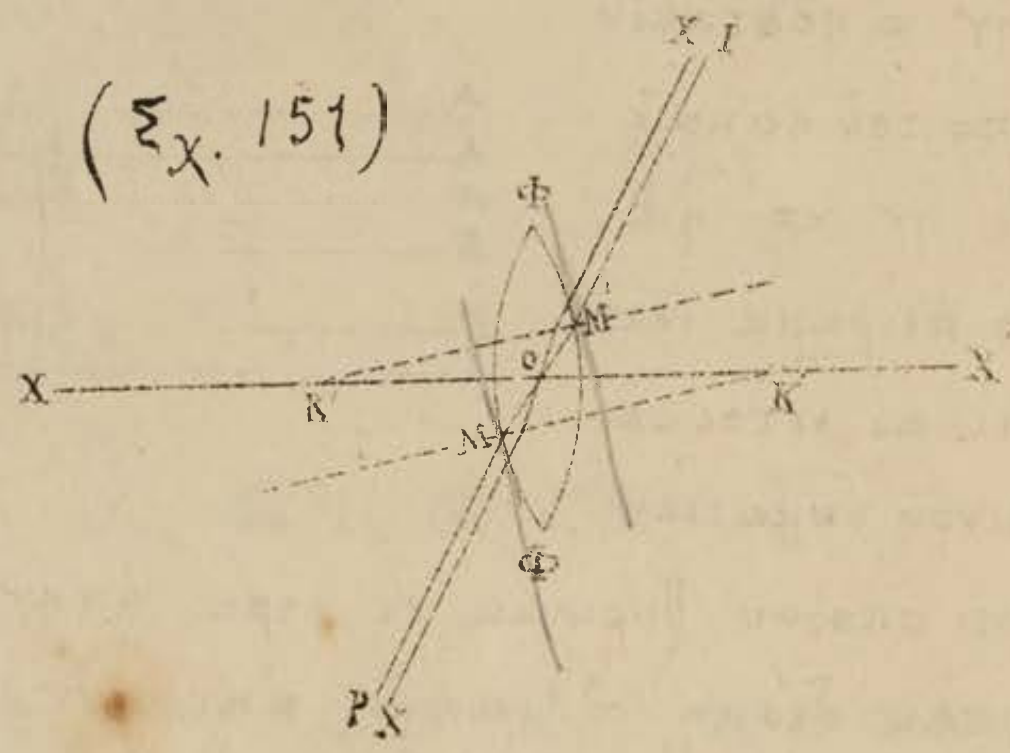


Καλεῖται δευτερεύων ἄξων πᾶσα εὐθεῖα ΜΜ΄ ἥτις ἑνώνει τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας δύο ἐφαπτομένων παραλλήλων.

Θεωρήσωμεν δύο σημεῖα Μ καὶ Μ΄, ὧν αἱ ἐφαπτόμεναι εἶνε παράλληλοι (σχ. 151). ἐὰν Μ΄Ι ἦτε ἡ διεύθυνσις προσπιπτούσης τινὸς, ἥτις ἐν τῷ ἐσωτερικῷ τοῦ φακοῦ λαμβάνει τὴν διεύθυνσιν Μ΄Μ θὰ ἐξέλθῃ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΜΡ παράλληλον τῆς προσπιπτούσης ἀκτῖνος, διό-

τι ἡ ταχύτης κατὰ τὴν ἐπίπεδον ἡ ἀκτὶς πλησιάζει τὴν καθέτον κατὰ τὴν εἴσοδόν της ἐν τῇ ὑέλῳ εἶνε ἴση μὲ τὴν ταχύτητα κατὰ τὴν ἐπίπεδον ἀπομακρύνεται ταύτης κατὰ τὴν ἔξοδόν της. Ἐπειδὴ δὲ τὸ πάχος τοῦ φακοῦ εἶνε πολὺ μικρὸν δυνάμεθα νὰ παραδεχθῶμεν ἄνευ ἐπαισθητοῦ σφάλματος ὅτι αἱ δύω ἀκτῖνες IM καὶ PM εἶνε κατ' ἐπέκτασιν ἡ μία τῆς ἑτέρας. Τὸ σημεῖον O τῆς τομῆς τοῦ δευτερεύοντος τούτου ἄξονος μετὰ τοῦ πρωτεύοντος λέγεται σταθερόν, διότι ἐπειδὴ αἱ ἐφαπτόμεναι εἰς M καὶ M' εἶνε παράλληλοι, αἱ κάθετοι ἤτοι αἱ ἀκτῖνες KM, K'M' εἶνε ἐπίσης, ἐπομένως τὰ τρίγωνα K'M'O, KMO εἶνε ὅμοια, ἐξ οὗ ἔπεται . . . . . .

(Σχ. 151)



$$\frac{K'O}{KO} = \frac{K'M'}{KM} = \frac{\rho'}{\rho}$$

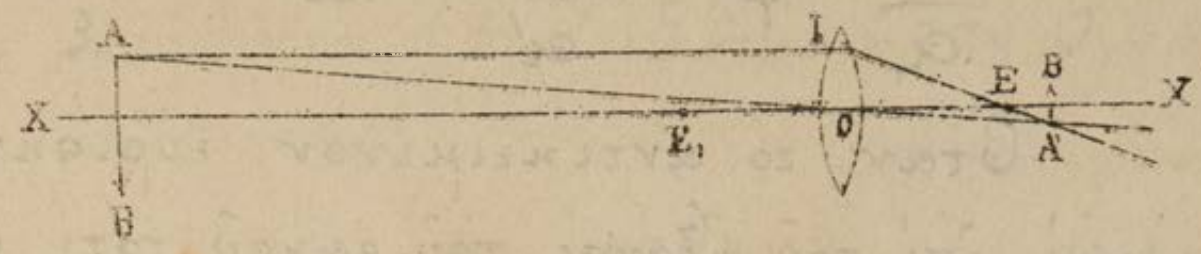
ὁ λόγος οὗτος εἶνε σταθερὸς ἐπομένως καὶ ἡ θέσις τοῦ σημείου O εἶνε ἀμετάβλητος.

Τὸ σημεῖον τοῦτο διὰ τοῦ ὁποίου διέρχονται πάντες οἱ ἄξονες τοῦ φακοῦ καλεῖται ὀπτικὸν κέντρον. Ἐν τῷ περὶ ἐργαλείων κεφαλαίῳ ἐπραγματεύθημεν ἐν συντόμῳ περὶ τούτου.

Ἡ κατασκευὴ τῶν εἰδώλων καὶ τῶν συζυγῶν ἐ-

στιών εἶνε ἡ αὐτὴ διὰ τοὺς δευτερεύοντας ἄξονας μὲ τὴν τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος.

Τοῦτο χρησιμεύει διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ εἰδώλου ἀντικειμένου τινὸς AB (σχ. 152). Τὸ σημεῖον A' ἔχει τὸ εἴδωλον αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος AO προφανῶς ἡ προσπίπτουσα ἀκτὶς AI, παραλλήλως τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος, ἐξερχομένη τοῦ φακοῦ διέρχεται διὰ τοῦ σημείου E, δύναται λοιπὸν νὰ κατασκευασθῇ κατὰ προσέγγισιν ἡ ἐξελθοῦσα ἀκτὶς ἐνουμένου τοῦ σημείου IE (τὸ πάχος τοῦ φακοῦ παραμελεῖται). Ἡ τομὴ τῆς AO καὶ τῆς IE δίδει τὸ εἴδωλον A' τοῦ σημείου A, ὁμοίως ἐπιτυγχάνεται καὶ τὸ τοῦ B, B'



Ζητήσωμεν ἤδη τὴν σχέσιν τὴν συνδέουσαν τὴν θέσιν τοῦ εἰδώλου μετὰ τῆς τοῦ ἀντικειμένου.

Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων AIA' καὶ OEA' ἐξάγεται

$$\frac{AA'}{AI} = \frac{OA'}{OE'} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

καὶ ἐπειδὴ AI εἶνε ἐπαισθητῶς ἴση μὲ τὴν ἀπόστασιν α τοῦ ἀντικειμένου ἀπὸ τοῦ φακοῦ, OA καὶ ἐλάχιστον διαφέρει τῆς ἀποστάσεως α' τοῦ εἰδώλου ἀπὸ τὸν φακόν, ἔχομεν . . . . .

$$AA' = AI + OA = \alpha + \alpha'$$

καὶ ἂν καλέσωμεν δ' ἐ τὴν πρωτεύουσαν ἐστιακὴν ἀπόστασιν OE καὶ ἀντικαταστήσωμεν τὰς ἀνωτέρω τιμὰς

εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) λαμβάνομεν . . . . . .

$$\frac{\alpha + \alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\xi}$$

ἢ καλλίτερον . . . . . .

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\xi}$$

Ὅταν τὸ ἀντικείμενον εὑρίσκηται ἐν τῷ ἀπείρῳ καὶ ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ φακοῦ τότε $\alpha = \xi$, ἑπομένως τὸ εἴδωλον σχηματίζεται ἐν τῇ πρωτευούσῃ ἑστίᾳ Ε, καθόσον α μειοῦται $\frac{1}{\alpha}$ αὐξάνει, $\frac{1}{\alpha'}$ μειοῦται ἑπομένως α' αὐξάνει ἀπεριορίστως μέχρις ὅτου καταστα θῇ $\alpha = \xi$, τότε α' καθίσταται ἄπειρος. Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην τὸ ἀντικείμενον εὑρίσκεται εἰς E_1, συμμετρικῶς τοῦ Ε, καὶ τὸ εἴδωλον αὐτοῦ εὑρίσκεται ἐν τῷ ἀπείρῳ ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ΕΧ'.

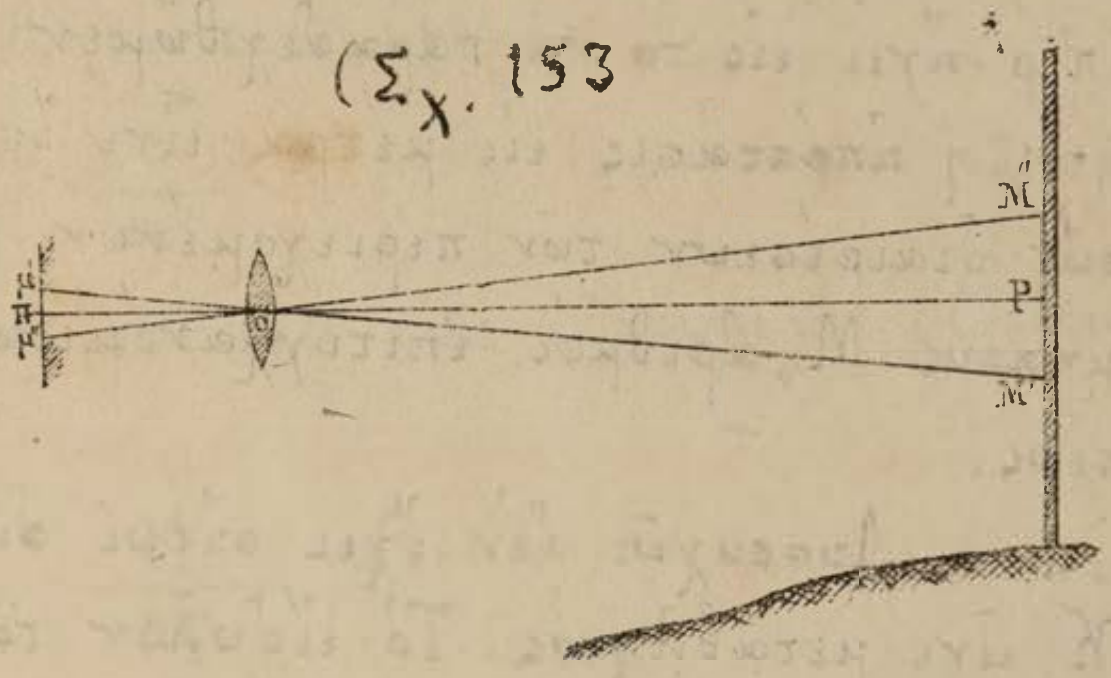
Μετὰ τὰ ἐκτεθέντα ἀνωτέρω ἐρχόμεθα εἰς τὴν περιγραφὴν καὶ θεωρίαν τοῦ διαστημομέτρου.

Τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο συνίσταται ἐξ ἑνὸς βαθμολογημένου πήχεως καὶ ἑνὸς εἰδικοῦ τηλεσκοπίου. Ὁ πήχυς τίθεται ἐπὶ τοῦ σημείου τοῦ ὁποίου ζητεῖται ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς στάσεως τοῦ παρατηρητοῦ, ὅπου εὑρίσκεται τὸ τηλεσκόπιον. Τὸ εἴδωλον τοῦ πήχεως συναγεται ἐντὸς τοῦ τηλεσκοπίου ἐπὶ διαφράγματος φέροντος τουλάχιστον δύω ὁριζόντια νήματα, ἀναγινώσκεται ὁ ἀριθμὸς τῶν διαιρέσεων τοῦ πήχεως ὧν τὸ εἴδωλον συμπίπτει μεθ' ἑκάστου τῶν νημάτων ἐξ οὗ ἐξάγεται ἡ μεταξὺ τοῦ τηλεσκοπίου καὶ τοῦ πήχεως ἀπόστασις. Ἐὰν ἡ μεταξὺ τῶν νημάτων ἀπόστασις ἦτι σταθερὰ ἡ ἀν-

τιθεισχούσα αὐτοῖς γωνία εἶνε ἐπίσης σταθερά, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν σκελῶν ταύτης ἀπολαμβανόμενον μῆκος τοῦ πήχεως αὐξάνει ἀναλόγως τῆς αὐξήσεως τοῦ μήκους τοῦ μεταξὺ τοῦ πήχεως καὶ τοῦ τηλεσκοπίου.

Διὰ τοῦ ἀκολούθου σχήματος γίνονται καταληπτὰ τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα (σχ. 153). Ἔστω Ο ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς τηλεσκοπίου τινὸς καὶ Φ τὸ διάφραγμα αὐτοῦ, ἐγκαρσίως τοῦ ὁποίου εἶνε διατεταμένα δύω νήματα προβαλλόμενα εἰς μ′ μ″, τοποθετεῖται πήχυς τις εἰς ἀπόστασιν οἱανδήποτε ἀπὸ τοῦ τηλεσκοπίου, ὁ πήχυς οὗτος εἶνε κατακόρυφος, ὁ δὲ ἄξων τοῦ τηλεσκοπίου ὁριζόντιος. Δύω σημεῖα Μ′, Μ″ τοῦ πήχεως ἐχουσι τὰ εἴδωλα αὐτῶν εἰς μ′, μ″, δύναται λοιπὸν ν' ἀναγνωσθῇ τὸ μῆκος Μ′Μ″ τοῦ βαθμολογημένου πήχεως, ὅπερ καλέσωμεν διὰ Μ καὶ ἔστω μ ἡ ἀπόστασις τῶν δύω νημάτων μ′μ″ καὶ δ ἡ ἀπόστασις ΟΡ, ε ἡ πρωτεύουσα ἐστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμενικοῦ δηλ. ἡ ΟΠ· ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων ομ′μ″, ΟΜ″Μ′ ἔχομεν . . .

(Σχ. 153)



$$\frac{ΟΡ}{ΟΠ} = \frac{Μ′Μ″}{μ′μ″} \quad \text{ἢ} \quad \frac{δ}{ε} = \frac{Μ}{μ}$$

ἐξ οὗ . . $$δ = \frac{ε}{μ} Μ \; . \; . \; . \; .$$

παραδεχθῶμεν δι' μίαν στιγμὴν ὅτι ὁ λόγος $\frac{\varepsilon}{\mu}$ εἶνε σταθερός, ἡ ἀπόστασις δ ἐπιτυγχάνεται πολλαπλασιαζομένου τοῦ μήκους Μ ἐπί τινα σταθερὸν συντελεστήν. Ὁ λόγος $\frac{\varepsilon}{\mu}$ εἶνε διπλάσιος τοῦ $\frac{\mu' \Pi}{\Pi O}$ δηλ. διπλάσιος τοῦ ἡμίσεος τῆς διαστημομετρικῆς γωνίας. Θέσωμεν $K = \frac{\varepsilon}{\mu}$. Λάβωμεν ὡς μήκος τῶν διαιρέσεων τοῦ πήχεως ἀκριβῶς τὴν ποσότητα Κ, ὅπερ ἄγει εἰς τὸ νὰ παραδεχθῶμεν $K = 1$, τότε $\delta = M$, ἤτοι ἡ ἀπόστασις εἰς μέτρα εἶνε ἴση μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν διαιρέσεων τῶν περιεχομένων ἐν τῷ πήχει ἐπὶ τοῦ μήκους Μ, ἀριθμὸς ἐπιτυγχανόμενος δι' ἁπλῆς ἀναγνώσεως.

Δυστυχῶς δὲν ἔχει οὕτως διότι ὁ συντελεστὴς Κ εἶνε μεταβλητός. Τὸ εἴδωλον τοῦ πήχεως δὲν σχηματίζεται ἐπὶ τῆς πρωτευούσης ἑστίας τοῦ ἀντικειμενικοῦ ἀλλὰ ἐπὶ τῆς συζυγοῦς ἑστίας τοῦ σημείου Ρ, ἡ δὲ συζυγὴς αὕτη ἑστία μεταβάλλει θέσιν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ὅταν μετακινεῖται ὁ πήχυς.

Τὸ διάφραγμα λοιπὸν εἶνε χρήσιμον εἰς τὰ συνηθη τηλεσκόπια καὶ τοῦτο διὰ νὰ τίθηται εἰς συμπτωσιν μετὰ τῆς συζυγοῦς ἑστίας τοῦ σημείου Ρ τοῦ πήχεως ὅταν οὗτος μετακινεῖται. Ὁ συντελεστὴς λοιπὸν $\frac{\varepsilon}{\mu}$ δὲν εἶνε σταθερὸς καὶ δὲν εἶνε δυνατὸν νὰ ἐφαρμοσθῇ ὁ ἀνωτέρω τύπος.

Λάβωμεν τὸν δειχθέντα προηγουμένως τύπον τῆς ὀπτικῆς διὰ τοὺς ἀμφικύρτους φακούς.

$$-\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\xi},$$ ὅστις ἐπὶ

τοῦ προκειμένου καθίσταται . . . . . .

$$\frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{\varepsilon} \quad . \quad . \quad (1)$$

Προηγουμένως ἀπεδείχθη . . .

$$\frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{M}{\mu} \quad . \quad . \quad \text{ἐπει-}$$

δὴ δὲ ε εἶν ἶνι σταθερὸν ἀλλὰ μεταβλήτων ἡ ἴσον μὲ α ἀντιπαθιστῶντες ἔχομεν . . .

$$\frac{M}{\mu} = \frac{\delta}{\alpha'} \quad . \quad . \quad (2)$$

καὶ ἀπαλείφοντες α' μεταξὺ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν . . . .

$$\alpha = \frac{\mu}{M}\delta \quad . \quad \text{καὶ}$$

$$\frac{1}{\delta} + \frac{M}{\mu\delta} = \frac{1}{\varepsilon}$$

ἐξ οὗ . . . . . .

$$\delta = \varepsilon + \varepsilon\frac{M}{\mu} \quad .$$

Λοιπὸν εἰς τὰ διαστημόμετρα μὲ σταθερὰ νημάτα ἡ ἀπόστασις μ εἶνι σταθερά, ε εἶνε ἐπίσης σταθερὰ ἡ-πειδὴ εἶνι ἡ πρωτεύουσα ἐστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀντι-κειμενικοῦ. Ὁ προηγούμενος λοιπὸν τύπος ἐστὶ εἶδος τὴν ζητουμένην ἀπόστασιν δ δύναται νὰ τεθῇ ὑπὸ τὴν ἀριστικὴν μορφήν. . . . . .

$$\delta = \alpha + \beta M$$

ἐν τῷ τύπῳ τούτῳ α καὶ β εἶνι σταθερά τὸ δὲ μή-

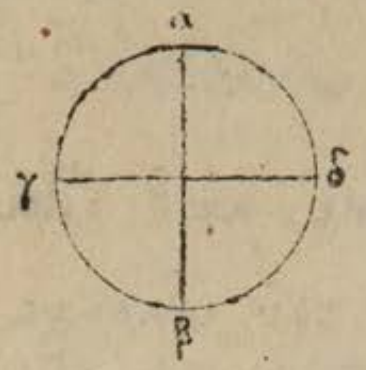
καὶ Μ ἀναγινώσκεται καὶ εὐθεῖαν ἐπὶ τοῦ πήχεως. Ὁ τύπος οὗτος προσδιορίζει τὴν ἀπόστασιν δ τοῦ πήχεως ἀπὸ τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ ἐν ᾧ πρέπει νὰ λαμβάνεται αὐτη ἀπὸ τοῦ καταφερύφου τοῦ διερχομένου ἐκ τοῦ μέσου τοῦ τριπόδος, ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν πρωτεύουσαν ἑστίαν τοῦ ἀντικειμενικοῦ· ἐπομένως δ πρέπει νὰ αὐξηθῇ κατὰ ε, δηλαδὴ α πρέπει νὰ θεωρηθῇ ἴσον μὲ 2 ε.

Ἡ τιμὴ τῆς ε δὲν ὑπερβαίνει ποτὲ τὰ $0^{μ}{,}40$ εἰς τρόπον ὥστε δύναται νὰ παραμεληθῇ κατὰ τὴν ἐργασίαν τῆς λεπτομερείας, ὅταν αἱ πρὸς καταμέτρησιν ἀποστάσεις εἶνε πολὺ μεγάλαι. Ἡ σταθερὰ β μεταβάλλεται μεταξὺ 50 καὶ 100 εἰς τρόπον ὥστε 1 ἑκατοστόμετρον ἐπὶ τοῦ πήχεως ἀντιστοιχεῖ εἰς ὁριζοντίαν ἀπόστασιν, ἥτις μεταβάλλεται μεταξὺ $\frac{1}{2}$ μέτρου καὶ 1 μέτρου.

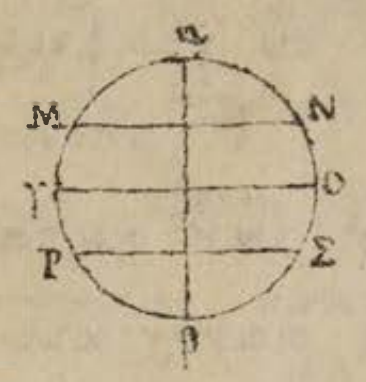
Δυνατὸν διὰ τοῦ ἀνωτέρω τύπου νὰ μετασχηματισθῇ εἰς διαστημόμετρον, εἰσενδήποτε τηλεσκόπιον καὶ πρὸς τοῦτο δὲν ἀπαιτοῦνται εἰδικαὶ γνώσεις.

Τὸ σύνηθες τηλεσκόπιον φέρει δίκτυον σχηματιζόμενον ἐκ δύω νημάτων προσκεκολλημένων ἐπὶ τοῦ διαφράγματος διὰ κηροῦ. Ἀποσύρεται τὸ διάφραγμα ἐκ τοῦ σωλῆνος τοῦ τηλεσκοπίου καὶ προσκολλῶνται ἐπὶ τοῦ τοῦ δύω νέα νήματα ὁριζόντια ΜΝ, ΡΣ (σχ. 154) ὅπερ δὲν ἀπαιτεῖ ἢ ὀλιγίστην ἐπιτηδειότητα καὶ προσοχήν. Τὰ δύω πρῶτα νήματα τοῦ δικτύου καὶ ἰδίως τὸ καταχόρυφον εἶνε καλῶς διατεθειμένα, ὅπως χορηγήσωσι σημεῖα ἀφετηρίας διὰ τὴν τοποθέτησιν τῶν νέων νημάτων, ἀφ' οὗ δι' ταῦτα φιλοθετηθῶσιν οὕτως ὥστε τὸ εἴδωλον τῆς βαθμολογίας τοῦ πήχεως νὰ τεμνηται εἰς μερὴ δύ-

ω σχ δον ἴσα, ἐκτελεῖται ἡ ἀναγνωσις ἐπὶ τῆς τομῆς τοῦ κατακορύφου νήματος μετὰ τῶν ΜΝ καὶ ΡΣ καὶ τότε δὲν εἶνε ἀναγκαῖον ὅπως ταῦτα ἦνε ἐντελῶς ὁριζόντια.



Τὸ ἐργαλεῖον οὕτω δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς κατεσκευασμένον· κατασκευάζονται ἀκριβῶς διὰ κανόνων δεδοκιμασμένων δύω ἀποστάσεις δ καὶ δ', ἀκολούθως τίθεται ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀποστάσεων τούτων τὸ τηλεσκόπιον, ὁ δὲ πήχυς ἐπὶ τοῦ ἑτέρου ἄκρου· ἀναγινώσκονται τὰ ἐπὶ τοῦ πήχεως ἀπολαμβανόμενα μήκη Μ καὶ Μ' καὶ οὕτω προσδιορίζονται δύω ἐξισώσεις, διὰ τῶν ὁποίων προσδιορίζονται αἱ σταθεραὶ α καὶ β ἐξαγόμεναι δ' εὐκόλως



$$\delta = a + b M$$

$$\delta' = a + b M'$$

$$b = \frac{\delta - \delta'}{M - M'} \quad \text{καὶ}$$

$$a = \delta - b M = \delta - b \frac{\delta - \delta'}{M - M'} = \frac{\delta' M - \delta M'}{M - M'}$$

Διὰ νὰ κανονισθῇ ἐντελῶς τὸ ἐργαλεῖον πρέπει αἱ ἀποστάσεις δ νὰ καταμετρηθῶσι μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἀκριβείας καὶ προσοχῆς. Ἐκτὸς τούτου δὲν πρέπει νὰ περιορισθῇ εἰς δύο πειράματα, ἀλλὰ νὰ ἐπεκταθῇ ὁ ἀριθμὸς τούτων καὶ λεχθῇ διὰ τὰς τιμὰς α καὶ β ἡ μέση τιμὴ τῶν ἐξαχθησομένων ἐκ τῶν διαφόρων

παρατηρήσεων. οὕτω τρόπον ὁ τύπος

$$\delta = \alpha + \beta M$$

εἶναι καθ' ὅλα προσδιορισμένος, ἐφ' οὗ δι' ἐπιμετρήσεων καὶ τοῦ ἰσάριθμου αἱ τιμαὶ τοῦ M, ἀντιλουόντων κατόπιν ἐν τῷ γραφείῳ οἱ ὑπολογισμοί.

Οἱ ὑπολογισμοὶ δύνανται ἐπαισθητῶς ν' ἀπλοποιηθῶσιν ἐὰν καταστρωθῇ πίναξ τῶν τιμῶν τοῦ M αὐξάνον. τοῦ κανονικῶς μεταξὺ δύο ὁρίων, ἢ καλλίτερον ἐὰν κατασκευασθῇ γραφικῶς ἡ εὐθεῖα $\delta = \alpha + \beta M$ παρίστωσα τὴν γνωστὴν εὐθεῖαν γραμμήν.

Ἐπανέλθωμεν εἰς τὸν τύπον

$$\delta = \alpha + \beta M = \alpha + \frac{\varepsilon}{\mu} M,$$

ὅστις δίδει τὰς ἀποστάσεις ὄχι ἀπὸ τοῦ ὀπτικοῦ κέντρου τοῦ ἀντικειμένου, ἀλλ' ἀπὸ τῆς προσηνούσης ἑστίας τοῦ φακοῦ τούτου, κειμένης ἐν τῷ ἰσοπλεύρῳ τοῦ τηλεσκοπίου, ἢ διὰ τῆς ὁποίας γενικῶς διέρχεται ἡ καταφορὰ τοῦ κέντρου τοῦ τριπόδος τοῦ ὀργάνου.

Εἰς κανονικὸν τηλεσκόπιον, ἡ ἀπόστασις τοῦ ὀπτικοῦ κέντρου τοῦ ἀντικειμένου ἀπὸ τῆς καταφορᾶς τοῦ κέντρου τοῦ ὀργάνου δὲν ἐκλέγεται πάντοτε ἴση μὲ $\frac{3}{2}$ ἀπόστασιν ἑστιακὴν πρωτεύοντος τοῦ ἀντικειμένου, οὔτως ὥστε ἡ αὐτὴ νὰ ἦτο ἴση μὲ $\frac{2}{1}$ ἐὰν ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ὁ ἀνωτέρω τύπος δὲν ἀλλάσσει ὁ δὲ προσδιορισμὸς τῶν σταθερῶν α καὶ β μένει ὁ αὐτός,

ἔχομεν λοιπὸν $\delta = \alpha + \frac{\varepsilon}{\mu} M$

λαμβάνεται ως μήκος της διαιρέσεως του πηχεως η ποσοτης $\frac{1}{\mu}$ ητις εν τη περιπτωσει ταυτη απομαινει η
ση τη μοναδι και εχομεν επι μετρα

$$\delta = \alpha + M$$

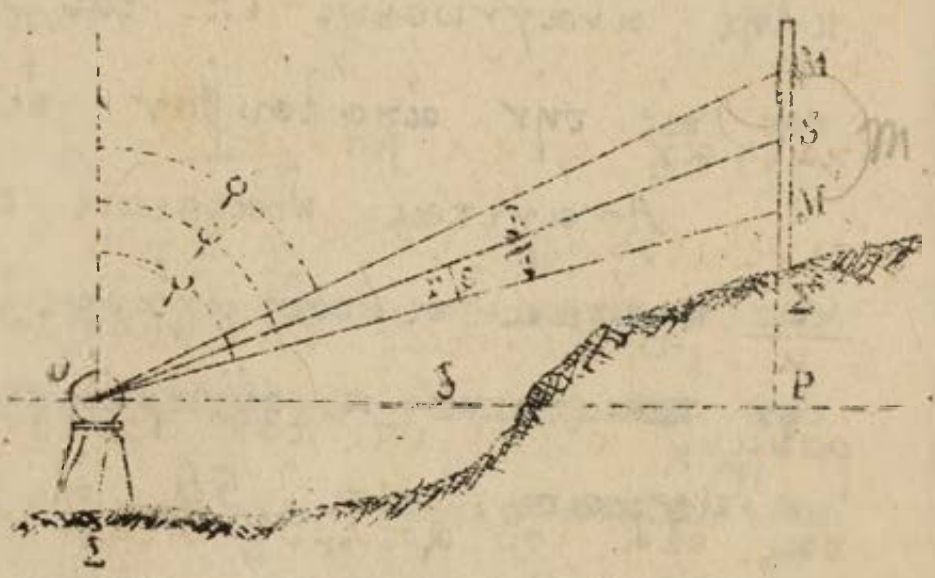
η σταθερα α = ε τη δυναται να προστεθη και επο-
στην παρατηρησιν οταν το επιλεκτεον ηνε προσα-
μενον δια διαστημομετρικας παρατηρησεις, διατι θεται
αυτως υστε ε τη εινε αριθμος τις στοιχειλοι εικο-
λοι προστιθεμενος επι παραδειγματι 0,40 η 0,50.

Αλλα δυνατον να επιτευχθη η απλουστευσις δι' α-
πλης αναγνωσεως επι του πηχεως, υποβαλλομενου τοι-
του εις την ακολουθον διορθωσιν.

Αναγεται διαιρεσις εις κεντρικην του πηχεως και-
τα κορυφας τι του μηκους αυτης ισον με το ληφθεν
την ποσοτητα α συναρτησει του μετρου. Εστω επι πα-
ραδειγματι $\alpha = 0,50$ η με κλασμα $\frac{1}{2}$ του μετρου, α-
ναγεται κατα το ημισυ κεντρικην εις διαιρεσεις του πηχε-
ως ητις εκφραζει μετρα, εξ ου εξαγεται οτι η αποστασις
$\delta = M$ απο κειμενης κατα ημισυ μετρου εκαστη απο-
στη διαιρεσις των πηχεων αντιστοιχει εις το μετρον της
αριθμητου αποστασεως λοιπον η αποστασις αυτη $\delta = M$
εαν η διαιρεσις ητο ακατορθωτος θα παρεκτα την απο-
σχασιν του πηχεως απο της πραγματικης θεσεως εαυ-
τοκεντρικου, ητις ορισκεται προ του επιλεκτεου, εντευθεν
της διορθωσεως της διαιρεσεως η αποστασις κειμενη κατα
α δηλαδη ακριβως κατα την αποστασιν ητις χωριζει
την ποσοτητα ως αντικρυ θεσεις απο των κεντρων
του εργαλειου.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εὐκόλως ἐννοεῖται ὅτι δὲν δύναται νὰ γίνῃ χρῆσις οἱουδήποτε πήχεως ἕκαστον ἐργαλεῖον ἔχει τὸν πῆχυν του. Ὅταν τὰ νήματα τοῦ μικρομέτρου θραύωνται πρέπει νὰ τοποθετηθῶσι ἐν τῇ ἀρχικῇ ἀκριβῶς θέσει των, ἐὰν δὲ τοῦτο δὲν ἐπιτευχθῇ πρέπει νὰ κανονισθῇ ἕτερος πῆχυς.

Ἐν τοῖς προηγουμένοις ὑπετέθη ὅτι τὸ διαστημόμετρον ἀντιφέρετο ἐπὶ ὁριζοντίων ἀποστάσεων. Ἀλλ' ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι πρόκειται νὰ καταμετρηθῇ $OP = \delta$ δύο σημείων Σ, Σ' κειμένων ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους (σχ. 155) ὑπολογίζεται διὰ τοῦ διαστημομέτρου ἡ κεκλιμένη ἀπόστασις OS, λαμβάνεται διὰ τοῦ κλισιμέτρου ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τὸ ζενίθ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ OS μετὰ τῆς κατακορύφου τοῦ σημείου O καὶ ἐκτελεῖται ἡ ἀναγωγὴ διὰ τοῦ τύπου $OP = OS$ ημ. φ. Ὅταν ὁ πῆχυς ἦτο κατακόρυφος ἐν τῷ σημείῳ Σ' δὲν εἶτο κάθετος ἐπὶ τῆς OS τὸ ἐπὶ μήκους $M'M''$ τὸ ἐπὶ τοῦ πήχεως ὑπὸ τῶν ἀκτίνων OM', OM'' ἀπολαμβανόμενον θὰ ἦτο περισσότερον τοῦ ἀληθοῦς καὶ ἐπομένως θὰ ληφθῇ διὰ τῆς OS τιμὴ πολὺ μεγαλειτέρα τῆς ἀληθοῦς.



Ἡ γωνία $M'OM''$ εἶνε ἡ διαστημομετρικὴ γωνία ω, ἔχομεν

$$\varphi' = \varphi + \frac{1}{2}\omega \qquad \varphi'' = \varphi - \frac{1}{2}\omega$$

ἐκ τοῦ τριγώνου OMM λαμβάνομεν . . .

$$OM' = M'M'' \frac{\eta\mu\varphi''}{\eta\mu\omega} = M \frac{\eta\mu\varphi''}{\eta\mu\omega}$$

ἀφ ἑτέρου ἐκ τοῦ τριγώνου $OM'P$ λαμβάνομεν

$$OP \text{ ἢ } \delta = OM' \eta\mu\varphi' = M \frac{\eta\mu\varphi' \eta\mu\varphi''}{\eta\mu\omega}$$

$$\delta = M \frac{\eta\mu\left(\varphi + \frac{1}{2}\omega\right) \eta\mu\left(\varphi - \frac{1}{2}\omega\right)}{\eta\mu\omega} = \frac{M}{\eta\mu\omega}\left(\eta\mu^2\varphi - \eta\mu^2\tfrac{1}{2}\omega\right)$$

$\frac{1}{2}\omega$ οὖσα γωνία πολὺ μικρὰ δύναται νὰ λησθῇ

$$\delta = \frac{M\,\eta\mu^2\varphi}{\eta\mu\omega}$$

καὶ ἂν ἀναμνησθῶμεν ὅτι ἐλήφθη ὡς μονὰς τῆς διαιρέσεως τοῦ πήχεως ἡ τιμὴ $\eta\mu\omega$ ἢ καλλιτέρων ἡ πυκνότης $\frac{\varepsilon}{\mu}$, ἥτις κατ' ἐλάχιστον διαφέρει ταύτης, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα ἡγμένη ἀπόστασις δίδεται διὰ τοῦ ἁπλουστάτου τύπου,

$$\delta = M\,\eta\mu^2\varphi$$

ὁ τύπος οὗτος ὑποθέτει ἐργαλεῖον διωρθωμένον καὶ διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν καταχορύφων γωνιῶν διὰ τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ἐκτιμηθῇ ἐκτὸς τῆς ὁριζοντιογραφίας καὶ ἡ χωροστάθμησις τοῦ ἐδάφους.

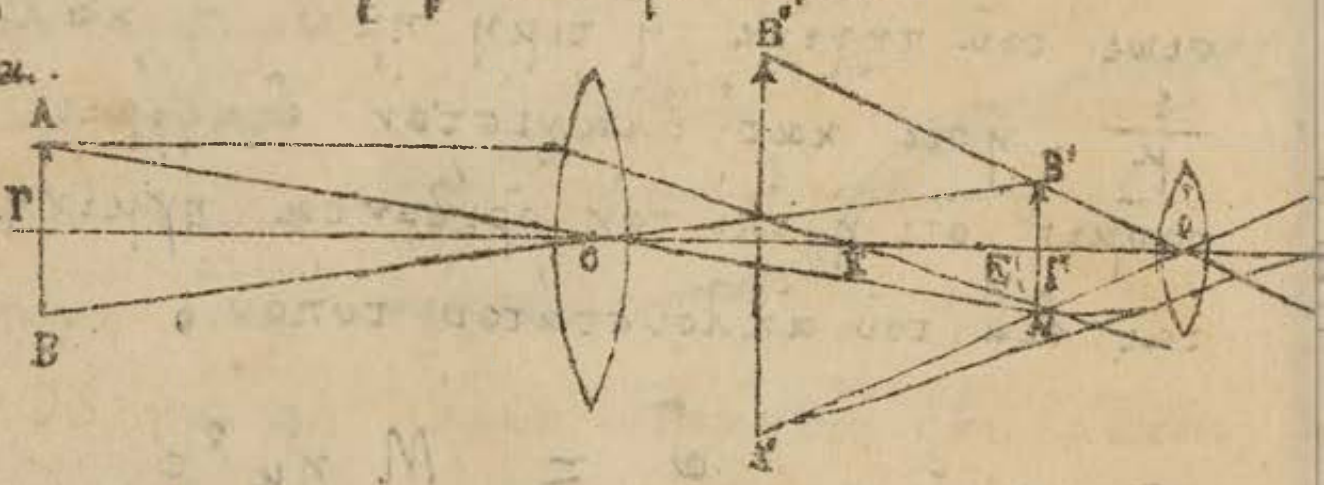
Διὰ τὴν ἀκριβῆ ἐκτίμησιν τῆς ἀποστάσεως $O\Sigma$ πρέπει ὁ πήχυς νὰ κλίνῃ καθέτως ἐπὶ τοῦ μήκους τούτου, ὅπως δ' ἐπιτευχθῇ τοῦτο πρέπει νὰ στηριωθῇ καθέτως ἐπὶ τοῦ πήχεως εἰς τὸ σημεῖον Σ' ἢ τηλεσκόπιον ἢ ὀρθογώνιόν τι καὶ νὰ εὐθυγραμμισθῇ τὸ τηλεσκόπιον ἢ ἡμι-

γάλη πλευρά του ορθογώνου πρός το φραλλίειον Ο. Η απόστασις δ υπολογίζεται τότε διά του τύπου . . .

$$\delta = 0\delta \times \text{συν} \, \delta 0 P$$

ανωφελές νά είπωμεν ότι διά της πελευταίας ταύτης διατάξεως οιδεμία πρακτική ωφέλεια δύναται νά επιζητηθή.

Ακρίβεια της εκτιμήσεως των αποστάσεων είς του διαστημομέτρου. Μεγίθυνσις τηλεσκοπίου τινός καλείται ο λόγος ο μεταξύ της γωνίας υπό την οποίαν παρατηρείται το είδωλον καί της γωνίας υπό την οποίαν παρατηρείται το αντικείμενον αντικαθιστάνον δια γυμνού οφθαλμού λοιπόν (σχ 156) είς ον καλούμεν Γ τη μεγίθυνσιν έχομεν . . .



$$\Gamma = \frac{A'' O' B''}{A O' B}$$

ή μέ μεγάλην προσέγγισιν . .

$$\Gamma = \frac{A O' B'}{A O B} = \frac{A' O' B'}{A' O B'}$$

ΑΒ δέ ούσης μικράς διαστάσεως ως πρός τας εστιακάς αποστάσεις δύναται να παραδεχθή ότι συγκίνεται μετά των τόξων των αντίνων OA', $O'A'$ καταγραφομένων εκ των αντικειμένων κέντρων O, O' διά την καταμέτρησιν γωνιών, τότε

$$\Gamma = \frac{A' O' B'}{A' O B'} = \frac{A' B'}{O' \Gamma'} : \frac{A' B'}{O \Gamma'}$$

δίδει κατὰ προσέγγισιν . . $\Gamma = \frac{E}{i}$.

ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι E καὶ i εἶνε αἱ πρωτεύουσαι ἐστιακαὶ ἀποστάσεις τῶν δύο φακῶν τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ προσφθαλμίου .

Παρατηρεῖται ὅτι ἡ μεγέθυνσις εἶνε κατὰ τοσοῦτον μεγαλειτέρα δι' ὁποιονδήποτε ἀντικειμενικὸν καθ' ὅσον ἡ ἐστιακὴ ἀπόστασις τοῦ προσφθαλμίου i εἶνε μικροτέρα .

Ἡ πεῖρα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ γωνία ὑπὸ τὴν ὁποίαν παρατηρεῖται εἴδωλόν τι μεγεθυνομένη διὰ μέσου τοῦ προσφθαλμίου φακοῦ ἔχει ὡς ἀνωτέραν ὅριον 21° περίπου, ἡ ὁποία ὑπέρβασις καθίστα τὸ εἴδωλον ἐπιτυγχανόμενον .

Ὡ αὔξησις τῆς διαστηματικῆς γωνίας, ἡ μεγέθυνσις Γ εἶνε ὁ λόγος τῆς γωνίας ω ὑπὸ τὴν ὁποίαν παρατηρεῖται τὸ εἴδωλον διὰ τοῦ προσφθαλμίου πρὸς τὴν γωνίαν ω ὑπὸ τὴν ὁποίαν παρατηρεῖται κατ' εὐθεῖαν τὸ ἀντικείμενον διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ , ἔχομεν λοιπόν -

$$\Gamma\omega = \frac{I}{\omega}\omega = I$$

ἤτοι τὸ γενόμενον Γω δὲν πρέπει νὰ ἦνε ἀνώτερον τῆς μεγίστης τιμῆς τῆς γωνίας I ἤτις εἶνε 21° .

Ἀφ' ἑτέρου βεβαιοῦται ἐκ πολλῶν παρατηρήσεων ὅτι τὸ κατώτερον ὅριον τῆς δυνάμεως τοῦ ὀφθαλμοῦ εἶνε ἡ ἐκτίμησις τοῦ $\frac{1}{10}$ σχετικῶν γωνίας $\frac{3}{10}$ τῆς μοίρας , δύναται νὰ ἐκτιμηθῇ λοιπὸν γωνία τις μὲ προσέγγισιν $\frac{3}{100}$ τῆς μοίρας .

Ἡ μεγίστη γωνία τοῦ εἰδώλου εἶνε 21° ἔχομεν

εἰ ἀρίστου ἐργαλείου σχετικὸν σφάλμα ἐπὶ τῆς γωνίας I, τὸ ὁποῖον θὰ ἦτο τοὐλάχιστον ἴσον μὲ τὸν λόγον τοῦ γωνιώδους ὁρίου $\frac{3'}{100}$ τῆς μοίρας ἢ $0,^{o}03$, πρὸς τὸ μέγιστον τῆς γωνίας I ἦτοι 21^{o}, ὁ λόγος οὗτος εἶνε κατὰ προσέγγισιν $\frac{1}{700}$.

Τῆς γωνίας ὑπολογιζομένης μὲ προσέγγισιν $\frac{1}{700}$ τὸ αὐτὸ εἶνε καὶ διὰ τὴν ἐκτίμησιν τοῦ μήκους τοῦ ἐπὶ τοῦ πήχεως ἀπολαμβανομένου ὑπὸ τῶν σκοπευτικῶν ἀκτίνων δι' οὗ ἐκτιμᾶται ἡ ἀπόστασις.

Γενικῶς ἡ προσέγγισις εἶνε ἴση μὲ $\frac{0,03}{\Gamma\omega}$.

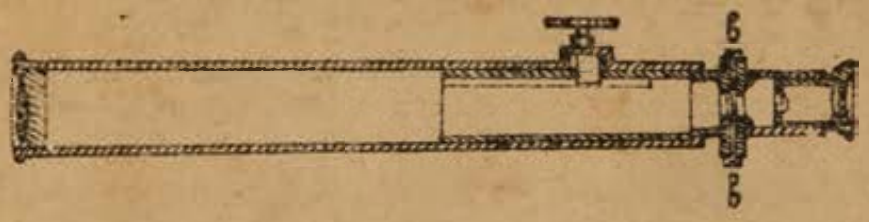
Τὸ βέβαιον εἶνε ὅτι διὰ συνήθους τηλεσκοπίου ἀποστάσεις 200^{μ} ἢ 300^{μ} ὑπολογίζονται μὲ προσέγγισιν $\frac{1}{400}$ καὶ $\frac{1}{500}$ καὶ τὸ διαστημόμετρον δύναται τότε νὰ παραβληθῇ μὲ τὴν ἀλύσσιν, ἐπὶ ἐδάφους μάλιστα ἀνωμάλου δύναται νὰ παραβληθῇ εἶνε ἀνώτερον.

Ὁ Porro διὰ τοῦ τηλεσκοπίου αὐτοῦ διαστημομετρικῆς γωνίας σταθερᾶς, ἐπιτυγχάνει προσέγγισιν κατὰ πολὺ ἀνωτέραν δι' ἀντικειμενικοῦ φακοῦ 50 χιλιοστομέτρων ἀναγράματος καὶ μετὰ πολλαπλῶν ὑέλων, φθάνει εἰς ἐκτίμησιν τῶν ἀποστάσεων μὲ προσέγγισιν $\frac{1}{2000}$. Ἀτυχῶς τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο εἶνε πολυσύνθετον καὶ δαπανηρόν.

Πήχυς. Ὁ πήχυς εἶνε κανὼν ὕψους 3 ἢ 4 μέτρων διπλούμενος εἰς δύω διὰ τὴν εὐκολίαν τῆς μεταφορᾶς. Συνήθως εἶνε διηρημένος εἰς διπλᾶ ἑκατοστόμετρα κατὰ δὲ τὴν διάμεσον γραμμὴν φέρει διαιρέσεις εἰς ἑκατοστά. Ἡ διαίρεσις δ ἥτις ὑπάρχει τοποθετημένη εἰς τὸ μέσον ὕψος τοῦ ἐργαλείου $1^{\mu},40$ εἶνε

εἶνε ἐλαττωμένη κατὰ χλάσμα, ὅπερ ἐκφράζει τὴν ἀπόστασιν α, ἥτις, ὡς προελέχθη, ἰσοῦται μὲ 0,40 — 0,50, ἤτοι ἐὰν 1",00 ὁριζοντίου ἀποστάσεως παρίσταται διὰ 0",01 ἐπὶ τοῦ πήχεως καὶ τεθῇ α = 0,50 ἢ ἀντιστρόφως διαίρεσις ἐλαττοῦται κατὰ 0,005. Αἱ διαιρέσεις εἶνε ἀνὰ πέντε κεχαραγμέναι διαδοχικῶς ἐκ τῆς μιᾶς καὶ τῆς ἑτέρας πλευρᾶς τοῦ κανόνος (σχ. 157), εἶνε δὲ κεχρωματισμέναι μελανὲι ἢ καλλίτερον ἐρυθραί. Ἀριθμοὶ δεικνύουσι τὰς δεκάδας τῶν διαιρέσεων τῶν περιλαμβανομένων μεταξὺ τοῦ πεδίου τοῦ κανόνος καὶ τῆς διαιρέσεως πρὸς τὴν ὁποίαν ἀναφέρονται. Ὅπως βεβαιοῦται τὸ κατακόρυφον τοῦ πήχεως εἶνε τοποθετημένη ἀεροχωροστάθμη εἰς Ν ἐντὸς ἰσοχῆς ἐπὶ τοῦτῳ διευθετημένης ἐντὸς τοῦ κανόνος.

Τηλεσκόπιον μετὰ κινητῶν νημάτων. Τὸ τηλεσκόπιον μετὰ κινητῶν νημάτων ἔχει συνήθως 0,25 ÷ 0,30 μήκος, εἶνε ὡς τὸ σύνηθες διαφέρει δὲ μόνον κατὰ τὸ διάφραγμα, τὸ ὁποῖον φέρει τὰ νήματα τοῦ δικτύου καὶ ὅπερ παρουσιάζει εἰδικήν τινα διάταξιν. Συνίσταται ἐκ δύω μερῶν, ὧν τὸ ἓν σταθερὸν τὸ δ' ἕτερον κινητόν· τὸ σταθερὸν μέρος φέρει τὰ δύω διασταυρούμενα νήματα καὶ τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ μικρομέτρου (σχ. 158). Τὸ κινητὸν μέρος, ὅπερ δύναται νὰ ὀλισθήσῃ ἐπὶ τοῦ πρώτου διὰ μέσου κοχλίου τινὸς β φέρει τὸ δεύτερον νῆμα τοῦ μικρομέτρου



δυνάμει τοῦ

ὅπερ μένει οὕτω πάντοτε ἐντὸς τοῦ ἐπιπέδου τοῦ διαφράγματος, καὶ τοῦ ὁποίου ἡ ἀπομάκρυνσις ἢ ἡ πλησίασις ὡς πρὸς τὸ πρῶτον νῆμα, ἐπιτρέπει τὸν κανονισμὸν τοῦ ἰργαλείου ὡς πρὸς δεδομένον τινα πῆχυν, ὡς ὁ ἀνωτέρω περιγραφείς, ἐνῶ διὰ τηλεσκοπίου μετὰ σταθερῶν νημάτων ὁ κανονισμὸς ἰδιαιτέρου πήχεως ἦτο ἀναπόφευκτος.

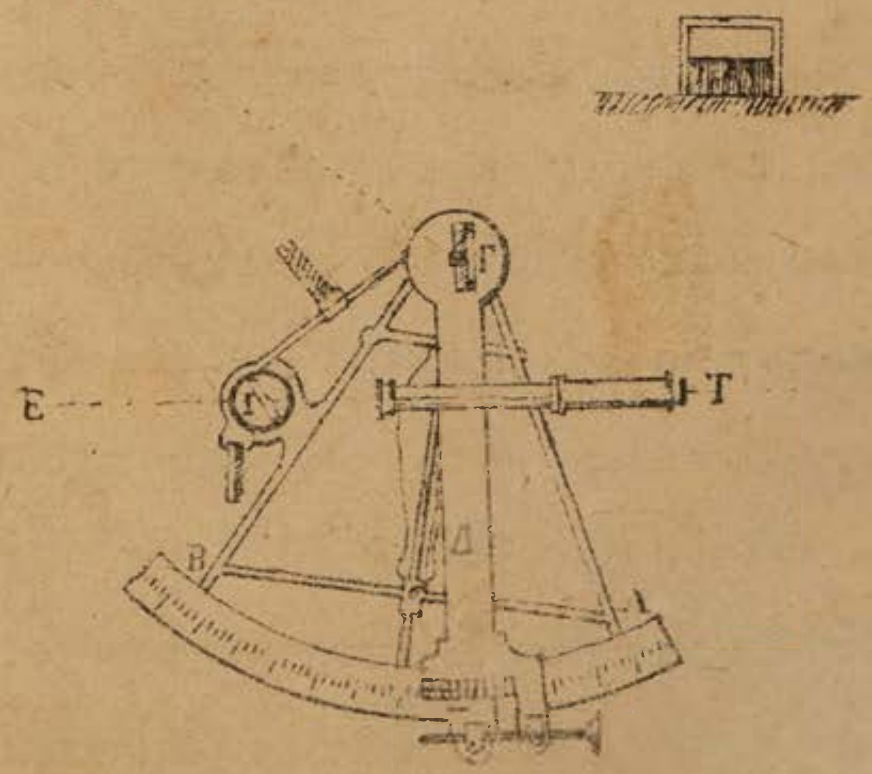
Ὅπως ἐκτελεσθῇ ὁ κανονισμὸς τοῦ τηλεσκοπίου καταμετρᾶται μετ' ἀκριβείας ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους ἀπόστασις 100μ. τοποθετεῖται τὸ τηλεσκόπιον ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τῆς καταμετρηθείσης εὐθείας, ἐπὶ δὲ τοῦ ἑτέρου καθίτως ὁ πῆχυς. Ἐν τῇ ὀπισθίᾳ πλευρᾷ τοῦ πήχεως εἶναι χαραγμέναι δύω διαιρέσεις, ὧν ἡ ἀπομάκρυνσις ἀπὸ ἄκρου εἰς ἄκρον ἀντιστοιχεῖ εἰς 100 διαιρέσεις μείον τὴν διόρθωσιν. Σκοπευομένης διὰ τοῦ σταθεροῦ νήματος τοῦ μικρομέτρου μιᾶς διαιρέσεως, ἀγεται τὴ συνάφειαν τοῦ κοχλίου β τὸ κινητὸν νῆμα εἰς συμπτωσιν μετὰ τῆς δευτέρας διαιρέσεως. Οὕτω τὸ ἰργαλεῖον εἶναι κεκανονισμένον. - - -

Κεφάλαιον ΙΑ'.

Ἐργαλεῖα ἀστρονομικά.

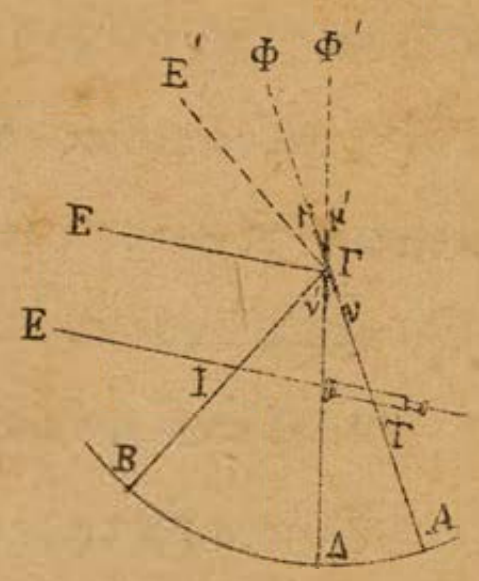
1ον Ἐξακύκλιον. Τὸ ἑξακύκλιον εἶνε ἐργαλεῖον προωρισμένον διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν, τὰς ὁποίας σχηματίζουσι τὰ διάφορα ἀντικείμενα ἐκτάσεώς τινος τῆς γῆϊνου ἐπιφανείας, ἰδίως ὅμως μετεωρολογικοὶ τοῦτο σκοποὶ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν γωνιωδῶν ἀποστάσεων τῶν ἀστέρων.

Συνίσταται (σχ. 159) ἐκ κυκλικοῦ τομέως τοῦ ὁποίου αἱ δύω ἀκτῖνες ΓΑ, ΓΒ σχηματίζουσι μεταξὺ των γωνίαν 60° ἐξ οὗ καὶ τὸ ὄνομα ἑξακύκλιον. Ἡ ἀκτὶς ΓΑ φέρει τηλεσκόπιον Ι ἡ δὲ ἀκτὶς ΓΒ μικρὸν κάτοπτρον Ι κάθετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κύκλου· τὸ κάτοπτρον τοῦτο ἐφαρμοσμένον μένει κατὰ τὸ ἥμισυ τῆς ἐπι-



φανείας αὐτοῦ (σχ. 160) κατὰ τὸ ἕτερον ἥμισυ εἶνε διαφανές. Ἐπὶ τοῦ κέντρου Γ ὑπάρχει ἕτερον κάτοπτρον καθ' ὁλοκληρίαν ἐμβεβαμμένον κάθετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κύκλου καὶ κινητὸν περὶ τὸ κέντρον ταυτοχρόνως τῇ ἀκτῖνι ἡ δείκτη Δ, ἥτις φέρει καὶ βερνιέρον. Ὅταν τὸ μηδὲν τοῦ δείκτου ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μηδὲν τοῦ τόξου, τὰ δύω κάτοπτρα εἶνε παράλληλα μεταξὺ των καὶ τῇ διευθυντρίᾳ ΓΑ (σχ. 161). Ἐπὶ ἄξων τοῦ τηλεσκοπίου Ι εἶνε κάθετος ἐπὶ τῆς διχοτομούσης τὴν γωνίαν ΑΓΒ εἰς τρόπον ὥστε τὸ τρίγωνον ΓΙΤ ἔχει τὰς τρεῖς αὐτοῦ γωνίας ἴσας.

Τούτου τεθέντος ὑποτίθεσθω ὅτι παρατηρεῖται ἀστὴρ τις τοποθετη-



μένος εἰς ἀπόστασιν, ἥτις δύναται νὰ θεωρηθῇ ἄπειρος, κρατεῖται τὸ ἐργαλεῖον διὰ τῆς χειρὸς καὶ διευθύνεται εἰς τρόπον ὥστε νὰ παρατηρηθῇ κατ' εὐθεῖαν ὁ ἀστὴρ Ε κατὰ τὴν εὐθεῖαν ΤΙ, ἥτις διέρχεται διὰ τῆς διαιρούσης γραμμῆς εἰς ἴσα μέρη τὸ κάτοπτρον Ι. Θὰ ληφθῶσι δύω εἴδωλα τοῦ ἀστέρος Ε, τὸ ἓν κατ' εὐθεῖαν διὰ μέσου τοῦ διαφανοῦς μέρους τοῦ κατόπτρου, τὸ δ' ἕτερον διὰ ἀνταναχασθὲν ἐπὶ τῶν κατόπτρων Γ καὶ Ι. Ἀληθῶς ἡ προσπίπτουσα ἀκτὶς ΕΓ σχηματίζει μετὰ τοῦ κατόπτρου μν γωνίαν ΕΓΦ = ΙΤΓ καὶ ἐπομένως = ΙΓΤ· ἡ ἀνταναχλασθεῖσα ἀκτὶς μν θὰ λάβῃ λοιπὸν τὴν διεύθυνσιν ΓΙ καὶ θὰ ἀνταναχλασθῇ εἰς Ι κατὰ τὴν ΙΤ παράλληλον τῆς ΓΕ.

Ζητήσωμεν ἤδη νὰ καταμετρήσωμεν τὴν γωνίαν ἣν

σχηματίζουσι μεταξύ των αι εὐθεῖαι αι ἑνοῦσαι τὴν στα-
σιν τοῦ παρατηρητοῦ μετὰ δύω ἀστέρων Ε καὶ Ε'. Διευθυ-
νεται τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἑξαχυκλίου εἰς τρόπον ὥστε νὰ δι-
έλθῃ διὰ τῶν δύω ἀστέρων, παρατηρεῖται κατ' εὐθεῖαν ὁ
ἀστὴρ Ε διὰ μέσου τοῦ διαφανοῦς μέρους τοῦ κατόπτρου
καὶ κατὰ τὴν γραμμὴν τοῦ χωρισμοῦ τούτου ἀπὸ τοῦ ἐ-
φηδραργυρωμένου, ἀκολούθως κινεῖται ὁ δείκτης καὶ ἐπο-
μένως καὶ τὸ κάτοπτρον Γ μέχρις οὗ τὸ εἴδωλον τοῦ
ἀστέρος Ε δι' ἀνταναλασθὲν συμπέσῃ μετὰ τοῦ κατ'
εὐθεῖαν εἰδώλου τοῦ ἀστέρος Ε. Ἡ γωνία ΑΓΔ ἡ δια-
τρεχθεῖσα ὑπὸ τοῦ δείκτου καὶ τοῦ κινητοῦ κατόπτρου ἐν
τῇ στιγμῇ ταύτῃ εἶνε τὸ ἥμισυ τῆς γωνίας ΕΓΕ' τῶν
δύω ἀστέρων.

Δηθῶς $E\Gamma\phi = I\Gamma A$

$E'\Gamma\phi' = I\Gamma\Delta$

ὅπερ δύναται νὰ γραφῇ . . . . . .

$E\Gamma\phi + \phi\Gamma\phi'$ ἢ $E\Gamma\phi' = I\Gamma\Delta + A\Gamma\Delta$

καὶ . . $E'\Gamma\phi' = I\Gamma\Delta = I\Gamma A - A\Gamma\Delta$

καὶ ἀφαιροῦντες ἔχομεν . . . . . .

$E\Gamma\phi' - I\Gamma\Delta = 2A\Gamma\Delta$

ἢ $E\Gamma E' = 2A\Gamma\Delta$

ὅπερ ἐπρόκειτο νὰ δειχθῇ.

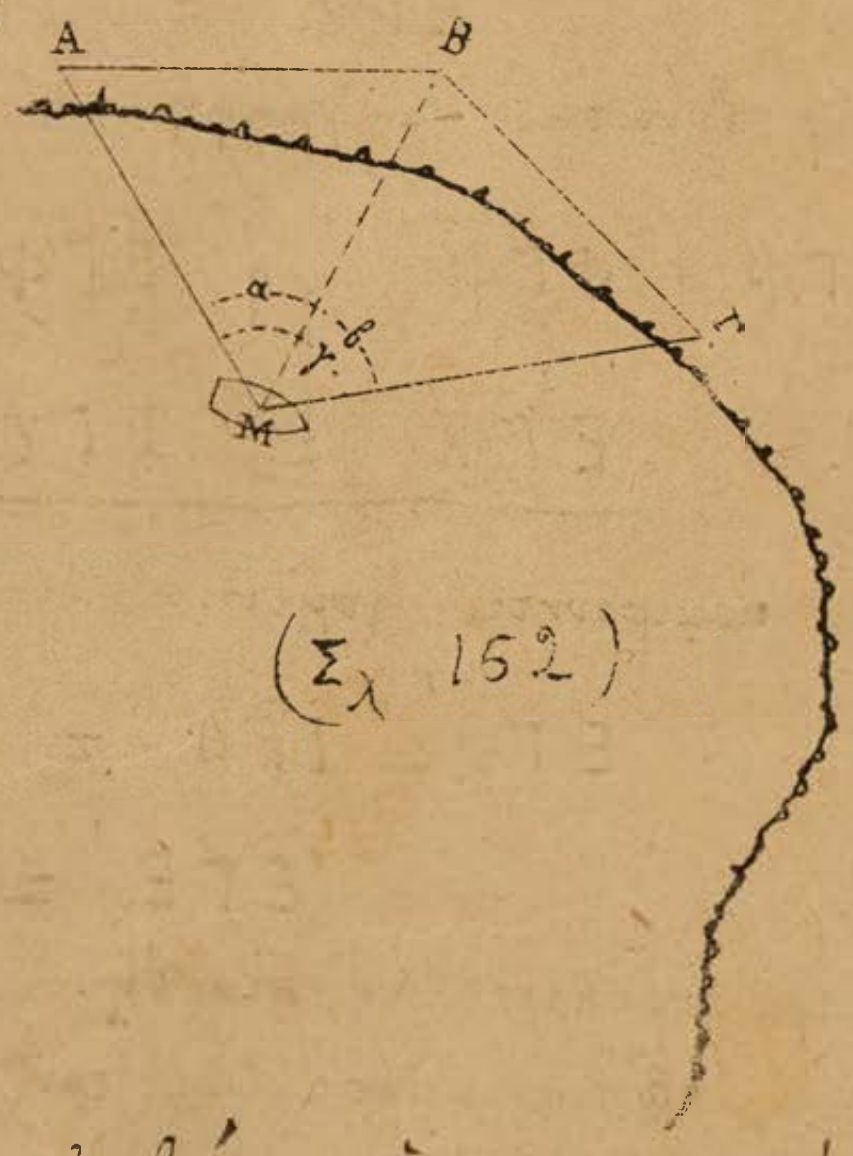
Ὅπως ἀποφύγωσι τὸν διπλασιασμὸν τῶν γωνιῶν
διαιροῦσι τὸ τόξον ΑΒ οὐχὶ εἰς 60° ἀλλ' εἰς 120° ἴσα μέ-
ρη, ἅτινα θεωροῦσι ὡς ὁλοκλήρους μοίρας καὶ οὕτως ἐ-

πιτυγχάνεται ἀμέσως ἡ ἀναγνωσις τῆς ζητουμένης γωνίας.

Τὸ διάφραγμα τοῦ τηλεσκοπίου δὲν φέρει κατὰ τὸ μέσον αὐτοῦ διασταύρωσιν νημάτων καθόσον τοῦτο εἶνε προωρισμένον διὰ τὴν μιγέθυνσιν μόνον τῶν ἀντικειμένων. Ἄλλως τε ἡ ὕπαρξις τούτων εἶνε ἄλλως περιττὴ καθόσον αἱ παρατηρήσεις ἐκτελοῦνται διὰ συμπτώσεως τοῦ κατ' εὐθεῖαν παρατηρουμένου ἀντικειμένου μετὰ τοῦ ἀντανακλωμένου.

Προσδιορισμὸς σημείου τινὸς ἐν τῇ θαλάσσῃ τῇ συνδρομῇ τριῶν σημείων γνωστῶν ἐν τῇ παραλίᾳ. Τοῦ ἑξακυκλίου μεγάλη χρῆσις γίνεται διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν θέσεων τῶν ἐκτελουμένων βολιδοσκοπήσεων διὰ τὴν χωροστάθμησιν τοῦ ὑπὸ τὴν θάλασσαν ἐδάφους.

Ἡ θέσις αὕτη προσδιορίζεται διὰ τῆς λύσεως τοῦ γνωστοῦ ἤδη προβλήματος "δεδομένων τριῶν σημείων ἀπροσίτων νὰ προσδιορισθῇ τέταρτον πρόσιτον."



(Σχ. 162)

Ἔστωσαν Α, Β, Γ, τρία γνωστὰ ἐπὶ τῆς παραλίας σημεῖα (σχ. 162) ζητεῖται ὁ προσδιορισμὸς τῆς θέσεως τῆς λέμβου Μ ἐξ ἧς ἐπιβαίνων ὁ παρατηρητὴς ἐκτελεῖ τὰς βολιδοσκοπήσεις· πρὸς τοῦτο διὰ τοῦ ἑξακυκλί-

ου καταμετροῦνται αἱ γωνίαι ΑΜΒ καὶ ΒΜΓ ἐὰν ἡ στάσις Μ σχηματίζει μετὰ τῶν ἐπὶ τῆς παραλίας σημείων Α, Β, Γ καὶ προσδιορίζεται ἡ θέσις τοῦ σημείου Μ εἴτε τριγωνομετρικῶς εἴτε γραφικῶς, ὡς ἐν τοῖς προηγουμένοις ἐξετέθημεν. Ἐπειδὴ δυνατὸν νὰ συμβῇ μετατόπισις τις τῆς λέμβου κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἐργασίας ταύτης μεταχειρίζονται πρὸς μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν τρία ἑξακυκλία. Διὰ τοῦ πρώτου λαμβάνεται ἡ γωνία ΑΒΓ, ἀναπτίθεται τοῦτο ἀμέσως, λαμβάνεται τὸ ἕτερον καὶ καταμετρᾶται ἡ γωνία ΒΜΓ, διὰ τοῦ τρίτου δὲ ὁλόκληρος ἡ γωνία ΑΜΓ. ἀκολούθως ἀναγινώσκονται αἱ δύο πρῶται καὶ ἐξελέγχεται ἐὰν τὸ ἄθροισμα τούτων ἰσοῦται τῇ ὅλῃ γωνίᾳ, ἥτις ἀναγινώσκεται ἐκ τοῦ τρίτου ἑξακυκλίου, ἐὰν τοῦτο δὲν ὑπάρχῃ συνέχη μετατόπισις τῆς λέμβου διαρκούσης τῆς ἐργασίας πρέπει δὲ αὕτη νὰ ἐπαναληφθῇ.

Τὸ ἐργαλεῖον ἐν τῇ θαλάσσῃ ὁριζοντιοῦται κρατούμενον διὰ τῆς χειρὸς καὶ σκοπευομένης τῆς στάθμης αὐτῆς.

Τὸ ἑξακύκλιον εἶνε ἐργαλεῖον ἀκριβέστατον, σύχι ἐν συγκρίσει βεβαίως μὲ τὸν ἐπαναληπτικὸν κύκλον καὶ θεοδόλιχον, διὰ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ ἐκτελέσωμεν τὸ πρωταρχικὸν δίκτυον καὶ ἀναγνώρισιν μεγάλης ἐκτάσεως. Δὲν παρουσιάζει μεγάλας δυσκολίας καὶ τὰ τὴν χρῆσιν αὐτοῦ ἀπαιτεῖ ἐν τούτοις πεῖραν τινα ἐκ μέρους τοῦ παρατηρητοῦ, εἶνε ἐργαλεῖον εὐμεταχείριστον καθόσον πάντοτε κρατεῖται διὰ τῆς χειρὸς καὶ εὐκόλως μεταφορίζεται.

Ἐξέλεγξις τοῦ ἑξακυκλίου. Διὰ νὰ βεβαιωθῇ ἐὰν τὸ ἑξακύκλιον ἤτις ἀκριβές, πρέπει νὰ ὑποβληθῇ ὑ-

πό τάς ἀκολούθους ἐξελίξεις.

1ον Τά κάτοπτρα δέον νά ἦνε κάθετα ἐπί τοῦ ἐπιπέδου τοῦ δίσκου. Ὁ ὁρος οὗτος βεβαιοῦται τοποθετουμένου τοῦ ὀφθαλμοῦ εἰς τρόπον ὥστε νά ἴδῃ δι' ἀνταναλάσεως τόν δίσκον τοῦ ἐξακυκλίου ἐπί τοῦ μεγάλου κατόπτρου, ἐάν τοῦτο ἀληθῶς ἦνε κάθετον τό ἀνταναλασθέν τόξον θά σχηματίζει ἀκριβῶς τήν ἐξακολούθησιν τοῦ τόξου τοῦ κατ' εὐθεῖαν παρατηρουμένου. Ὅταν τό μέγα κάτοπτρον ἦνε κεκλιμένον ἐπί τοῦ δίσκου τά δύω τόξα τό ἀνταναλασθέν καί τό κατ' εὐθεῖαν σχηματίζουσι κατά τήν συνάντησιν αὐτῶν θλᾶσιν τινά.

Ὡς πρός τό μικρόν κάτοπτρον βεβαιοῦται τό κάθετον αὐτοῦ ἐπί τοῦ δίσκου, ὅταν τό μηδέν τοῦ δείκτου κεῖται ἐπί τοῦ μηδενός τοῦ δίσκου· δύναται νά συμπέσῃ ἐν τῷ τηλεσκοπίῳ ἀντικείμενόν τι μετά τοῦ εἰδώλου του παρατηρούμενον διά διπλῆς ἀνταναλάσεως. Διά τῆς παρατηρήσεως ταύτης βεβαιοῦται καί ὁ παραλληλισμός τῶν δύω κατόπτρων.

Μεταχειρίζονται προσέτι διά τήν ἄνω βεβαίωσιν μικρούς κύβους, ὧν αἱ γωνίαι εἶνε ἀκριβῶς ὀρθαί· τοποθετοῦσι τούτους ἐπί τοῦ δίσκου καί εἰς τρόπον ὥστε ὁ εἷς ν' ἀποκρύπτῃ ἀπό τοῦ ὀφθαλμοῦ τό εἴδωλον τοῦ ἑτέρου, παρατηρουμένου δι' ἀνταναλάσεως ἐπί τοῦ κατόπτρου. Πρέπει αἱ κόψεις τοῦ ἀνταναλωμένου κύβου νά ἦνε ἀκριβεῖς ἐπεκτάσεις τῶν τοῦ κύβου τοῦ κατ' εὐθεῖαν παρατηρουμένου.

Προσδιορισμός τοῦ ὕψους τῶν ἀστέρων. Τό ὕψος τῶν ἀστέρων καταμετρᾶται κρατουμένου

καταμερύσως τοῦ δίσκου τοῦ ἐξαπύκλίου. Πρὸς τοῦτο τε-
ποθετεῖται ἐμπροσθεν τοῦ παρατηρητοῦ τεχνικὸς τις ἐρίζων,
ὡς ἐπὶ παραδείγματι κάτοπτρον μέλαν μετ' ἀσπρογραστάθ-
μης πρὸς ἐριζοντίωσιν αὐτοῦ, ὁ ἀστὴρ τοῦ ὁποίου ζητεῖται
τὸ ὕψος παρατηρεῖται δι' ἀντανακλάσεως ἐπὶ τοῦτου. Σκο-
πεύεται διὰ τοῦ ἐξακυκλίου ὁ ἀστὴρ, καὶ κινουμένου τοῦ
δείκτου ἄγεται εἰς ἐπαφὴν τὸ εἴδωλον τοῦ ἀστέρος μετὰ
τοῦ παρατηρουμένου ἐν τῷ τεχνητῷ ὁρίζοντι. Ἡ ἀναγνω-
σθησομένη γωνία ἐπὶ τοῦ δίσκου εἶνε τὸ ὕψος τοῦ ἀστέ-
ρος.

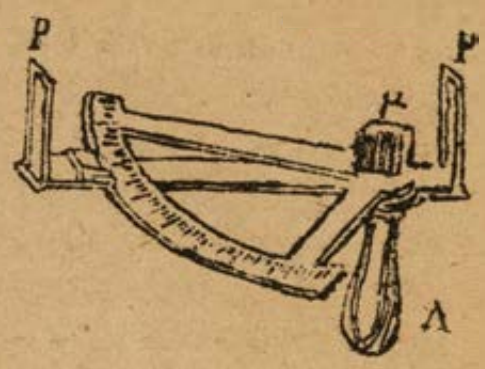
Ἐν τῇ θαλάσσῃ τὸ παρατηρούμενον ὕψος εἶνε τὸ
τοῦ ἀστέρος μετὰ τῆς γραμμῆς τοῦ ὁρίζοντος τῆς θαλάσσης
τοῦ διαγραφομένου ἐν τῷ οὐρανῷ. Ἐπὶ παραδείγματι πρὸς
προσδιορισμὸν τοῦ ὕψους τοῦ ἡλίου ἄγεται τὸ ἄκρον τοῦ
ἀντανακλασθέντος εἰδώλου τοῦ ἡλίου ἐφαπτόμενον τῆς
γραμμῆς ταύτης τῆς θαλάσσης παρατηρουμένης καὶ εὐθεί-
αν διὰ μέσου τοῦ διαφανοῦς μικροῦ κατόπτρου. Τὸ ἐπὶ τοῦ
ἐξακυκλίου ἀναγινωσκόμενον τόξον εἶνε ἀληθὲς ὅτι εἶνε
μεγαλείτερον τοῦ ζητουμένου ὕψους. Ἡ ὑπεροχὴ αὕτη κα-
λουμένη ταπείνωσις τοῦ ὁρίζοντος πρέπει ἀκολου-
θως ν' ἀφαιρεθῇ ἐκ τοῦ καταμετρηθέντος τόξου.

Αἱ ἐπὶ τοῦ ἡλίου παρατηρήσεις ἐκτελοῦνται διὰ κε-
χρωματισμένων ὑάλων δι' ὧν εἶνε ἐφωδιασμένον τὸ τηλε-
σκόπιον καὶ τὰ κάτοπτρα τοῦ ἐξακυκλίου, ὅπως προφυλά-
ξωσι τὴν ὅρασιν ἐκ τοῦ ἰσχυροῦ φωτὸς τοῦ ἐκπεμπομένου
ἐκ τοῦ σώματος τούτου.

Ἐξακύκλιον μεθ' ἑνὸς μέτρου κατόπτρου.

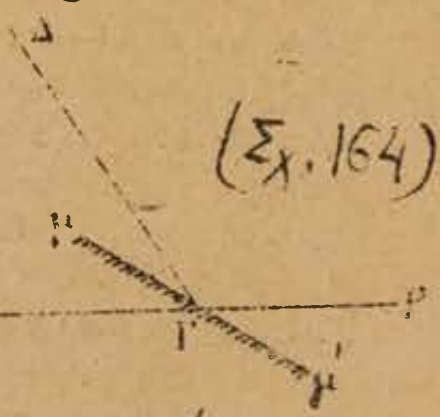
Μεταχειρίζονται ἐνίοτε διὰ τὰς ἀναγνωρίσεις ἐργαλεῖον

απλῆς ἀνταναπλάσεως, ὅπερ δίδει ἐξαγόμενα ὀλιγώτερον ἀκριβῆ τοῦ περιγραφέντος ἤδη ἐργαλείου, ἀλλ' ὅπερ ἔχει τὸ πλεονέκτημα τῆς εὐκόλου χειρήσεως καὶ τῆς προμηθείας αὐτοῦ διὰ μικρᾶς δαπάνης. (σχ. 163) Συνίσταται ἐκ τομέως βαθμολογημένου, εἰς τὸ κέντρον τοῦ ὁποίου ὑψοῦται καθέτως τὸ κάτοπτρον μ. Δείκτης μὲ δίοπτραι Ρ, Ρ' περιστρέφεται περὶ τοῦ κέντρου τούτου τὸ ὅλον σύστημα κρατεῖται διὰ τῆς χειρὸς διὰ μέσου τῆς λαβῆς Λ. Τὸ κάτοπτρον εἶνε διατεθειμένον τοιουτοτρόπως ὥστε ὅταν ἡ διεύθυνσις αὐτοῦ εἶνε παράλληλος τῆς σκεπτικῆς γραμμῆς τοῦ δείκτου, τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου τούτου ταυτίζεται μετὰ τοῦ μηδενὸς τοῦ δίσκου. Ἡ βαθμολογία εἶνε κεχαραγμένη καθ' ἡμισείας μοίρας ἠριθμημένη δέ' ὡς ἂν αἱ διαιρέσεις αὗται νὰ ἦσαν ἀκέραιαι μοῖραι.



Τοῦ δείκτου Ρ, Ρ' διευθυνομένου πρὸς σημεῖόν τι Η (σχ. 164) περιστρέφεται ὁ δίσκος μέχρις ὅτου τὸ εἴδωλον τοῦ δευτέρου σημείου Δ ἀνταναπλασθὲν ἔλθῃ καὶ τοποθετηθῇ ἐπὶ τῆς διευθύνσεως Η. Ἡ γωνία Ρ'Γμ' κατὰ τὴν ὁποίαν περιστρέφη τὸ κάτοπτρον, εἶνε τὸ ἥμισυ τῆς προκειμένης νὰ καταμετρηθῇ γωνίας ΔΓΗ ὑπάρχει ἀληθῶς $\text{Ρ}\Gamma\mu = \text{Ρ}'\Gamma\mu' = \mu\Gamma\text{Ρ}$, ἐξ οὗ συνάγομεν

(Σχ. 164)



$$\mu\Gamma\text{Ρ} = \frac{\Delta\Gamma\text{Ρ}}{2}$$

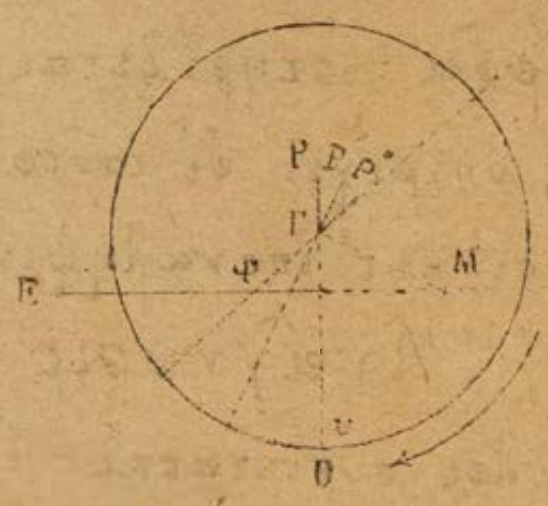
2ον Ἀνταναπλαστικὲς κύλες. Ἀνεκαλύφθη ὑπὸ τοῦ Τοβίε Μαγερ, ἐτελειοποιήθη δὲ ὑπὸ τοῦ Βοργδα

διὰ τοῦτο καὶ συνήθως καλεῖται καλεῖται κύκλος τοῦ Βορδα· στηρίζεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς τοῦ ἐξακυκλίου, ὑπιρίχει δὲ τοῦτο διότι δύνανται αἱ γωνίαι ν' ἀναγνωσθῶσι κατ' ἐπανάληψιν.

Ἀνάγνωσις τῶν γωνιῶν. Β' ἀνταναπλαστικὸς κύκλος συνίσταται ἐκ κύκλου βαθμολογημένου εἰς 720 ἡμισείας μοίρας ὧν ἑκάστη ἐκφράζει ὁλόκληρον μοῖραν ἐκ τηλεσκοπίου προωρισμένου μόνον διὰ τὴν μεγέθυνσιν τῶν ἀντικειμένων, ἑπομένως τὸ διάφραγμα αὐτοῦ δὲν φέρει κατὰ τὸ μέσον τὴν διασταύρωσιν τῶν νημάτων, καὶ ἐκ τῶν δύο κατόπτρων ἐκ τῶν ὁποίων τὸ Μ εἶνε στερεωμένον ἐπὶ τοῦ δείκτου τοῦ φέροντος τὸ τηλεσκόπιον. Τὸ ἕτερον κάτοπτρον Ρ κινητὸν ὡς τὸ πρῶτον περὶ τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου εἶνε στερεωμένον ἐπὶ δευτέρου δείκτου ὅστις φέρει καὶ τὸν βερνιέρον V.

Ἀφοῦ τοποθετηθῇ τὸ μηδὲν τοῦ βερνιέρου μετὰ τοῦ μηδενὸς τοῦ δίσκου, σκοπεύεται διὰ τοῦ τηλεσκοπίου ἀντικειμενόν τι ἐκ δεξιῶν (ἐὰν ὁ δίσκος ἦνε διηρημένος ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά) διὰ μέσου τοῦ διαφανοῦς κατόπτρου Μ, καὶ κρατουμένης σταθερᾶς τῆς σκεπτύσεως ταύτης περιστρέφεται τὸ ἐπίλοιπον τοῦ ἐργαλείου μέχρις ὅτου τὸ κάτοπτρον λάβῃ τὴν κατάλληλον θέσιν, ὅπως ἡ δευτέρα ἀνταπάκλασις τοῦ πρὸς ἀριστερὰ ἀντικειμένου συμπέσῃ μετὰ τοῦ κατ' εὐθεῖαν εἰδώλου πρὸς τὰ δεξιά· τότε δὲ στερεοῦται τὸ τηλεσκόπιον. Κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην ἡ γωνία τῶν δύο κατόπτρων εἶνε τὸ ἥμισυ ἐκείνης τὴν ὁποίαν σχηματίζουσι τὰ δύο ἀντικείμενα μετὰ τῆς στάσεως· ἀλλὰ δὲν δύναται ν' ἀναγνωσθῇ.

Ὅπως κατορθωθῇ τοῦτο ἀρκεῖ νὰ ἀχθῇ τὸ κάτοπτρον Ρ παράλληλον τῷ κατόπτρῳ Μ, τότε τὸ μηδὲν τοῦ δευτέρου θέλει διατρέξει τόξον καταμετροῦν τὸ ἥμισυ τῆς ἐν τῇ φύσει γωνίας· ὁ παραλληλισμὸς οὗτος θὰ ὑπάρξῃ ὅταν τὰ δύο εἴδωλα, τό κατ' εὐθεῖαν καὶ τὸ ἀντανακλώμενον τοῦ αὐτοῦ σημείου συμπέσωσι. Τὸ ἐξ ἀριστερῶν σημεῖον ὡς καὶ τὸ ἐκ δεξιῶν δύνανται νὰ ἐπιβεβαιώσῃ τὸν παραλληλισμὸν τοῦτον.



Τιθείσθω ὅτι ὁ παραλληλισμὸς οὗτος ἀπεκατέστη ὅταν τὰ δύο εἴδωλα τοῦ σημείου Η συμπέσωσι τηρουμένης πάντοτε τῆς διευθύνσεως τοῦ πρὸς τὰ ἀριστερὰ σημείου ἐξακολουθοῦσι κινοῦντες τὸ κάτοπτρον Ρ κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν μέχρις ὅτου ἡ δευτέρα ἀντανάκλασις τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ σημείου συμπέσῃ μετὰ τῆς κατ' εὐθεῖαν ἀκοπιώσεως τοῦ πρὸς τ' ἀριστερὰ σημείου. Διὰ νὰ ἀντικατασταθῇ ἡ γενικὴ κίνησις τοῦ ἐργαλείου ἣν δὲν δεικνύει τὸ σχῆμα, δύναται νὰ ὑποτεθῇ ἐφηρμοσμένη ἐπὶ τῶν δύο ἐν τῇ φύσει σημείων κίνησις κατ' ἀντίθετον διεύθυνσιν, ἥτις μετατρέπει τὸ σημεῖον Δ καὶ Η εἰς Δ' καὶ Η' ἢ ὅταν ἡ νέα συμπτωσις εὑρεθῇ, τὸ κάτοπτρον Ρ, τὸ ὁποῖον εἰλήφθη διὰ τῆς διευθύνσεως Ρ' παραλλήλου τοῦ Μ ἔθεσεν εἰς Ρ'' συμμετρικὴν τοῦ Ρ ὡς πρὸς τὸ Γ'.

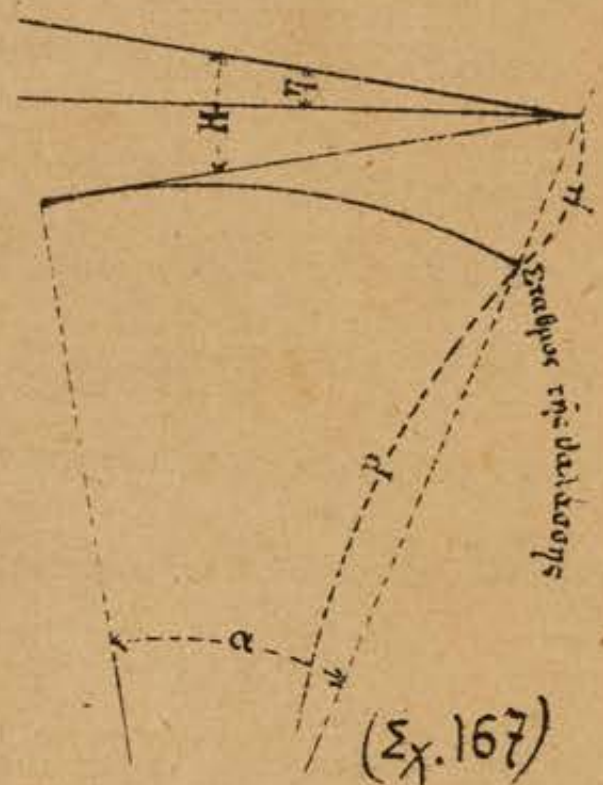
Μεταβαίνον ἐκ τῆς μιᾶς θέσεως εἰς τὴν ἑτέραν τὸ ἐσωτερικὸν κάτοπτρον περιέγραψεν λοιπὸν τὴν ἐπιπλασίαν γωνίαν ἣν ἀρχικῶς ἐσχημάτιζον τὰ δύο κάτοπτρα, ἢ τὴν ἐν τῇ φύσει γωνίαν καὶ τὸ μηδὲν τοῦ δευτέρου δι-

στρεξειν ἀπὸ τοῦ μηδενὸς τοῦ δίσκου χωνειὸν τόξον καταμετροῦν τὴν γωνίαν αὐτὴν, ἥτις ἐμοὶ ἐπειδὴ ἐν τῷ δίσκῳ αἱ ἡμίσεις μοῖραι θεωροῦνται ὡς ἀκέραιαι ἀναγινώσκεται διπλασίαν· τοιουτοτρόπως ἐπιτυγχάνεται ἡ πρώτη ἐπαλήψις. Αἱ ἐπαναλήψεις ἐξακολουθοῦσι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον; ἀναχωροῦντες ἐκ τῆς πρώτης γενομένης ἀναγνώσεως ἀντὶ τῆς ἀπὸ τοῦ μηδενός. Β' κύκλος ὡς καὶ τὸ ἐξακύκλιον ὑποβάλλεται εἰς τὴν αὐτὴν ἐξέλεγξιν καθ' ἣν τρόπον ἤδη περιεγράψαμεν.

Μεταχειρίζονται ὁμοίως τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο καὶ διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν κατακορυφῶν γωνιῶν, ἤτοι τοῦ ὕψους τῶν ἀντικειμένων ἀπὸ τοῦ ὁρίζοντος. Καὶ ἐπὶ μὲν τῆς γῆς μεταχειρίζονται τεχνητὸν ὁρίζοντα σχηματιζόμενον εἴτε ἀπὸ ὑδραργύρου ἐντὸς σκάφους περιεχομένου, εἴτε ἐκ κατόπτρου ὁριζοντιουμένου εἰ ἀκριβῶς στάθμης ὡς ἐρρέθη διὰ τὸ ἐξακύκλιον. Ἐν δὲ τῇ θαλάσσῃ ὅταν ζητεῖται τὸ ὕψος ἄστρου τινός σκοπεύεται ἡ ἐν τῷ αὐρανῷ διαγραφομένη γραμμὴ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης· ἔνεκεν τοῦ ὕψους τοῦ πλοίου ἀπὸ τῆς στάθμης ταύτης προέρχεται σφάλμα, ὅπερ ἐπαυξάνει τὸ ζητούμενον ὕψος, τὸ σφάλμα τοῦτο ἐν τῇ περιστάσει ταύτῃ εἶναι ἐλάχιστον· ἐν τούτοις δυνατὸν καὶ παρουσιασθῶσιν περιστάσεις καθ' ἃς ὕψος τι μεγαλείτερον τοῦ τοῦ πλοίου ὑπὲρ ἄνω τῆς στάθμης τῆς θαλάσσης ἄγει εἰς σφάλμα οἰκειωθὲν τοῦ ὄντος ἀναγκαῖα εἶναι ἡ ἐκτίμησις· μία δὲ τῶν περιστάσεων τούτων εἶναι ὅταν ἐπὶ μέρους τινὸς τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἐκ τοῦ ὁποίου ἡ σκιὰ εἶναι ἡ στάθμη τῆς θαλάσσης ζητεῖται τὸ ὕψος ἄστρου τινός. Ἔστω Β ἡ θέσις τοῦ παρατηρητοῦ ὑπὲρ-

χουσα εἰς ὕψος τι μ ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσ-
σης MN (σχ. 167), H τὸ παρατηρούμενον ὕψος, η τὸ

(Σχ. 166)



(Σχ. 167)

ἀληθὲς ὕψος, H - η εἶνι ἡ γωνία τοῦ σφάλματος σχη-
ματιζομένη ἐκ τῶν ἐφαπτομένων εἰς τὰ σημεῖα M καὶ O,
γωνία ἴση μὲ τὴν σχηματιζομένην ὑπὸ τῶν ἀκτίνων τῶν
σημείων M καὶ O τὴν σπείαν καλοῦμεν α. Εἀν δηλώ-
σωμεν διὰ P τὴν ἀκτῖνα τῆς γῆς ἔχομεν διαδοχικῶς..

$$\cdot\cdot \quad \text{σιν } \alpha = \frac{P}{P+\mu} = \frac{1}{1+\frac{\mu}{P}} = 1 - \frac{\mu}{P} \quad \cdot\cdot\cdot$$

τῇ παραλείψει τῶν λοιπῶν ὅρων ὡς ἐλαχίστων.

Θπὼς καταστα θῇ ἡ ἐκφρασις αὕτη ὑπελογισμέ-
νη διὰ τῶν λογαρίθμων δύναται ν' ἀντικατασταθῇ διὰ . .

$$2\,\eta\mu^2\frac{1}{2}\alpha = 1 - \sigma\upsilon\nu\,\alpha = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\eta\mu\,\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{\mu}{2\rho}}$$

Ὁ τύπος οὗτος δίδει τὴν γωνίαν τινὰ ἐκπεφρασμένην ὡς πρός τινα λόγον, ὅπως ἐπιτευχθῇ ἡ ἔκφρασις αὐτῆς εἰς δεύτερα γνωρίζομεν ἤδη ὅτι πρέπει νὰ διαιρέσωμεν διὰ ημ 1'', ἡ διόρθωσις λειπὸν εἰς ἣν θὰ ὑποβληθῇ ἡ παρατηρηθεῖσα γωνία θὰ ἦτο ἀρνητικὴ ἢ ἴση μέ..

$$\alpha'' = \frac{1}{\eta\mu\,1''}\sqrt{\frac{2\mu}{\rho}}$$

— — — — — — — —

Κεφάλαιον ΙΒ'.

Γεωμετρία ὑπείρους.

Διαχάραξις τῶν ὑπερβολικῶν συριγγῶν. Ὅταν ἡ εὐθυγραμμία ὑπερβολικοῦ συριγγος εἶνε κεχαραγμένη ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, σκοπὸν δὲ ἔχει ἡ κατασκευὴ ταύτης τὴν ὑπέρβασιν φυσικοῦ τινος ἐμποδίου ὡς ἐπὶ παραδείγματι ὄρους τινός ἢ ὑψώματος, διὰ τὴν ὑπέρβασιν τῶν ὀπαίων ἡ ὀρυξις ταφρου εἶνε ἀδύνατος ἢ πολυδάπανος, εἶνε εὔκολον νὰ ἐπικυρωθῇ ἡ εὐθυγραμμία αὐτὴ μέχρι τῆς προβολῆς τῶν δύω κεφαλῶν τῆς διατρυθησομένης συριγγος, καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτης νὰ προχωρήσωσιν αἱ ἐργασίαι τῆς διατρύσεως. Πρὸς τοῦτο πέραν τῶν κεφαλῶν

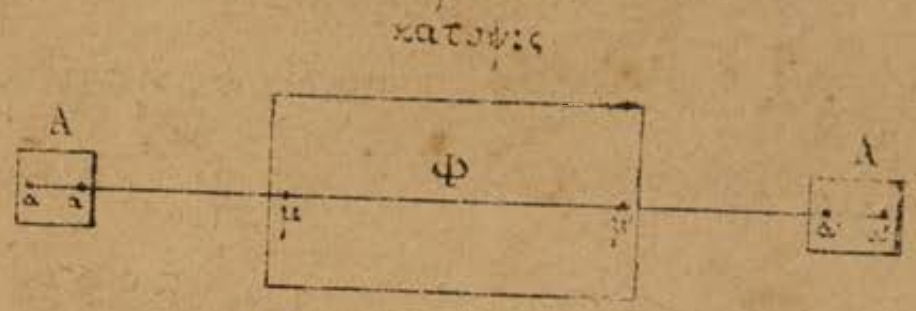
τῆς προσβολῆς τῆς σφίγγος χαράσσεται μετὰ τῆς μεγαλειτέρας ἀκριβείας διὰ σιδηρῶν ἀκιδίων, περιγραφέντων ἤδη ἐν τῷ Γ΄ κεφαλαίῳ, ὁ ἄξων ταύτης κατὰ τὴν ἐπέκτασιν τοῦ ἐπείου προχωροῦσιν αἱ ἐργασίαι.

Ὅταν ἐμφανὴς ἡ διατρυθησομένη σύριξ παρουσιάζῃ μεγάλον μῆκος, εἶναι ὑποχρεωμένοι διὰ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῶν ἔργων νὰ αὐξήσωσι τὸν ἀριθμὸν τῶν σημείων τῆς προσβολῆς διατρυόντες φρέατα, τὰ ὁποῖα κατὰ τὴν φύσιν τοῦ ἔργου καὶ τὸν προορισμόν αὐτοῦ τοποθετοῦνται οἱ μὲν ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς σφίγγος οἱ δὲ πλαγίως τούτου.

Φρέατα ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Ἡ εὐθυγραμμία τῆς σφίγγος χαράσσεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἀκριβῶς. Τῆς θέσεως τῶν φρεάτων κατὰ προσέγγισιν οὔσης προσδιορισμένης ὁ παρατηρητὴς τοποθετεῖται ἐν στάσει μεθ' ἑνὸς ἐπαναληπτικοῦ κύκλου ἐπὶ σημείου τινὸς τῆς εὐθυγραμμίας ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι ὁρατὴ ἡ θέσις τῶν φρεάτων καὶ τῶν ἀκροτάτων τῆς εὐθυγραμμίας. Διευθύνει τὸ τηλεσκόπιον τοῦ ἐργαλείου, ἀφ' οὗ προηγουμένως βεβαιωθῇ ὅτι ἡ διασταύρωσις τῶν νημάτων τοῦ δικτύου καλύπτει ἐντελῶς τοὺς σημαντῆρας τῆς ἀφετηρίας, ἐπὶ τοῦ ἐκλεχθέντος σημείου διὰ τὴν ὄρυξιν φρέατος τινος καὶ προσδιορίζονται αὐτὰ δύω σημεῖα α, α΄ εἰς ἀπόστασίν τινα ἀπὸ τῶν χειλέων τούτου (σχ. 168).

Μετὰ τὴν ὄρυξιν τῶν φρεάτων μέχρι τοῦ βάθους τοῦ ὁριζομένου ὑπὸ τῆς ἐκτελεσθείσης χωροσταθμήσεως τοῦ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἄξονος τῆς ὑπερόμου ἐγείρονται ἐπὶ τῶν προσδιορισθέντων σημείων α, α΄ ἑκάστου φρε-

ατος φ. δύο μικρά ὑψώματα Α, Α' ἐκ ξεστῶν λίθων ὧν ἡ ἀνωτέρα ἐπιφάνεια κεῖται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.



(Σχ. 168)

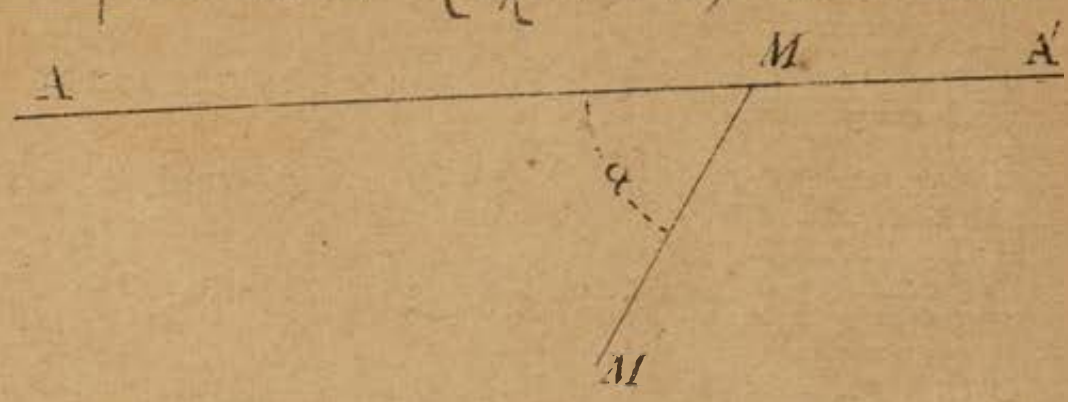
Διευθύνεται ἐκ νέου τὸ τηλεσκόπιον τοῦ ἐπαναληπτικοῦ κύκλου ἐπὶ τῶν σημαντήρων τῆς ἀφετηρίας καὶ ἐκτελοῦνται τὰ ὑψώματα Α, Α' ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας τῶν ἐπείων διὰ βελονῶν προσδιορίζονται τὰ σημεῖα α, α, ἃ ἃ κείμενα ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου ἐκ τῶν σημείων τῆς ἀφετηρίας. Ἀκολούθως ὁ παρατηρητὴς τείνει νῆμα ἐκ μεταξὺ ἢ πλατίνης μεταξὺ τῶν τεσσάρων τούτων σημείων α, α, ἃ, ἃ καὶ βεβαιοῦται ἐκ νέου ἐὰν τὸ καταφορὸν νῆμα τοῦ δικτύου τοῦ τηλεσκοπίου καλύπτει ἐντελῶς τοῦτο· τούτου γενομένου ἐπὶ δύο σημείων μή τοῦ ὁριζοντίου νήματος ἀπομένουσι μελιβδίδες

ὧν ἡ διεύθυνσις προσδιορίζει ἐντὸς τοῦ φρέατος τὴν εὐθυγραμμίαν ἣν θ' ἀκολουθήσῃ ἡ ὑπόνομος τῆς προσβολῆς. Ὅταν ἡ διάτρυσις ταύτης προχωρήσῃ μέχρι τινός, τότε τοποθετεῖται εἰς σημεῖόν τι Μ, κειμένου ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας τῶν μολυβδίδων μι μι, ἐπαναληπτικὸς κύκλος τῇ συνδρομῇ τοῦ ὁποίου προσδιορίζεται σημεῖόν τι Σ ἐπὶ τοῦ οὐρανοῦ τῆς ὑπονόμου καὶ κειμένου ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας τῆς δεικνυομένης ὑπὸ τῶν μολυβδίδων, ἐπὶ τοῦ οὕτω προσδιορισθέντος σημείου ἐμπήγεται πάσσαλος μετὰ ἥλου χρικωτοῦ ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπιχρεμᾶται μολυβδίς, ἧς ἡ διεύθυνσις βεβαιοῦται ὅτι κεῖται ἐπὶ τοῦ καταχορύφου ἐπιπέδου τῶν δύω μολυβδίδων μι μι. Ὁμοίως ἐκ τῆς στάσεως Μ' προσδιορίζεται διὰ τοῦ ἐπαναληπτικοῦ κύκλου ἕτερον σημεῖον Σ' ἐπὶ τοῦ οὐρανοῦ τῆς ὑπονόμου κατὰ τὴν εὐθυγραμμίαν δι' τῶν δευτέρων ταύτων διευθύνσεων τῶν ὑπὸ τῶν μολυβδίδων προσδιοριζομένων προχωρεῖ ἡ λοιπὴ διάτρυσις.

Φρέατα ἐκτὸς τοῦ ἄξονος. Ὅταν ἡ ὄρυξις τῶν φρεάτων ἐκτελῆται ἐκτὸς τοῦ ἄξονος τῆς συριγγος τότε κατ' ἀνάγκην ἡ συνάντησις ταύτης λαμβάνει χώραν διὰ πλαγίας ὑπονόμου ποτὲ μὲν καθέτου ποτὲ δὲ πλαγίας ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον. Ἐν ταῖς πόλεσι διὰ τὴν συστασιν τῶν ὑπονόμων τῶν ὑδραγωγίων τῆς διανομῆς τοῦ ὕδατος εἶνε ὑποχρεωμένοι, ὅπως μὴ διακόψωσι τὴν συγκοινωνίαν τῆς ὁδοῦ νὰ κατασκευάσωσι τὰ φρέατα ἐπὶ τῶν πεζοδρομίων, δι' ὑπονόμων δὲ συναντῶσι τὴν κυρίαν συριγγα ποτὲ καὶ ὀρθὴν γωνί-

αν ποτε πλαγίως συμφώνως με τας επιτεπιώς παρεισ-
αθησομένας περιστάσεις.

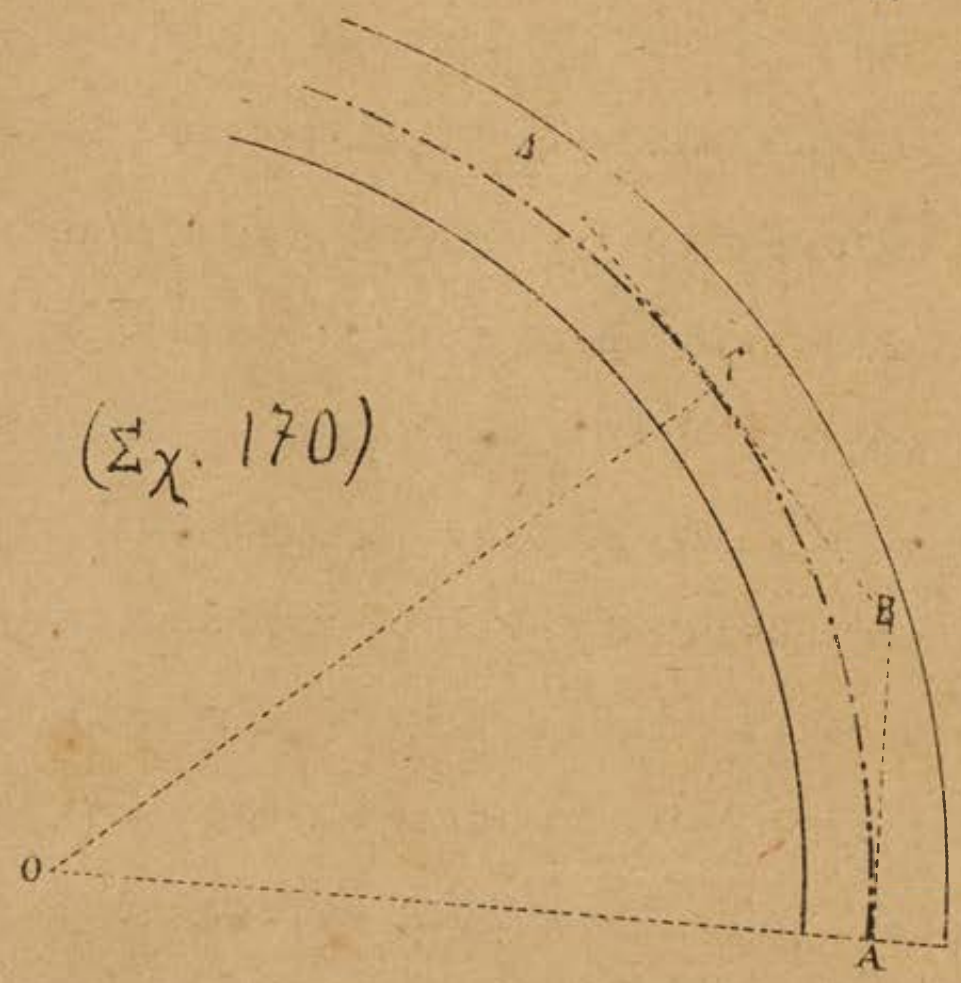
Της ευθυγραμμίας της πρωτευούσης συριγγος ού-
σης ακριβώς προσδιορισμένης επί του εδάφους ο παρατη-
ρητής τοποθετείται εν στάσει μεθ' ενός επαναληπτικού
κύκλου, εν τω σημείω Μ της τομής του άξονος ταύτης ΑΑ'
μετά του της πλαγίας υπονόμου ΜΜ' (σχ. 159) και κα-
ταμετρά ακριβώς την γω-
νίαν α την σχηματιζομέ-
την υπό των δύο αξόνων
και την απόστασιν ΜΜ'
του σημείου της τομής Μ από τα χείλη του ορυχθέντος φρε-
ατος Μ'. Εις απόστασιν τινα εκ των χειλέων τούτου ε-
γείρεται ως ερρέθη ηδη δύο ύψώματα εφ' ων προσδιο-
ρίζεται η ευθυγραμμία ΜΜ' ακριβώς ακολούθως τεινε-
ται νήμα μεταξύ των σημείων τούτων και μεταφέρεται
η ευθυγραμμία μέχρι του πυθμένος δια μολυβδίδων επι-
κρεμαμένων επί τούτου. Οταν η διατρυσις της πλαγίας
υπονόμου Μ'Μ και την έντασιν της προσδιορισθείσης ευ-
θυγραμμίας εφάση, μέχρι του σημείου Μ, όπερ βεβαιούται
δι' ακριβούς υπαγείου καταμετρήσεως του μήκους ταύτης,
τότε κατα προσέγγισιν είτε δια πυξίδος, είτε δια καινού
γραφομέτρου, προσδιορίζεται εν τω σημείω Μ η γωνία α
ας συ παραλληλισθωμεν ως προς τον άξονα της πλαγίας
υπονόμου ΜΜ'. Οταν η διάτρυσις της κυρίας συριγγος ΑΑ'
προχωρήση μέχρι τινός τότε δι' ενός επαναληπτικού κυ-
κλου προσδιορίζεται εν τω σημείω Μ ακριβώς η γωνία α
ως προς τον άξονα ΜΜ επί του ουρανού ει της υπονό-



μου ἐπιχρέμανται μολυβδίδες κατὰ τὴν διεύθυνσιν ἣν διαγράφει τὸ σκοπευτικὸν ἐπίπεδον τοῦ τηλεσκοπείου ἢ κατὰ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ ἡ περαιτέρω διάτρυσις.

Σύριγξ ἐπὶ καμπύλης. Ὅταν ὑπέρμεσός τις συνίσταται ἐπὶ καμπύλης, τὸ ἐξ μῆκος αὐτῆς ἔστ εἶνε ἀρκετὰ μεγάλον ὅπως καταστεθῇ ἀναγκαία ἡ ἔρυξις φρεάτων ἐπεκτεινουσῶν ἐφαπτομένην τινὰ ταύτης, ἐφ' ὅσον ἐπιτρέπει τὸ πλάτος αὐτῆς, ἐφ' ἧς ὑψοῦσι καθ' ὅσον προχωρεῖ ἡ διάτρυσις τεταγμέναι, αἵτινες προσδιερίζουσι τὰ σημεῖα τοῦ ἄξονος ὡς θέλει δειχθῇ ἐν τῷ ἀκολούθῳ κεφαλαίῳ περὶ διαχαράξεως τῶν καμπύλων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Ὅταν ἡ ἐφαπτομένη πλησιάζῃ καὶ συναντήσῃ τὰ πλευρὰ τῆς σύριγγος ἐκλέγεται ἐπὶ ταύτης σημεῖόν τι Β (σχ. 170) τοιοῦτον ὥστε νὰ ἦτε δυνατὴ ἐν αὐτῷ ἡ θέσις ἐν στάσει ἑνὸς ἐπαναλητπικοῦ κύκλου· ἐφ' οὗ προηγουμένως καταμετρηθῇ τὸ μῆκος ΑΒ ὑπολογίζεται τὸ τρίγωνον ΑΒΟ, καὶ σχηματίζεται ἐν τῷ σημείῳ Β γωνία τις ΑΒΓ διπλασία τῆς εὐρεθείσης γωνίας· ὑψοῦνται ἐπὶ τῆς νέας διευθύνσεως ΒΓ τεταγμέναι ἀντιστοιχοῦσαι πρὸς ἐκείνας αἵτινες ὑψώθησαν ἐπὶ τῆς ΒΑ, καὶ ἐξακολου-



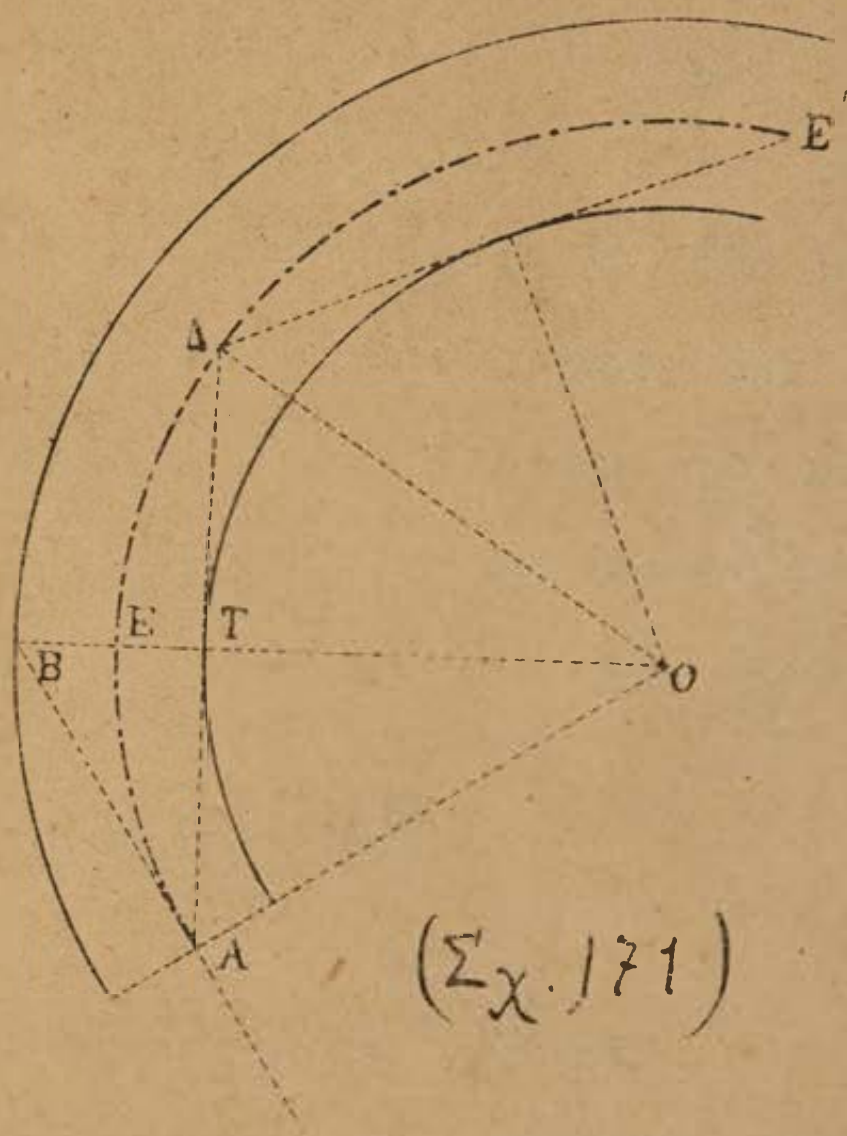
(Σχ. 170)

θοῦσι μέχρις οὗ ΒΓ καταστα θῇ μὲ ΒΑ, ἐπιτυγχάνεται οὕτως εἰς Γ ἓν σημεῖον ἐπαφῆς μετὰ τοῦ ἄξονος, ἀκολούθως ἐπεκτείνεται ἡ ΒΓ κατὰ τὸ μῆκος ΓΔ ἴσον μὲ ΑΒ, ἐξακολουθοῦσιν ὑψούντες τεταγμένας ἐπὶ τῆς γραμμῆς ταύτης ὡς εἴπομεν ἐπὶ τῆς διευθύνσεως ΑΒ.

Τὸ μῆκος τῆς ἐφαπτομένης ΑΤ (σχ. 171) προσδιορίζεται εὐκόλως συμφώνως μὲ τὸ πλάτος τῆς συριγγος τῇ βοηθείᾳ τοῦ τύπου

$$\Phi = \sqrt{2\lambda P - \varphi^2}$$

ἐν τῷ ὁποίῳ Φ παριστᾷ τὸ μῆκος ΑΤ ἢ τὸ ἥμισυ τῆς χορδῆς ΑΔ, Ρ τὴν ἀκτῖνα τῆς καμπύλης καὶ λ τὸ ἥμισυ τοῦ πλάτους τῆς συριγγος.



(Σχ. 171)

Ὑπολογίζεται ὁμοίως ἡ γωνία ΒΑΤ καὶ χαράσσεται ἀπὸ τοῦ σημείου Α ἡ ἐφαπτομένη ΑΤ διὰ τοῦ συμπληρώματος ΒΑΤ τῆς εὐρεθείσης γωνίας. Καταμετρᾶται μῆκός τι ΑΔ ἴσον μὲ τὸ διπλάσιον τῆς ΑΤ ἡ ὁποία ἐπιτυγχάνεται οὕτως εἰς σημεῖον Δ τῆς καμπύλης. Ὑψοῦται εἰς τὸ σημεῖον Τ ἡ κάθετος ΤΕ ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ πλάτους τῆς συριγγος καὶ ἐπιτυγχάνεται οὕτω τρίτον σημεῖον Ε τῆς καμπύλης. Σχηματίζεται εἰς τὸ σημεῖον Δ μετὰ τῆς εὐθείας ΑΔ ἡ γωνία ΑΔΕ διπλασία τῆς γωνίας ΘΑΤ καὶ ἐπιτυγχάνεται οὕτω κατὰ τὰς χορδὴ

ἢ ΔΕ. Ἐὰν ἡ ἀνάγκη τὸ καλέσῃ δύνανται καὶ προσδιορισθῶσι καὶ ἕτερα σημεῖα ἐν τῷ μεταξὺ τούτων ὡς θέλει δειχθεῖ ἀκολούθως.

Ἐὰν ἡ καμπύλη πασουσιάζῃ μεγάλον μῆκος ἀνάγκη δὲ ὡς ἐκ τούτου παρίσταται τῆς ὀρύξεως φρεάτων πρὸς ἐπιτάχυνσιν τῆς ἐργασίας διὰ τῆς αὐξήσεως τῶν σημείων τῆς προσβολῆς, ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἀφ' οὗ ἀκριβῶς χαραχθῇ ἡ καμπύλη ἐπὶ τοῦ ἐδάφους προβάλλεται ἐντὸς τοῦ φρέατος διὰ μολυβδίδων ὡς ἐρρέθη προηγουμένως εἴτε ἡ διεύθυνσις τῆς πεχαραγμένης ἐφαπτομένης εἴτε τῆς χορδῆς ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἐργάζονται δὲ ἀκολούθως διὰ τὴν πρόσδον τῆς ἐργασίας ὡς ἐξεράσθημεν ἀνωτέρω λαμβανομένης ὡς βάσεως τῆς γραμμῆς, ἥτις ἐπροβλήθη ἐντὸς τοῦ φρέατος.

Ἀναγραφὴ ὑπέργειος.

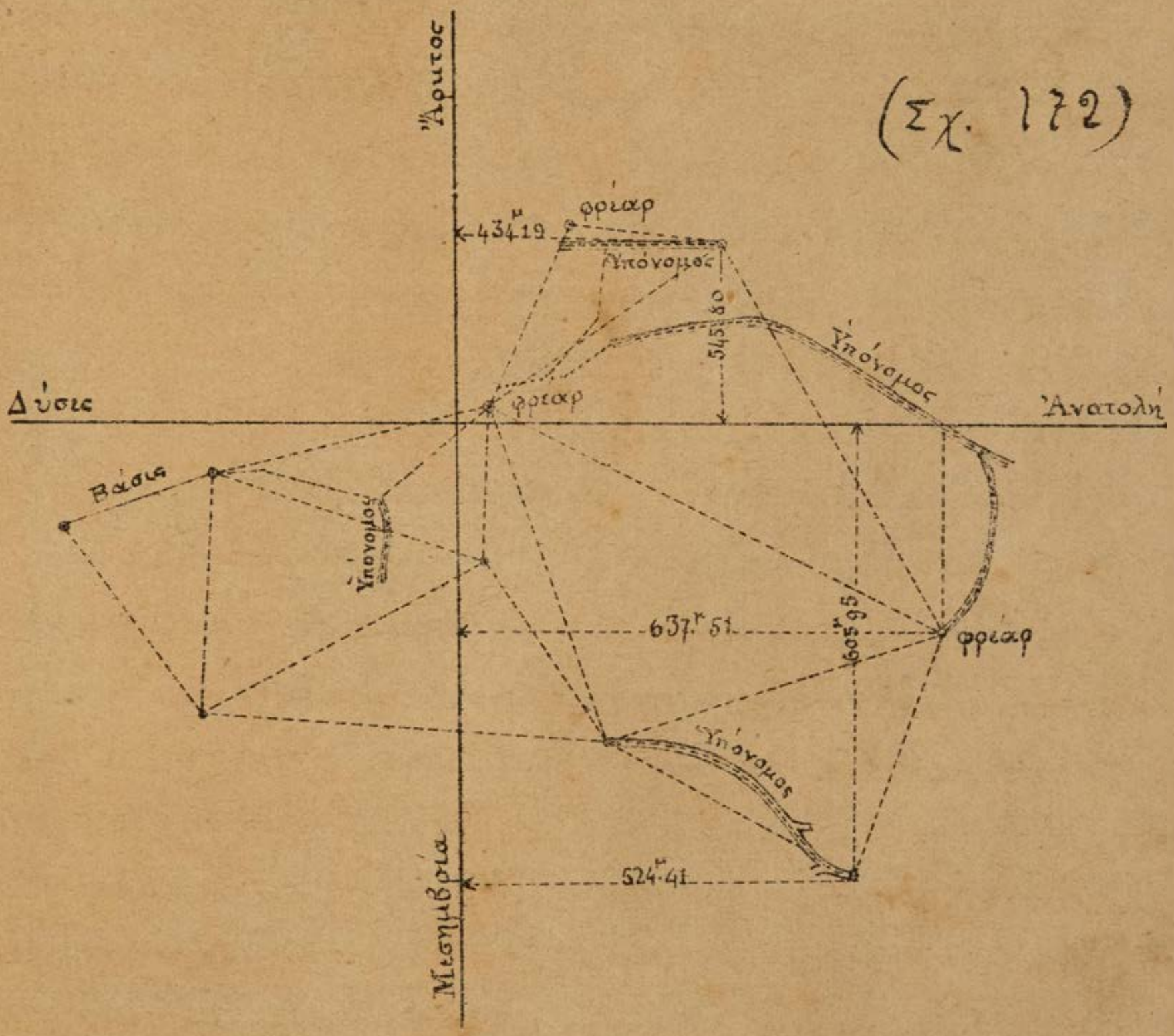
Διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῶν πρωτευουσῶν διευθύνσεων τῶν ὑπογείων ὑπονόμων πάντοτε μεταχειρίζονται τὸν ἐπαναληπτικὸν κύκλον ἢ τὸ θεοδόλιχον· διὰ τῶν ἐργαλείων δὲ τούτων σχηματίζουσι τὸ τριγωνικὸν δίκτυον τῶν πρωτευόντων σημείων, ὡς ἐπὶ παραδείγματι τῶν σημείων τῆς εἰσόδου ἐντὸς τῶν ὑπονόμων, τῶν φρεάτων κ.τ.λ. Προσδιορίζεται ἀκολούθως ὁ γεωγραφικὸς μεσημβρινὸς καὶ ὑπολογίζονται αἱ συντεταγμέναι τῶν κορυφῶν τοῦ δικτύου ὡς πρὸς τὸν μεσημβρινὸν τοῦτον καὶ τὴν ἐπ' αὐτοῦ κάθετον ὡς εἴληχθη ἐν τῷ κεφ. Η'. Ἀκολούθως δὲ ἐκτελεῖται ἡ ἀναγραφὴ τῆς λεπτομερείας περιλαμβάνουσα τὴν ὑπέργειον

καταμετρήσιν.

Τὸ κάτωθι σχῆμα (172) δύναται νὰ χρησιμεύσῃ ὡς ὑπόδειγμα τῶν τοιούτου εἴδους καταμετρήσεων.

Παράδειγμα ὑπαγείου ἀναγραφῆς τοῦ μεταλλείου Μ.

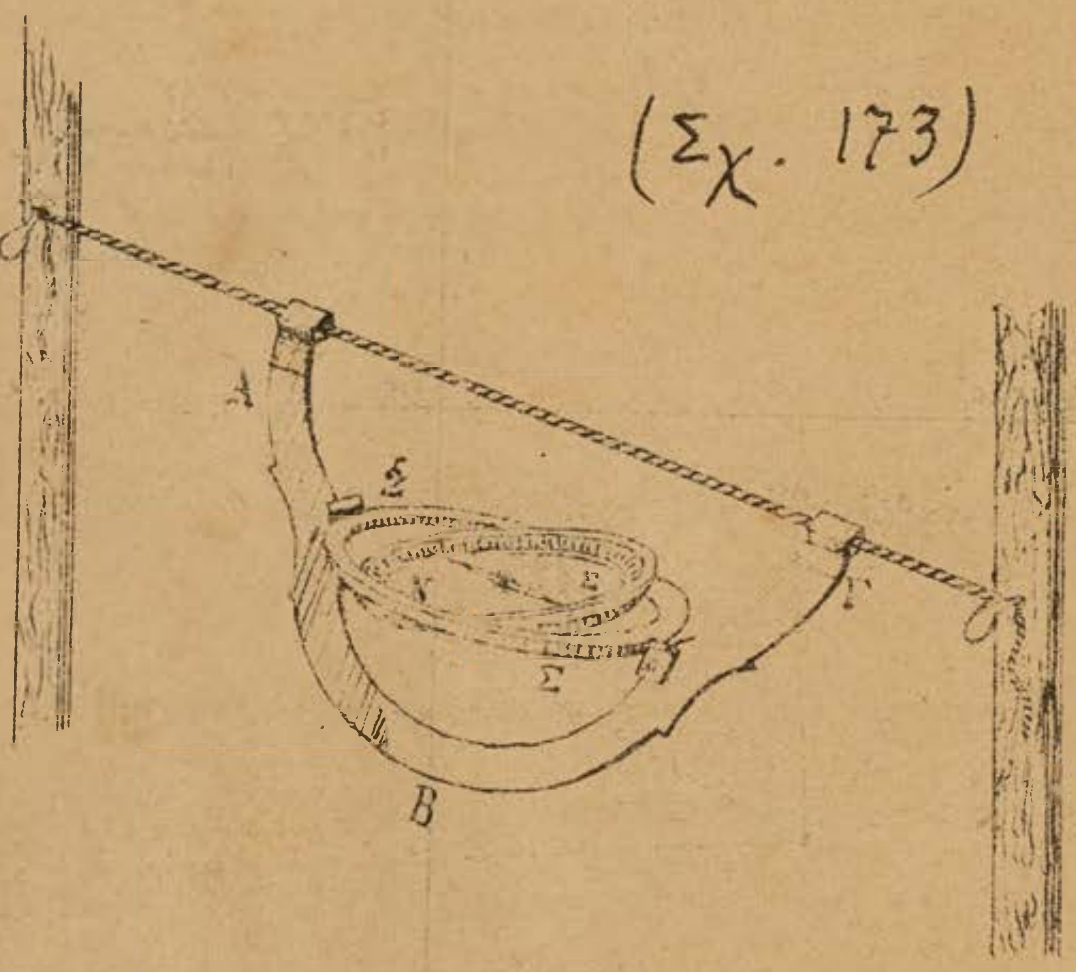
(Σχ. 172)



Κλίμαξ σμικρύνσεως $\frac{1}{1000}$

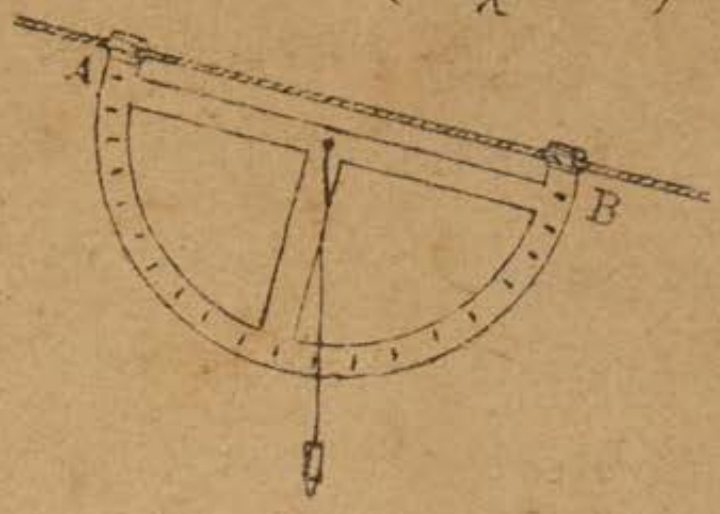
Πυξὶς κρεμαστή. Διὰ τὴν ἀναγραφὴν τῆς ὑπογείου λεπτομερείας καὶ τὸν προσδιορισμὸν τῶν δευτερευουσῶν διευθύνσεων μεταχειρίζονται τὴν κρεμαστὴν πυξίδα. Τὸ ἐργαλεῖον συνίσταται ἐκ κυλινδρικοῦ κιβωτίου ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται τοποθετημένος δίσκος βαθμολογημένος ἐν τῷ κέντρῳ τοῦ ὁποίου ἐπὶ στηλίσκου ἐπικρέμαται ἐριζοντίως μαγνητικὴ βελόνη· τὸ σκεύασμα τοῦτο εἶνε κινητὸν περὶ τὸν ἄξονα τῆς στιγμῆς ΣΣ, οὕτως ὥστε, δι' οἱανδήποτε θέσιν αὐτῆς ὁ δίσκος τῆς πυξίδος μένει ἐριζοντίως ἐριζόντιος (σχ. 173). Ἡ στιγμὴ ΣΣ εἶνε ἀμεταβλήτως ἠνωμένη μετὰ τοῦ κινητοῦ κατὰ τὸ ἓν ἐπίπεδον κάθετον ΑΒΓ τὰ ἄκρα τοῦ ὁποίου εἶνε κινητὰ, ὅπως καταστᾶ δυνατὴ ἡ ἀνάρτησις τοῦ ἐργαλείου ἐπὶ σχοινίου τεταμένου. Ἡ ἀνάρτησις ἐκτελεῖται κατὰ τὴν γραμμὴν ΝΣ, ἥτις ἀκριβῶς συμπίπτει μετὰ τῆς διευθύνσεως τοῦ μεταξὺ δύο σημειουμένου σχοινίου. Τὸ ἐργαλεῖον τοῦτο παρακολουθεῖται ὑπὸ ἡμικυκλίου ἐξ ὀρειχάλκου φέροντος διπλῆν βαθμολογίαν ἀπὸ 0 - 90° (σχ. 174) εἰς τὸ κέντρον τοῦ ὁποίου εἶνε ἀνηρτημένη μαλυβδὶς· ἐπὶ τῶν ἄκρων τῆς διαμέτρου ΑΒ φέρει δύο ἀγκίστρια διὰ τὴν ἀνάρτησιν αὐτοῦ. Ἀντὶ

(Σχ. 173)



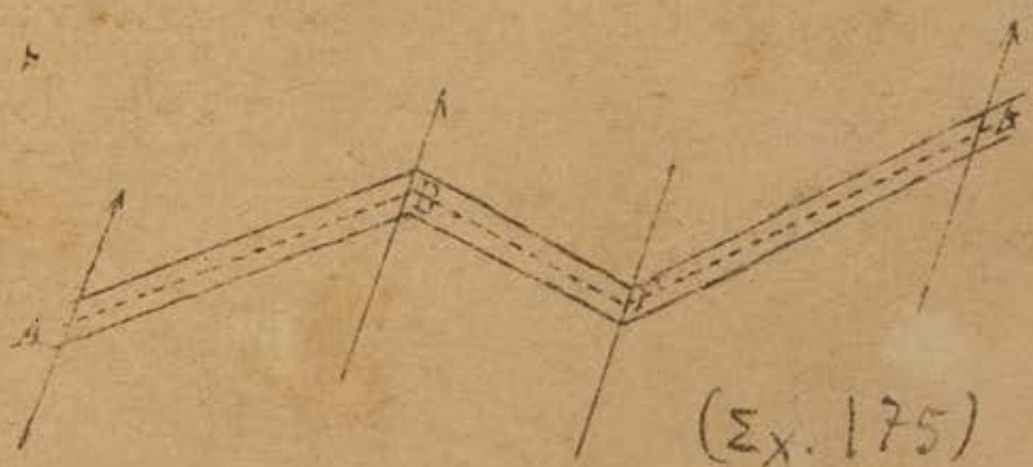
σχοινίον ἐν τῷ ὁποίῳ ἀναρτᾶται ὑποτεθῇ ὁριζόντιον ἡ μολυβδὶς διέρχεται διὰ τοῦ 0°. ἐὰν ἀντιστρόφως ἦτε κεκλιμένον ἡ μολυβδὶς δεικνύει ἐπὶ τοῦ διάκου τὴν κλίσιν αὐτοῦ μετὰ τοῦ ὁρίζοντος.

(Σχ. 174)



Τὸ μῆκος τοῦ σχοινίου ἐφ' οὗ ἀναρτᾶται ἡ πυξὶς εἶνε τουλάχιστον 100μ. Ἡ ἀκριβὴς πυξὶς ὑποβάλλεται ὑπὸ τὰς αὐτὰς ἐξελίξεις ὡς καὶ ἡ περιγραφεῖσα διὰ τὰς τοπογραφικὰς ἐργασίας ἐπὶ πλέον, ὅπερ καὶ τὸ εὐαισθητότερον, πρέπει νὰ ἐξακριβωθῇ ἂν ἡ γραμμὴ NS ἢ 0°-180° ταυτίζεται ἀκριβῶς μὲ τὴν διεύθυνσιν τοῦ σχοινίου εἰς ὃ ἡ πυξὶς εἶνε ἀνηρτημένη. Ἡ βεβαίωσις αὕτη ἐκτελεῖται ἀναρτωμένης τῆς πυξίδος ἐπὶ νήματος λεπτοτάτου σκεπτομένης τῆς διευθύνσεως ταύτης διὰ μολυβδίδος ὁμοίως λεπτοτάτου νήματος ἐφαπτομένου τοῦ πρώτου ἐὰν τὸ καταπέρυσσον ἐπίπεδον τὸ διὰ τῆς μολυβδίδος διερχόμενον διέρχηται ἀκριβῶς διὰ τῆς γραμμῆς 0°-180°.

Διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν γωνιῶν ἐργαζόμεθα ὡς ἀκολούθως. Ἔστω ΑΒΓΔ (σχ. 175) ὑπόνομές τις. Μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β τείνεται τὸ σχοινίον ἐξ οὗ ἐπικρέμαται ἡ πυξίς, τῇ συνδρομῇ τῆς ὁποίας ἀναγινώσκεται τὸ ἀζιμούθιον τῆς πλευρᾶς



(Σχ. 175)

ΑΒ. σημείως προσδιορίζονται τὰ ἀλιμοῦθια τῶν πλευρῶν ΒΓ, ΓΔ κ.τ.λ.

Ἐὰν ὑποτεθῇ ὅτι ἐκ σημείου τινὸς τοῦ ἐξωτερικοῦ ἐδάφους ὁρίσθη διεύθυνσίς τις, ἡ τὸ ἀλιμοῦθιον προσδιορισθὲν διὰ τῆς πυξίδος ἰσοῦται μὲ α, ζητεῖται δὲ ὑπαγωγὴ ἐν τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν προβολῇ καὶ ὠρυχθῇ ὑπόνομός τις κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, τοῦτο διὰ τῆς πυξίδος εἶναι εὐκολώτατον, διότι ἀρκεῖ ἐν τῷ δεδομένῳ σημείῳ καὶ ὀρυχθῇ τὸ φρέαρ μέχρι τοῦ ὁρισθησομένου βάθους ἀκολούθως ἐν τῷ πυθμένι τούτου καὶ ἀκολουθήσῃ ἡ διεύθυνσις κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ σχοινίου τοποθετουμένου, οὕτως ὥστε ὅταν ἐπ' αὐτοῦ ἀναρτᾶται ἡ πυξὶς ἡ κυανῆ ἄκρα τῆς βελόνης καὶ δεικνύῃ βαθμολογίαν ἴσην μὲ τὸ δεδομένον ἀλιμοῦθιον.

Πάντοτε αἱ ὑπόνομοι ἔχουσι κλίσιν τινὰ τὸ δὲ σχοινίον τείνεται μεταξὺ δύο πήχεων εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἡ καταμέτρησις ἐκτελεῖται κατὰ τὴν ἔννοιαν τοῦ εὐθύ, ἤτοι κατὰ κεκλιμένην γραμμήν, τῇ συνδρομῇ ὅμως τοῦ κρεμαστοῦ ἡμικυκλίου, ὅπερ οὐδὲν ἕτερον ἐστὶ εἰ μὴ ἐνλελαξάδιον, δύναται νὰ ληφθῇ ἡ γωνία ἣν σχηματίζει τὸ ἔδαφος τῆς ὑπονόμου μετὰ τοῦ ὁρίζοντος, ἀκολούθως δὲ νὰ ὑπολογισθῇ ὡς ἤδη ἐλέχθη ἐν τῷ Γ. κεφαλ. ἡ ὁριζοντία προβολὴ τῆς καταμετρεισθείσης γραμμῆς διὰ τοῦ τύπου . . . . . .

$$\text{Προβολ.} = \text{Μ συν } \omega$$

ἐὰν καλέσωμεν Μ τὸ καταμετρηθὲν μῆκος καὶ ω τὴν ἐπὶ τοῦ κύκλου καὶ ἐνλελαξάδιου ἀναγνωσθεῖσαν γωνίαν.

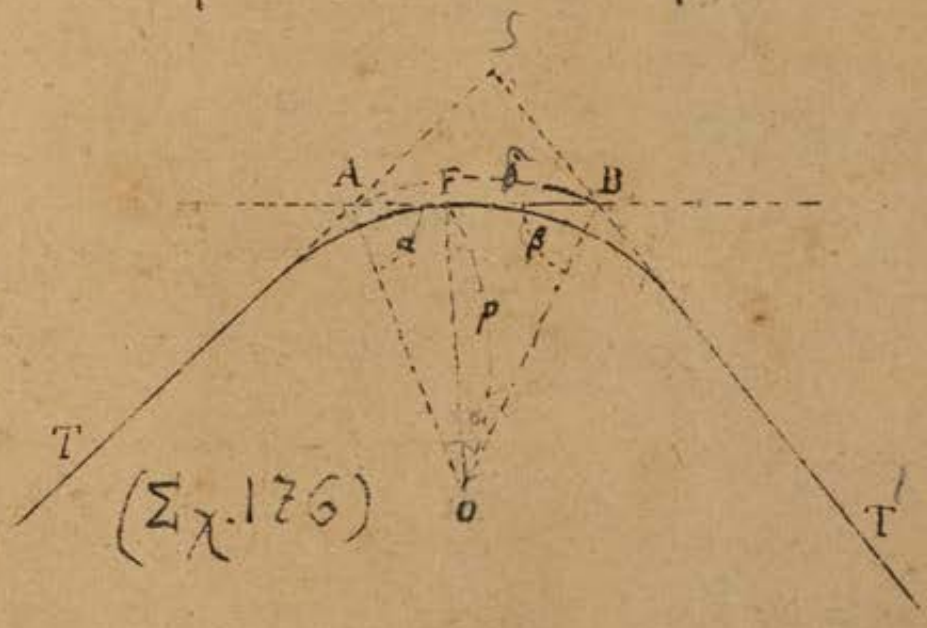
Κεφάλαιον ΙΓ'.

Διαχάραξις τῶν συνήθων καμπύλων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Αἱ συνήθεις καμπύλαι διὰ τὴν ἔνωσιν δύο συντρεχουσῶν εὐθυγραμμιῶν εἶνε ὁ κύκλος καὶ ἡ παραβολή. Ἐν συντόμῳ θέλομεν πραγματευθῆ περὶ διαχαράξεως τούτων.

1ον Τόξον κύκλου.

Δεδομένων δύω εὐθυγραμμιῶν ΑΙ, ΒΙ (σχ. 176) νὰ εὑρεθῆ ἐπὶ διευθύνσεως δεδομένης ΑΒ τὸ σημεῖον Γ τῆς ἐπαφῆς τοῦ ἐφαπτομένου τόξου τῶν δύο εὐθυγραμμιῶν καὶ νὰ προσδιορισθῆ ἡ ἀκτὶς Ρ τοῦ τόξου τούτου.



(Σχ. 176)

Ἔστω ΤΑΓ = 2α, γωνία Τ'ΒΓ = 2β, καὶ ΑΒ = δ, ἔχομεν ἡμ Ο = ἡμ (α+β) ἐπομένως

$$\text{ΟΒ} = \delta \frac{\text{ἡμ } \alpha}{\text{ἡμ } (\alpha+\beta)} \qquad \text{Ρ} = \text{ΟΒ ἡμ } \beta$$

καὶ ἀντικαθιστῶντες ἔχομεν . . . . .

$$\rho = \delta \frac{\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta}{\eta\mu(\alpha+\beta)} \quad \text{και}$$

$$A\Gamma = \frac{\rho}{\varepsilon\varphi\alpha} \qquad B\Gamma = \frac{\rho}{\varepsilon\varphi\beta}$$

Σχέσις μεταξύ του μήκους του τόξου $A\Delta B = \alpha$ της χορδής $AB = \gamma$, του βέλους $\Gamma\Delta = \varphi$ της κεντρικής γωνίας $AOB = \mu$ και της γωνίας της συναντήσεως των εὐθυγράμμων $A\Sigma B = \Sigma$ (σχ. 177)

Ἔστω $OA = \rho$ ἡ ἀκτὶς τοῦ τόξου. Αἱ ποσότητες α, γ, φ εἶνε ἀνάλογοι τῆς ρ διὰ τὰς αὐτὰς τιμὰς τοῦ μ καὶ Σ. Ὑπάρχει

$$\Sigma = 180^\circ - \mu$$

$$\gamma = 2\rho\,\eta\mu\tfrac{1}{2}\mu = 2A\bar{\Sigma}\,\eta\mu\tfrac{1}{2}\Sigma = 2A\bar{\Sigma}\,\sigma\upsilon\nu\tfrac{1}{2}\mu$$

$$\varphi = \rho\left(1 - \sigma\upsilon\nu\tfrac{1}{2}\mu\right)$$

$$A\Sigma = \rho\,\varepsilon\varphi\tfrac{1}{2}\mu$$

Ἐὰν τὰ μήκη $A\Sigma$, ΣB, AB εἶνε καταμετρημένα εὐκόλως ἐξάγεται ἡ γωνία $A\Sigma B$ καὶ ἡ ἀκτὶς ρ . . .

$$\eta\mu\tfrac{1}{2}\Sigma = \frac{\frac{1}{2}\gamma}{A\Sigma}$$

$$\rho = A\Sigma\,\varepsilon\varphi\tfrac{1}{2}\Sigma$$

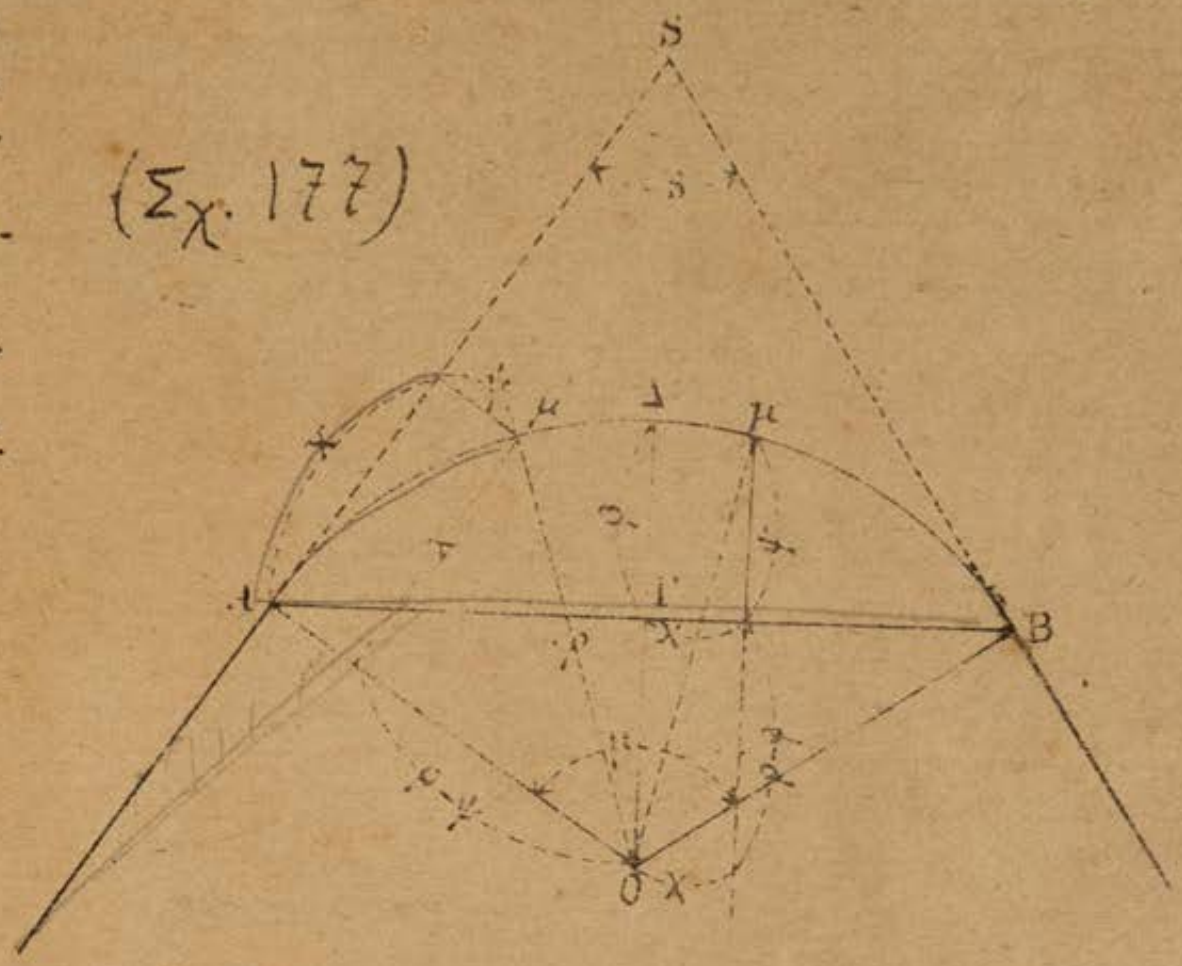
Χάραξις τόξου κύκλου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. 1ον Διὰ μέσου τεταγμένων ὑψουμένων ἐπὶ τῆς χορδῆς AB (σχ. 177 δεξιόθεν).

Ὡς ἀρχὴ τῶν συντεταγμένων λαμβάνεται τὸ σημεῖον Γ μέσον τῆς χορδῆς AB.

Καλέσωμεν ρ τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου ΟΑ καὶ φ τὸ βέλος ΓΔ τοῦ τόξου ΑΔΒ τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸ ἐφαπτομένως τὰς δύο διευθύνσεις ΑΣ, ΒΣ. Ἔστωσαν χ, ψ αἱ συντεταγμέναι σημείου τινὸς μ. Ὑπάρχει

$$\chi^2 + (\psi + \rho - \varphi)^2 = \rho^2$$

ἐξ ἧς . . . .



(Σχ. 177)

$$\psi = -(\rho - \varphi) \pm \sqrt{\rho^2 - \chi^2} \quad \text{ἢ} \quad \psi = \sqrt{(\rho+\chi)(\rho-\chi)} - (\rho - \varphi) \quad (1)$$

2ον Διὰ μέσων τεταγμένων ὑψουμένων ἐπὶ τῆς ἐφαπτομένης ΑΣ (σχ. 177 ἀριστερόθεν)

Ἔστω τὸ σημεῖον τῆς ἐπιφ. Α ὡς ἀρχὴ τῶν συντεταγμένων, καὶ χ, ψ αἱ συντεταγμέναι σημείου τινὸς μ, ὑπάρχει . . . . . .

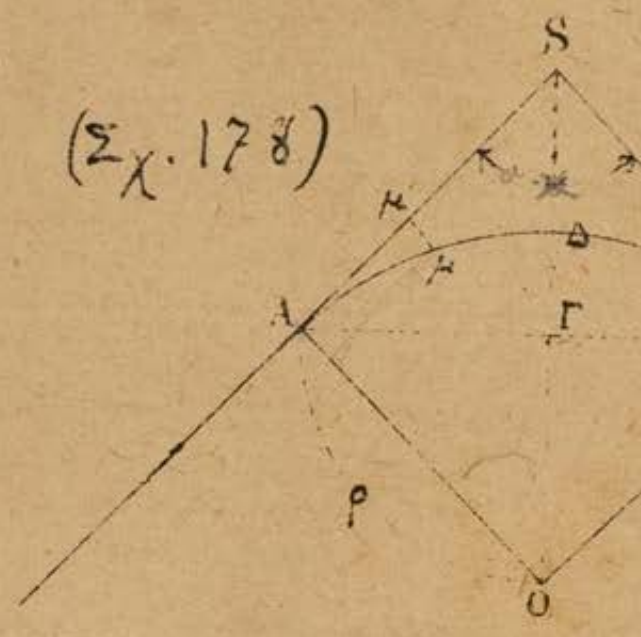
$$\chi^2 + (\rho - \psi)^2 = \rho^2$$

ἐξ ἧς $\psi = \rho - \sqrt{\rho^2 - \chi^2}$ ἢ $\psi = \rho - \sqrt{(\rho+\chi)(\rho-\chi)}$ (2)

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σημείων τοῦ χαραχθησομένου τόξου δίδονται διάφοροι τιμαὶ τῇ μεταβλητῇ χ, ὡς 10μ, 20μ, 30μ . . . . καὶ προσδιορίζονται αἱ ἀντιστοιχοῦσαι τιμαὶ τῆς ψ διὰ τῶν τύπων (1) καὶ (2) καθ' ὅσον μεταχειριζόμεθα ὡς ἄξονα τῶν τεταγμένων τὴν χορδὴν ἢ τὴν ἐφαπτομένην.

Περίπτωσις γενική. Διαχάραξις τόξου κύκλου διά μέσου τεταγμένων ὑψουμένων ἐπί τῶν ἐφαπτομένων ὅταν αὐταί εἶνε ἴσαι (σχ. 178).

(Σχ. 178)



1ον Ἐάν δίδηται ἡ AS ἔχομεν ὡς τιμήν τῆς ἀκτῖνος . . . . . .

$$\rho = AS \varepsilon\varphi \alpha$$

2ον Ἐάν δίδηται ἡ ἀκτὶς ρ ἔχομεν . . .

$$AS = \rho \sigma\upsilon\nu\varepsilon\varphi \alpha$$

3ον Διά δεδομένην τινα τεταγμένην Αμ' ἔχομεν ὡς τεταγμένην . . . . . .

$$\mu\mu' = \rho - \sqrt{\rho^2 - \overline{A\mu'}^2}$$

4ον Διά τήν δίχοτομοῦσαν ΣΔ . . . .

$$AS = \sqrt{\rho^2 + \overline{AS}^2} - \rho$$

5ον Ὡς τιμήν τοῦ βέλους ΣΔ . . . . .

$$\Delta\Gamma = \rho - \frac{\rho^2}{\sqrt{\rho^2 + \overline{AS}^2}}$$

Ἐφαρμογή. Δεδομένα $AS = SB = 30^{\mu}$. γωνία $ASB = 128^{\circ}.20$. Εὐκόλως ὑπολογίζεται ἡ χορδή $AB = 54$ (σχ. 179).

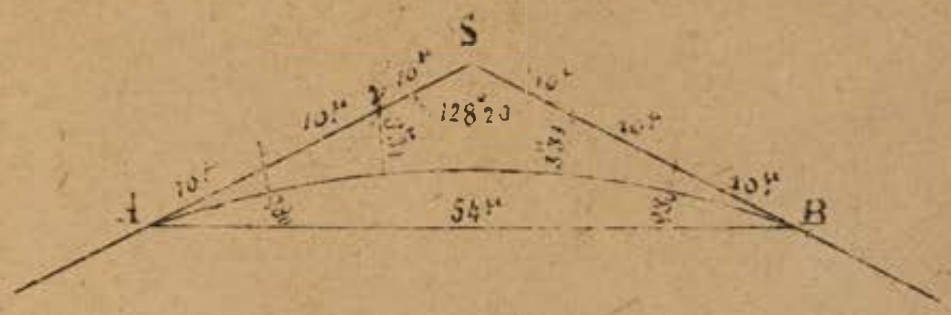
Αντιστρόφως εάν ήτο δεδομένη η χορδή εικόλως υπολογίζεται κατά τα προλεχθέντα η γωνία ASB = 128° 20′. Η ακτίς ισούται . . . . . .

$$\rho = 30^{\mu}. \operatorname{sf} \frac{128^{\circ}\,20}{2} = 61^{\mu}.96 \text{ ήτοι } 62^{\mu}.$$

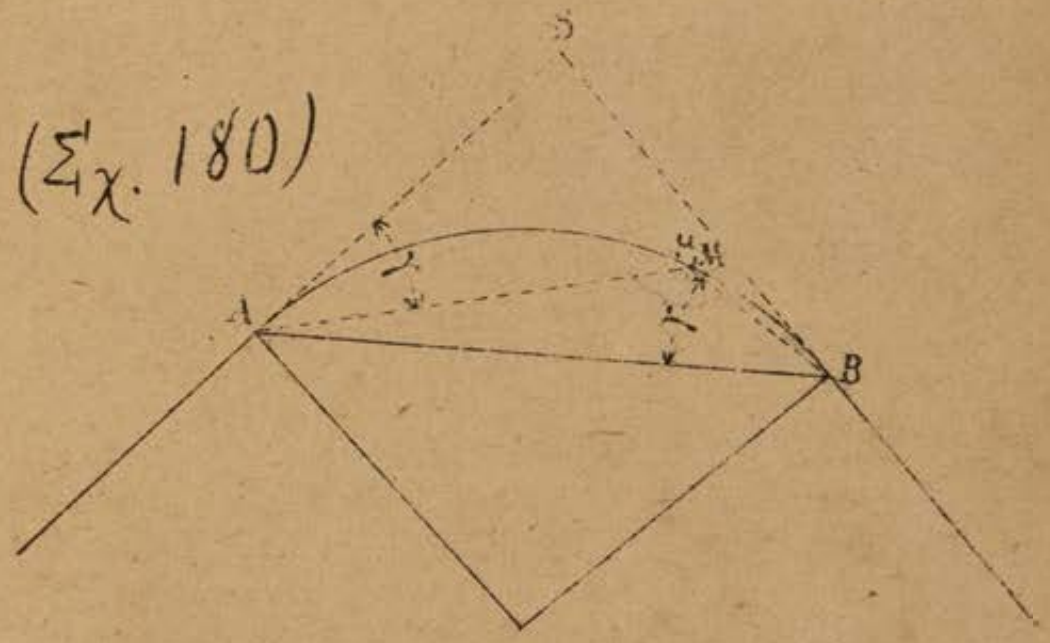
Υποτεθείσθω ότι ζητείται ο προσδιορισμός των τεταγμένων κατ' απόστασιν 10μ. από της αρχής Α έχομεν.

τεταγμ. του σημείου ν = $62^{\mu} - \sqrt{62^2 - 10^2} = 0^{\mu}.80$

" " " ν′ = $62^{\mu} - \sqrt{62^2 - 20^2} = 3^{\mu}.31$



(Σχ. 180)



Δυνάμεθα πρόσετι να εξαγάγωμεν τον προσδιορισμόν τόξου τινός επί του εδάφους εκ παρατηρήσεως τινος απλουστάτης.

Έστω μ σημείον τι του τόξου όπερ ενώσωμεν μετά των σημείων της επαφής Α και Β των δεδομένων διευθύνσεων (σχ. 180), η γωνία SAμ, ήν σχηματίζει η αγωγός ακτίς Αμ μετά της εφαπτομένης AS ίσουται με την γωνίαν μBA ήν σχηματίζει η αγωγός ακτίς μΒ μετά της χορδής ΑΒ.

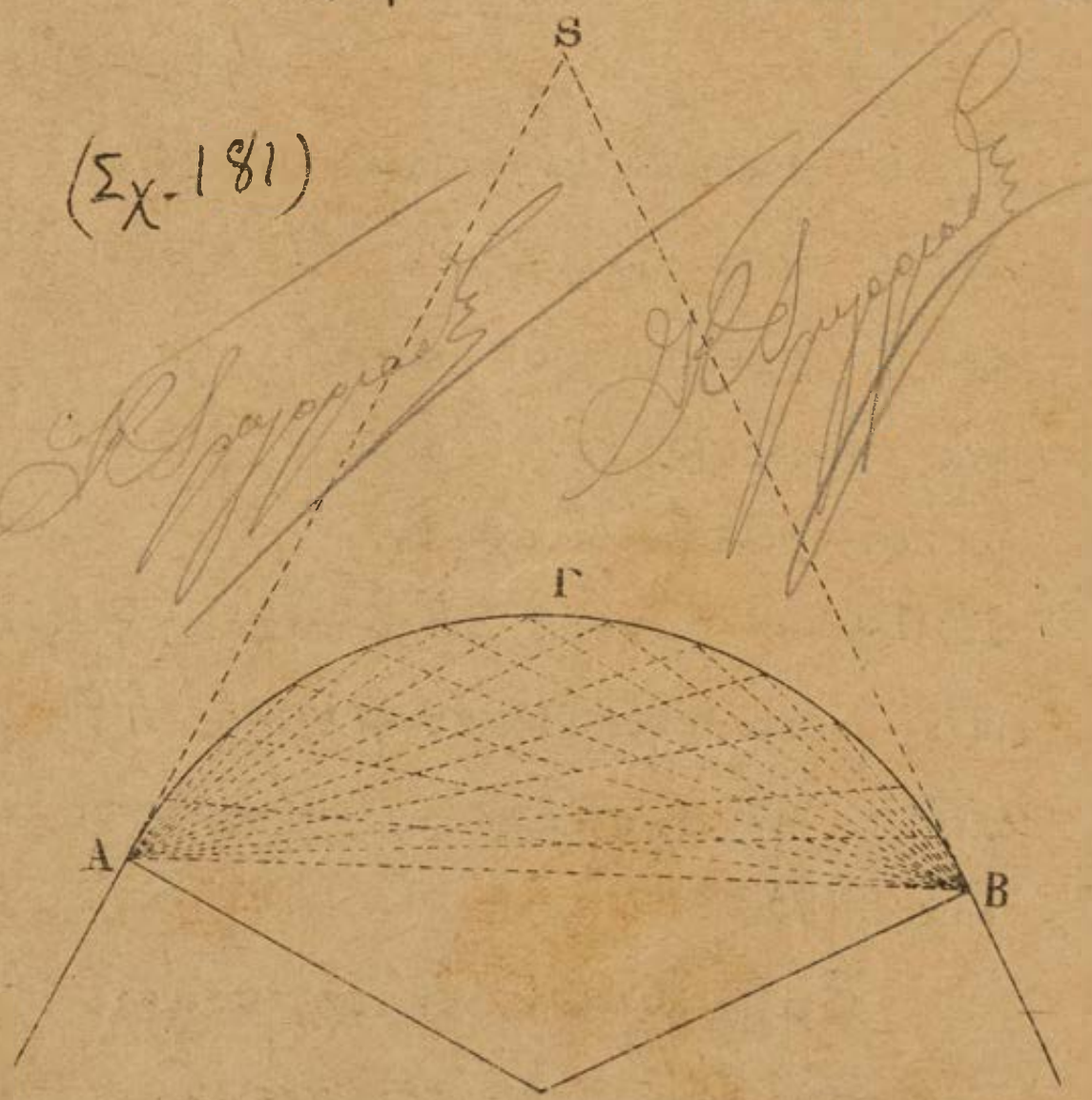
Εάν λοιπόν εν τη στάσει Α διά τινος γωνιομετρικού εργαλείου προσδιορίσωμεν γωνίαν τινά εκ σκοπεύσεως τινος Αμ μετά της δεδομένης διευθύνσεως ΑΒ υπό-

σωμεν εἰ τὴν εὐθυγραμμίαν τῆς σκοπεύσεως διὰ δύω ἀκοντίων τοποθετουμένων εἰς Α καὶ Υ, ἀκολούθως ἐν τῇ στάσει Β προσδιορισθῇ ὁμοίως διὰ τοῦ γωνιομέτρου ἡ γωνία α διὰ τοῦ παραλληλισμοῦ ὡς πρὸς τὴν χορδὴν ΑΒ, βοηθός δέ τις βαδίζων μεθ' ἑνὸς ἀκοντίου ἐπὶ τῆς προσδιορισθείσης διὰ τῶν δύω ἀκοντίων Α καὶ Υ διευθύνσεως φθάσει ὑποδεικνύμενος ὑπὸ τοῦ παρατηρητοῦ εἰς σημεῖόν τι μ κείμενον ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ σκοπευτικοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐργαλείου, φανερὸν τὸ σημεῖον τοῦτο ἀπέχει εἰς τὸ τρίγωνον τὸ ἐνοῦν τὰς δεδομένας διευθύνσεις ΑΒ, ΒΒ.

Ἡ ἐργασία αὕτη δύναται νὰ ἐκτελεσθῇ ταχύτερον τῇ συνδρομῇ δύω γεωμετρικῶν ἐργαλείων τοποθετουμένων εἰς Α καὶ Β.

Ἐφαρμογή. Ἐν τῷ σχήματι 181 δείκνυται ὅτι τὸ τρίγωνον ΑΓΒ ἐπροσδιορίσθη διὰ τῆς τομῆς ἀγωγῶν ἀκτίνων, αἵτινες σχηματίζουσι ἐν μὲν τῇ στάσει Α μετὰ τῆς διευθύνσεως γωνίας διαδοχικῶς ἴσας μὲ 5°, 10°, 15°, 20°, 25°, ... ἐν δὲ τῇ στάσει Β μετὰ τῆς χορδῆς ΑΒ τὰς αὐτὰς γωνίας 5°, 10°, 15°, 20° . . . . .

(Σχ. 181)



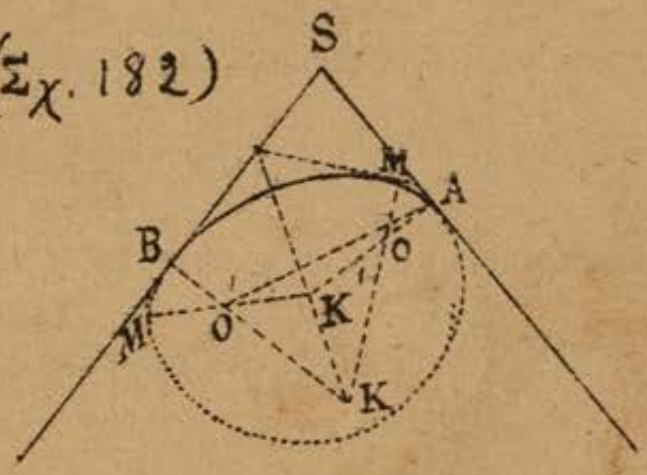
Ὅταν αἱ δύο ἐφαπτόμεναι διευθύνσεις $A, $B ἦτε αὔξουσαι τότε ἡ λύσις ἐπιτυγχάνεται διὰ δύω τόξων κύκλου συναντωμένων ἐφαπτομένως, τὸ πρόβλημα ὅμως εἶναι ἀπροσδιόριστον.

Ἡ ἐκφώνησις τοῦ προβλήματος ἔχει ὡς ἀκολούθως. Νὰ καταγραφῶσι δύω τόξα κύκλου ἐφαπτόμενα ἀλλήλοις ἐσωτερικῶς καὶ ἐφαπτόμενα δύω εὐθειῶν ἐπὶ δεδομένων ἐπὶ τούτων σημείων.

Ὡς παρατηρεῖται διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν δύο κύκλων ἀπαιτοῦνται ἐξ συνθῆκαι ἐπὶ παραδείγματι αἱ δύο ἀκτῖνες καὶ αἱ τέσσαρες συντεταγμέναι τῶν κέντρων. Ἐπὶ τοῦ προκειμένου δὲ δὲν ἔχομεν, ἢ δύο ἐφαπτομένας ἤτοι πέντε συνθήκας, πρέπει λοιπὸν πρὸς λύσιν τοῦ προβλήματος νὰ ληφθῇ αὐθαιρέτως ἡ μία τῶν ἀκτίνων.

Ἔστωσαν $A, $B αἱ ἐφαπτόμεναι (σχ. 182) καὶ A, B τὰ σημεῖα τῆς ἐπαφῆς. Τὰ κέντρα τῶν ζητουμένων τόξων θὰ κεῖνται ἐπὶ τῶν AO καὶ BO′ καθέτων ἐπὶ τῶν $A καὶ $B. Λαβῶμεν αὐθαιρέτως μίαν τῶν ἀκτίνων AO, ὑπολείπεται ὁ προσδιορισμὸς τῆς ἑτέρας ἀκτῖνος ἢ ἐπομένως τοῦ κέντρου K; ὑποτεθείσθω τοῦτο εὑρεθὲν ἢ ἔστω M τὸ σημεῖον τῆς συναντήσεως τῶν τόξων ἐφαπτομένως. θὰ ὑπάρχῃ

(Σχ. 182)



. . MK = BK , λοιπὸν

. . MK = MO + OK = AO + OK

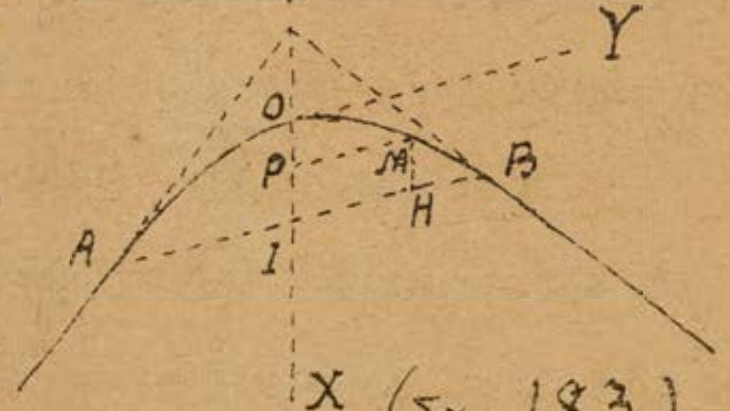
ἐὰν λοιπὸν ληφθῇ BO′ = AO θὰ ὑπάρχῃ KO′ = KO ἢ

τὸ σημεῖον Κ θὰ εὑρεθῇ ἐπὶ τῆς καθέτου τῆς ὑψουμένης ἐπὶ τῆς ΟΟ′ ἐν τῷ μέσῳ αὐτῆς Ρ. Παρατηρεῖται ἔτι ἡ κατασκευὴ εἶνε ἁπλουστάτη.

2ον Τόξον παραβολῆς.

Ὅταν αἱ ἐφαπτόμεναι ΑΣ καὶ ΒΣ ἦνε ἄνισοι, πρὸς συνέντευξιν τῶν διευθύνσεων τούτων μεταχειρίζονται πολλάκις τοῦ παραβολικοῦ τόξου

Κατὰ τὰς γνωστὰς ἰδιότητας τῆς καμπύλης ταύτης ἐὰν ἐπιτραπῶσιν αἱ δύω ἐφαπτόμεναι μέχρι τῆς συναντήσεως αὐτῶν εἰς Σ καὶ ἐνωθῇ τὸ σημεῖον τοῦτο μετὰ τοῦ μέσου Ι τῆς χορδῆς ΑΒ (σχ. 183) προσδιορίζεται διάμετρός τις τῆς παραβολῆς· τὸ μέσον Ο τῆς ἀποστάσεως ΙΣ θὰ ἦνε ἓν σημεῖον τῆς καμπύλης καὶ ἡ εὐθεῖα ΟΥ ἀγομένη ἐκ τοῦ σημείου τούτου παραλλήλως τῇ χορδῇ ΑΒ θὰ ἦνε ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης εἰς τὸ σημεῖον Ο. Ἐὰν ἀναφερθῇ ἡ καμπύλη ὡς πρὸς τὴν διάμετρον ΟΙ καὶ τὴν ἐφαπτομένην ΟΥ ἡ ἐξίσωσις αὐτῆς θὰ ἦνε τῆς μορφῆς . . . . . .



(σχ. 183)

$$\psi^2 = 2 p \chi$$

καὶ ἐὰν παρασταθῇ διὰ α ἡ ἀπόστασις ΟΙ καὶ διὰ β ἡ ἀπόστασις ΙΒ, ἐπειδὴ αἱ δύω αὗται ἀποστάσεις εἶνε αἱ συντεταγμέναι τοῦ σημείου Γ τῆς παραβολῆς θὰ ὑπάρχῃ . . . . . .

$$\beta^2 = 2 p \alpha$$ . . . ἐξ οὗ

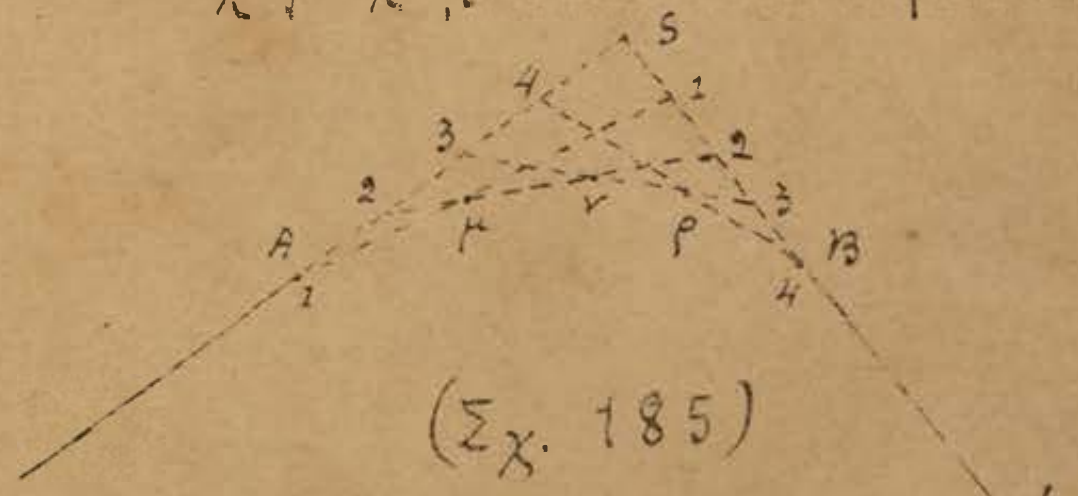
$$\psi^2 = \frac{\beta^2}{\alpha} \chi \quad \text{ἢ} \quad \chi = \alpha \frac{\psi^2}{\beta^2}$$

Ἐὰν δοθῇ τεταγμένη τις οἱαδήποτε $PM = IH = \psi$ εὑρίσκομεν ἐξαγεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης ἡ ἀντιστοιχουσα τεταγμένη $PI = HM = \chi$.

Ἐλέχθη προηγουμένως ὅτι τὸ σημεῖον O (σχ. 184) μέσον τῆς εὐθείας ΣI τῆς ἐνούσης τὸ σημεῖον τῆς συναντήσεως Σ μετὰ τοῦ μέσου τῆς χορδῆς AB εἶνε σημεῖον τῆς παραβολῆς, ἡ δὲ ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης ἐν τῷ σημείῳ τούτῳ εἶνε παράλληλος τῆς χορδῆς ταύτης. ἐξάγεται ὁμοίως ὅτι ἐὰν ἐνωθῇ τὸ σημεῖον O μετὰ τοῦ B, τὸ δὲ σημεῖον Σ' μετὰ τοῦ μέσου I' τῆς χορδῆς OB τὸ σημεῖον O' μέσον τῆς $\Sigma'I'$ ἀνήκει εἰς τὴν παραβολὴν ἡ δὲ $\Sigma'I$ εἶνε παράλληλος τῇ ΣI. ὁμοίως προσδιορίζεται καὶ ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρους τὸ σημεῖον O'', ἐπίσης ἀνήκον τῇ παραβολῇ. ἐὰν ἤδη ἐνωθῇ τὸ σημεῖον O μετὰ τοῦ O', τὸ δὲ O' μετὰ τοῦ B καὶ ἐξακολουθήσῃ ἡ αὐτὴ κατασκευή, προσδιορίζομεν ὁσαδήποτε σημεῖα τῆς καμπύλης.

(Σχ. 184)

Ὁμοίως δύναται νὰ διαγραφῇ ἐπὶ τοῦ ἑδαφους τόξον παραβολῆς διὰ τῆς ἀκολούθου κατασκευῆς στηριζομένης ἐπὶ τῶν ἰδιοτήτων τῆς καμπύλης. Διαιροῦνται αἱ διευθύνσεις ΣA, ΣB εἰς τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἴσων μερῶν καὶ ἀριθμοῦνται τὰ σημεῖα τῆς διαιρέσεως ἐκ τοῦ A πρὸς τὸ Σ ἢ ἐκ τοῦ Σ πρὸς τὸ B ἢ προσδιορίζονται ἀκολούθως



(Σχ. 185)

αἱ διευθύνσεις αἱ διερχόμεναι ἐκ τῶν φερόντων τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν σημείων καὶ σημειοῦνται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὰ σημεῖα τῆς συναντήσεως τῶν διευθύνσεων 1,1 καὶ 2,2 τὰ τῶν διευθύνσεων 2,2 καὶ 3,3 ὡς καὶ τὰ τῶν διευθύνσεων 3,3 καὶ 4,4. Τὰ σημεῖα μ, ν, φ . . . . οὕτω προσδιοριζόμενα ἀνήκουσιν εἰς τὴν ζητουμένην καμπύλην. Διαιρουμένων τῶν ἀποστάσεων ΣΑ, ΣΒ εἰς μεγαλύτερον ἀριθμὸν ἴσων μερῶν ἐπιτυγχάνεται ὁ προσδιορισμὸς τῶν σημείων τῆς καμπύλης μ, ν, φ . . . . ἐφ' ὅσον ἠθελήθη τις θελήσει πλησιέστερον ἀλλήλων. Ἡ μέθοδος αὕτη τῆς διαχαράξεως παραβολικοῦ τόξου παρουσιάζει τὸ μειονέκτημα τῆς τομῆς τῶν διευθύνσεων ὑπὸ πολὺ ἐξέαν γωνίαν, ὅπερ καθιστᾷ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σημείων τῆς καμπύλης ἀμφίβολον. Ἡ διὰ τῆς ἐξισώσεως τῆς καμπύλης διαχάραξις αὐτῆς φαίνεται προτιμοτέρα.

Κεφάλαιον ΙΔ'.

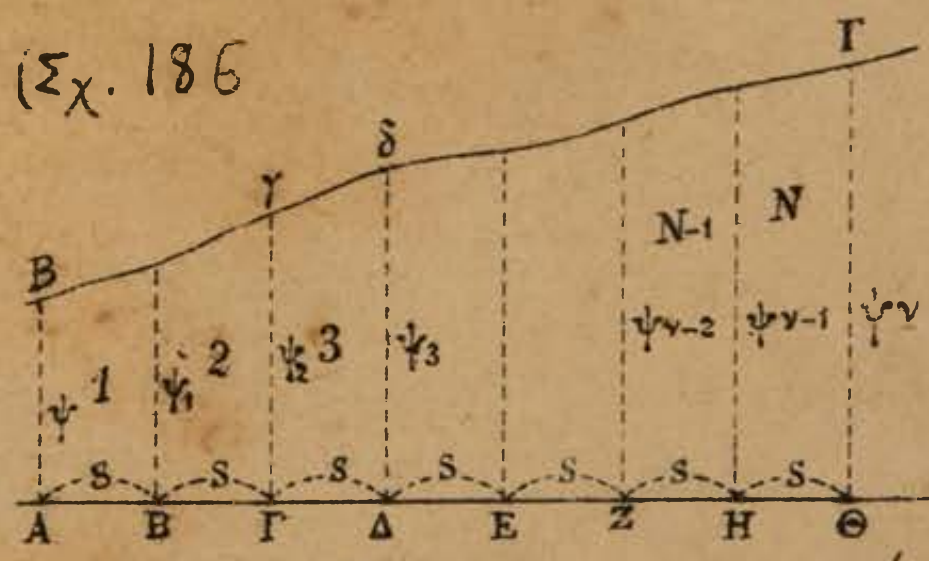
Ἐμβαδομετρία.

ὠα Περὶ τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν κανονικῶν σχημάτων ἐν ἐπιπέδῳ πραγματεύεται ἡ Γεωμετρία. Ἐν τῷ κεφαλαίῳ τούτῳ θὰ πραγματευθῶμεν περὶ τῶν ἐν χρήσει μεθόδων διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἀκανονίστων σχημάτων διὰ τῶν συντεταγμένων.

1ος Μέθοδος τῶν τραπεζίων.

Ὑποτεθείσθω ὅτι ζητεῖται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σχήματος ΑΒΓΘ (σχ. 186) τοῦ ἀπολαμβανομένου ὑπὸ τῶν δύο τεταγμένων ψ, ψν τοῦ ἄξονος τῶν τετμημένων ΑΘ καὶ τῆς καμπύλης ΒΓ. Διαιρεῖται ἡ ΑΘ εἰς ἀριθμόν τινα ἴσων μερῶν ν, καθόσον ν εἶνε μικρότερον κατὰ τοσοῦτον γρ δύναται νὰ ἐκληφθῇ ὡς εὐθεῖα· ἐπὶ τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως Β, Γ, Δ . . . ὑψοῦνται τεταγμέναι, τῶν ὁποίων προσδιορίζεται τὸ μῆκος.

(Σχ. 186



Ὑπάρχει . . . . . .
. . . . . .

ἐμβαδὸν 1ου τραπεζίου . . . $\frac{\psi + \psi_1}{2}\,\delta$

" 2ου " . . . . . $\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\,\delta$

" 3ου " . . . . . $\frac{\psi_2 + \psi_3}{2}\,\delta$

. . . . . .

" $N-1$ " . . . $\frac{\psi_{\nu-2} + \psi_{\nu-1}}{2}\,\delta$

" N " . . . $\frac{\psi_{\nu-1} + \psi_\nu}{2}\,\delta$

ἐμβαδ. τὸ σχημ. $AB\Gamma\Theta = \left(\frac{\psi}{2} + \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 \cdots + \psi_{\nu-1} + \frac{\psi_\nu}{2}\right)\delta$

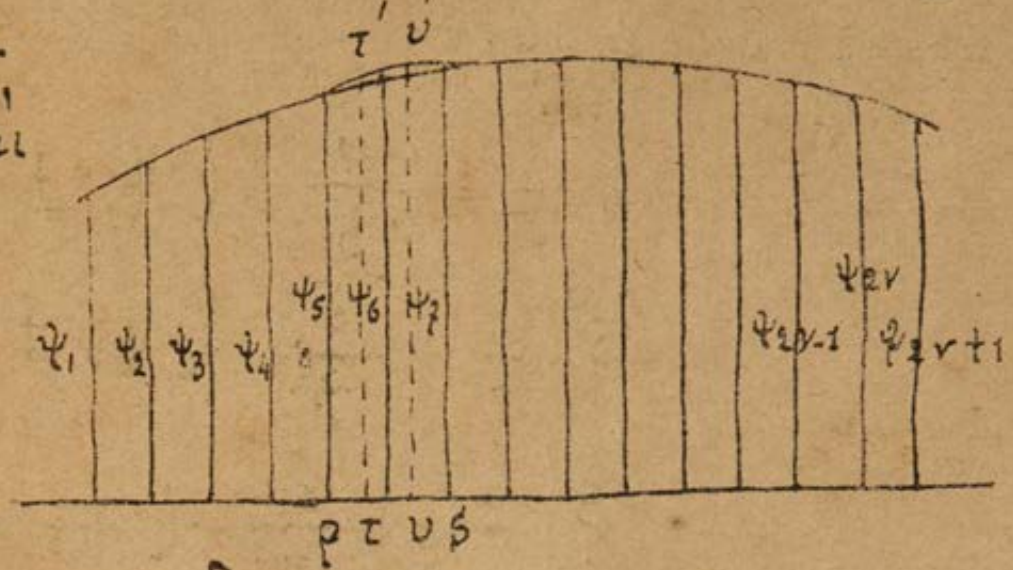
ἤτοι διὰ τῆς μεθόδου τῶν τραπεζίων τὸ ἐμβαδὸν σχήματός τινος ἰσοῦται τῷ ἡμιαθροίσματι τῶν δύω ἄκρων τεταγμένων πλέον τὸ ἄθροισμα τῶν λοιπῶν τεταγμένων ἐπὶ τὸ μῆκος μιᾶς διαιρέσεως, ἢ τὸ ὕψος ἑνὸς τραπεζίου πολλαπλασιαζόμενον.

2ον Μέθοδος τοῦ Thomas Simpson.

Ἔστω ὅτι ζητεῖται ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ περατουμένου ὑπὸ δύω τεταγμένων καθέτων ἐπὶ τοῦ ἄξονος $\chi\chi'$ καὶ τῆς ἀκαταστάτου καμπύλης $M\,N$ (σχ. 187). Διαιρέσωμεν τὴν βάσιν $\chi\chi'$ εἰς ἀριθμὸν 2ν ἀρτιον ἴσων μερῶν μήκους δ, ὑψώσωμεν ἐφ' ἑκάστης διαιρέσεως τὰς τεταγμε-

νας τῆς καμπύλης καὶ καταμετρήσωμεν ταύτας.

Θεωρήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τὴν περιεχομένην μεταξὺ δύω τεταγμένων τεταγμένης περιττῆς ψ_5 ἢ ψ_7 καὶ διαιρέσωμεν τὴν ἀπόστασιν ρς εἰς τρία ἴσα μέρη τῶν ὁποίων τὸ μῆκος κατὰ συνέπειαν θὰ παρίσταται διὰ $\frac{1}{3}\,2\delta = \frac{2\delta}{3}$, φέρωμεν τὰς τεταγμένας τ τ′ καὶ υ υ′. Κατὰ τὸν προηγουμένως δειχθέντα τύπον τῶν τραπεζίων ἔχομεν ὡς ἐπιφάνειαν ς περιεχομένην μεταξὺ τῶν τεταγμένων ψ_5 καὶ ψ_7 - - - - -



$$\varsigma = \frac{2\delta}{3}\left(\frac{\psi_5}{2} + \tau\tau' + \upsilon\upsilon' + \frac{\psi_7}{2}\right)$$

ἢ

$$\varsigma = \frac{\delta}{3}\left(\psi_5 + \tau\tau' + \upsilon\upsilon' + \psi_7\right)$$

ἀνοῦντες τὰ σημεῖα τ′ καὶ υ′ δι' εὐθείας ἔχομεν.

$$\tau\tau' + \upsilon\upsilon' = 2\mu\mu'$$

ἑπομένως

$$\varsigma = \frac{\delta}{3}\left(\psi_5 + 4\mu\mu' + \psi_7\right)$$

Ἡ ἐπιφάνεια ἡ προσδιοριζομένη ὑπὸ τοῦ ἀνωτέρω τύπου εἶναι μικροτέρα ἐὰν ἡ καμπύλη ἦτο εὐθυγραμμίαν τὴν κειλότητά της πρὸς τὸν ἄξονα χχ μεγαλειτέρα δὲ ἐὰν ἔχῃ τὴν κυρτότητά της, ὅπως δὲ πλησιάσωμεν τὸ ἀληθὲς ἐξαγόμενον ἀντικαθιστῶμεν τὴν μμ′ διὰ τῆς τεταγμ. ψ_6, θὰ ἔχωμεν τότε...

$$S = \frac{\delta}{3}(\psi_5 + 4\psi_6 + \psi_7)$$

ὁμοίως θὰ ἔχωμεν . . . . . .

$$S = \frac{\delta}{3}(\psi_1 + 4\psi_2 + \psi_3)$$

$$S' = \frac{\delta}{3}(\psi_3 + 4\psi_4 + \psi_5)$$

$$S'' = \frac{\delta}{3}(\psi_5 + 4\psi_6 + \psi_7)$$

. . . . . .

. . . . . .

$$S_\nu = \frac{\delta}{3}(\psi_{2\nu-1} + 4\psi_{2\nu-1} + \psi_{2\nu-1})$$

καὶ ἀθροίζοντες ἔχομεν . . . . . -

$$S = \frac{\delta}{3}\left[\psi_1 + \psi_{2\nu-1} + 4(\psi_2 + \psi_4 + \psi_6 \cdots)\right] + 2(\psi_3 + \psi_5 + \psi_7 \cdots \psi_{2\nu})$$

ἤτοι,

ἡ ἐπιφάνεια εἶνε ἴση μὲ τὸ τρίτον τοῦ δ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ 1ον τὸ ἄθροισμα τῶν ἄκρων τεταγμένων 2ον τὸ τετραπλοῦν τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀρτίας τάξεως τεταγμένων, 3ον τὸ διπλοῦν τοῦ ἀθροίσματος τῶν περιττῆς τάξεως τεταγμένων.

3ος Μέθοδος τοῦ Poncelet.

Ὁμοίως διαιρεῖται ἡ βάσις εἰς ἀριθμὸν ἄρτιον ἴσων μερῶν καὶ καλεῖται δ τὸ μῆκος μιᾶς ὑποδιαιρέσεως (σχ. 188). Ἑνοῦμεν τὰ ἄκρα Α καὶ Η μὲ τὰς πλησίον κορυφὰς Β καὶ Ζ καὶ πάσας τὰς ἄλλας κορυφὰς ἀνὰ δύω. Τὸ ἄθροισμα S τῶν ἐμβαδῶν τῶν τραπεζίων αβΒΑ, βδΔΒ . . .

ζητεῖται ἡ ἐμβαδὸν οὕτω σχηματιζομένων ἰσοῦται . . . . .

$$S = \frac{\delta}{2}(\psi_1 + \psi_2) + \delta(\psi_2 + \psi_4) + \cdots + \delta(\psi_{2\nu-2} + \psi_{2\nu}) + \frac{\delta}{2}(\psi_{2\nu} + \psi_{2\nu+1})$$

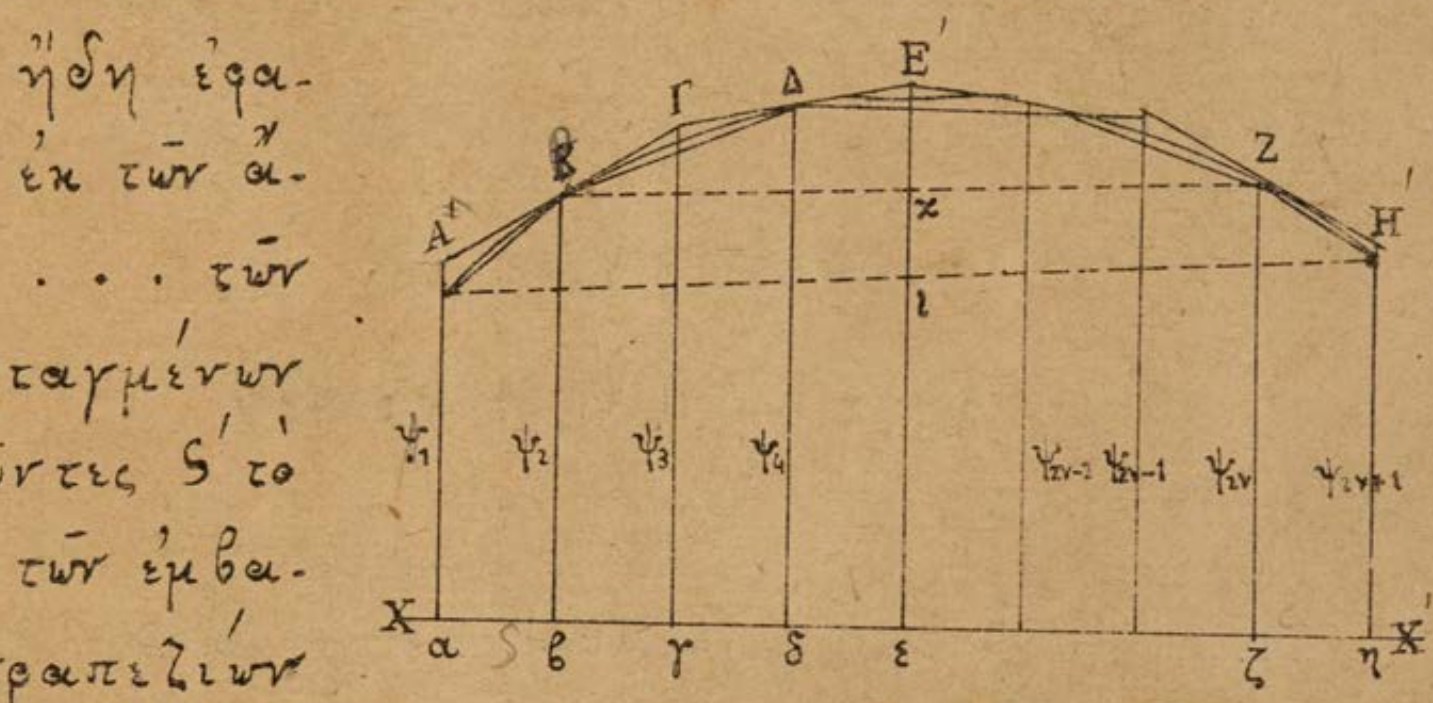
ἢ

$$S = \delta\left[\frac{1}{2}(\psi_1 + \psi_{2\nu+1}) + \frac{3}{2}(\psi_2 + \psi_{2\nu}) + 2(\psi_4 + \psi_6 + \cdots + \psi_{2\nu-2})\right]$$

προσθέτοντες καὶ ἀφαιροῦντες εἰς τὴν ἐντὸς τῆς παρενθέσεως ποσότητα τὴν ποσότητα $\frac{1}{2}(\psi_2 + \psi_{2\nu})$ . . . . .

$$S = \delta\left[\frac{1}{2}(\psi_1 + \psi_{2\nu+1}) - \frac{1}{2}(\psi_2 + \psi_{2\nu}) + 2(\psi_2 + \psi_4 + \psi_6 + \cdots + \psi_{2\nu})\right]$$

φέροντες ἤδη ἐφαπτομένας ἐκ τῶν ἄκρων Β, Δ . . . τῶν ἀρτίων τεταγμένων καὶ καλοῦντες S' τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν τῶν τραπεζίων αγΓ'Α', γεΕ'Γ'' . . . οὕτω σχηματιζομένων ἔχομεν . .



$$S' = 2\delta(\psi_2 + \psi_4 + \psi_6 + \cdots + \psi_{2\nu})$$

Ἡ μέση τιμὴ τῶν δύω ἐμβαδῶν S καὶ S' τῶν εἰρημένων ἡμῶν εἶναι μεγαλειτέρα, ἡ δὲ ἑτέρα μικροτέρα τῆς τιμῆς τοῦ ζητουμένου ἐμβαδοῦ S δίδει ὡς τιμὴν προσεγγίζουσαν . .

$$S = \frac{S+S'}{2} = \delta\left[2(\psi_2 + \psi_4 + \cdots + \psi_{2\nu}) + \frac{1}{4}(\psi_1 + \psi_{2\nu+1}) - \frac{1}{4}(\psi_2 + \psi_{2\nu})\right]$$

ἥτοι ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ἴση μὲ τὸ μῆκος τοῦ στοιχείου δ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸ διπλάσιον τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀρτίων τεταγμένων, πλέον

φρ. λ. 34ον

τὸ τέταρτον τοῦ ἀθροίσματος τῶν σύν ἄκρων τεταγμένων μεῖον τὸ τέταρτον τῶν σύν πρὸ τῶν ἄκρων τεταγμένων.

Τὴ ἀνωτέρω ἔκφρασις σύσα ἡ μέση τιμὴ μεταξὺ τῶν S καὶ S' δίδει τὸ ζητούμενον ἐμβαδὸν S διὰ σφάλματος ἔχοντος ὡς ἀνώτερον ὅριον . . . . . .

$$\frac{S'-S}{2} = \frac{1}{4}\delta\left[(\psi_2+\psi_{2\nu})-(\psi_1+\psi_{2\nu+1})\right]$$

ὅπερ εἶνε συνήθως πολὺ κατώτερον τοῦ ὁρίου τούτου.

Ἀγομένων τῶν χορδῶν AH καὶ BZ ἔχομεν ἐπὶ τῆς μέσης τεταγμένης . . . . . .

$$\varepsilon_\kappa = \frac{1}{2}(\psi_2+\psi_{2\nu}) \quad \text{καὶ}$$

$$\varepsilon_\lambda = \frac{1}{2}(\psi_1+\psi_{2\nu+1})$$

λοιπὸν . . . . . .

$$\frac{S'-S}{2} = \frac{1}{2}\delta(\varepsilon_\kappa-\varepsilon_\lambda) = \frac{1}{2}\delta\times\iota\kappa$$

τοιουτοτρόπως πρὸ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ ἀνωτέρω τύπου δυνάμεθα εὐκόλως νὰ προσδιορίσωμεν τὸ ὅριον τοῦ σφάλματος τὸ διδόμενον ὑπὸ τοῦ τύπου τούτου.

Ὅπως δώσωμεν παράδειγμα τῆς ἐφαρμογῆς τῶν ἀνωτέρω ἐκτεθεισῶν μεθόδων ὑποθέσωμεν ὅτι ζητεῖται ἡ ἐκτίμησις τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ περιλαμβανομένου μεταξὺ ὑπερβολῆς τῆς ὁποίας ἡ ἐξίσωσις εἶνε . . . .

$$\chi\psi = 0,0840$$

μεταξὺ τῶν ὁρίων $\chi=0,1$ καὶ $\chi=0.7$

Ὑπολογίσωμεν διὰ τῆς ἄνω ἐξισώσεως τὰς τιμὰς τῶν τεταγ-

μέτρων των αντιστοιχούσων εις τας ακολούθους τετμημένας . . . . . .

$\chi = 0.1$, $\chi = 0.2$, $\chi = 0.3$, $\chi = 0.4$, $\chi = 0.5$, $\chi = 0.6$, $\chi = 0.7$, ευρίσκομεν . . . . . .

$\psi = 0.84$, $\psi = 0.42$, $\psi = 0.28$, $\psi = 0.21$, $\psi = 0.168$, $\psi = 0.14$, $\psi = 0.12$.

Ο αριθμός των τεταγμένων είνε περιττός περιεχομένων εξ αξόνων των χ είνε διηρημένος εις άρτιον αριθμόν ίσων μερών.

Η μέθοδος των τραπεζίων δίδει . . . . .

$$S = 0.1\,(0.42 + 0.42 + 0.28 + 0.21 + 0.168 + 0.14 + 0.06)$$

$$S = 0^{\tau.\mu.}.1698$$

Η μέθοδος του Σιμψωνος δίδει

$$S = \frac{1}{3}\,0.1\left[(0.84+0.12)+4\,(0.42+0.21+0.14)+2\,(0.28+0.168)\right]$$

$$S = 0^{\tau.\mu.}.164$$

Τέλος η μέθοδος του Πονσελέ δίδει

$$S = 0.1\left[2\,(0.42+0.21+0.14)+\frac{1}{4}\,(0.84+0.12)-\frac{1}{4}\,(0.42+0.12)\right]$$

$$S = 0^{\tau.\mu.}.1640$$

Η δε αληθής τιμή της ζητουμένης επιφανείας ευρίσκεται εύκολως εκ της εξισώσεως της καμπύλης $\chi\psi = 0.084$

εξ ης $\psi = \dfrac{0.084}{\chi}$ $\psi\,\delta\chi = 0.084\,\dfrac{\delta\chi}{\chi}$ εξ ης

$$S = 0.084\int_{0.1}^{0.7}\frac{\delta\chi}{\chi} = 0.084\,(\lambda.0^{\mu}.7 - \lambda.0^{\mu}.1) = 0.084\,\lambda.7$$

$$S = 0.163456$$

Παρατηρεῖται ἐκ τοῦ παραδείγματος τούτου ὅτι ἡ μέθοδος τοῦ Σιμψῶνος δίδει ἐξαγόμενον πολὺ πλησιάζον εἰς τὸ ἀκριβές, ἡ δὲ τοῦ Πουσελὲ δίδει ἀκέραιον μεγαλειτέραν προσέγγισιν, τοῦ σχετικοῦ σφάλματος ὄντος μικροτέρου τοῦ $\frac{1}{300}$. Ἡ μέθοδος τῶν τραπεζίων εἶνε ἡ ἀπομακρυσμένη μᾶλλον τῆς ἀληθείας.

Κεφάλαιον ΙΕ'.

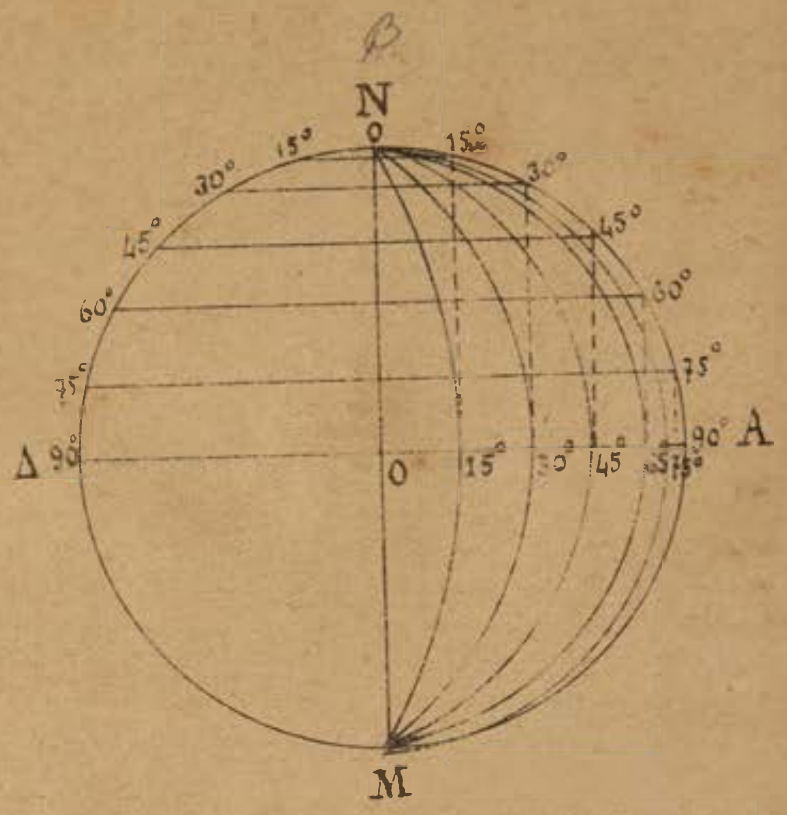
Περὶ γεωγραφικῶν χαρτῶν.

Σκοπὸς τῶν γεωγραφικῶν χαρτῶν εἶνε ἡ ἐπὶ ἐπιπέδου παράστασις τῆς μορφῆς τῶν χωρῶν τῶν ἠπείρων καὶ θαλασσῶν.

Ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας δὲν εἶνε ἀναπτύξιμος, εἶνε λοιπὸν ἀδύνατος ἡ ὁλικὴ ἢ μερικὴ παράστασις αὐτῆς ἐπὶ ἐπιπέδου ἄνευ προηγουμένης παραμορφώσεως. Ὑπάρχουσι πλεῖστα συστήματα χαρτῶν· πάντα παρουσιάζουσι τὰς μερικὰς παραμορφώσεις των· εἰς τὰ μὲν ἀλλοιοῦνται τὰ μήκη καὶ τηροῦνται αἱ γωνίαι, εἰς τὰ δὲ ἀλλοιοῦνται αἱ γωνίαι καὶ τὰ μήκη καὶ τηροῦνται αἱ ἐπιφάνειαι. Ἐν συντόμῳ θὰ πραγματευθῶμεν τὰ κυριώτερα τῶν συστημάτων. Λέγομεν μόνον, χάριν ἱστορικῆς ἀληθείας, ὅτι αἱ προβολαὶ ὀφείλονται τῷ Ἱππάρχῳ, αἱ δὲ διὰ ἀναπτύξεως χάρται τῷ Πτολεμαίῳ.

Προβολαὶ ὀρθογραφικαί. Εἶνι ἡ συνήθης

προβολή ἡμισφαιρίου τινός ἐπὶ τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ-
στις χρησιμεύει αὐτῷ ὡς βάσις. Λαμβάνεται ὡς βάσις τὸ
ἐπίπεδον μεσημβρινοῦ τινος (σχ. 189), οἱ λοιποὶ μεση-
βρινοὶ θὰ παρίστανται δι' ἐλλειψέων ἐχουσῶν ὡς μεγα-
λους ἄξονας τὴν ποιὴν ΒΜ
ἤτοι τὴν γραμμὴν τῶν πόλων,
οἱ παράλληλοι τῆς σφαίρας θὰ
παρίστανται δι' εὐθειῶν καθέτων
ἐπὶ τοῦ ἄξονος τούτου.



Κατασκευὴ τοῦ καν-
ναβίου. Πλαγιάζεται τὸ ἰση-
μερινὸν ἡμικύκλιον ΔΗ ἐπὶ τοῦ
ἐπιπέδου τοῦ χάρτου ΔΒΑ καὶ δι-
αιρεῖται ἀπὸ 15° εἰς 15° ἐπὶ παραδείγματι ὡς ἀρχὴ λαμ-
βανομένης τοῦ σημείου Β. Ἐκ τῶν σημείων τῆς διαιρέ-
σεως ἄγονται κάθετοι ἐπὶ τῆς ΔΑ, ἐπιτυγχάνεται οὕτως
ἡ βαθμολογία τοῦ ἰσημερινοῦ εἰς μῆκος ἐνταῦτῳ καὶ ἡ
τοῦ μεσημβρινοῦ ΒΑΜ εἰς πλάτος. Ἐκ τῶν σημείων τῆς δι-
αιρέσεως τοῦ ἰσημερινοῦ χαράσσονται ἐλλείψεις ἐχουσαι
ὡς μέγαν ἄξονα τὴν ΒΜ καὶ ἐκ τῶν τοῦ μεσημ-
βρινοῦ ΒΑ ἄγονται παράλληλοι τῇ ΔΑ. Οὕτως ἐπιτυγχά-
νεται καννάβιον ἐκ μεσημβρινῶν καὶ παραλλήλων τῆς
σφαίρας ἀπὸ 15° εἰς 15°.

Ἐν τῷ συστήματι τούτῳ ἡ παραμόρφωσις τῶν ἐπὶ
τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἡμισφαιρίου σχημάτων εἶνε μηδενικὴ
ἐν τῷ κέντρῳ βαίνει δὲ ταχέως αὐξουσα περὶ τὰ πε-
ρατα αὐτοῦ. Ἡ προβολὴ αὕτη εἶνε ἐν χρήσει μόνον
ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ.

Προβολαὶ στερεογραφικαί.

Αἱ στερεογραφικαὶ προβολαὶ γενικῶς εἶνε παραδεδεγμέναι διὰ τὴν παράστασιν τῶν ἡμισφαιρίων. Στηρίζονται ἐπὶ τῆς προοπτικῆς παραστάσεως τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐπὶ ἐπιπέδου τοῦ μεσημβρινοῦ. Ὑποτιθέσθω ὁ ὀφθαλμὸς τοῦ παρατηρητοῦ εἰς τὸ ἄκρον τῆς καθέτου διαμέτρου ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τῶν προβολῶν, ἐξ αὐτοῦ δὲ ἐκπεμπόμεναι διάφοροι σκοπευτικαὶ ἀκτῖνες ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τοῦ ἀντικειμένου ἡμισφαιρίου· ἡ τομὴ τῶν ἀκτίνων τούτων μετὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τῶν προβολῶν προσδιορίζει τὴν στερεογραφικὴν προβολὴν τοῦ ἡμισφαιρίου.

Ὅπως κατανοήσωμεν τὴν ἐργασίαν ταύτην ἀναγκαίως ἀσχοληθῶμεν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τῶν ἀκολούθων προτάσεων.

1ον Πᾶσα τομὴ ἀντιπαραλλήλων πλαγίου κώνου μετὰ βάσεως κυκλικῆς εἶνε κύκλος.

2ον Ἡ στερεογραφικὴ προβολὴ οἱουδήποτε κύκλου τῆς σφαίρας εἶνε κύκλος.

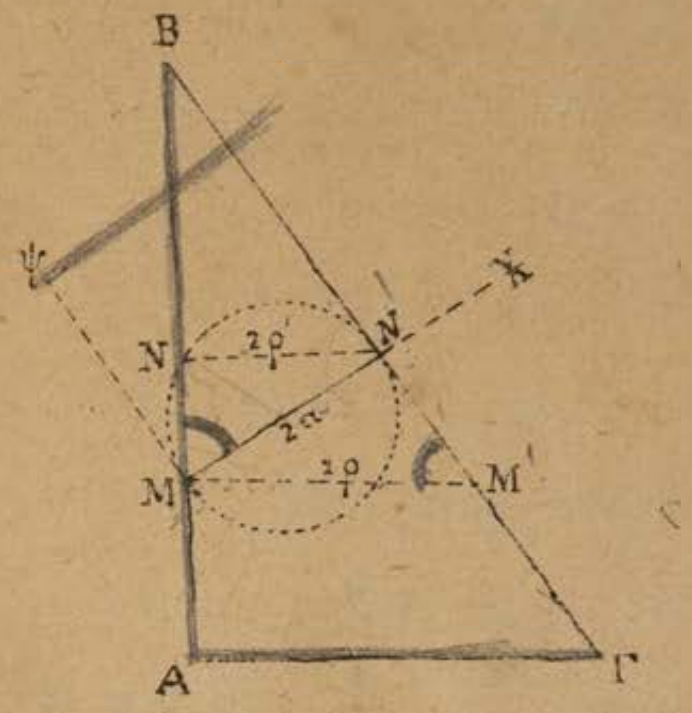
3ον Ἐὰν δύω τόξα τέμνωνται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὑπὸ γωνίαν τινά, αἱ στερεογραφικαὶ αὐτῶν προβολαὶ τέμνονται ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνίαν.

Δεῖξις

1ον Ἔστω ΑΒΓ κῶνος πλάγιος μετὰ βάσεως κυκλικῆς, ἧς ἡ διάμετρος εἶνε ΑΓ (σχ. 190). Ἐὰν ὁ κῶνος οὗτος τμηθῇ δι' ἑνὸς ἐπιπέδου ΜΝ οὕτως ὥστε νὰ ὑπάρχῃ γων. ΒΜΝ = γωνίᾳ ΒΜ′Μ τῇ ΜΜ′ ἐχθείσης παραλλήλου τῇ ΑΓ, τότε ἡ τομὴ ΜΝ

καλεῖται ἀντιπαράλληλος πλαγίου κώνου.

Ἐὰν θεσωμεν $MN = 2\alpha$, $MN' = 2\rho$, $NN' = 2\rho'$, ἡ γενικὴ ἐξίσωσις τῆς κωνικῆς τομῆς MN, ἀναφερομένης ὡς πρὸς δύο ὀρθογωνίους ἄξονας χ, ψ, τῶν ὁποίων ὡς ἀρχὴ λαμβάνεται τὸ σημεῖον M, εἶνε..



$$\psi = \frac{\rho\rho'}{\alpha^2}(2\alpha\chi - \chi^2)$$

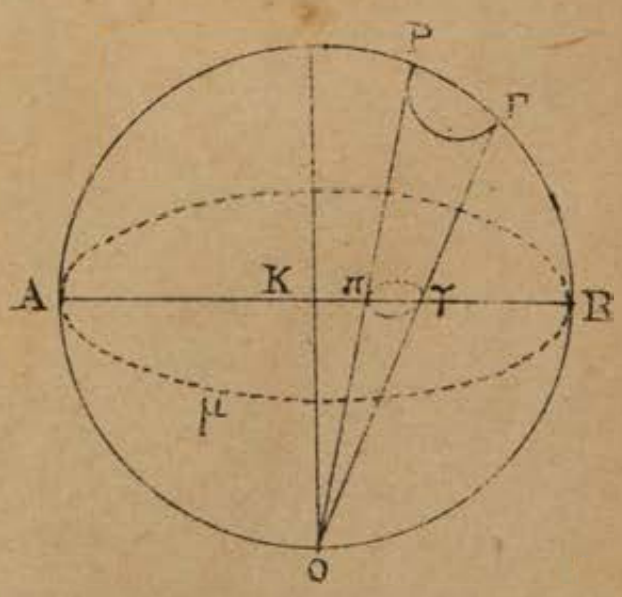
Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων MNN' καὶ $MM'N$ λαμβάνομεν . . $2\rho : 2\alpha = 2\alpha : 2\rho'$ ἢ . . . . . $\alpha^2 = \rho\rho'$

καὶ ἀντισάγοντες τὴν τιμὴν ταύτην εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῆς καμπύλης ἔχομεν . . . . . .

$$\psi = 2\alpha\chi - \chi^2$$

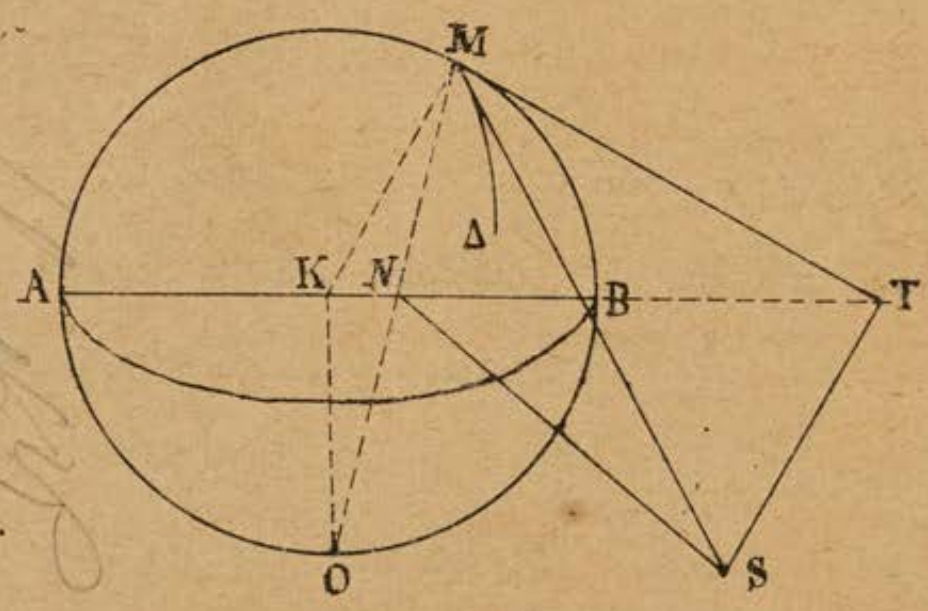
ἐξίσωσιν κύκλου· ἐπομένως πᾶσα τομὴ ἀντιπαράλληλος πλαγίου κώνου μετὰ βάσεως κυκλικῆς εἶνε κύκλος.

2ον Πρὸς ἀπόδειξιν τῆς δευτέρας προτάσεως ἔστω O (σχ. 191) ὁ ὀφθαλμὸς τοῦ παρατηρητοῦ, $A\mu B$ τὸ ἐπίπεδον τοῦ πίνακος $P\Gamma$, ἡ διάμετρος κύκλου τινὸς κεχαραγμένου ἐπὶ τῆς σφαίρας, $AP\Gamma BO$ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἠγμένον διὰ τῆς διαμέτρου ταύτης καὶ τοῦ κέντρου K τῆς σφαίρας. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο θέλει τμή-



σει τὸ ἐπίπεδον τοῦ πίνακος κατὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ. Αἱ ἐκτεινόμεναι ἀκτῖνες αἱ ἀγόμεναι ἐκ τοῦ σημείου Θ εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τῆς περιφερείας ΓΓ σχηματίζουσι πλάγιον κῶνον ἔχοντα βάσιν κυκλικὴν καὶ οὗτος ἔχει ὡς ἐπίπεδον συμμετρίας τὸ ἐπίπεδον ΑΡΓΥΒΘ τέμνεται δὲ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ πίνακος ΑΒ κατὰ τὴν καμπύλην πγ. Ἐπειδὴ ἡ γωνία πγΟ ἔχει διὰ μέτρον $\frac{1}{2}$ (ΑΟ + ΒΓ) ἡ δὲ γωνία ΟΡΓ ἔχει διὰ μέτρον $\frac{1}{2}$ ΟΓ ἢ $\frac{1}{2}$ (ΟΒ + ΒΓ) καὶ ἐπειδὴ ΟΒ = ΟΑ ἐξάγεται ὅτι ἡ γωνία πγθ εἶνε ἴση μὲ τὴν γωνίαν ΟΡΓ, ἡ γενομένη λοιπὸν τομὴ εἰς τὸν κῶνον ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ πίνακος ΑμΒ εἶνε τομὴ ἀντιπαραλλήλου πλαγίου κώνου· μετὰ βάσεως κυκλικῆς καὶ ἐπομένως ἡ καμπύλη πγ εἶνε περιφέρεια κύκλου.

3ον Πρὸς ἀπόδειξιν τῆς τρίτης προτάσεως θεωρήσωμεν κατ' ἀρχὰς τὴν περίστασιν καθ' ἣν εἷς τῶν μεγίστων κύκλων διέρχεται διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ τοῦ παρατηρητοῦ· ἔστω ΑΜΒ ὁ κύκλος οὗτος καὶ ΜΔ τὸ δεύτερον τόξον μεγίστου κύκλου (σχ. 192), ΜΤ καὶ ΜΣ αἱ ἐφαπτόμεναι τούτων εἰς τὸ σημεῖον τῆς τομῆς αὐτῶν Μ. Αἱ ἐφαπτόμεναι αὗται προσδιορίζουσιν ἓν ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος ΚΜ καὶ ἐπομένως ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΑΜΒΟ τοῦ περιέχοντος τὴν ἀκτῖνα ταύτην. Τέμνει λοιπὸν τὸ ἐπίπεδον τοῦ πίνακος

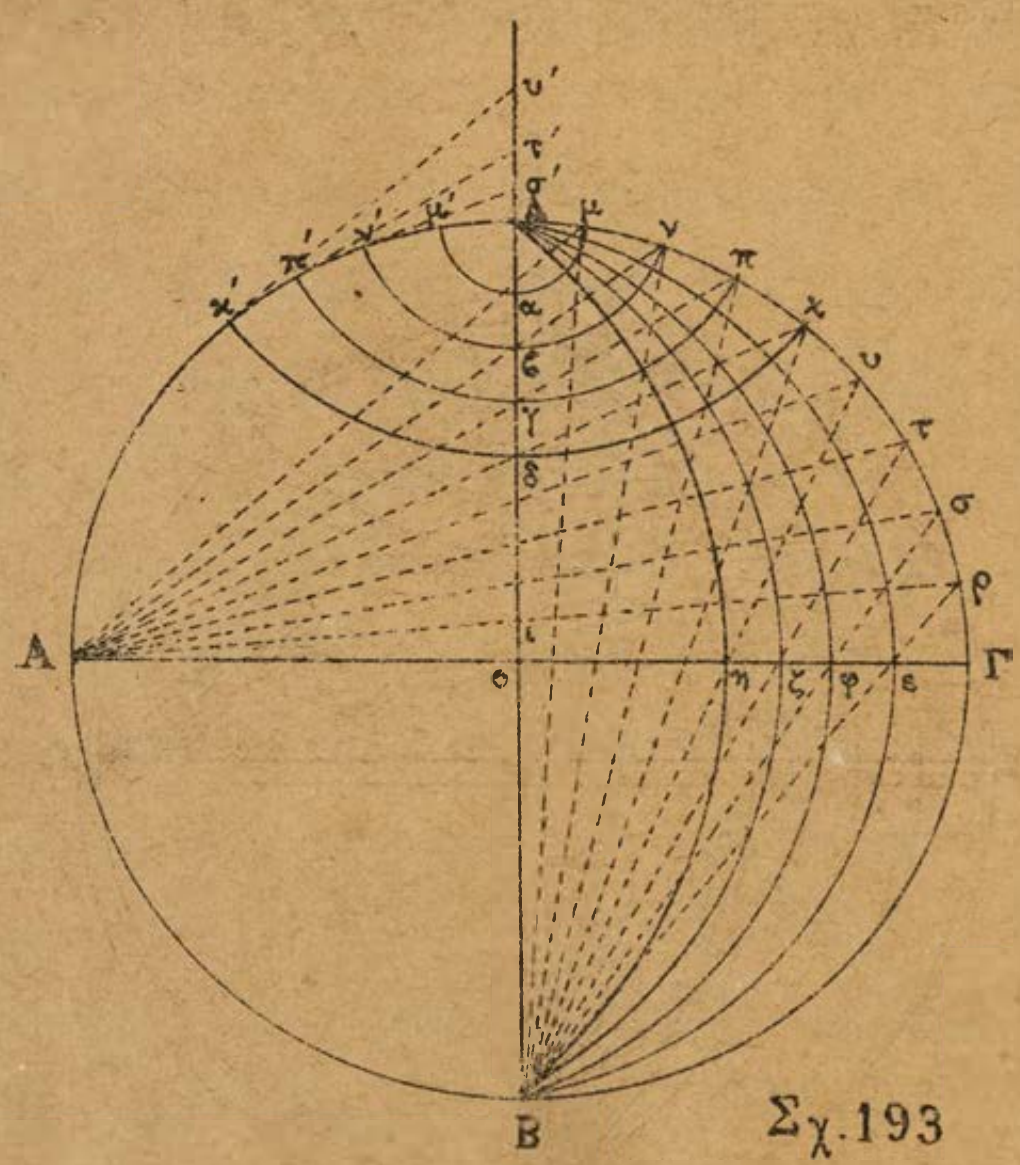


κατὰ τὴν γραμμὴν ST κάθετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΑΜΒΟ καὶ ἑπομένως ἐπὶ τῶν εὐθειῶν ΜΤ καὶ ΑΤ. Ἐνόσωμεν Μ καὶ Ο ἡ εὐθεῖα ΜΟ θέλει τμήσει τὴν ΑΒ εἰς σημεῖόν τι Ν, ἀγάγωμεν ἤδη τὴν ΝS. Τὰ δύο τρίγωνα ΜΤS καὶ ΝΤS εἶνε ὀρθογώνια εἰς Τ, ἔχουσι δὲ τὴν πλευρὰν ΤS κοινήν. προσέτι ΝΤ = ΜΤ, διότι ἡ γωνία ΝΜΤ ἔχει διὰ μέτρον $\frac{1}{2}$ ΜΒΟ ἢ $\frac{1}{2}$ (ΜΒ + ΟΒ), ἡ δὲ γωνία ΜΝΤ ἔχει διὰ μέτρον $\frac{1}{2}$ (ΜΒ + ΟΑ) καὶ ἐπειδὴ ΟΒ = ΟΑ αἱ δυὸ γωνίαι εἶνε ἴσαι, τὸ τρίγωνον λοιπὸν ΜΝΤ εἶνε ἰσοσκελὲς καὶ ἑπομένως ΝΤ = ΜΤ. Ἐξάγεται λοιπὸν ὅτι τὰ δύο τρίγωνα ΜΤS καὶ ΝΤS εἶνε ἴσα ἑπομένως καὶ ἡ γωνία SΝΤ εἶνε ἴση μὲ τὴν γωνίαν SΜΤ. Ἀλλ' ἡ τελευταία γωνία εἶνε ἐκείνη τῶν ἐφαπτομένων τῶν δύο τόξων, ἢ δὲ πρώτη, ἢ στερεογραφικὴ αὐτῶν προβολή. Ἡ τρίτη λοιπὸν πρότασις ἀπεδείχθη διὰ τὴν περίστασιν ἣν ἐθεωρήσαμεν. Ἀλλ' εἶνε εὔκολον νὰ ἀχθῇ ἡ πρότασις ὑπὸ οἱανδήποτε περίστασιν, διότι οἱαδήποτε καὶ ἂν ἦτι τὰ δύο μιγίστου κύκλου τόξα δυνατὸν πάντοτε διὰ τῆς διαμέτρου κατὰ τὴν ἐπαφὴν τὰ ἐπίπεδα τῶν τεμνόντων καὶ ἀχθῇ ἐπίπεδον διερχόμενον ἐκ τοῦ σημείου τῆς παρατηρήσεως Ο, τὸ βοηθητικὸν τοῦτο ἐπίπεδον θέλει τμήσει τὴν σφαῖραν κατὰ τόξον μιγίστου κύκλου, ὅπερ θέλει σχηματίσει μὲ ἕκαστον τῶν δύο πρώτων γωνίαν ὑπὸ τὴν περιπτωσιν ἣν ἐπραγματεύθημεν· ἡ προτεθεῖσα λοιπὸν γωνία θέλει εἶσθαι τὸ ἄθροισμα ἢ ἡ διαφορὰ τῶν δύο γωνιῶν περιλαμβανομένων ἐν τῇ πρώτῃ περιπτώσει καὶ ἑπομένως ἡ πρότασις ἣν ἀπεδείξαμεν δι' ἑκάστην τούτων ἐπεκτείνεται καὶ ἐπὶ τοῦ ἀθροίσματος καὶ τῆς διαφορᾶς των.

φυλ. 35ον

Ἐκ τῶν ἀποδειχθεισῶν προτάσεων ἐξάγεται ὅτι εἰς ἑκάστην σχῆμα πολὺ μικρὸν κεχαραγμένον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἔχει ὡς προβολὴν στερεογραφικὴν σχῆμα ὅμοιον, διότι τῶν πλευρῶν ὑποτεθεισῶν πολὺ μικρῶν δύνανται αὐταὶ ν' ἀντικατασταθῶσι διὰ τόξων μεγίστου κύκλου καὶ ἐὰν ἀποσυνθέσωμεν τὸ προταθὲν σχῆμα εἰς τρίγωνα, ἡ προβολή του θὰ συνίσταται ἐκ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ τριγώνων ἐχόντων τὰς γωνίας αὐτῶν ἀμοιβαίως ἴσας μὲ τὰς τῶν ἐπὶ τῆς σφαίρας κεχαραγμένων καὶ ἐπομένως ὅμοια ἑκάστῳ ἑκάστῳ. Τῇ συνεπείᾳ ταύτης ἰδιότητας ἐπιχθείσης τὸ στερεογραφικὸν κανναβίον τοῦ ἡμισφαιρίου χαράσσεται ὡς ἀκολούθως.

Ὑποτεθείσθω κατ' ἀρχὰς ὅτι ἡ προβολὴ ἐκτελεῖται ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ ΑΒΓΔ (σχ. 193) ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ τὸ σημεῖον τῆς ἀπόψεως κεῖται εἰς τὸ ἄκρον τῆς καθέτου ἐκτεινομένης ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ καὶ ἐπομένως ἐν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ καθέτῳ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχήματος καὶ ἔχοντι τὴν ΒΔ ὡς διάμετρον. Ὑποτεθείσθω ἔτι ἐφ' οὗ προηγουμένως δι-



Σχ. 193

ρίθη ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου τούτου εἰς μέρη ἴσα, ἐκ 10°
ἐπὶ παραδείγματι, πλαγιάζεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχή-
ματος περιστρεφόμενος ὁ κύκλος οὗτος περὶ τὴν ΒΔ· τὸ
σημεῖον τῆς ἀποψεως ταυτὸν ὑποτεθήσεται εἶναι Α, αἱ δὲ σκοπευ-
τικαὶ εὐθεῖαι αἱ ἀχθεῖσαι ἐπὶ τῶν σημείων τῆς διαι-
ρέσεως τῆς περιφερείας θέλουσι λάβει τὰς θέσεις Αμ, Αν,
Απ, Ακ κ.τ.λ καὶ θὰ τμήσωσι τὴν διάμετρον ΒΔ εἰς τὰ
σημεῖα α, β, γ, δ· τὰ σημεῖα ταῦτα θέλουσιν εἶσθαι
αἱ προσπτικαὶ τῶν σημείων τῶν ἀντιστοίχων διαιρέσεων
καὶ θ' ἀπέχωσιν ἑκάστοτε εἰς τὰς προσπτικὰς τῶν παραλ-
λήλων· καὶ ἐπειδὴ αἱ παράλληλοι οὗται διέρχονται ἐκ
τῶν σημείων μ, ν, π, κ . . . . ἢ ἐκ τῶν μ', ν', π', κ'·
. . . θὰ ὑπάρχωσι τρία σημεῖα μ, α, μ' διὰ τὴν διε-
χάραξιν τοῦ προσπτικοῦ κύκλου τοῦ πρώτου παραλλή-
λου καὶ οὕτω καθεξῆς διὰ τὴν διαχάραξιν τῶν ἑτέρων.
Δύναται νὰ σημειωθῇ πρόσθετος δυνάμει τῆς δευτέρας
ἰδιότητος τῶν στερεογραφικῶν προβολῶν ὅτι αἱ κύκλοι
μαμ', νβν' . . . αἱ παριστῶντες τοὺς παραλλήλους
συναντῶσι κατ' ὀρθὴν γωνίαν τὴν περιφέρειαν ΑΒΓΔ
καὶ ἑπομένως αἱ ἀκτῖνες τῶν κύκλων τούτων δὲν εἶ-
ναι ἕτεραι ἢ αἱ ἐφαπτόμεναι αἱ ἀγόμεναι ἐπὶ τῆς πε-
ριφερείας ταύτης ἐκ τῶν σημείων μ, ν, ... καὶ
περατοῦνται ἐπὶ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς ΟΔ. Τὰ σημεῖα
τῆς συναντήσεως τῶν ἐφαπτομένων τούτων σ, τ, κ . . . .
εἶναι τὰ κέντρα τῶν παραλλήλων μαμ', νβν' . . . .
ἑπομένως εἶναι εὔκολος ἡ διαχάραξις ταύτων διὰ τοῦ δι-
αβήτου.

Τὸ σημεῖον τῆς ἀποψεως εὑρήκει ἐπίσης εἰς τὸν κα-

θετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ πίνακος κύκλον καὶ ἔχοντα τὴν ΑΓ ὡς διάμετρον. Ἀφ' οὗ προηγουμένως διαιρέσωμεν τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου τούτου εἰς ἴσα μέρη, ἓν 10° ἐπὶ παραδείγματι, τὸν πλαγιάζομεν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχήματος περιστρέφοντες τοῦτον περὶ τὴν ΑΓ· τὸ σημεῖον τῆς ἀπόψεως θέλει ἔλθει εἰς Β καὶ αἱ σκοπευτικαὶ ἀκτῖνες αἱ ἀγόμεναι ἐπὶ τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως θέλουσι λάβει τὰς θέσεις Βρ, Βs, Βτ, Βυ . . . καὶ θὰ τμήσωσι τὴν ΑΓ εἰς τὰ σημεῖα ε, φ, ζ . . . τὰ ὁποῖα θὰ ἦτι αἱ προεκτειναὶ τῶν σημείων ρ, s, τ, υ . . . θὰ ἀντήκωσι λοιπὸν εἰς τὰς προεκτάσεις τῶν ἀντιστοίχων μεσημβρινῶν καὶ ἐπειδὴ οἱ μεσημβρινοὶ οὗτοι διέρχονται ἐκ τῶν σημείων Β καὶ Δ ὑπάρχουσι τρία σημεῖα διὰ τὴν διαχάραξιν τοῦ προεκτεινοῦ κύκλου ἑκάστου μεσημβρινοῦ ἐπὶ παραδείγματι τὰ σημεῖα Β, ε, Δ διὰ τὴν διαχάραξιν τοῦ πρώτου, τὰ Β, φ, Δ διὰ τὴν διαχάραξιν τοῦ δευτέρου καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Οἱ κύκλοι οὗτοι χαράσσονται διὰ τοῦ διαβήτου ἢ διὰ τοῦ εὐκάμπτου κανόνος (regle ployante) (σχ. 194) συμφώνως μὲ τὴν ἀπεμάκρυνσιν τῶν κέντρων αὐτῶν. Τὸ στερεογραφικὸν κανονίδιον ἐπιτυγχάνεται οὕτως· ὁ δι' χάρτης χαράσσεται ἄνευ δυσκολίας.

Σχ. 194

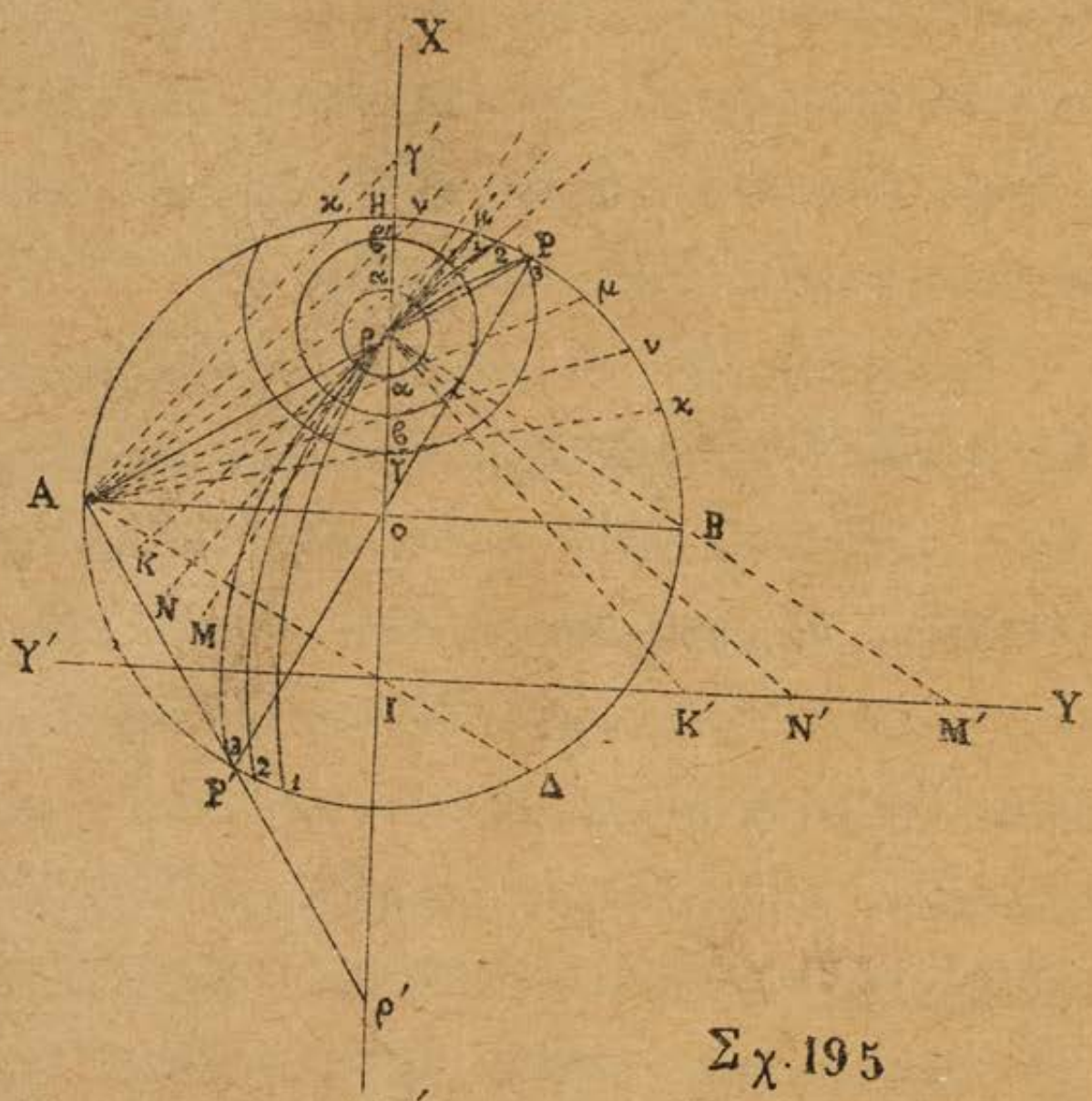
Δυνατὸν ἐπίσης διὰ τὴν διαχάραξιν τῶν μεσημβρινῶν διὰ σημείων νὰ στηριχθῶσιν ἐπὶ τῆς ἰδιότητος τῶν ἐγγεγραμμένων γωνιῶν. Πᾶσαι αἱ γωνίαι αἱ ἐγγεγραμμέναι ἐν τῷ τμήματι Β η Δ ἐπὶ παραδείγματι οὖσαι

ἴσαι, ἐπιτυγχάνεται οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ τόξου ΒηΔ ἀγομένων ἐκ τῶν σημείων Β καὶ Δ δύο εὐθειῶν σχηματιζουσῶν μεταξὺ των γωνίαν ἴσην μὲ τὴν τῶν εὐθειῶν Βη καὶ Δη. Ἡ αὐτὴ μέθοδος δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ καὶ διὰ τὴν διαχάραξιν τῶν παραλλήλων.

Κατὰ τὰς ἤδη δειχθείσας ἰδιότητας τῶν στερεογραφικῶν προβολῶν ἡ τῶν σχημάτων ὁμοιότης τηρεῖται ἡ μεταξὺ ὅμως τῶν ἐπιφανειῶν σχέσις ἀλλοιοῦται μεγάλως. Διότι εὐκόλως παρατηρεῖται ὅτι ἐπὶ τοῦ κέντρου τοῦ χάρτου μηκός τι ἐπὶ τῆς σφαίρας ὑπολογιζόμενον παρίσταται διὰ μήκους κατὰ τὸ ἥμισυ μικροτέρου ἐνῶ κατὰ τὰ ἄκρα παρίσταται διὰ μήκους ἐπαισθητῶς ἴσου ἐξ οὗ συνάγεται ὅτι ἐπιφάνειά τις ἐπὶ τῆς σφαίρας ὑπολογιζομένη παρίσταται δι' ἐπιφανείας τετράκις μικροτέρας, ἢ δι' ἐπιφανείας ἐπαισθητῶς ἴσης ποθέσον προβάλλεται ἐν τῷ κέντρῳ ἢ κατὰ τὰ ἄκρα τοῦ χάρτου. Τὸ σχῆμα 193 δεικνύει ἀληθῶς ὅτι Βι εἶνε ἐπαισθητῶς τὸ ἥμισυ τῆς Γρ, ἐνῶ Γε εἶνε ἐπαισθητῶς ἴση μὲ τὸ Γρ.

Ὑποθέσωμεν ἤδη ὅτι ἡ προβολὴ ἐκτείνεται ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τόπου τινός, τοῦ ὁποίου τὸ πλάτος εἶνε δεδομένον (σχ. 195). Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ὁ τόπος περὶ οὗ πρόκειται ἀπασχολεῖ τὸ κέντρον Ο τοῦ χάρτου· ὁ μεσημβρινὸς τοῦ τόπου παρίσταται ὑπ' εὐθείας τινὸς ΧΧ' καὶ τὸ σημεῖον τῆς ἀπόψεως εἶνε τοποθετημένον ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τούτου ἐν τῷ ἄκρῳ τῆς ποθέτου ἀπεῖνοι ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος. Πλαγιάσωμεν τὸν μεσημβρινὸν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχήματος περιστρέφοντες αὐτὸν περὶ τὸ ἴχνος του ΧΧ'. Τὸ σημεῖον τῆς ἀπόψεως

θέλει λάβει τὴν θέσιν Α· ὁ ἄξων τῆς σφαίρας τὴν θέσιν ΡΡ′ καὶ αἱ σκοπευτικαὶ ἀντίνευσαι ἀγόμεναι ἐπὶ τῶν δύο πόλων θὰ πλαγιάσωσι κατὰ τὴν εὐθείαν τῶν εὐθειῶν ΑΡ καὶ ΑΡ′, αἵτινες τεμοῦσι τὸν ΧΧ′ εἰς τὰ σημεῖα ρ καὶ ρ′· τὰ σημεῖα ταῦτα θὰ ἦνε αἱ προοπτικαὶ καὶ τῶν πόλων. Ἐὰν ζητῆται ἡ διαχάραξις παραλλήλου τινὸς λαμβάνοται ἐπὶ τῆς περιφερείας ΑΡΒΡ′ ἑκατέρωθεν τοῦ σημείου Ρ δύο ἴσα τόξα Ρμ, Ρμ′, ἓν 10° ἐπὶ παραδείγματι καὶ ἑνοῦνται Αμ καὶ Αμ′· τὰ σημεῖα α καὶ α′, κατὰ τὰ ὁποῖα αἱ ἑνοῦσαι εὐθεῖαι θὰ τμήσωσι τὸν ἄξονα ΧΧ′ θὰ εἶνε αἱ προοπτικαὶ τῶν δύο σημείων ἐν διαμέτρῳ ἀντικειμένων ἐπὶ τοῦ παραλλήλου, ὅστις εἶνε εἰς 10° ἀπὸ τοῦ πόλου· ἐπιτυγχάνομεν λοιπὸν τὴν προοπτικὴν τοῦ παραλλήλου τούτου κατὰ γραφέντος κύκλου ἐπὶ τῆς αα′ ὡς διαμέτρου. Ὅπως προσδιορισθῇ ἡ προοπτικὴ τοῦ παραλλήλου τοῦ κειμένου εἰς 20° ἀπὸ τοῦ πόλου λαμβάνονται καὶ τόξα Ρν καὶ Ρν′ ἴσα μὲ 20°, ἄγονται αἱ Αν καὶ Αν′, αἵτινες τέμνουσι τὸν ἄξονα ΧΧ′ εἰς β καὶ β′· ἐπὶ



Σχ. 195

X

καὶ τῶν πόλων. Ἐὰν ζητῆται ἡ διαχάραξις παραλλήλου τινὸς λαμβάνοται ἐπὶ τῆς περιφερείας ΑΡΒΡ′ ἑκατέρωθεν τοῦ σημείου Ρ δύο ἴσα τόξα Ρμ, Ρμ′, ἓν 10° ἐπὶ παραδείγματι καὶ ἑνοῦνται Αμ καὶ Αμ′· τὰ σημεῖα α καὶ α′, κατὰ τὰ ὁποῖα αἱ ἑνοῦσαι εὐθεῖαι θὰ τμήσωσι τὸν ἄξονα ΧΧ′ θὰ εἶνε αἱ προοπτικαὶ τῶν δύο σημείων ἐν διαμέτρῳ ἀντικειμένων ἐπὶ τοῦ παραλλήλου, ὅστις εἶνε εἰς 10° ἀπὸ τοῦ πόλου· ἐπιτυγχάνομεν λοιπὸν τὴν προοπτικὴν τοῦ παραλλήλου τούτου κατὰ γραφέντος κύκλου ἐπὶ τῆς αα′ ὡς διαμέτρου. Ὅπως προσδιορισθῇ ἡ προοπτικὴ τοῦ παραλλήλου τοῦ κειμένου εἰς 20° ἀπὸ τοῦ πόλου λαμβάνονται καὶ τόξα Ρν καὶ Ρν′ ἴσα μὲ 20°, ἄγονται αἱ Αν καὶ Αν′, αἵτινες τέμνουσι τὸν ἄξονα ΧΧ′ εἰς β καὶ β′· ἐπὶ

τῆς ΒΒ' ὡς διαμέτρου καταγράφεται περιφέρεια, ἥτις θὰ ἦτι ἡ ζητουμένη προσπτική, καὶ οὕτω καθεξῆς διὰ τὴν διαχάραξιν τῶν λοιπῶν. Ὅταν τὸ κέντρον τοῦ πρὸς καταγραφὴν τόξου ἦτι πολὺ ἀπομεμακρυσμένον τότε ἡ διαχάραξις ἐκτελεῖται διὰ μέσου τοῦ εἰκάμπτου κανόνος. Ὅπως ἐπιτευχθῶσιν αἱ προσπτικαὶ τῶν μεσημβρινῶν ἀπὸ 10° εἰς 10° ἐπὶ παραδείγματι παρατηρεῖται ὅτι εἰκόνες τέμνωνται εἰς τὸν πόλον Ρ ὑπὸ γωνίας 10° καὶ ὅτι ἐπομένως συναφεῖς τῆς δευτέρας ἀρχῆς τῶν στερεογραφικῶν προβολῶν αἱ προσπτικαὶ αὐτῶν πρίπει νὰ τέμνωνται εἰς ρ ὑπὸ γωνίας 10°. Ἄγονται λοιπὸν ἐκ τοῦ σημείου ρ εὐθεῖαι ρΜ, ρΝ, ρΚ . . . . κ.τ.λ καὶ σχηματίζονται διαδοχικαὶ γωνίαι ἐκ 10°. Αἱ ζητούμεναι μεσημβρινοὶ πρέπει νὰ ἦτι ἐφαπτόμεναι τῶν εὐθειῶν τούτων, πρὸς τοῦτο θὰ ἦτι κύκλοι διερχόμενοι ἐκ τῶν σημείων ρ καὶ ρ', τὰ κέντρα λοιπὸν αὐτῶν θὰ κεῖνται ἐπὶ τῆς εὐθείας ΥΥ' καθέτου ὑψουμένης ἐν τῷ μέσῳ Ι τῆς ρρ'. Ἐκ τοῦ σημείου ρ ἄγονται λοιπὸν αἱ εὐθεῖαι ρΜ, Νρ, Κρ . . . κ.τ.λ, διαδοχικῶς κάθετοι ἐπὶ τῶν ρΜ, ρΝ, ρΚ . . . κ.τ.λ καὶ ἐκ τῶν σημείων καθ' ἃ αἱ κάθετοι αὗται τέμνουσι τὴν ΥΥ, μὲ ἀκτῖνας Μ'ρ, Ν'ρ, Κ'ρ . . . κ.τ.λ. καταγράφονται τόξα κύκλου 1ρ1, 2ρ2, 3ρ3 . . . κ.τ.λ. αἵτινα ἔσονται αἱ προσπτικαὶ τῶν ζητουμένων μεσημβρινῶν.

Παρατηρεῖται σχετικῶς ὡς πρὸς τὴν τήρησιν τῆς μορφῆς τῶν σχημάτων καὶ τὴν ἀλλοίωσιν τῆς σχέσεως τῶν ἐπιφανειῶν ὅτι αὕτη εἶνε κατὰ τὸ κέντρον τοῦ χάρτου ἡ μεγαλειτέρα.

Ἐν τῇ προβολῇ ταύτῃ παρατηρεῖται ἐπὶ ὅτι ὑπάρχει πάντοτε μία παράλληλος περιστανομένη δι' εὐθείας γραμμῆς. Ἡ παράλληλος αὕτη εἶναι ἡ διερχομένη διὰ τοῦ σημείου τῆς ἀπόψεως, καὶ τῆς ὁποίας τὸ πλάτος εἶναι ἐπομένως ἴσον καὶ μὲ ἀντίθετον σημεῖον ἑκάστου τοῦ τόπου ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος τοῦ ὁποίου ἐκτείνεται ἡ προεπτική προβολή.

Παρατηρεῖται τέλος ὅτι τὸ σημεῖον Ι ἐπιτυγχάνεται ἄνευ τῆς συνδρομῆς τοῦ σημείου ρ, τὸ ὁποῖον ἐκάστοτε εἶναι πολὺ ἀπομεμακρυσμένον. Ἀρκεῖ καὶ λαμβάνῃ ἀπὸ τοῦ σημείου Β τὸ τόξον ΒΔ ἴσον μὲ τὸ διπλάσιον τοῦ πλάτους τοῦ τόπου καὶ ἐνώθῃ ΑΔ· ἡ εὐθεῖα αὕτη διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Ι. Τοῦτο ἀποδεικνύεται ζητουμένων διὰ τῆς τριγωνομετρίας τῶν τιμῶν τῆς ρρ' καὶ ρΟ. εὑρίσκεται - - - - - -

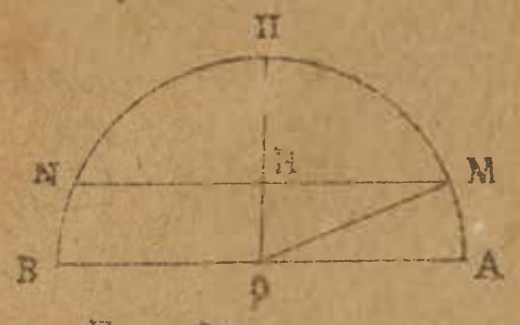
$$OI = \frac{1}{2} \rho\rho' - \rho O = R \varepsilon \varphi \lambda$$

ἐὰν καλέσωμεν R τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου, λ τὸ πλάτος ΡΗ. Ὁ τύπος οὗτος εὔκολα ἀμέσως εἰς τὴν διαθέσιμον κατασκευήν.

Αἱ στερεογραφικαὶ προβολαὶ κυρίως σκοπὸν ἔχουσι τὴν τήρησιν τῆς μορφῆς τῶν σχημάτων. Ἀλλ' ὑπάρχουσι καὶ ἄλλαι αἵτινες ἀντιστρόφως ἔχουσι σκοπὸν τὴν τήρησιν τῆς σχέσεως τῶν ἐπιφανειῶν. Τὰ κυριώτερα εἶναι τὸ ὁμαλογραφικὸν κανναβίον τοῦ Babinet καὶ τὸ κανναβίον τοῦ Lorgne.

Ὁμαλογραφικὸν κανναβίον τοῦ Babinet. Ἐν τῷ συστήματι τούτῳ ὁ ἰσημερινὸς

καὶ οἱ παράλληλοι παρίστανται δι' εὐθειῶν γραμμῶν παραλλήλων μεταξύ των, καὶ αἱ ἀποστάσεις των εἰσὶν ὑπολογισμέναι εἰς τρόπον ὥστε τὸ μέρος τῆς ἐπιφανείας τοῦ χαρτου τὸ ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ δύο τοιούτων εὐθειῶν νὰ ἔχῃ λόγον πρὸς τὸν κυκλον σταθερόν, ὅν ἔχει ἡ σφαιρικὴ ζώνη ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπὸ τῶν ἀντιστοίχων παραλλήλων πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ὁλοκλήρου τῆς σφαίρας.



Σχ. 196

Ἔστω ΑΠΒ (σχ. 196) τὸ ἡμικύκλιον τὸ περιστρεφόμενον διὰ τὴν παραστασιν τοῦ ἡμίσεως ἡμισφαιρίου τινός· ὁ ἰσημερινὸς παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας ΑΒ καὶ ὁ παράλληλος ὁ ἀντιστοίχων εἰς τὸ πλάτος λ θέλει παρασταθῆ διὰ τῆς εὐθείας ΜΝ παραλλήλου τῆς ΑΒ, ἥτις προκειται νὰ προσδιορισθῆ. Φέρομεν ΟΠ κάθετον ἐπὶ τῆς ΜΝ ἐν τῷ μέσῳ αὐτῆς Η, ἑνοῦμεν ΟΜ καὶ ἔστω χ ἡ γωνία ΑΟΜ. Ἡ ἐπιφάνεια ἡ περιλαμβανομένη μεταξὺ τῶν παραλλήλων ΑΒ καὶ ΜΝ περιέχει δὶς τὸν τομέα ΑΟΜ πλέον δὶς τὸ τρίγωνον ΑΟΜ· ἐὰν καλέσωμεν ρ τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου ἡ ἀνωτέρω ἐπιφάνεια θὰ παρασταθῆ διὰ . . . . . .

$$2\left(\frac{1}{2}\rho^2 x + \frac{1}{2}\rho^2 \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x\right) \text{ ἢ}$$

$$\frac{1}{2}\rho^2(2x + \eta\mu 2x)$$

ὁ λόγος αὐτῆς πρὸς ὁλόκληρον τὸν κύκλον, οὗτινος τὸ μέτρον εἶναι $\pi\rho^2$ ἔχει ὡς τιμήν. . . . . .

$$\frac{2x + \eta\mu 2x}{2\pi}$$

φυλ. 36ον

Ἀλλ' ἐὰν ρ παριστᾷ τὴν ἀκτῖνα τῆς σφαίρας, τὸ ὕψος τῆς ζώνης τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸν χῶρον ΑΒΝΜ θέλει ἔχει ὡς τιμήν ρ ἡμ λ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς ζώνης ταύτης θέλει λοιπὸν ἔχει ὡς τιμήν - - - - - - - -

$$2\pi\rho^2\eta\mu\lambda$$

καὶ ὁ λόγος αὐτῆς ὡς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ὁλοκλήρου τῆς σφαίρας θέλει ἔχει ὡς τιμήν - - - - - - - -

$$\frac{2\pi\rho^2\eta\mu\lambda}{4\pi\rho^2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{\eta\mu\lambda}{2}$$

Οἱ δύο οὗτοι ὑπολογισθέντες λόγοι πρέπει καὶ ἦτο ἴσοι ἐπομένως ἔχομεν - - - - - - - - - - - -

$$\frac{2\chi + \eta\mu 2\chi}{2\pi} = \frac{\eta\mu\lambda}{2} \quad \text{ἢ}$$

$$2\chi + \eta\mu 2\chi = \pi\eta\mu\lambda \quad - - \quad \text{σχέσις}$$

δι' ἧς προσδιορίζονται αἱ τιμαὶ τῆς χ καὶ ἐπομένως ἡ αἱ τῆς ΟΗ ἢ ρ ἡμ χ δι' ἁπάσας τὰς τιμὰς τῆς λ. Ἐπειδὴ ἡ ἐξίσωσις (1) δὲν δύναται νὰ ἐπιλυθῇ κατ' εὐθεῖαν ὡς πρὸς τὴν χ, εὐχρηστότερον εἶναι νὰ δοθῶσι τῇ χ τιμαὶ ἀπὸ 0° μέχρι 90° καὶ νὰ ἐξαχθῶσιν ἐκ τῆς (1) ἐξισώσεως αἱ ἀντιστοιχοῦσαι τιμαὶ τῆς λ καὶ διὰ παρεμβολῆς εὐκολώτερον νὰ ζητήσωμεν νὰ ἐπιτύχωμεν τὰς τιμὰς τῆς χ καὶ ἡμ χ, αἵτινες ἀντιστοιχοῦσιν εἰς τὰς τιμὰς τῆς λ ἀπὸ μοίρας εἰς μοῖραν.

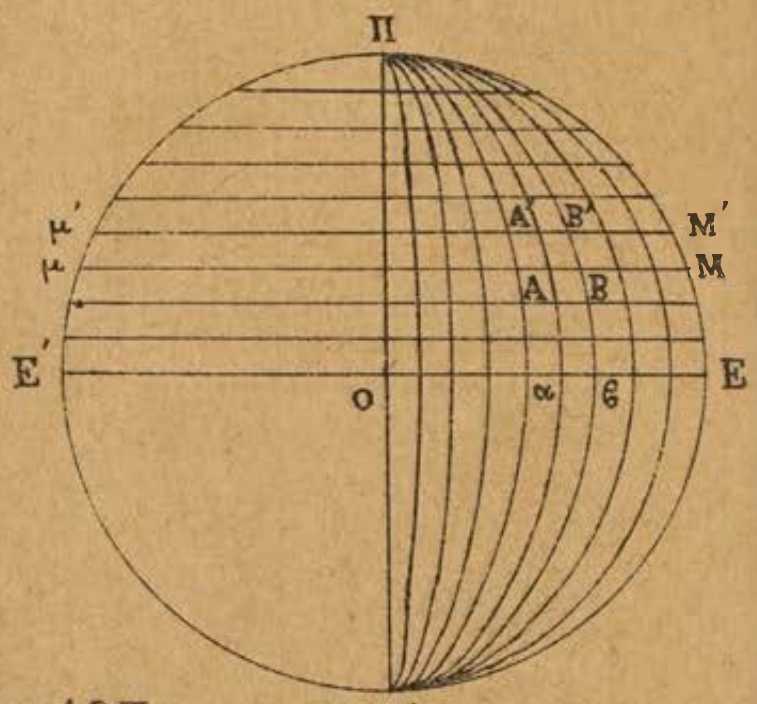
Ὁ ἀπίναξ τὶ πίναξ δίδει τὰς τιμὰς τῆς ΟΗ.

λ	OH	λ	OH	λ	OH	λ	OH	λ	OH
0°	0,000	18°	0,245	36°	0,481	54°	0,697	72°	0,880
1	0,014	19	0,259	37	0,493	55	0,708	73	0,889
2	0,027	20	0,272	38	0,506	56	0,719	74	0,898
3	0,041	21	0,285	39	0,518	57	0,730	75	0,906
4	0,055	22	0,299	40	0,531	58	0,741	76	0,914
5	0,068	23	0,312	41	0,543	59	0,752	77	0,922
6	0,082	24	0,325	42	0,556	60	0,762	78	0,930
7	0,096	25	0,338	43	0,568	61	0,773	79	0,938
8	0,110	26	0,352	44	0,580	62	0,783	80	0,945
9	0,123	27	0,365	45	0,592	63	0,794	81	0,952
10	0,137	28	0,378	46	0,604	64	0,804	82	0,959
11	0,150	29	0,391	47	0,616	65	0,814	83	0,966
12	0,164	30	0,404	48	0,628	66	0,824	84	0,972
13	0,178	31	0,417	49	0,640	67	0,834	85	0,978
14	0,191	32	0,430	50	0,651	68	0,843	86	0,984
15	0,205	33	0,443	51	0,663	69	0,853	87	0,989
16	0,218	34	0,455	52	0,674	70	0,862	88	0,994
17	0,232	35	0,468	53	0,686	71	0,872	89	0,997

Οἱ ἐν τῷ ἀνωτέρω πίνακι γεγραμμένοι ἀριθμοὶ δύνανται νὰ ὑπολογισθῶσι δι' ἀρκούσης προσεγγίσεως διὰ τὴν πρᾶξιν διὰ μέσου τοῦ ἀπολούθου πρακτικοῦ τύπου – –

$$\delta = 0{,}014918\,\lambda - 0{,}0000423\,\lambda^2 \quad - \quad - \quad - \quad \text{ἐν}$$

τῷ ἑτέρῳ δ παριστᾷ τὴν ἀπόστασιν ΟΗ καὶ λ τὸ πλάτος. Τῶν παραλλήλων ἁπαξ χαραχθέντων τοὺς διαιροῦσι καθὼς καὶ τὸν ἡμιμέριτον εἰς τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἴσων μερῶν ἢ διὰ τῶν σημείων τῶν ἀντιστοιχουσῶν διαιρέσεων φέρουσι καμπύλας αἵτινες παριστῶσι τοὺς μεσημβρινούς. Κατὰ τὰς γνωστὰς ἰδιότητας τῆς ἐλλείψεως εὔκολον εἶνε νὰ γνωσθῇ ὅτι αἱ ἀνωτέρω καμπύλαι ἀγήκουσιν εἰς τὸ γένος αὐτῆς· ἔχουσι δὲ ὡς μέγαν ἄξονα κοινὸν τὴν εὐθεῖαν, ἥτις παριστᾷ τὸν κεντρικὸν μεσημβρινόν, ἤτοι τὴν ΠΠ′ (σχ. 197). Ἐξάγεται ἐκ τῆς διαγραφῆς ταύτης ὅτι ὁ λόγος ἀκριβῶς ἐτηρήθη καὶ ἀληθῶς.



Σχ. 197

Θεωρήσωμεν τὸ κυρτὸν τραπέζιον ΑΑ′Β′Β ὁριζόμενον ὑπὸ τῶν δύο μεσημβρινῶν ΠαΠ′, ΠβΠ′ καὶ ὑπὸ τῶν δύο παραλλήλων Μμ, Μ′μ′. Τὸ τραπέζιον τοῦτο εἶνε τὸ δίκαιον σύμβολον τοῦ τραπεζίου Μμμ′Μ′, ἐπειδὴ τὰ τραπέζια ταῦτα ἔχοντα τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχουσι λόγον μεταξὺ των ὡς τὸ ἡμιάθροισμα τῶν βάσεων αὐτῶν ἢ καθὼς αἱ ὁμόλογοι αὐτῶν βάσεις, ὑπὲρ τὸν ὅρον νὰ ὦσι μεταξύ των ἀνάλογοι. Λοιπὸν τὸ τραπέζιον Μμμ′Μ′ παριστᾷ ὡρισμένον τι κλάσμα $\frac{1}{\nu}$ ὁλοκλήρου τοῦ κύκλου ἰσημέρως τὸ τραπέζιον ΑΒΒ′Α εἶνι τὸ κλάσμα $\frac{1}{18\nu}$ τοῦ κύκλου τούτου. Ἐξ ἄλλου ὡς πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, ἡ ἡμισεία ζώνη ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς Μμμ′Μ′

εἶνε τὸ κλάσμα $\frac{1}{\nu}$ τοῦ ἡμισφαιρίου καὶ τὸ τραπέζιον τὸ ἀντιστοιχοῦν ΑΒΒ'Α' εἶνε τὸ δέκατον ὄγδοον μέρος τῆς ἡμισείας ταύτης ζώνης, ἐπειδὴ πᾶσαι αἱ ζῶναι διαιροῦνται εἰς μέρη ἴσα ὑπὸ τῶν ἰσαπεχόντων μεσημβρινῶν τὸ μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας τὸ ἀνταπεκρινόμενον εἰς τὸ τραπέζιον ΑΒΒ'Α' εἶνε λοιπὸν τὸ κλάσμα $\frac{1}{18\nu}$ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἡμισφαιρίου παριστανομένου ὑπὸ τοῦ κύκλου ΕΠΕ'Π'. Ὁ συλλογισμὸς θὰ ἦτο προφανῶς ὁ αὐτὸς διὰ πᾶν τραπέζιον περιλαμβανόμενον μεταξὺ δύο μεσημβρινῶν καὶ δύο παραλλήλων παραπλησίων καὶ ἐπειδὴ πᾶν σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ κεχαραγμένον δύναται ν' ἀποσυντεθῇ εἰς τοιαῦτα τραπέζια μεθ' ὁίου βαθμοῦ προσεγγίσεως ζητηθῇ ἐξάγεται ὅτι ὁ λόγος τῶν ἐπιφανειῶν τηρεῖται αὐστηρῶς οἱασδήποτε καὶ ἂν ἦτε τὸ θεωρούμενον σχῆμα.

Τὸ πλεονέκτημα τοῦτο ἀντισταθμίζει πρὸς δύο μειονεκτήματα· πρῶτον ἡ δυσχέρεια ἀπαιτεῖ χρόνον καὶ παρουσιάζει ἀρκετὰς δυσκολίας, δεύτερον αἱ γωνίαι κατὰ τοσοῦτον ἀλλοιοῦνται καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα τοῦ κέντρου τοῦ χάρτου· εἰς τὰς πολικὰς χώρας ἡ παραμόρφωσις εἶνε κατακραυγαστή.

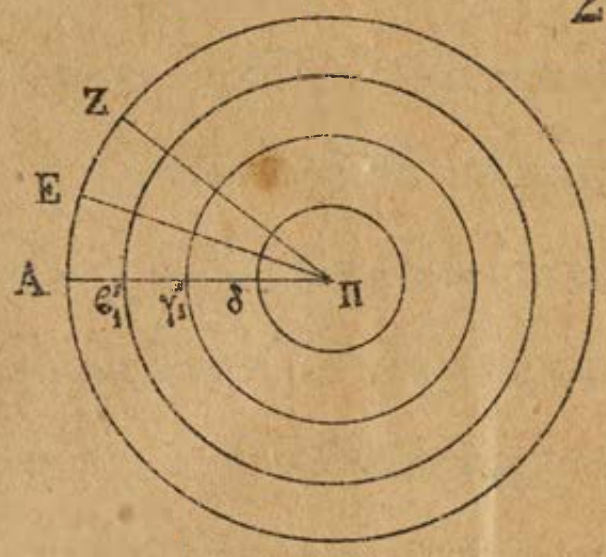
22 b

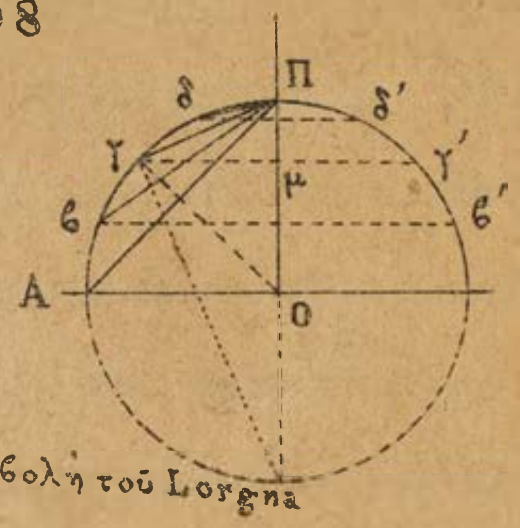
Προβολὴ τοῦ Λοζηᾶ. Τὸ κεντρικὸν τοῦ Λοζηᾶ ἐπινοηθὲν περὶ τὸ τέλος τοῦ τελευταίου αἰῶνος ἁρμόζει πρὸ πάντων διὰ τὴν παράστασιν τῶν πολικῶν χωρῶν. Ἔστω ΑΟ (σχ. 198) ἡ ἀκτὶς τῆς σφαίρας, ἣν καλέσωμεν ρ· καταγράφομεν περιφέρειαν ἴσην μὲ τὴν χορδὴν ΑΠ τοῦ τεταρτοκυκλίου· τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου τούτου εἶνε ἴσον μὲ - - - - - - .

$\omega (\rho \sqrt{2})^2$ ἢ $2 \pi \rho^2$

ἐπομένως ἡ ἐπιφάνεια τούτου εἶνε ἴση μὲ τὴν τοῦ ἡμισφαιρίου.

Σχ. 198





προβολὴ τοῦ Lorgna

Ἐὰν ἤδη μὲ κέντρον τὸ τῆς καταγραφείσης περιφερείας καὶ μὲ ἀκτῖνας ἴσας μὲ τὰς χορδὰς Πβ, Πγ, Πδ . . . καταγράψωμεν περιφερείας καὶ ἐμβαδὰ τῶν κύκλων τούτων θέλουσιν εἶσθαι ἀκριβῶς ἴσα μὲ σφαιρικὰς ζώνας $\beta \Pi \beta'$, $\gamma \Pi \gamma'$, $\delta \Pi \delta'$ . . . Ἀληθῶς θεωρήσωμεν ζώνην τινὰ $\gamma \Pi \gamma'$, ἡ ἐπιφάνεια ταύτης ἔχει ὡς μέτρον . . . . . .

$$\text{Ζώνη} = 2 \omega P \times \Pi\mu, \quad \text{ἀλλὰ}$$

$$\Pi\mu = P - P\, \text{συν}\, \Pi\gamma, \quad \text{ἐπομένως}$$

$$\text{Ζώνη} = 2 \pi P (P - P\, \text{συν}\, \Pi\gamma), \quad \text{ἀλλ' ἡ}$$

χορδὴ $\Pi\gamma$ εἶνε μέση ἀνάλογος μεταξὺ τῆς ὅλης διαμέτρου $2P$ καὶ τοῦ ὕψους τοῦ τμήματος $\Pi\mu$ ἢ τοῦ ἴσου $P - P\, \text{συν}\, \Pi\gamma$, ἐπομένως ἔχομεν . . . . . .

$$\overline{\Pi\gamma}^2 = 2P (P - P\, \text{συν}\, \Pi\gamma) \quad \text{ἢ}$$

$$\omega \overline{\Pi\gamma}^2 = 2 \omega P (P - P\, \text{συν}\, \Pi\gamma)$$

ἀλλὰ τὸ πρῶτον μέλος τῆς ἰσώσεως ταύτης παριστᾷ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κύκλου τοῦ καταγραφέντος μὲ

ἀκτῖνα ἴσην μὲ τὴν χορδὴν τοῦ τόξου Πγ, τὸ δὲ δεύτερον μέλος τὴν ἀντιστοιχοῦσαν ἐπιφάνειαν τῆς σφαιρικῆς ζώνης, ἐπομένως οἱ καταγραφόμενοι κύκλοι μὲ ἀκτῖνας ἴσας μὲ τὰς χορδὰς Πβ, Πγ, Πδ . . . ἔχουσιν ἐπιφάνειαν ἀκριβῶς ἴσην μὲ τὰς ἀντιστοιχούσας σφαιρικὰς ζώνας βΠβ', γΠγ', δΠδ' . . . . Οἱ μεσημβρινοὶ παρίστανται δι' εὐθειῶν συντρεχουσῶν εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ὅστις παριστᾷ τὸν πόλον ὡς ΑΠ, ΕΠ, ΖΠ, κ.τ.λ. Ἐξάγεται ἐκ τῆς ἀνωτέρω παρατηρήσεως ὅτι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ σχημάτων αἱ ἐπιφάνειαι τηροῦνται ἀκριβέστεραι, ἡ δὲ μερὴ αὐτῶν ἀλλοιοῦται κατὰ τοσοῦτον περισσότερον καθ' ὅσον πλησιάζομεν πρὸς τὸν ἰσημερινόν.

Προβολὴ σφαιροειδής. Ἡ σφαιροειδὴς προβολὴ τῶν ἀγγλων διαφέρει τῆς στερεογραφικῆς καθόσον οἱ μεσημβρινοὶ καὶ οἱ παράλληλοι κύκλοι ἐξ ἴσου ἀπέχουσι. Τοιουτοτρόπως ὁ παράλληλος τῶν 30° διέρχεται ἐκ τῶν δύο διαιρέσεων τῶν 30° τοῦ ἐξωτερικοῦ κύκλου καὶ δι' ἑνὸς σημείου τοποθετημένου εἰς τὸ τρίτον τῆς ἀκτῖνος ΟΠ. Οὔτε αἱ γωνίαι, οὔτε αἱ ἐπιφάνειαι τηροῦνται, ἀλλ' αἱ ἀλλοιώσεις εἶσι κατ' ἐλάχιστον ἐπαισθηταί.

Ἡ κατασκευὴ τοῦ καννα βίου ὡς παρατηρεῖται (σχ. 199) εἶνε ἁπλουστάτη, μειονεκτεῖ δὲ διότι οὐδεμία ἀρχὴ γεωμετρικὴ δύναται καὶ ἀριθμοποιηθῇ ἐν τῇ ἐφαρμογῇ.

Αἱ κυριώτεραι τῶν μεθόδων τῶν ἐν χρήσει διὰ τὴν χάραξιν τοῦ καννα βίου χάρτου τινός, δει-

κτύοντος μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς εἶσι - -

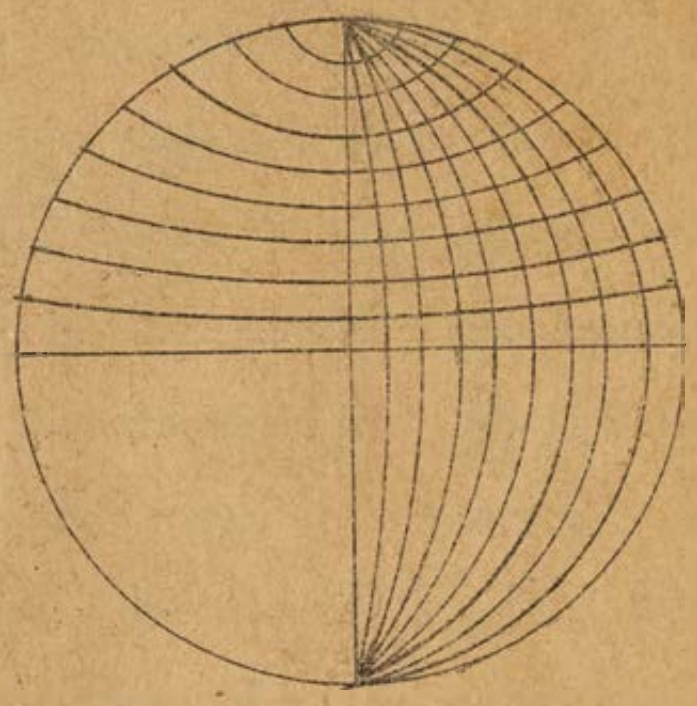
1ον ἡ κωνικὴ ἀνάπτυξις.

2ον ἡ " " ἠλλοιωμένη.

3ον ἡ μέθοδος τοῦ Flamsteed.

4ον ἡ ἀνάπτυξις τοῦ Βοnne, ἣν καὶ παρεδέχθησαν διὰ τὸν χάρτην τῆς Γαλλίας.

Σχ. 199 προβολὴ σφαιροειδής

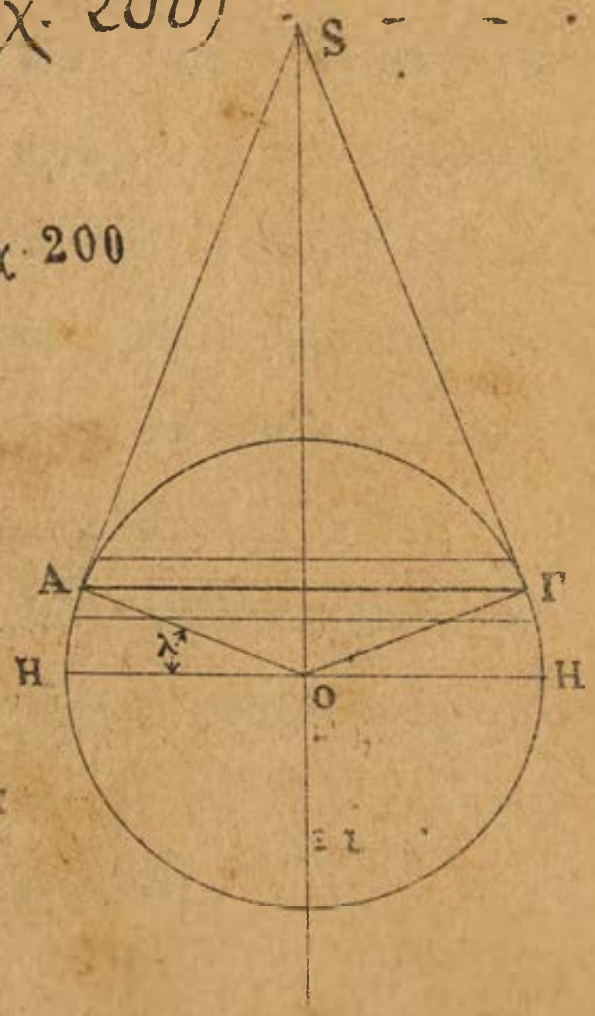


1ον Κωνικὴ ἀνάπτυξις. (ἢ ἀνάπτυξις Πτολεμαίου). Ὅπως ἐπετεύχθη ἡ κωνικὴ ἀνάπτυξις φαντάζονται κῶνον ἐφαπτόμενον τῆς γηΐνου σφαίρας κατὰ τὸν μέσον παράλληλον τῆς ὑπὸ ἣν ζητεῖται ἡ παράστασις· εὐκόλως παρατηρεῖται ὅτι τὸ μέρος ΑΒ τῆς γενετείρας τοῦ κώνου τοῦ τὸ περιλαμβανόμενον μεταξὺ τῆς παραλλήλου ΑΓ καὶ τῆς κορυφῆς ἔχει ὡς ἔπεται (σχ. 200)

ΑS = ΑΟ ἐφ. ΑΟS ἢ

ΑS = Ρ συνφ. λ ἐὰν καλέσωμεν Ρ τὴν ἀκτῖνα τῆς γῆς ΟΑ καὶ λ τὸ πλάτος ΑΟΗ τοῦ μέσου παραλλήλου.

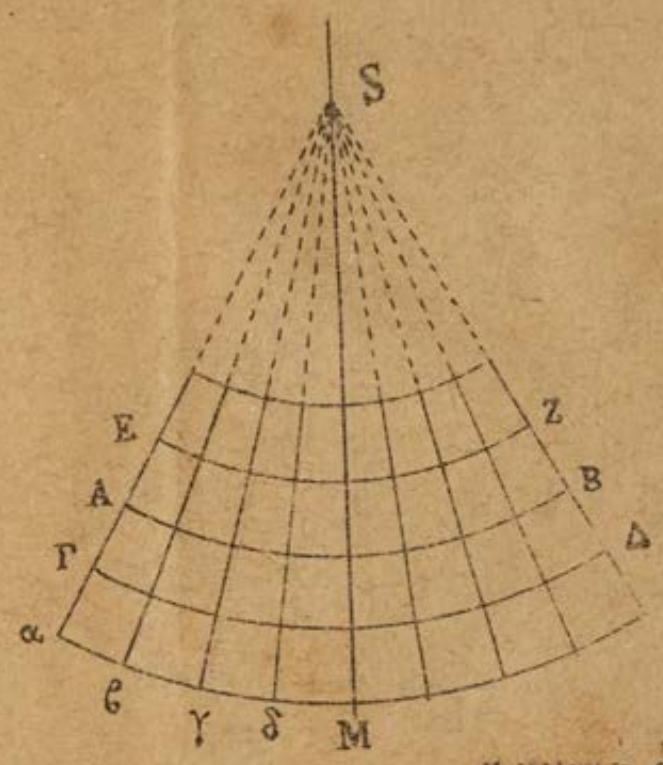
Σχ. 200



Ὑποτίθενται τὰ ἐπίπεδα τῶν ἄλλων παραλλήλων ἐπεκτεινόμενα μέχρι τοῦ κώνου καὶ ἀναπτύσσεται ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου. Οἱ μεσημ-

ὁρίσῃ τότε Sα, Sβ, Sγ... εἰσὶ γραμμαὶ εὐθεῖαι συντρέχουσαι εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, αἱ δὲ παράλληλοι ΓΔ, ΑΒ, ΕΔ... εἶναι τάξεως κύκλου ἔχοντες τὴν κορυφὴν ταύτην ὡς κοινὸν κέντρον (σχ. 201)

Τὸ οὕτω ἐπιτυγχανόμενον κανονίδιόν εἶναι τὸ ἐπινοηθὲν ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου. Πᾶσα καταμέτρησις ἐπὶ τοῦ μέσου παραλλήλου ἐπιλογίζεται ἀναλόγως τῆς ἀντιστοιχούσης ἐπὶ τῆς σφαίρας, ἀλλ' ὑπεράνω καὶ ὑποκάτω αἱ ἀποστάσεις ἐπαυξάνουσι διότι ὁ παράλληλος τοῦ ἀναπτυσσομένου κώνου ἔχει ἀκτῖνα μεγαλειτέραν τοῦ τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὴν σφαῖραν. Ὅταν ἡ ζώνη ἧς ζητεῖται ἡ παράστασις κεῖται πλησίον τοῦ ἰσημερινοῦ, ἡ κορυφὴ τοῦ κώνου δ εὑρίσκεται εἰς μεγάλην ἀπόστασιν ὅπως λαμβανομένη ὡς κέντρον καταρθωθῇ ἡ διαχάραξις τοῦ κανονιδίου. Δυνατὸν τότε ἡ ἐργασία καὶ ἐπιλισθῇ ὡς ἀκολούθως. Ὑποτιθέσθω ὅπως σταθμισθῶσιν αἱ



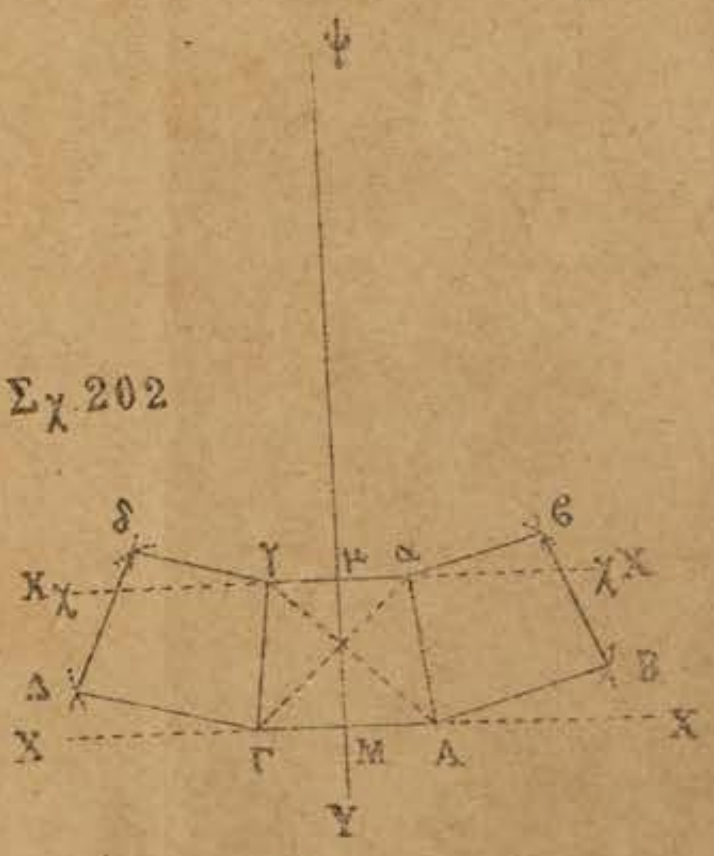
κωνικὴ ἀνάπτυξις.

Σχ. 201.

ἰδέαι ὅτι οἱ μεσημβρινοὶ καὶ οἱ παράλληλοι χαραχθήσονται ἀπὸ 10° εἰς 10°. Χαράσσεται ἀκολούθως ἡ εὐθεῖα Γψ ὅπως παραστεθῇ ὁ κεντρικὸς μεσημβρινός, καὶ ἐπὶ τῆς εὐθείας ταύτης λαμβάνεται ἡ ἀπόστασις Μμ περιστῶσα 10°. Εἰς τὰ σημεῖα Μ καὶ μ ὑψοῦνται εἰ κάθετοι ΧΧ καὶ ΧΧ ἐπὶ τῶν ὁποίων λαμβάνονται τὰ μήκη ΜΑ καὶ ΜΓ ἴσα μὲ ἑκεῖνα, εἴτινα περιστῶσι 5° ἐπὶ τοῦ παραλλήλου τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὸ σημεῖον Μ, καὶ τὰ μήκη μα καὶ μγ ἴσα μὲ τὰ περιστῶντα 5° ἐπὶ τῆς παραλλήλου τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὸ σημεῖον μ. Σχηματίζεται τοιουτοτρόπως τὸ συμμετρικὸν τραπέζιον ΑαγΓ τοῦ ὁποίου φέρομεν τὰς διαγωνίους. Τούτου γενομένου καταγράφονται δύο τόξα κύκλου ἐκ τοῦ σημείου Α ὡς κέντρου καὶ μὲ ἀκτῖνα τὴν ΑΓ καὶ ἐκ τοῦ σημείου α ὡς κέντρου καὶ μὲ ἀκτῖνα τὴν Αγ, ὅπερ προσδιορίζει τὸ σημεῖον Β· ἀκολούθως καταγράφομεν δύο ἕτερα τόξα κύκλου, ἐκ τοῦ σημείου α ὡς κέντρου μὲ ἀκτῖνα αγ καὶ ἐκ τοῦ σημείου Α ὡς κέντρου καὶ μὲ ἀκτῖνα Γά, ὅπερ προσδιορίζει τὸ σημεῖον β, σχηματίζεται οὕτω νέον τραπέζιον ΑΒβα ἴσον τῷ πρώτῳ. Ὁμοίως ἐργάζονται καὶ πρὸς τὸ ἕτερον μέρος τῆς Γψ ὅπως ἐπιτευχθῇ τὸ τρα-

πέζιον ΓΔδγ. Κατὰ συνέχειαν τῶν τραπεζίων τούτων κατασκευασθήσονται ἕτερα διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου καὶ οὕτω προσδιορισθήσεται σειρὰ σημείων Δ, Γ, Α, Β - - - κ.τ.λ. κειμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου ὃν δύνανται νὰ χαράξωσι διὰ τοῦ ὑπάρχου κανόνος, ἀκολούθως ἑτέραν σειρὰν σημείων δ, γ, α, β - - - - κ.τ.λ. κειμένων ἐπὶ ἑτέρου παραλλήλου ὃν χαράσσουσιν ὁμοίως. Ἐξάγεται ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αἱ εὐθεῖαι Αα, Ββ, Γγ, Δδ - - - κ.τ.λ. εἶσιν αἱ εὐθεῖαι συντρέχουσαι καὶ παριστῶσι τὰς μεσημβρινάς, προσδιορίζονται δὲ αἱ λοιπαὶ παράλληλοι μεταφέροντες ἀπὸ τῶν μεσημβρινῶν τούτων ἀναχωροῦντες ἐκ τῶν σημείων Α, Β, Γ, Δ - - - κ.τ.λ. ἢ ἐκ τῶν σημείων α, β, γ, δ - - - κ.τ.λ. μήκη παριστῶντα τὰς διαφορὰς τοῦ πλάτους. Ἡ κατασκευὴ αὕτη ὑποθέτει ὅτι τὰ τόξα ΑΓ, ΑΒ, ΓΔ κ.τ.λ. εἶνε πολὺ μικρὰ ὅπως ἐπεισθητῶς συγχέωνται μετὰ τῶν χορδῶν αὐτῶν. Πρέπει ἔτι νὰ σημειωθῇ ὅτι διὰ τῆς ἀνωτέρω ἐρ-

Σχ 202



γωνίας ἐπιτυγχάνεται οὐχὶ ὁ ἐφαπτόμενος κῶνος τοῦ μέσου παραλλήλου ὅστις ἀναπτύσσεται, ἀλλ' ὁ κῶνος ἐν μέρει ἐσωτερικῶς ἢ ἐν μέρει ἐξωτερικῶς, ὅστις διέρχεται διὰ τῶν παραλλήλων τῶν ἀντεπεριτομένων εἰς τὰ σημεῖα Α, Β, Γ, Δ κ.τ.λ. καὶ α, β, γ, δ - - - - κ.τ.λ.

Ἡ ἰδέα τῆς ἀντικαταστάσεως τοῦ ἐφαπτομένου κώνου δι' ἑτέρου ἐν μέρει ἐγγεγραμμένου καὶ ἐν μέρει περιγεγραμμένου ἀνήκει τῷ Ἄγγλῳ Γεωμέτρῃ Maxwell ὅστις πλὴν τούτου παρεδέχθη ὅπως καὶ ἡ ἐν τῷ χάρτῃ ζώνη ἰσοῦται κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν μὲ τὴν ἀντιστοιχοῦσαν σφαιρικὴν ζώνην. Ἡ μέθοδος αὕτη ἐγένετο παραδεκτὴ ὑπὸ τινων γεωγράφων καὶ ἰδίως ὑπὸ τοῦ ἀστρονόμου Delisle ἐν τῷ μεγάλῳ χάρτῃ τῆς Ρωσίας. Κατὰ τὴν παράστασιν ταύτην τὰ μέρη τὰ κείμενα ἐν τῇ ζώνῃ τῇ περιλαμβανομένῃ μεταξὺ τῶν δύο κοινῶν κύκλων τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κώνου εἰσὶ συνισταλμένα, τὰ δὲ μέρη τὰ κείμενα ἐξω τῆς ζώνης ταύτης εἰσὶ διεσταλμένα. Ὁ λόγος τῶν ἐπιφανειῶν ἐπεκτεθητῶ τηρεῖται πλησίον τῶν δύο παραλλήλων τοῦ κώνου. Αἱ πρὸς τὰς γωνίας κεῖται δὲν ἀλλοιοῦνται πολὺ διότι αἱ μεσημβρινὴ καὶ αἱ παράλληλοι τέμνονται καὶ ἐν τῷ χάρτῃ καὶ ἐν τῇ σφαίρᾳ κατ' ὀρθὴν

γωνίαν.

Ὁ Πτολεμαῖος πρῶτος παρετήρησεν τὰ μιγνυόμενα τῆς καθαρῶς χωρικῆς ἀναπτύξεως ὅταν ἐπιχείρησιν νὰ ἐφαρμόσῃ τὴν μέθοδόν του διὰ τὴν παράστασιν τοῦ γνωστοῦ νόμου κατὰ τὸν αἰῶνά του ἐδηγήθη ὅπως ἐπιφέρει τροποποίησίν τινα οὕτως ὥστε τὸ νέον αὐτοῦ καννάβιον νὰ θεωρηθῇ ὡς ἡ πηγὴ πάντων τῶν ἐν χρήσει σήμερον μεθόδων. Διὰ τῆς ὑπ' αὐτοῦ ἐπινοηθείσης τροποποιήσεως ἀντικαθίστανται αἱ εὐθύγραμμοι καὶ συντρίχοντες μεσημβρινοὶ διὰ καμπύλων. Ἐν τῇ διεξαγωγῇ ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου εἰσαχθεῖσι καὶ καμπύλαι αὗται εἶχα τόξα κύκλου προσδιοριζόμενα ἕκαστον διὰ τριῶν σημείων καὶ φέροντα τὰς μοίρας τοῦ μήκους ἐπὶ τριῶν ἐφαπτόντων παραλλήλων, αἱ δὲ διαστάσεις αἱ παραδεχθεῖσαι ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου ἦσαν αὐθαίρετοι καὶ ἐκλελεγμέναι πρὸς μόνον τὸν σκοπὸν τῆς μὴ ἀλλοιώσεως τῆς μορφῆς τῶν ἠπείρων.

— . ~ . ~ . ~ —

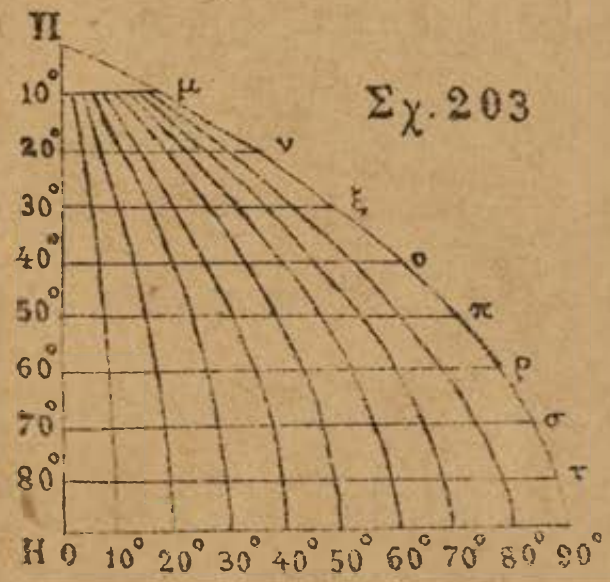
Κωνική ἀναπτυξις ἡλλειμμένη.-

Χρῶνται πολλαὶς χαράξεως, ἥτις ἐστὶ τροποποίησις λογικὴ τῆς κωνικῆς ἀναπτύξεως καὶ ἥτις πλησιάζει τὴν παραδεχθεῖσαν μέθοδον διὰ τὸν χάρτην τῆς Γαλλίας. Θεωροῦσι δύο παραλλήλους κυρίνους τὸν μὲν εἰς τὸ τρίτον τὸν δὲ εἰς τὰ δύο τρίτα τοῦ ὕψους τοῦ χάρτου καὶ ἁρμόζεται ἐπ' αὐτῶν ἡ δεχθεῖσα προηγουμένως κατασκευή. Χαραχθεισῶν τῶν δύο τούτων παραλλήλων ἐξάγεται τὸ κεντρὸν αὐτῶν κέντρον διὰ τοῦ ὁποίου χαράσσονται αἱ λοιπαὶ παράλληλοι αἵτινες διέρχονται ἀπὸ τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως τοῦ κεντρικοῦ μεσημβρινοῦ εἰς μοίρας τοῦ πλάτους. Ἐπὶ τῶν παραλλήλων τούτων ἀπολούθως μετατίθενται διαδοχικῶς μήκη ἀνάλογα τῶν μοιρῶν τοῦ πλάτους δι' ἕκαστον θεωρούμενον παράλληλον καὶ διὰ τῶν σημείων αὐτῶν φέρουσι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν τάξεως ἐπὶ τῶν παραλλήλων τούτων φέρουσι καμπύλας αἵτινες παριστῶσι τοὺς μεσημβρινούς. Τὸ κανονικὸν τοῦτο γνωστὸν ὑπὸ τὸ ὄνομα προβολὴ κωνικὴ ἡλλειμμένη ἢ ὑπὸ τὴν ἀκριβῆ ὀνομασίαν προβολὴ τοῦ Πτολεμαίου καὶ εἰς τὸ ὁποῖον ἁρμόζει νὰ ὀνομα-

σθῆ κωνική ἀνάπτυξις ἡλλοιωμένη εἶνε ἐκεῖνο ὅπερ κατὰ προτίμησιν μεταχειρίζωνται διὰ τὴν διαχάραξιν χαρτῶν πολὺ ἐπεκτεινομένων κατὰ τὸ μῆκος ὡς ὁ χάρτης τῆς Εὐρώπης ἢ ὁ τῆς Ἀσίας, μελετᾶται αἱ ἀλλοιώσεις εἶνε πολὺ ἐπαισθηταὶ ἐπὶ τῶν ἄκρων μερῶν δηλαδὴ κατὰ τὴν Ἀνατολὴν καὶ τὴν Δύσιν τοῦ χάρτου.

3 Μέθοδος τοῦ Flamsteed

Ἐν τῇ μεθόδῳ ταύτῃ ὁ κεντρικὸς μεσημβρινὸς παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας γραμμῆς ΑΒ ἣν διαιροῦσιν εἰς ἴσα μέρη ἀναλόγα μὲ τὰς μοίρας τοῦ πλάτους. Ἐξ ὅλων τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως 10°, 20°, 30°, 40°. . . . ὑψοῦνται κάθετοι ἐπὶ τῆς ΠΗ, αἵτινες παριστῶσι τοὺς παραλλήλους. Ἐπὶ τῶν εὐθειῶν τούτων 10°μ, 20°ν, 30°ξ, 40°ο, - - - - κ.τ.λ. λαμβάνουσι μήκη ἀναλόγα τῶν μοιρῶν τοῦ μήκους δι' ἕκαστον θεωρούμενον πλάτος καὶ διὰ τῶν σημείων τῆς αὐτῆς τάξεως φέρουσι τὰ



Σχ. 203

παραλλήλους Π 10°, Π 20°, Π 30°, Π 40°. . . . . αἵτινες παριστῶσι τοὺς μεσημβρινούς. Τὸ καννάβινον τοῦτο τηρεῖ τὸν λόγον τῶν ἐπιφανειῶν ἀλλ' αἱ μερίδες εἶνε κατὰ τεσσοῦτον ἡλλοιωμέναι ἐφ' ὅσον τὰ θεωρούμενα μέρη ἔνεμαλλον ἀπομεμακρυσμένα τοῦ κεντρικοῦ μεσημβρινοῦ.

4. Ἀνάπτυξις παρεκδεχθεῖσα διὰ τὸν χάρτην τῆς Γαλλίας.

Αἱ μέθοδες τῆς ὁποίας ἐκάμομεν χρῆσιν διὰ τὴν διαχάραξιν τοῦ χάρτου τῆς Γαλλίας ἐξήχθη ἐκ τοῦ συνδυασμοῦ τῶν ἤδη ἐκτεθειμένων, ἐφαρμόζεται δὲ τῷ Συνταγματάρχῃ Βοννε ὑποτιθέσθω ὅτι πρόκειται νὰ παραστεθῇ ἐπιφάνειά τις τῆς ὁποίας τὰ ἄκρα μήκη εἶνε 5° δυτικὸν καὶ 7° ἀνατολικόν, τὰ δὲ ἄκρα πλάτη 42° καὶ 52° ἀρκτικόν (αἵτινα εἶνε κατὰ προσέγγισιν τὰ τῆς Γαλλίας). Προσδιορίζεται τὸ μέσον μῆκος ὅπερ εἶνε

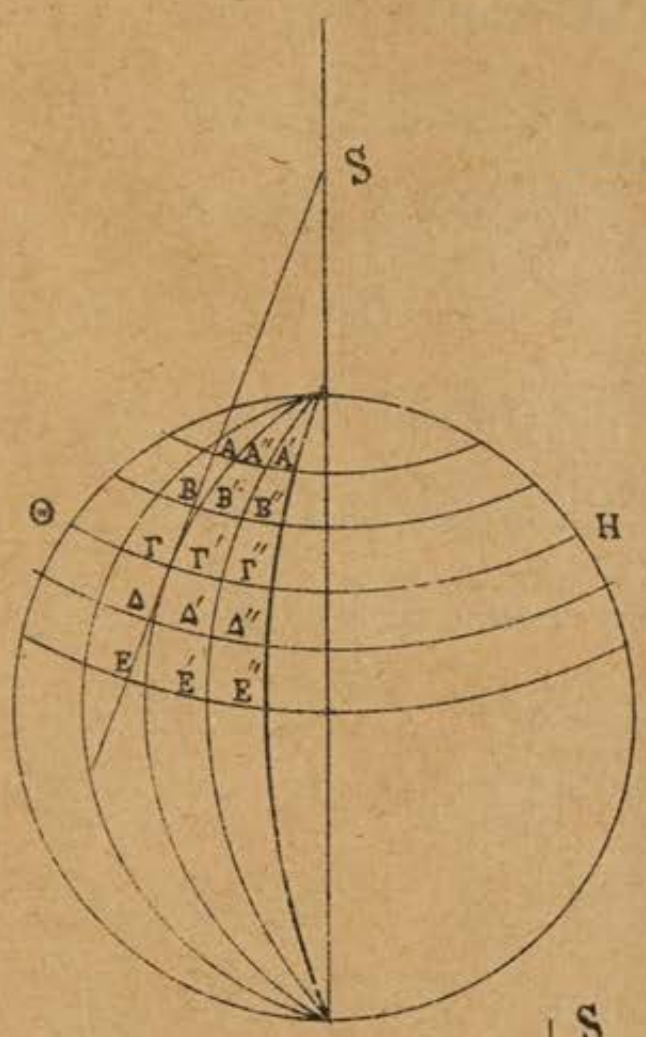
$$\frac{7° - 5°}{2} = 1° \text{ ἀνατολικόν}$$

καὶ τὸ μέσον πλάτος ὅπερ εἶνε

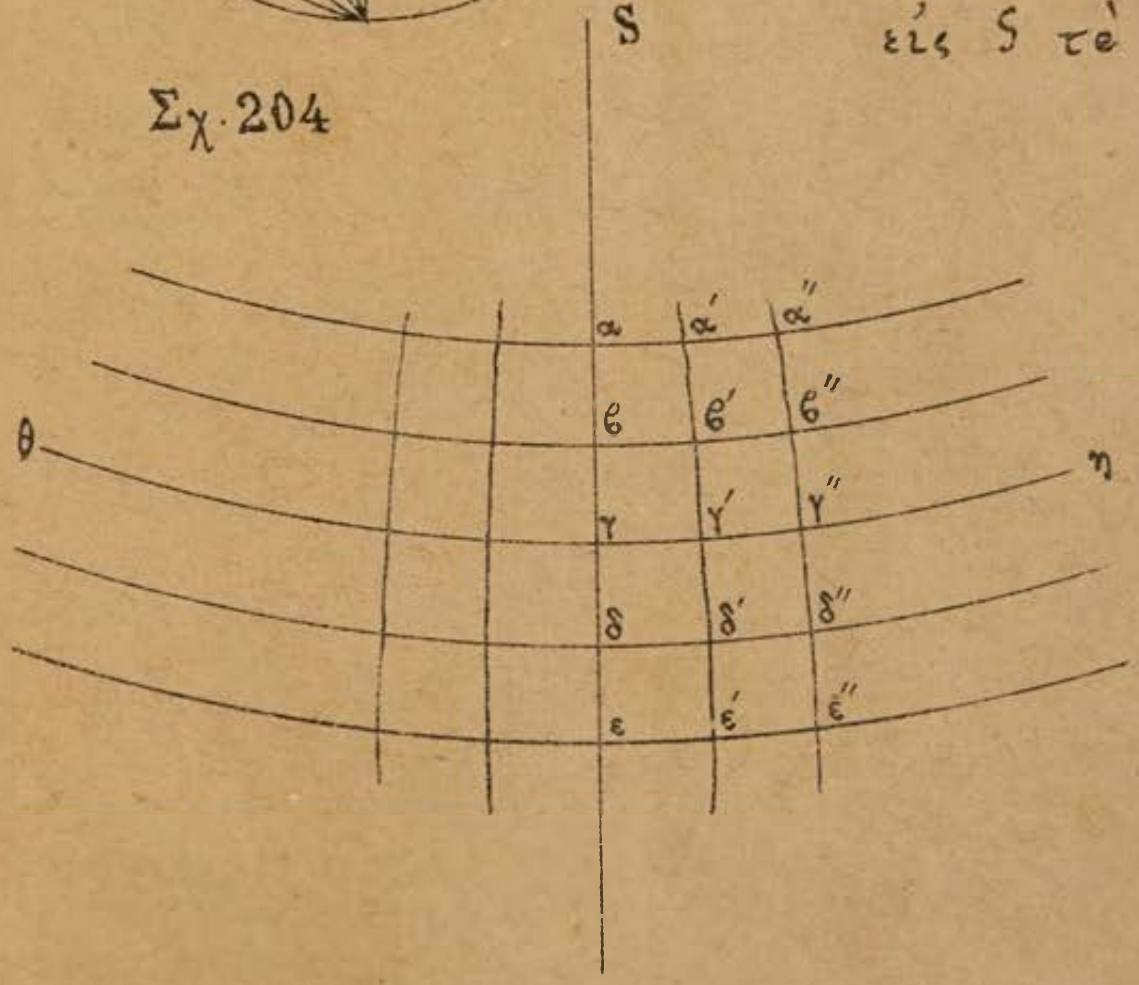
$$\frac{42° + 52°}{2} = 47° \text{ ἀρκτικόν}$$

Τούτου γενομένου τιθέσθω ἐνώπιον ἡμῶν

γεωγραφική σφαῖρα ἐφ' ἧς εἶνε κεχαραγμένη ἡ πρὸς παράστασιν ἐπιφάτεια καὶ τὸ κανονάβιον τῶν μεσημβρινῶν καὶ παραλλήλων (σχ. 204). Ὁ μέσος μεσημβρινὸς ΣΓΕ παρίσταται διὰ τῆς εὐθείας γραμμῆς Σγε. Διὰ τὴν παράστασιν τοῦ μεσαίου παραλλήλου φανταζόμεθα εἰλημμένην εἰς Γ τὴν ἐφαπτομένην ΓS ἐν τῷ μεσημβρινῷ τῆς σφαίρας μέχρις ὅτου συναντήσει τὸν ἄξονα ΠΠ' εἰς S τὸ μῆκος τῆς ἐφαπτομένης ταύτης ἀπὸ τοῦ S μέχρι Γ εἶνε ἴσον ὡς ἐδείχθη ἐν τῇ κωνικῇ ἀναπτύξει μὲ ΣΓ = ρ συνημ. λ, δηλοῦντες διὰ ρ τὴν ἀκτῖνα τῆς γηΐνου σφαίρας καὶ διὰ λ τὸ πλάτος τοῦ μέσου παραλλή-



Σχ. 204



λου, ὅπερ ἐν τῇ παρούσῃ περιπτώσει εἶνε ἴσον μὲ 42°. Ἀκολούθως ἐκ κέντρου τοῦ σημείου δ τοῦ χάρτου καὶ μὲ ἀκτῖνα τὴν δγ = γΓ καταγράφεται τὸ τόξον θγκ, ὅπερ παριστᾷ τὴν μεσημβρινὸν παράλληλον. Διὰ τὴν ἐπιτυξίν τῶν ἑτέρων παραλλήλων φαντάζονται τὸν μέσον μεσημβρινὸν ΑΓΕ διῃρημένον εἰς μέρη ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ . . . . . ὧν τὰ ἄκρα ἀντιστοιχοῦσιν εἰς γνωστὰ πλάτη ἀπὸ μοίρας εἰς μοίραν ἐπὶ παραδείγματι. Μεταφέρονται ἐπὶ τῆς δγ ἐκατέρωθεν τοῦ σημείου γ, καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν τάξιν ὡς ἡ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὰ μήκη ΓΒ, ΒΑ - - - ΓΔ, ΔΕ - - - - Ἀκολούθως ἐκ τοῦ δ ὡς κέντρου καταγράφονται τόξα κύκλου διερχόμενα ἐκ τῶν σημείων β, δ, γ - - - - ἕκαστον τῶν τόξων τούτων β β'' β'' - - - παριστᾷ ἕνα τῶν παραλλήλων τῆς ἐπικρατείας ἀντιστοιχοῦντα εἰς γνωστὸν πλάτος. Πρὸς συντέλεσιν τοῦ καννεβίου ὑπολείπεται ἔτι ἡ παρέστασις ὡρισμένου τινὸς ἀριθμοῦ μεσημβρινῶν ἑκατέρωθεν τοῦ μέσου μεσημβρινοῦ. Πρὸς τοῦτο φαντάζονται ἐπὶ τῆς σφαίρας ὡρισμένον τινὰ ἀριθμὸν μεσημβρινῶν ἀντιστοιχούντων εἰς γνωστὰ μήκη ἀπὸ μοίρας εἰς μοίραν ἐπὶ παραδείγματι, οἵτινες διαιροῦσι τοὺς παραλλήλους, εἰς τὰ τε-

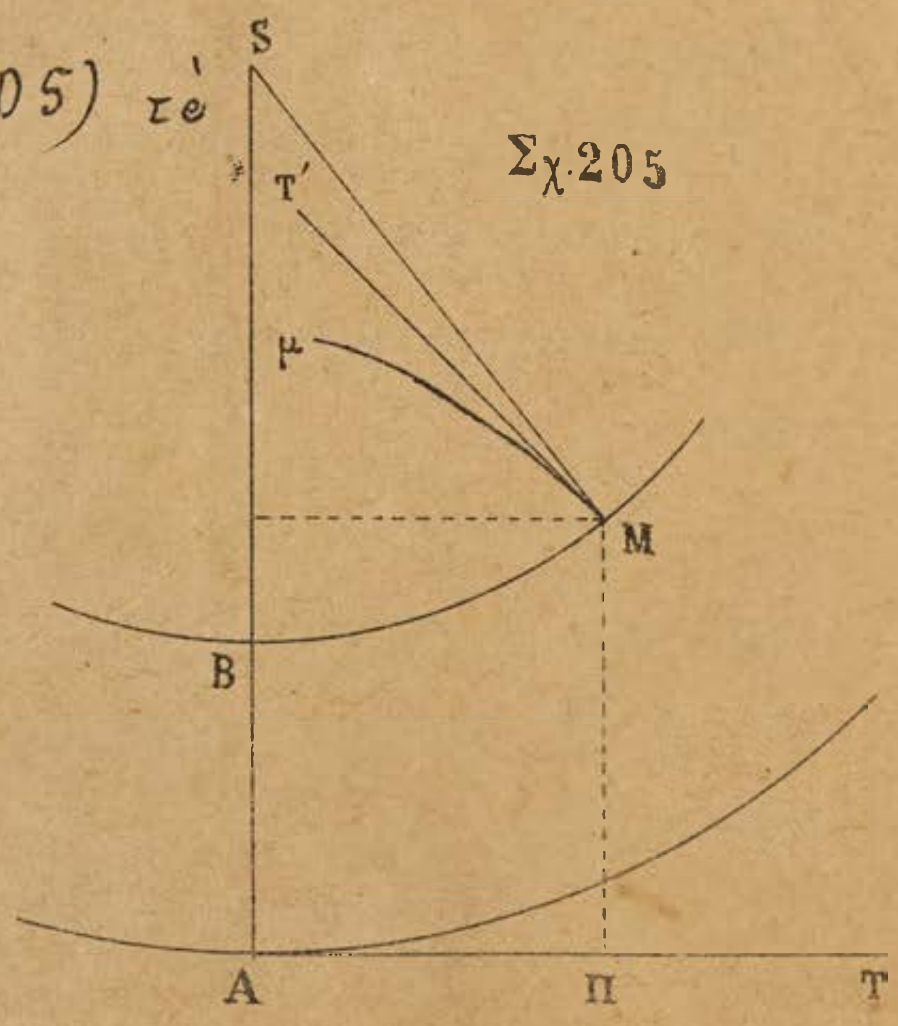
ξα ΑΑ′, Α′Α″ . . . . ΒΒ′, Β′Β″ . . . κ.τ.λ.
Ἐφ' ἑκάστου τῶν παραλλήλων τοῦ χάρτου εἰσὶ ββ′β″ . . . . λαμβάνονται τέλεα διαδοχικῶς ἴσα μὲ τὰ ἀντιστοιχοῦντα αὐτοῖς ἐπὶ τῆς σφαίρας εἰσὶ = ΑΑ′, εἰσὶ″ = Α′Α″ . . . . . ββ′ = ΒΒ′ κ.τ.λ. Τούτου γενομένου φέρουσι δι' ἑκάστης σειρᾶς σημείων τῆς αὐτῆς τάξεως ἀπὸ τοῦ μεσημβρινοῦ ὡς τὰς καμπύλας ε′β′γ′δ′ε′ . . . ε″β″γ″δ″ε″ . . . . ἑκάστη τῶν καμπύλων τούτων οὕτω ἐπιτυγχανομένη παριστᾷ τὸν μεσημβρινὸν τῆς ἐπικρατείας ἀντιστοιχοῦντα εἰς μῆκος γνωστόν, ὅπερ δεικνύεται ἐν τῷ χάρτῃ. Τὰ πλάτη σημειοῦνται εἰς τὰ πέρατα τοῦ χάρτου δεξιόθεν καὶ ἀριστερόθεν ἐπὶ τῶν ἄκρων τῶν τόξων εἰσὶ″ ββ′β″ . . . . τὰ δὲ μήκη πρὸς τὰ ἄνω καὶ κάτω εἰς τὰ ἄκρα τῶν τόξων αβγ, ε′β′γ′ . . . . Τοῦ καννα βίου συντελεσθέντος δὲν ὑπολείπεται ἡ ἡ διαχείρισις ἐπ' αὐτοῦ τῶν τόπων καὶ τῶν ἀντικειμένων, ὧν ἡ παράστασις ζητεῖται.

Ὡς μέσος παράλληλος διὰ τὸν χάρτην τῆς Γαλλίας ἐλήφθη ὁ τῶν 45°, ἐπειδὴ δι' συνημ 45° = 1, ὁ μέσος παράλληλος καταγράφεται μὲ ἀκτῖνα Α ἴσην μὲ - - -

Α = Ρ συνεφ. 45° ἢ Α = Ρ.

Ὁ χάρτης τῆς Γαλλίας ἐχαράχθη ὑπὸ κλίμακα $\frac{1}{80\,000}$ συνίσταται ἐκ 250 φύλλων ἀντιστοιχεῖ δὲ εἰς ἐπιφάνειαν ἴσην μὲ 82 τετραγωνικὰ μέτρα. Ἐκ τούτου συμπεραίνεται ὅτι ὑπὸ τοιαύτας διαστάσεις ἡ κατασκευὴ τοῦ καννα βίου δὲν δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ διὰ μέσων καθαρῶς γραφικῶν. Τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ ἐδάφους τῆς Γαλλίας ἠχθησαν ἐν τῷ χάρτῃ διὰ μέσου τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων των ἀναφερομένων ὡς πρὸς δύω ἄξονας ὧν ὁ εἷς ἦτο ὁ μεσημβρινὸς τῶν Παρισίων ὁ δ' ἕτερος ἐφαπτόμενος τοῦ μέσου παραλλήλου. Αἱ συντεταγμέναι αὗται ἐξάγονται εὐκόλως ἐκ τῶν γεωγραφικῶν συντεταγμένων τοῦ σημείου τοῦ ὁποίου ζητεῖται ἡ σημείωσις ἐν τῷ χάρτῃ.

Ἔστω Μ (σχ. 205) τὸ σημεῖον τοῦτο, λ τὸ πλάτος του καὶ Λ τὸ μῆκός του, χ = ΑΠ καὶ ψ = ΜΠ αἱ ὀρθογώνιαι συντεταγμέναι του ὡς πρὸς τὸν κεντρικὸν μεσημβρινὸν ΑS καὶ ὡς πρὸς τὴν ἐφαπτομένην ΑΤ τοῦ μέσου παραλλήλου. Ἔ..



Σχ. 205

στω AS = ρ ἡ ἀκτὶς τοῦ τόξου τοῦ κύκλου ὅστις παριστᾷ τὸν μέσον παράλληλον ἡ ἰκεῖνη τοῦ τόξου BM ὅπερ παριστᾷ τὸν παράλληλον τοῦ σημείου M.

Ἔχομεν κατ' ἀρχάς - - - - - - -

$$AB : \pi\rho = \lambda - 45^\circ : 180^\circ$$

ἐξ ἧς

$$AB = \frac{\pi\rho\,(\lambda - 45^\circ)}{180} \quad (1)$$

καὶ ἐπομένως

$$\rho = AS - AB = \rho - \frac{\pi\rho\,(\lambda - 45^\circ)}{180} \quad (2)$$

ἀκολούθως ἔχομεν

$$BM = \omega\rho = \Lambda.\rho\,\sigma\upsilon\nu\,\lambda$$

ἐπειδὴ δὲ ρ συν.λ εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ παραλ. ζήδου τοῦ σημείου M ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξάγεται

$$\omega = \frac{\Lambda\,\rho\,\sigma\upsilon\nu\,\zeta}{\rho,} \quad (3)$$

ἐκ τοῦ σχήματος ἐξάγεται τέλος

$$\chi = \rho\,\eta\mu\,\omega \quad \text{καὶ} \quad \psi = \rho - \rho\,\sigma\upsilon\nu\,\omega \quad (4)$$

Τοιοῦτοι εἶνε οἱ τύποι διὰ τῶν ὁποίων ὑπολογίζονται χ καὶ ψ ἐπὶ τῇ ὑποθέσει ὅτι ἡ γῆ εἶνε σφαῖρα ἀκτῖνος ρ. Ἀλλὰ δυνατὸν νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ἐλλειπτικὴ μορφὴ τοῦ μεσημβρινοῦ. Πρὸς τοῦτο πρέπει νὰ ἀντικατασταθῇ τὸ ἐλλειψοειδὲς διὰ τοῦ φιλοῦντος κύκλου καὶ ἡ ἀκτὶς ρ διὰ τῆς μεγάλης

καὶ θέτου $$N = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \eta\mu^2 \lambda}}$$

Ἐν τῷ τύπῳ τούτῳ α παριστᾷ τὴν ἰσημερινὴν ἀκτῖνα καὶ ε τὴν ἐκκεντρικότητα τῆς μεσημβρινῆς ἐλλείψεως. Ἡ ἐφαπτομένη (1) τῆς ΑΒ ἤτις ἀπολήγει προσεγγίζουσα περὶ σφαῖραν πρέπει νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ τῆς ἐφαπτομένης S τοῦ τόξου τῆς μεσημβρινῆς ἐλλείψεως συναρτήσει τοῦ πλάτους τῶν ἄκρων. Ἐξάγεται ἐκ τῶν δύο τούτων μεταλλαγῶν . . . . . .

$$\rho = N - S$$

καὶ τέλος ἡ ἀκτὶς τοῦ παραλλήλου τοῦ περιέχοντος τὸ σημεῖον Μ ἐπὶ τοῦ ἐλλειψοειδοῦς ἔχει ὡς τιμήν - - - —

$$\rho_1 = N \sigma\upsilon\nu \lambda$$

καὶ τέλος ἡ σχέσις (3) πρέπει νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ

$$\omega = \frac{\Lambda \, N \sigma\upsilon\nu \lambda}{\rho}$$

καὶ οἱ τύποι (4) θέλουσι δώσει τὰς τιμὰς τῶν χ, ψ ἐν τῇ ὑποθέσει τοῦ ἐλλειψοειδοῦς τῆς γῆς.

Ἐν τῷ συστήματι τοῦ χάρτου τῆς Γαλλίας ὁ λόγος τῶν ἐπιφανειῶν τηρεῖται αὐστηρῶς, διότι ἐὰν θεωρηθῶσι δύω ἀντιστοιχοῦντα στοιχεῖα ἐπὶ τῆς γῆς καὶ ἐπὶ τοῦ χάρτου, περιεχόμενα μεταξὺ δύω μεσημ-

βριντῶν καὶ δύω παραλλήλων ὁρισμένων, ταῦτα δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς δύω τραπέζια εὐθύγραμμα τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας. Αἱ γωνίαι δὲν τηροῦνται αὐστηρῶς, ἀλλ' ἡ ἀλλοίωσις τούτων εἶνε πολὺ μικρά. Ἵνα γνωσθῇ ἡ ἀλλοίωσις αὕτη ἀρκεῖ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ γωνία ὑπὸ τὴν ὁποίαν μεσημβρινός τις τέμνει τὸν παράλληλον καὶ νὰ γνωσθῇ ἡ διαφορὰ ταύτης τῶν 90°. Ἡ διαφορὰ αὐτη εἶνε ἡ γωνία TMS (σχ. 1) ἣν ἡ ἐφαπτομένη MT τῷ μεσημβρινῷ σχηματίζει μετὰ τῆς διευθετικῆς εὐθείας MS. Πρὸς τοῦτο ἀπεραιοῦμεν τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν (3)

$$w = \frac{\Lambda\, \rho\, \sigma\upsilon\nu\, \lambda}{\rho}$$

$$\rho w = \Lambda\, \rho\, \sigma\upsilon\nu\, \lambda$$

καὶ διαφορίζοντες ὡς πρὸς τὰς μεταβλητὰς ρ, w, λ, ἐξάγομεν

$$\rho\, \delta w + w\, \delta\rho = -\, \rho\, \Lambda\, \eta\mu\, \lambda\, \delta\lambda$$

ἔτι δὲ ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2)

$$\rho = P - \frac{\pi\rho\,(\lambda - 45^\circ)}{180}$$

διαφορίζοντες ὡς πρὸς τὰς μεταβλητὰς ρ καὶ λ ἐξάγομεν

$$\delta\rho = \frac{\pi\rho}{180^\circ}\, \delta\lambda \qquad \text{ἢ} \qquad \text{ἢ}$$

$$\delta\lambda = \frac{180^\circ}{\pi\rho}\delta\rho$$ καὶ

ἀντικαθιστῶντες ἐν τῇ προηγουμένῃ τὴν τιμὴν ταύτην λαμβάνομεν

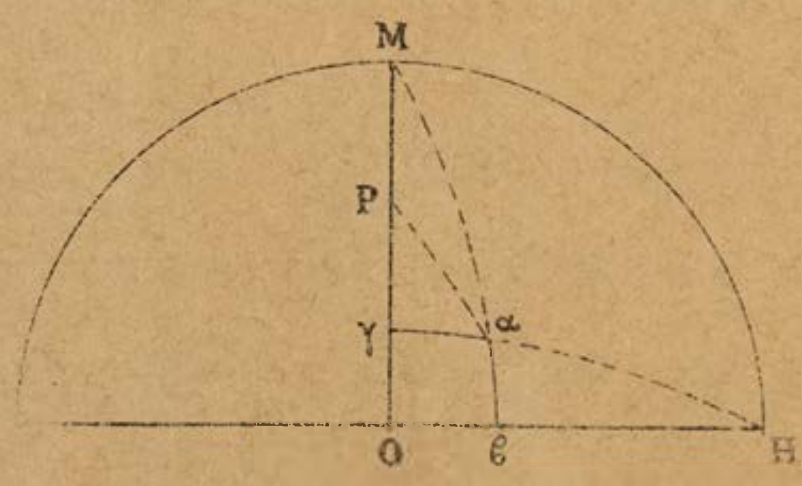
$$\frac{\rho\delta\omega}{\delta\rho} = -\frac{180^\circ\ \Lambda\acute{\eta}\mu\lambda}{\pi} - \omega$$

τὸ πρῶτον μέλος τῆς ἐξισώσεως ταύτης εἶναι ἡ τιμὴ τῆς ἐφαπτομένης TM S. Ἐκ τοῦ δευτέρου δὲ μέλους γνωρίζεται ἡ ἐφαπτομένη αὐτὴ μειοῦται μετὰ τοῦ λ, δύναται δ' νὰ βεβαιωθῇ ὅτι ἐν τῷ ἄρτῳ τοῦ χάρτου εἶναι ἀντικατασταθῶσι ἐν τῷ τύπῳ τούτῳ αἱ τιμαὶ τῶν ὅρων τοῦ δευτέρου μέλους ἄλλως τε γνωστοί ὅτι ἡ γωνία TMS δὲν ὑπερβαίνει τὰ 18'.

Ἀρχαῖος χάρτης τῆς Γαλλίας

(Χάρτης τοῦ Cassini).

Ἔστω Ο τὸ κέντρον τῆς ἐπικρατείας ἧς ζητεῖται ἡ παράστασις (σχ. 206) ΟΜ ὁ κεντρικὸς μεσημβρινὸς ΟΗ μέγιστος κύκλος κάθετος ἐπὶ τοῦ μεσημβρινοῦ τούτου. Σημεῖόν τι θά ἦτο ἀκριβῶς προσδιωρισμένον ἐὰν κατεμετρηθῶσιν ἐπὶ τῆς σφαίρας αἱ ἀποστάσεις αὐτοῦ ἀπὸ τῶν δύω τούτων κύκλων δηλαδὴ τὰ τό-



Σχ. 206

ξα αβ, αγ.

Παραδιχθῶμεν διὰ τὸν χάρτην συστήματί τι ὁμοιον παριστανομένων δι' εὐθειῶν τῶν δύω ἀξόνων ΟΜ καὶ ΟΗ τὸ σημεῖον α θὰ μεταφερθῇ διὰ μέσου τῶν δύω εὐθυγράμμων συντεταγμένων αβ αγ ἴσων κατὰ τὸ μῆκος μὲ τὰ ἀντιστοιχοῦντα ἐπὶ τῆς σφαίρας τόξα αβ, αγ. Τὸ καννάβιον ἄγεται οὕτως ὡς παρατηρεῖται εἰς εὐθείας παραλλήλους τῷ μεσημβρινῷ ΟΜ καὶ εἰς ἑτέρας σειρὰν εὐθειῶν παραλλήλων τῇ καθέτῳ ΟΗ. Τὸ σύστημα τοῦτο εἶνε βεβαίως τὸ ἁπλούστερον καὶ τὸ καλλίτερον πάντων τῶν συστημάτων διὰ τὴν παράστασιν ἐπικρατείας μικρᾶς ἐκτάσεως, ἀλλὰ παρουσιάζει μειονεκτήματα τινα διὰ τὴν παράστασιν ἐπικρατείας μεγάλης ὡς ἡ Γαλλία.

Αἱ γεωγραφικαὶ συντεταγμέναι τῶν διαφόρων σημείων δὲν εὑρίσκονται ἁμέσως ἐπὶ τοῦ χάρτου τοῦ Cassini· ἐξάγονται εὐκόλως διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν συντεταγμένων αβ, αγ. Τὸ σφαιρικὸν τρίγωνον Ραγ περιέχει τὰ στοιχεῖα ταῦτα διότι ἡ γωνία εἰς Ρ = μῆκος = Λ καὶ Ρα = πλάτος = λ.

Τὸ σύστημα τοῦτο ἐγκαταλελειμμένον διὰ τὸν χάρτην τῆς Γαλλίας εἶνε ἔτι ἐν καθημερινῇ ἐφαρμογῇ εἰς τὰ Δημόσια ἔργα καὶ ἐν τῇ τοπογραφίᾳ διὰ τοὺς χάρτας τῆς λεπτομερείας.

Ναυτικαὶ χάρται
(χάρται τοῦ Mercator)

Ὑποτεθείσθω ὅτι πλοῖόν τι ἀναχωροῦν ἐκ τοῦ σημείου Α πρόκειται νὰ φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον Β. Ἡ συντομωτέρα ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο τούτων σημείων εἶναι τὸ τόξον τοῦ μεγίστου κύκλου ΑΒ τὸ διὰ τῶν δύο τούτων σημείων διερχόμενον. Ἀλλ' ἀπὸ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς πυξίδος ἐν τῇ ναυτιλίᾳ πρὸς εὐκολίαν προσδιορίζουσι κατὰ τὴν ἀναχώρησιν ἀπὸ τοῦ σημείου Α τὴν διεύθυνσιν τῆς ὁδοῦ τοῦ πλοίου ἣν ἐφίλει ν' ἀκολουθήσῃ ὅπως φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον Β. Τηρεῖται διὰ τῆς βοηθείας τοῦ πηδαλίου ὁ ἄξων τοῦ πλοίου ἐπὶ τῇ διευθύνσει ταύτῃ, ἥτις ἡ εὐθεῖα εὑρίσκεται εἰς πᾶσαν στιγμὴν καὶ εἰς πάντα τόπον διὰ τῆς πυξίδος. Πλὴν ὅπως τοῦτο εἶναι δυνατὸν πρέπει ἡ διεύθυνσις αὕτη νὰ σχηματίζῃ μετὰ τῶν μεσημβρινῶν γωνίαν σταθερὰν καὶ τοῦτον ἕνεκεν προτιμᾶται τῆς συντομωτέρας ἀποστάσεως, ἥτις εἶναι τὸ τόξον τοῦ μεγίστου κύκλου τὸ διὰ τῶν σημείων Α καὶ Β διερχόμενον, διότι τοῦτο παρουσιάζει τὸ μειονέκτημα νὰ τέμνῃ τοὺς διαφόρους μεσημβρινοὺς ὑπὸ διαφόρους γωνίας.

Ἡ καμπύλη ἣν διατρέχει τὸ πλοῖον ἡ ἥτις σχηματίζει μετὰ τῶν διαφόρων μεσημβρινῶν γωνίαν σταθερὰν καλεῖται λοξοδρομία.

Τοιουτοτρόπως ἐπειδὴ ἡ γραμμὴ Ν S ἢ 0°,180° τῆς πυξίδος ταὐτίζεται μετὰ τοῦ ἄξονος τοῦ πλοίου ἀρκεῖ ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἀναχωρήσεως Α ἡ μαγνητικὴ βελόνη νὰ σημειοῖ τὴν ὁρισθεῖσαν γωνίαν τῆς εὐθύνσεως ὅπως γνωσθῇ ὅτι ἀκολουθεῖ τὴν λοξοδρομίαν ὅπως φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον Β.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω δῆλον γίνεται ὅτι εἶναι ὠφέλιμον οἱ ναυτικοὶ χάρται νὰ ἦναι συντεταγμένοι οὕτως ὥστε ἡ καμπύλη τῆς λοξοδρομίας νὰ παρίσταται διὰ μιᾶς ἁπλῆς εὐθείας, ἥτις εὐκόλως πάντοτε χαράσσεται καὶ προσδιορίζεται ἡ σταθερὰ γωνία, ἣν σχηματίζει ἡ διεύθυνσις ἣν θὰ ἀκολουθήσῃ τὸ πλοῖον μετὰ τοῦ μεσημβρινοῦ ὅπως φθάσῃ εἰς τὸν πρὸς ὃν ὁρον. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ οἱ μὲν μεσημβρινοὶ νὰ μετασχηματισθῶσιν εἰς εὐθείας παραλλήλους νὰ τηρηθῶσι δὲ αἱ γωνίαι.

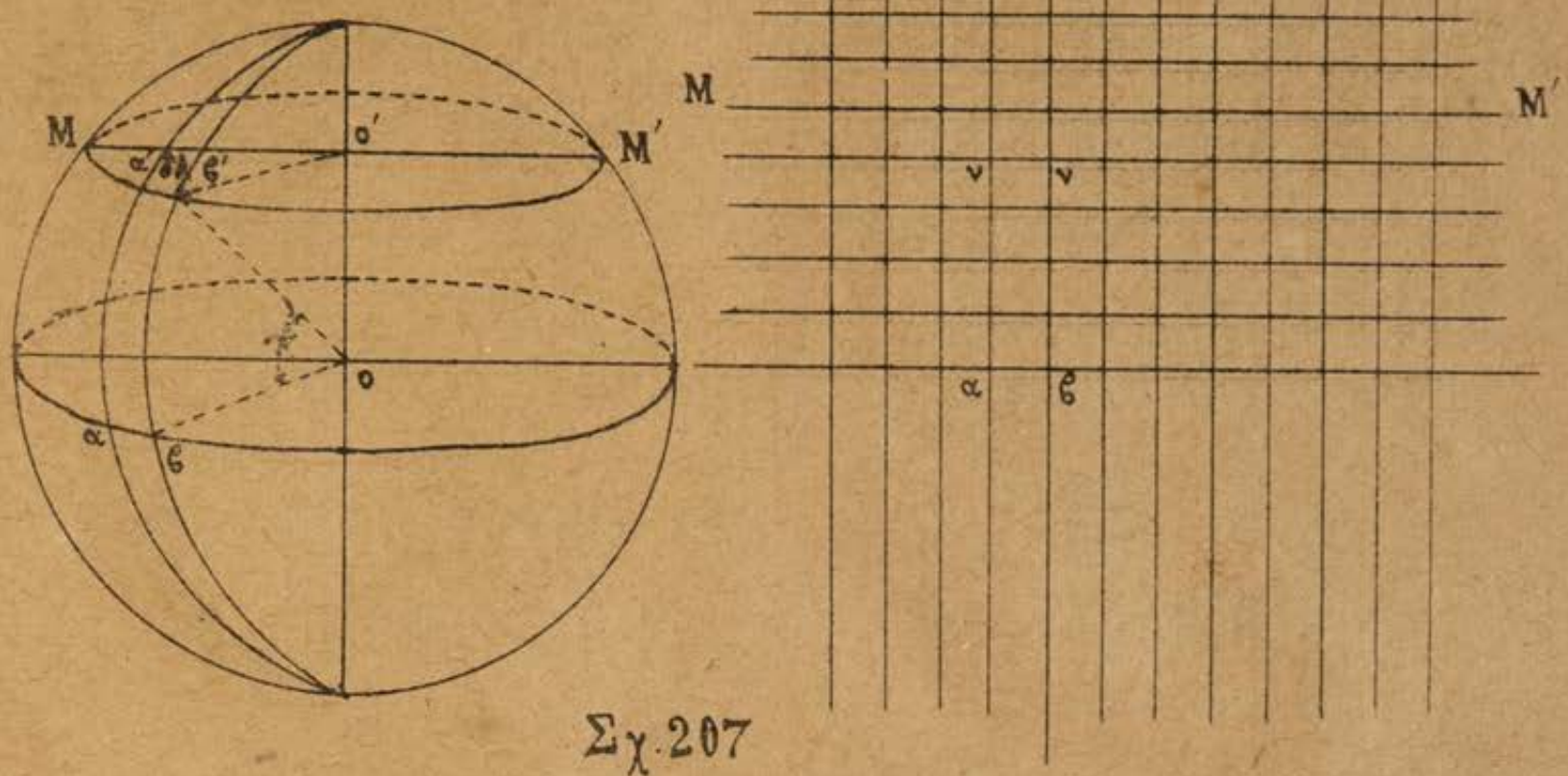
Αἱ γωνίαι τηροῦνται ὅταν κύκλος ἀπείρως μικρὸς κεχαραγμένος ἐπὶ τῆς σφαίρας, παρίσταται ἐπὶ τοῦ χάρτου ὁμοίως δι' ἀ κύκλου ἀπείρως μικροῦ διεσταλμένου κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον. Ἐν ἄλλαις

λέξεσιν ἡ διαστολή, εἰς ἣν στοιχεῖόν τι ἀπείρως μικρὸν ἐφείλει νὰ ὑπερβληθῇ κατὰ τὴν παράστασιν αὐτοῦ ἐν τῷ χάρτῃ πρέπει να ἦτε ἡ αὐτὴ ὡς πρὸς δύω διευθύνσεις καθέτους.

Λειφθήτω ὡς βάσις ὁ ἰσημερινός. Ἐπὶ εὐθείας τινὸς ΑΒ λαμβάνονται τὰ μήκη τῶν μοιρῶν αὐτοῦ, ἐπὶ τῶν διαιρέσεων τῶν ὑψοῦνται κάθετοι αἵτινες παριστῶσι τοὺς μεσημβρινούς. Ἐὰν ἀχθῶσιν ἤδη εὐθεῖαι ἑπαφόμεναι ἀπὸ μοίρας εἰς μοίραν καὶ κάθετοι ἐπὶ τῶν μεσημβρινῶν αὐτὰι θέλουσι παραστήσῃ τοὺς παραλλήλους. Τοιοῦτον εἶνε τὸ σύστημα ὅπερ οἱ ναυτικοὶ μετεχειρίζοντο ὑπὸ τὸ ὄνομα ἐπίπεδος χάρτης. Εὐκόλως ὅμως παρατηρεῖται ὅτι ἐν τῷ συστήματι τούτῳ πλὴν τῶν στοιχείων τῶν κειμένων πλησίον τοῦ ἰσημερινοῦ πάντα τὰ ἄλλα στοιχεῖα ἀλλοιοῦνται.

Θεωρήσωμεν στοιχεῖόν τι α′β′ = δλ τοῦ παραλλήλου ΜΜ τὸ στοιχεῖον τοῦτο παρίσταται ἐν τῷ χάρτῃ διὰ τοῦ μήκους νν ἴσου μὲ τὸ στοιχεῖον αβ τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἐπειδὴ τὸ στοιχεῖον δλ εἶνε πολὺ μικρότερον τοῦ αβ ζητήσωμεν νὰ ὑπολογήσωμεν τὴν διαστολὴν εἰς ἣν ὑπεβλήθη, ἤτοι ζητήσωμεν τὸ μῆκος τοῦ ἀντιστοιχοῦντος ἐν τῷ χάρτῃ στοιχειώδους τόξου τοῦ ἰσημερινοῦ νν = αβ. Ἐὰν καλέσω-

μετ τὴν γωνίαν βόβ ἤτοι τὸ πλάτος τοῦ στοι-



Σχ. 207

χείου δλ διὰ λ καὶ θέσωμεν τὴν ἀκτῖνα τῆς σφαίρας οβ' = ρ = 1, ἡ ἀκτὶς τοῦ παραλλήλου ΜΜ ἰσοῦται - - - - - - - -

β'ο' = βε ημ ε'οβ' ἢ β'ο' = συν λ

Ἐκ τῆς ἀναλογίας τῶν τόξων αβ, α'β' πρὸς τὰς ἀκτῖνας αὐτῶν ἐξάγομεν

αβ : α'β' = οβ : ο'β'

αβ : δλ = 1 : συν λ ἐξ ἧς

$$\alpha\beta = \frac{\delta\lambda}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$$

ὥστε τὸ στοιχεῖον δλ τοῦ παραλλήλου ὅ-πως παρασταθῇ ἐν τῷ χάρτῃ διεσταλλη κατασταθὲν ἴσον μὲ $\frac{\delta\lambda}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$.

Ἀλλ' ὡς προεῤῥέθη ὅπως τηρηθῶσιν αἱ γωνίαι πρέπει ἡ διαστολὴ αὕτη νὰ λαβῇ ἐξ ἴσου χώραν ὡς πρὸς δύω διευθύνσεις καθέ-τους· ἐπομένως πρέπει νὰ διασταλλῶσι καὶ

τὰ στοιχεῖα δλ τῶν μεσημβρινῶν, ὅπερ σύγει εἰς τὴν ἀπομάκρυνσιν τῶν παραλλήλων ἀπ' ἀλλήλων ἐπὶ πλέον καὶ πλέον καθ' ὅσον πλησιάζομεν εἰς τοὺς πόλους· εἰς τὴν τροποποίησιν δὲ ταύτην ἔγκειται τὸ σύστημα τῶν ἐπιπέδων χαρτῶν τὸ ἐπινοηθὲν ὑπὸ τοῦ Gerard Mercator.

Τὸ ἄθροισμα τῶν ἐπαυξηθέντων τούτων στοιχείων τοῦ αὐτοῦ μεσημβρινοῦ ἀπὸ τοῦ παραλλήλου εἰς πλάτος λ μέχρι τοῦ ἰσημερινοῦ εἰς πλάτος 0° εἶνε ἴσον μὲ

$$\int_0^{\lambda} \frac{\delta\lambda}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$$

Πρὸς ὁλοκλήρωσιν τοῦ ὑπερβατοῦ τούτου ἀπειροστοῦ θέτομεν $\eta\mu.\lambda = \chi$ ἐξ οὗ

$$\sigma\upsilon\nu^2\lambda = 1 - \chi^2$$

καὶ διαφορίζοντες τὴν πρώτην ἰσότητα ἔχομεν

$$\delta\lambda = \frac{\delta\chi}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$$

καὶ ἀντικαθιστῶντες ἐν τῷ ἀπειροστῷ $\frac{\delta\lambda}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$

λαμβάνομεν $\int \frac{\delta\lambda}{\sigma\upsilon\nu\lambda} = \int \frac{\delta\chi}{\sigma\upsilon\nu^2\lambda} = \int \frac{\delta\chi}{1+\chi^2} =$

$$\mathfrak{L}\sqrt{\frac{1+\chi}{1-\chi}} = \mathfrak{L}.\varepsilon\varphi\left(45^\circ + \tfrac{1}{2}\lambda\right) + \mathfrak{Z} \quad \text{καὶ}$$

ὁλοκληροῦντες μεταξὺ τῶν ὁρίων λ καὶ 0 λαμβάνομεν

$$\int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\sigma\upsilon\nu\,\lambda} = \mathfrak{L}\,\varepsilon\varphi\left(45^\circ + \frac{1}{2}\lambda\right)$$

οἱ λογάριθμοι ἐν τῇ ἀνωτέρω ἐκφράσει εἶναι ὑπερβολικοὶ δηλούμενοι πρὸς διάκρισιν τῶν κοινῶν διὰ τοῦ γράμματος $\mathfrak{L}$. Ἤδη ἐπὶ λεγομένου μήκους τινὸς μ διὰ τὴν παράστασιν τῶν μοιρῶν τοῦ ἰσημερινοῦ πρέπει διὰ τὴν διαχάραξιν τῶν παραλλήλων πλάτους 1°, 2°, 3°, 4° . . . νὰ ἀναφερθῶσιν εἰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ ἴσας μὲ

$$\mu\,\mathfrak{L}.\,\varepsilon\varphi\left(45^\circ + \frac{1}{2}\,1^\circ\right)$$

$$\mu\,\mathfrak{L}.\,\varepsilon\varphi\left(45^\circ + \frac{1}{2}\,2^\circ\right)$$

$$\mu\,\mathfrak{L}.\,\varepsilon\varphi\left(45^\circ + \frac{1}{2}\,3^\circ\right)$$

. . . . . .

. . . . . .

Δύναται νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν καὶ τὸ ἐλλειψοειδὲς τῆς γῆς· ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ ἀντικαθίσταται $\delta\lambda$ διὰ τοῦ στοιχείου τῆς μεσημβρινῆς ἐλλείψεως - - - - - -

$$\delta s = \rho\,\delta\lambda = (1 - \varepsilon^2)\,\frac{N}{a^2}\,\delta\lambda$$

τοῦ N παριστῶντος τὴν μεγάλην κάθετον, a τὸν μέγαν ἡμιάξονα καὶ ε τὴν ἐκκεντρικότητα τῆς ἐλλείψεως. ἡ ἀκτὶς τοῦ παραλλήλου, ἥτις εἶναι ἴση μὲ $\rho\,\sigma\upsilon\nu\,\lambda$ εἰς σφαι-

ραν ρ διὰ παραστα θῇ διὰ Ν συν λ. Ἡ ἀντιστρόφως ἐκφρασις καθίσταται λαμβανομένου τοῦ α ὡς μονάδος

$$\int_0^{90} \frac{(1-\varepsilon^2) N^2 \delta\lambda}{N \operatorname{συν} \lambda} = \int_0^{90} \frac{(1-\varepsilon^2)\,\delta\lambda}{\operatorname{συν}\lambda\,(1-\varepsilon^2 \eta\mu^2 \lambda)}$$

δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ τὸ πλῆρες ὁλοκληρωτικὸν τῆς ἀντιστρόφου ἐκφράσεως, ἀλλ' ἀρκεῖ ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ νὰ ἀχθῇ εἰς σειρὰν ἧς παραλείπονται αἱ δυνάμεις τῆς ε^4. . . καὶ νὰ ὁλοκληρωθῇ. Πρὸς τοῦτο πολλαπλασιάζομεν ἀριθμητὴν καὶ παρονομαστὴν ἐπὶ $1+\varepsilon^2 \eta\mu^2 \lambda$ καὶ παραλείποντες τοὺς ὅρους ε^4 ἔχομεν

$$\int_0^{90} \frac{1-\varepsilon^2 \operatorname{συν}^2 \lambda}{\operatorname{συν}\lambda}\,\delta\lambda = \mathfrak{L}.\varepsilon\varphi\frac{\lambda}{2} - \varepsilon^2 \eta\mu\lambda$$

Ἐὰν ζητεῖται ἡ ἀντικατάστασις τῶν νεπερείων λογαρίθμων διὰ τῶν συνήθων πρέπει νὰ διαιρεθῶσιν οὗτοι διὰ $\log \varepsilon = 0{,}4343$ καὶ ὅπως ἐπιτευχθῇ τὸ ἐξαγόμενον εἰς λεπτὰ πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῶσιν οἱ δύο ὅροι ἐπὶ $3437'{,}8$, ὅπερ δίδει, ἐὰν θέσωμεν $\varepsilon^2 = 0{,}0068$

$$2915'.705 \log \varepsilon\varphi\frac{\lambda}{2} - 23'.36\ \eta\mu\lambda$$

ὁ ἀριθμὸς $3437'.8$ ἐξάγεται διαιρουμένης τῆς μοίρας διὰ τοῦ μήκους $1'$ ἴσου μὲ . . $0{,}0002908$.

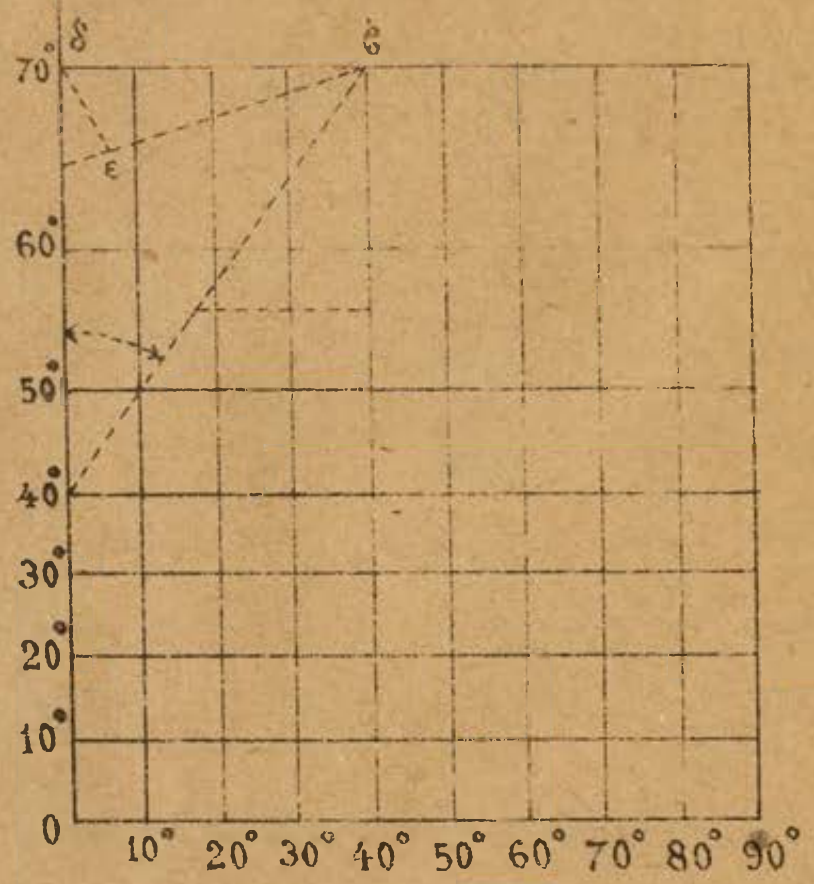
Παραθέτομεν τὰς τιμὰς τῶν ἀποστάσεων τῶν διαφόρων παραλλήλων ἀπὸ τοῦ ἰσημερινοῦ,

λ =	90°	ἀπόστασις ἀπὸ τ' ἰσημερινοῦ =			∞
,, =	70°	,,	,,	,,	= 99°.4'.2
,, =	60°	,,	,,	,,	= 75°.7'.2
,, =	50°	,,	,,	,,	= 57°.36'.5
,, =	40°	,,	,,	,,	= 43°.27'.7
,, =	30°	,,	,,	,,	= 31°.16'.8
,, =	20°	,,	,,	,,	= 20°.12'.1
,, =	10°	,,	,,	,,	= 9°.59'.1
,, =	0	,,	,,	,,	0

Κατασκευάσωμεν ἤδη τὸ καννάβιον. Ὁ ἰσημερινὸς παρασταθήσεται διὰ μιᾶς εὐθείας γραμμῆς εἰς ἀληθῆ μέγεθος ὑπὸ τὴν παραδεχθεῖσαν κλίμακα. Διαιρέσωμεν τοῦτον ἀπὸ 10° εἰς 10°. Οἱ μεσημβρινοὶ θὰ ἦτε εὐθεῖαι κάθετοι ἐπὶ τῆς ἰσημερινῆς εὐθείας καὶ διερχόμεναι διὰ τῶν σημείων τῆς διαιρέσεως. Οἱ παράλληλοι θὰ ἦτε εὐθεῖαι παράλληλοι τοῦ ἰσημερινοῦ, ἡ ἀπόστασις αὐτῶν ἀπὸ τούτου δίδεται διὰ τῶν εἰσωτέρω ἀριθμῶν, 9°.98, 20°.28, 31°.28, 43°.49, 57°.61, 75°.12, 99°.07 . . . . . ἢ διὰ τῶν ἰδίων ἀριθμῶν εἰς ἑκατοστὰ ἐὰν ἐν τῷ σχήματι 208 ληφθῇ 0,m01 διὰ 1°. Τὸ κ. τὸ ἐπιτυγχανόμενον καννάβιον πληροῖ εἰς τὰς ἀκολούθους ἰδιότητας, ...

1ον ἡ διαστολὴ γραμμικοῦ τινος στοιχείου τῆς σφαίρας περὶ σημεῖον τινος πλάτους λ εἶνε $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$ καθ' ὅσας τὰς περὶ τὸ σημεῖον τοῦτο διευθύνσεις, ἡ διαστολὴ αὐτὴ μένει ἡ αὐτὴ καθ' ὅλον τὸ μῆκος τοῦ παραλλήλου τοῦ σημείου τούτου, μεταβάλλεται δὲ μόνον ἀπὸ παραλλήλου εἰς παράλληλον.

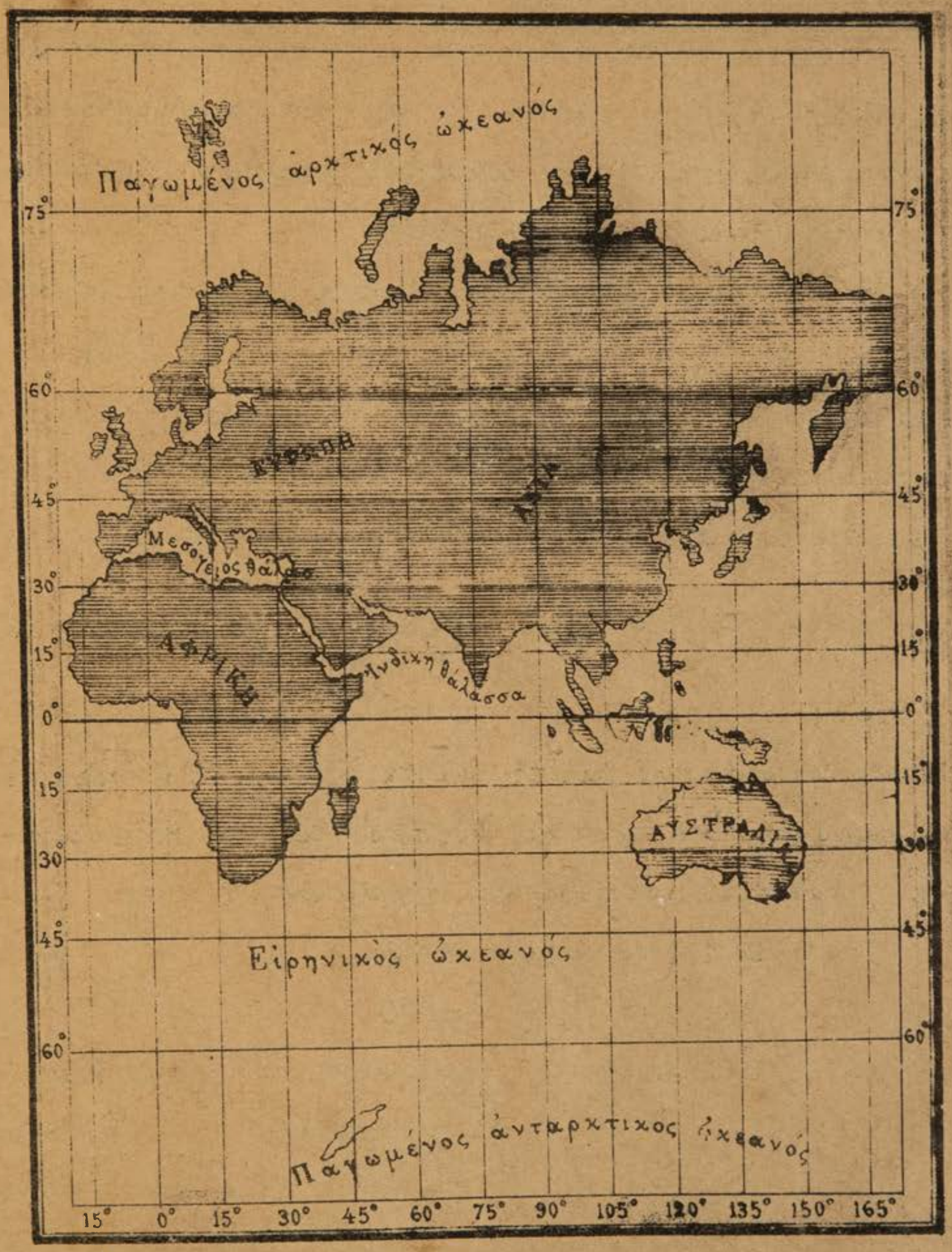
Σχ. 208



2ον σχῆμά τι ἀπείρως μικρὸν ἐπὶ τῆς σφαίρας κεχαραγμένον, περιέχ σημείου τινὸς πλάτους λ, παρίσταται ἐπὶ τοῦ χάρτου ὑπὸ ὁμοίου σχήματος· ὁ λόγος τῆς ὁμοιότητος εἶνε $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\lambda}$, δὲν εἶνε ὅμως ὁ αὐτὸς διὰ σχήματα πεπερασμένων διαστάσεων.

3ον Αἱ καμπύλαι τῆς λοξοδρομίας παρίστανται δι' εὐθειῶν γραμμῶν, αἱ δὲ τὰ γραμμικὰ στοιχεῖα αὐτῶν αὐξάνουσι κατὰ τὸ μῆκος καθ' ὅσον προχωροῦμεν πρὸς τοὺς πόλους.

Ἀνάπτυξις τοῦ Μερκατορ
(ναυτικαὶ χάρται)



Σχ.209

Προσθήκαι

μη Σημείωσις Αη!

Ἐπὶ τῆς καταμετρήσεως τῶν βάσεων.

"Ἔστω α τὸ ἀκριβὲς μῆκος τῆς βάσεως, χ, χ1, χ2 . . . . . αἱ καταμετρήσεις τῶν ἀριθμῶν ν τοῦ μήκους τούτου, αἵτινες ἐπετεύχθησαν διαδεχικῶς.

Τὰ διαπραχθέντα σφάλματα εἶνε α - χ, α - χ1, α - χ2 - - - - - Ἐὰν ἐφαρμόσωμεν τὴν μέθοδον τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων καὶ καλέσωμεν διὰ υ τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων αὐτῶν ἔχομεν

$$\upsilon = (\alpha-\chi)^2+(\alpha-\chi_1)^2+(\alpha-\chi_2)^2 \ldots$$

ἢ πρὸς συντομίαν $\upsilon = \Sigma(\alpha-\chi)^2$

Βέβαιος ἡ ποσότης αὕτη εἶνε ἐλαχίστη πρέπει ἡ παραγομένη αὐτῆς ὡς πρὸς α νὰ ἦνε μηδέν, πρέπει λοιπὸν νὰ ἔχωμεν - - -

$$\Sigma 2(\alpha-\chi) = 0 \qquad \text{ἢ}$$

$$\Sigma\alpha - \Sigma\chi = 0$$

ἀλλὰ ἡ συνάρτησις Σα εἶνε ἴση μὲ να, ἑπομένως $\nu\alpha - \Sigma\chi = 0$ ἐξ οὗ

$$\frac{\Sigma\chi}{\nu} = \alpha$$

ἀλλὰ, ἡ συναρτησις Σχ εἶνε τὸ ἄθροισμα τῶν ἐκτελεσθεισῶν καταμετρήσεων - - -

$\chi + \chi_1 + \chi_2 \ldots$ λοιπὸν ἡ τιμὴ ἡ μάλλον πιθανὴ τοῦ μήκους τῆς βάσεως α εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν ἐκτελεσθεισῶν καταμετρήσεων διαιρούμενον διὰ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτῶν.

Παράδειγμα.

Ὑποτεθείσθω ὅτι βάσις τις καταμετρήθη πεντάκις ἐπετεύχθησαν δὲ τὰ ἑξῆς μήκη - -

$\chi = 2354^{\mu}.35$

$\chi_1 = 2354.49$

$\chi_2 = 2353.97$

$\chi_3 = 2354.21$

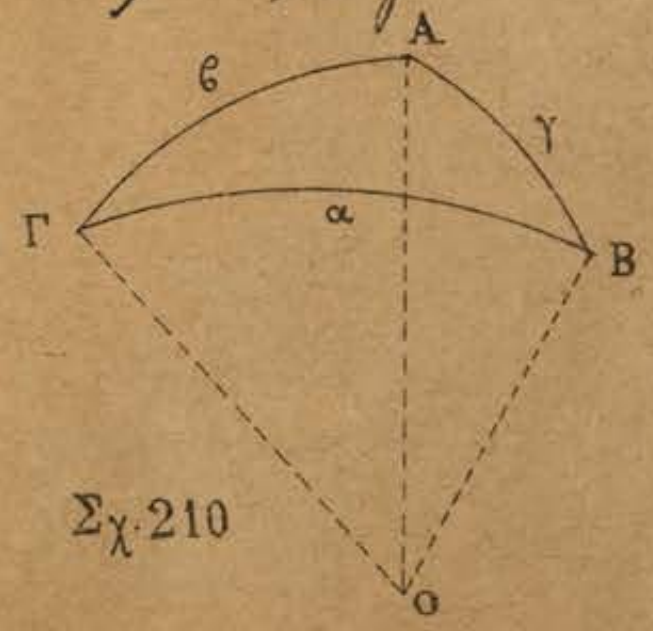
$\chi_4 = 2354.60$

11771.62 ἄθροισμα

πιθανὴ τιμὴ $\alpha = \frac{11771^{\mu}.62}{5} = 2354^{\mu}.324$

Σημείωσις 2.

Προσδιορισμὸς διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀντιστοίχων ὕψεων τοῦ ἀζιμυθίου εὐθείας τινὸς διὰ παρατηρήσεων ἐπὶ τοῦ ἡλίου. Ἔστω ΑΒΓ σφαιρικόν τι τρίγωνον, (σχ. 210) α, β, γ αἱ πλευραὶ αὐτοῦ, αἵτινες ὡς γνωστὸν μετροῦσι τὰς ἐπιπέδους γωνίας ΓΟΒ, ΓΟΑ καὶ ΒΟΑ τῆς τριέδρου γωνίας ἧς κορυφὴ εἶνε τὸ κέντρον

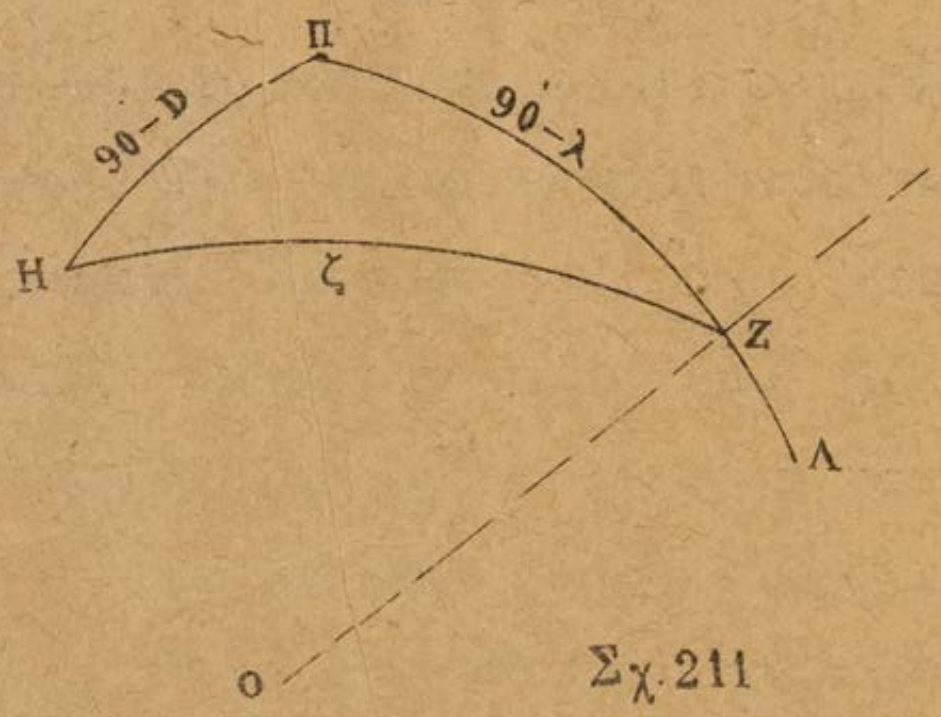


Σχ. 210

τῆς σφαίρας Ο καὶ Α, Β, Γ αἱ γωνίαι τοῦ σφαιρικοῦ τριγώνου αἵτινες μετροῦσι τὰς διέδρους γωνίας ΑΟ, ΟΒ καὶ ΟΓ. Ὁ θεμελιώδης τύπος τῆς σφαιρικῆς τριγωνομετρίας δίδει συν α = συν β συν γ + ημ β ημ γ συν Α. Τούτου τεθέντος θεωρήσωμεν ἐπὶ τῆς οὐρανίου σφαίρας τὸ σφαιρικὸν τρίγωνον, οὗτινος αἱ κορυφαὶ κεῖνται ἐπὶ τοῦ πόλου ἐπὶ τοῦ ζενίθ καὶ ἐπὶ τινος ἀστέρος ἐπὶ παραδείγματι τοῦ ἡλίου (σχ. 211). Ἡ πλευρὰ ΠΖ τοῦ σφαιρικοῦ τριγώνου ἐμφαίνουσα τὴν ἀπόστασιν τοῦ κατακορύφου ἢ τοῦ ζενίθ ἀπὸ τοῦ πόλου ἰσοῦται - - - - - -

$$\Pi Z = 90 - \lambda$$

ἐὰν καλέσωμεν διὰ λ τὸ πλάτος τοῦ τόπου δι' οὗ διέρχεται ἡ κατακόρυφος Ζ· ἡ πλευρὰ ΠΗ εἶναι τὸ συμπλήρωμα τῆς ἀποκλίσεως τοῦ ἀστέρος, ἐὰν δι' ταύτην καλέσωμεν D ἔχομεν ΠΗ = 90 − D ἡ πλευρὰ ΗΖ εἶναι ἡ ἀπὸ τοῦ ζενίθ ἀπόστασις τοῦ ἀστέρος Η ἣν καλοῦμεν Ζ καὶ ΗΠΖ ἡ ὡριαία γωνία ἣν καλοῦμεν ΑΙ καὶ τέλος ΗΖΛ τὸ ἀζιμούθιον τοῦ ἀ-



Σχ. 211

στέρας, ὅπερ καλοῦμεν Α.

Ἐν τῷ ἀντιστρόφῳ δρυγάνῳ ἐφαρμόζοντες τὸν προηγούμενον τύπον ἔχομεν . . .

$$\text{συν}(90\,D) = \text{συν}\zeta\,\text{συν}(90-\lambda) + \eta\mu\zeta\,\eta\mu(90-\lambda)\,\text{συν}Z$$

ἢ παρατηροῦντες ὅτι ἡ γωνία Α ἤτοι τὸ ἀζιμούθιον εἶναι παραπλήρωμα τῆς γωνίας Ζ ἔχομεν

$$\eta\mu D = \text{συν}\zeta\,\eta\mu\lambda - \eta\mu\zeta\,\text{συν}\lambda\,\text{συν}A$$

Ὅταν ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ ἡλίου ἡ μέθοδος τῶν ἀντιστοίχων ὑψῶν πρέπει νὰ λάβῃ χώραν διόρθωσίς τις ἀναποφεύκτως ἐνεκεν τῆς μεταβολῆς τῆς ἀπόκλισεως D κατὰ τὸν χρόνον τῆς παρατηρήσεως. Ἡ διόρθωσις αὕτη ἀπαιτεῖ νὰ ἦναι γνωστὸν τὸ πλάτος τοῦ τόπου τοὐλάχιστον κατὰ προσέγγισιν.

Ἐὰν διαφερίσωμεν τὴν ἀντίστροφον ἔκφρασιν ὡς πρὸς D καὶ Α καὶ ἀντικαταστήσωμεν ἀκολούθως τὰ διαφορικὰ δD καὶ δΑ, διὰ τῶν πεπερασμένων αὐξήσεων ΔD, ΔΑ, ὅπερ ἐπιτρέπεται ὅταν αἱ τελευταῖαι αὗται εἶναι πολὺ μικραί, ἔχομεν - - -

$$\Delta A = \frac{\text{συν}\,\Delta}{\eta\mu\,\zeta\,\text{συν}\lambda\,\eta\mu\,A}\,\Delta D$$

Ἀλλ' ἡ ἀναλογία μεταξὺ τῶν ἡμιτόνων τῶν γωνιῶν καὶ τῶν ἡμιτόνων τῶν ἀντικειμένων πλευρῶν δίδει - - - - - -

$$\frac{\eta\mu\,A}{\eta\mu\,AH} = \frac{\text{συν}\,D}{\eta\mu\,\zeta}$$

ἐξ ἧς

$$\eta\mu\zeta\ \eta\mu A = \sigma\upsilon\nu D\ \eta\mu AH$$

ποιεῦντες τὴν ἀντικατάστασιν ταύτην καὶ ἁπλοποιεῦντες ἐξάγομεν - - - - -

$$\Delta A = \frac{\Delta D}{\sigma\upsilon\nu\lambda\ \eta\mu AH}$$

ὡς τιμὴν τῆς ὡρικῆς γωνίας AH δύναται νὰ ληφθῇ ἡ ἔκφρασις - - - - - - -

$$15\ \frac{1}{2}\ (w + w')$$

ἐὰν καλέσωμεν διὰ w καὶ w' τὰς ἀντιστοιχούσας εἰς ἑκάστην τῶν παρατηρήσεων ὥρας.

Σημείωσις 3

Ἐπὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν μεγαίλων τριγώνων.

Θεώρημα τοῦ Legendre

Σφαιρικὸν τρίγωνον ἁλίγον κυρτὸν δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ὡς εὐθύγραμμον τῶν αὐτῶν πλευρῶν ἀρκεῖ ν' ἀφαιρεθῇ ἐξ ἑκάστης τῶν γωνιῶν τοῦ πρώτου τὸ τρίτον τῆς σφαιρικῆς ὑπεροχῆς.

Ἔστωσαν α, β, γ αἱ πλευραὶ τοῦ σφαιρικοῦ τριγώνου κεχαραγμένου ἐπὶ σφαίρας ακτῖνος ρ καὶ A, B, Γ αἱ ἀντικείμεναι γωνίαι. Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἧς ἡ ἀκτὶς εἶνε ἡ μονὰς τὸ ὑμεῖον σφαιρικὸν τρίγωνον τῷ ἄνω τρίγωνῳ θέλει ἔχει ὡς πλευρὰς $\frac{\alpha}{\rho}, \frac{\beta}{\rho}, \frac{\gamma}{\rho}$, καὶ ὅπερ δηλοῦμεν διὰ τῶν γραμμάτων

α', β', γ'. Ο θεμελιώδης τύπος της σφαιρικής τριγωνομετρίας δίδει - - - - - - - - - - - - - -

$$\text{συν}\,\alpha' = \text{συν}\,\beta'\,\text{συν}\,\gamma' + \eta\mu\,\beta'\,\eta\mu\,\gamma'\,\text{συν}\,A$$

έξ ού

$$\text{συν}\,A = \frac{\text{συν}\,\alpha' - \text{συν}\,\beta'\,\text{συν}\,\gamma'}{\eta\mu\,\beta'\,\eta\mu\,\gamma'}$$

Αναπτύσσοντες εἰς τὸ δεύτερον μέλος τὰ ημίτονα καὶ συνημίτονα συναρτήσει τῶν τόξων αὐτῶν παραλείποντες ἐκ τῶν ἀναπτύξεων τούτων τοὺς ἀνωτέρους τῆς τετάρτης τάξεως ὅρους, ὅπερ ἐπιτρέπεται ἐν τῇ ὑποθέσει καθ' ἣν αἱ πλευραὶ α, β, γ εἶναι πολὺ μικραὶ ὡς πρὸς τὴν ακτῖνα ρ ἔχομεν - - - -

$$\text{συν}\,A = \frac{1 - \frac{\alpha'^2}{2} + \frac{\alpha'^4}{24} - \left(1 - \frac{\beta'^2}{2} + \frac{\beta'^4}{24}\right)\left(1 - \frac{\gamma'^2}{4} + \frac{\gamma'^4}{24}\right)}{\left(\beta' - \frac{\beta'^3}{6}\right)\left(\gamma' - \frac{\gamma'^3}{6}\right)}$$

ἐξ οὗ, ἐκτελοῦντες τοὺς πολλαπλασιασμοὺς καὶ παραλείποντες τοὺς ὅρους τοὺς ἀνωτέρους τῆς τετάρτης τάξεως συναγομεν - - - -

$$\text{συν}\,A = \frac{\frac{\beta'^2 + \gamma'^2 - \alpha'^2}{2} + \frac{\alpha'^4 - \beta'^4 - \gamma'^4 - 6\beta'^2\gamma'^2}{24}}{6\gamma'\left(1 - \frac{\beta'^2 + \gamma'^2}{6}\right)}$$

πολλαπλασιάζοντες ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος τοῦ δευτέρου μέλους ἐπὶ - -

$$1 + \frac{\beta'^2 + \gamma'^2}{6}$$

καὶ παραλείποντες τοὺς ἀνωτέρους τῆς τετάρτης τάξεως ὅρους ἔχομεν - - - - - -

$$\sigma\upsilon\nu A = \frac{\beta'^2+\gamma'^2-\alpha'^2}{2\beta'\gamma'} + \frac{\alpha'^4+\beta'^4+\gamma'^4-2\alpha'^2\beta'^2-2\alpha'^2\gamma'^2-2\beta'^2\gamma'^2}{24\,\beta'\gamma'}$$

καὶ ἀντικαθιστῶντες ἀντὶ τῶν α', β', γ' τὰς τιμὰς τῶν $\frac{\alpha}{\rho}\ \frac{\beta}{\rho}\ \frac{\gamma}{\rho}$ ἔχομεν

$$\sigma\upsilon\nu A = \frac{\beta^2+\gamma^2-\alpha^2}{2\beta\gamma} + \frac{\alpha^4+\beta^4+\gamma^4-2\alpha^2\beta^2-2\alpha^2\gamma^2-2\beta^2\gamma^2}{24\,\beta\gamma\rho^2}$$

Ἤδη, ἂν A' δηλαδὴ τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς A γωνίαν τοῦ εὐθυγράμμου τριγώνου, ἔχομεν κατὰ τοὺς τύπους τῶν εὐθυγράμμων τριγώνων - -

$$\sigma\upsilon\nu A' = \frac{\beta^2+\gamma^2-\alpha^2}{2\beta\gamma}$$ καὶ

$$\eta\mu^2 A' = 1-\sigma\upsilon\nu^2 A' = \frac{2\alpha^2\beta^2+2\alpha^2\gamma^2+2\beta^2\gamma^2-\alpha^4-\beta^4-\gamma^4}{4\beta^2\gamma^2}$$

ἀντικαθιστῶντες τὰς τιμὰς ταύτας ἐν τῷ ἀνωτέρω ἰσότητι τοῦ $\sigma\upsilon\nu A$ λαμβάνομεν - - -

$$\sigma\upsilon\nu A = \sigma\upsilon\nu A' - \frac{\beta\gamma\,\eta\mu^2 A'}{6\rho^2}$$

Ἀφ' ἑτέρου ἐὰν τεθῇ $A - A' = \chi$ ποσότης πάντοτε πολὺ μικρὰ δύναται νὰ τεθῇ μὲ μεγίστην προσέγγισιν - - - - - - - - - -

$$\sigma\upsilon\nu A = \sigma\upsilon\nu(A'+\chi) = \sigma\upsilon\nu A' - \chi\,\eta\mu A'$$

ἐξ οὗ συνάγεται ἐὰν ἀντικατασταθῇ ἡ τιμὴ τοῦ $\sigma\upsilon\nu A$ εἰς τὴν ἀνωτέρω - - - - -

$$\chi = \frac{\beta\gamma \cdot \eta\mu A'}{6\rho^2},$$ ἀλλ'

ἐὰν παρασταθῇ διὰ S τὸ ἐμβαδὸν τοῦ εὐθυγράμμου τριγώνου ἔχομεν - - - - - - -

$$S = \frac{\beta\gamma \cdot \eta\mu A'}{2}$$

ἐπομένως $$\chi = \frac{S}{3\rho^2}$$

Οὕτω ἐπιτυγχάνεται - - - - - - - -

$$A = A' + \chi = A' + \frac{1}{3}\frac{S}{\rho^2}$$

ὁμοίως λαμβάνομεν - - - - - - - -

$$B = B' + \frac{1}{3}\frac{S}{\rho^2}$$

$$\Gamma = \Gamma' + \frac{1}{3}\frac{S}{\rho^2}$$

καὶ προσθέτοντες ἐξάγομεν - - - -

$$A + B + \Gamma = A' + B' + \Gamma' + \frac{S}{\rho^2}$$ καὶ

ἐπειδὴ ἐν τῷ εὐθυγράμμῳ τριγώνῳ ἔχομεν

- - - - $A' + B' + \Gamma' = 180^\circ$

λαμβάνομεν $A + B + \Gamma = 180^\circ + \frac{S}{\rho^2}$

Ἀλλὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου διὰ τοῦ τετραγώνου τῆς ἐπιτρεπομένης τῆς σφαίρας παθείσης τὴν σφαιρικὴν ὑπεροχὴν ἣν καλοῦντες διὰ ε - ἔχομεν - - - $\varepsilon = \frac{S}{\rho^2}$ ὅπου

μεθα λειπὸν νὰ θέσωμεν . - - - - - - -

$$A = A' + \frac{1}{3}\varepsilon$$
$$B = B' + \frac{1}{3}\varepsilon$$
$$\Gamma = \Gamma' + \frac{1}{3}\varepsilon$$

ἢ

$$A' = A - \frac{1}{3}\varepsilon$$
$$B' = B - \frac{1}{3}\varepsilon$$
$$\Gamma' = \Gamma - \frac{1}{3}\varepsilon$$

ὅπερ ἐπρόκειτο νὰ δειχθῇ.

Παρατηρεῖται ὅτι αἱ τῶν Γ δηλοῖ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σφαιρικοῦ τριγώνου ἔχομεν :

πλευρὰ - - - - - - - - - -

$$= \frac{\pi}{\rho^2}$$

ἐπομένως συνάγεται - - 5 = Γ

ἤτοι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σφαιρικοῦ τριγώνου ἰσοῦται τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εὐθυγράμμου

Ὅπως γνωσθῇ ἡ ἐπιτυγχανομένη προσέγγισις διὰ τοῦ θεωρήματος τοῦ Legendre ἐνεμείνομεν τὰ ἐξαγόμενα τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ Ruiliant ἐπί τινος ἐκ τῶν μεγαλυτέρων τριγώνων καταμετρηθέντων ἐν Ἰσπανίᾳ ὑπὸ τῶν Biot καὶ Arago. Μία τῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου ὑπελογίσθησαν διὰ τῶν τύπων τῆς σφαιρικῆς τριγωνομετρίας, εὑρέθη ἴση μὲ 82 555 ὀργυιὰς 54, ὑπολογι-

σθεῖσα δὲ διὰ τῶν τύπων τῆς εὐθυγράμμου τρι-
γωνομετρίας εἰς οὓς προηγουμένως εὑρέ-
θώθησαν αἱ γωνίαι τῆς τριαιρικῆς ὑπερογῆς
εὑρέθη ἴση μὲ 82555 ὀρ. 62.

Τέλος

Διδάσκων τῶν Μαθηματικῶν

Περιεχόμενα.

Εἰσαγωγή

Κεφάλαιον Α'

Θεωρία τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ πλανητικοῦ ἡμῶν συστήματος. Μορφὴ τῆς γῆς. Σελ. 1
Πειραματικὴ δείξις τῆς ἐλλειψοειδοῦς μορφῆς τῆς γῆς. . . . . „ 5
Ἀνωμαλίαι ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς . . . . . „ 8

Κεφάλαιον Β'

Γεωγραφικαὶ συντεταγμέναι
Ὁρισμοί . . . . . Σελ. 10
Προσδιορισμὸς τοῦ μεσημβρινοῦ . . „ 11
Περὶ χρόνου ἢ καταμετρήσεως αὐτοῦ „ 12
Προσδιορισμὸς σημείου τινὸς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς . . . . . „ 15
Προσδιορισμὸς τοῦ ἄξονος τοῦ κόσμου „ 17
Ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ζενίθ. Ὕψη τῶν ἀστέρων . . . . . „ 18
Ὕψος τοῦ πόλου εἰς δεδομένον σημεῖον „ 19

Προσδιορισμός τοῦ πλάτους τόπου τινός Σελ. 20
" " μήκους " " " 21
" " " διά τῆς μεταφορᾶς τῶν χρονομέτρων . . . . " 22
Προσδιορισμός τοῦ μήκους διά τῶν εἰκαριαίων σημάτων . . . . . " 23

Κεφάλαιον Γ'

Διαστάσεις τοῦ γηίνου ἐλλειψοειδοῦς.

Τριγωνική δικτύωσις . . . . . Σελ. 25
Καταμέτρησις τῆς βάσεως . . . " 27
Καταμέτρησις τῶν γωνιῶν . . . " 30
Ἀναγγωσις τῶν γωνιῶν διά συνεχοῦς ἐπαναλήψεως (μέθοδος τοῦ Tobie Mayer) " 32
Ἀναγγώσις τῶν γωνιῶν διά τῆς μεθόδου τῶν εἰντεξαρτήτων ἐπαναλήψεων (μέθοδος τοῦ Bessel) . . . . . " 33
Ἐξαγόμενα γεωδαιτικά . . . . " 34
Προσδιορισμός τῶν διαμέτρων τοῦ γηίνου ἐλλειψοειδοῦς . . . . . " 34
Μέτρον μήκος αὐτοῦ . . . . " 38

Τ Ο Π Ο Γ Ρ Α Φ Ι Α.

Κεφάλαιον Α΄

Σκοπὸς τῆς τοπογραφίας . . . . . Σελ. 40
Τοπογραφικὸν ὄριον . . . . . ,, 41
Περὶ πλημμέλων . . . . . ,, 42

Κεφάλαιον Β΄

Εὐθυγραμμίαι . . . . . Σελ. 47
Μολυβδὶς . . . . . ,, 48
Ἀκόντια . . . . . ,, 49
Σημαντῆρες . . . . . ,, 49
Προσδιορισμὸς εὐθυγραμμίας ὅταν τὰ δύω ἄκρα αὐτῆς ἦτι προσιτὰ ἢ ὁρατά. ,, 52
Προσδιορισμὸς εὐθυγραμμίας ὅταν τὰ δύω ἄκρα ἦτι ἀπρόσιτα ἢ δὲν εἶνι ὁρατὰ ἀμοιβαίως . . . . . ,, 53

Κεφάλαιον Γ΄

Ἐργαλεῖα κατάλληλα διὰ τὴν καταμέτρησιν τῶν ἀποστάσεων.

Κανόνες . . . . . Σελ. 54

2ον Διά μίσων τεταγμένων ὑψουμένων ἐπὶ τῆς ἐφαπτομένης 253
Περίπτωσις γενική. Διαχάραξις τόξου κύκλου διά μίσου τεταγμένων ὑψουμένων ἐπὶ τῶν ἐφαπτομένων, ὅταν αὗται ἴσαι . . . 254
1ον Ἐάν δίδηται ΑΤ . . . . . ,,
2ον Ἐάν δίδηται ἡ ἀκτίς . . . . . ,,
3ον Διά δεδομένην τινά τεταγμένην . . ,,
4ον Διά τήν δοχετομοῦσαν . . . . . ,,
5ον Ὡς τιμήν τοῦ βέλους . . . . . ,,
Ἐφαρμογή . . . . . ,,
Τόξον παραβολῆς 258

Κεφάλαιον ΙΔ'.

Ἐμβαδομετρία

1ον Μέθοδος τῶν τραπεζίων . . 261
2ον ,, τοῦ Thomas Simpson . . 262
3ον ,, ,, Poncelet . . . 264

Κεφάλαιον ΙΕ'.

Περί γεωγραφικῶν χαρτῶν

Προβολαί ὀρθογραφικαί . . 268
Κατασκευή τοῦ καννναβίου . . . 269
Προβολαί στερεογραφικαί . . . 270
Θεωρήματα
1ον Πᾶσα τομή ἀντιπαράλληλος πλαγίου κώνου μετά βάσιν κυκλικήν εἶνε κύκλος . 270
2ον Ἡ στερεογραφική προβολή οἱουδήποτε

κύκλου τῆς σφαίρας εἶνι κύκλος . . . 270
3ον Ἐάν δύω τόξα τέμνωνται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ὑπὸ γωνίαν τινα, αἱ στερεγγραφαὶ αὐτῶν πρεβολαὶ τέμνονται ὑπὸ τὴν αὐτὴν γωνίαν 270
Κατασκευὴ τοῦ καννα βίου 274
Σμαλογραφικὸν καννάβιον τοῦ Babinet. 280
Πρεβολὴ τοῦ Lorgna ἢ πρεβολὴ πολικὴ. 285
Πρεβολὴ σφαιροειδὴς . . . 287
1 Κωνικὴ ἀνάπτυξις ἢ ἀνάπτυξις τοῦ Πτολεμαίου 288
2 Κωνικὴ ἀνάπτυξις ἡλιωμένη . . . 294
3 Μέθοδος τοῦ Flamsteed . . . ,,
Ἀνάπτυξις παραδεχθεῖσα διὰ τὸν χάρτην τῆς Γαλλίας 296
Ἀρχαῖος χάρτης τῆς Γαλλίας (Χάρτης τοῦ Cassini.
Ναυτικοὶ χάρται (χάρται τοῦ Mercator) 306
Κατασκευὴ τοῦ καννα βίου . . . 313

Προσθῆκαι.

1 Ἐπὶ τῆς καταμετρήσεως τῶν βάσεων . . 316
2 Προσδιορισμὸς διὰ τῆς μεθόδου τῶν ἀντιστοίχων ὕψεων τοῦ ἀζιμουθίου εὐθείας τινὸς διὰ παρατηρήσεων ἐπὶ τοῦ ἡλίου . . . 317
3 Ἐπὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν μεγάλων τριγώνων Θεώρημα τοῦ Legendre . . . 320

Τέλος

Παραράματα

Σελ.	Στίχ	ἀντὶ	γράφε
12	20	ἡ περιφέρεια τῶν ἀστέρων τέμνει	αἱ περιφέρειαι τῶν κύκλων τούτων τέμνουσι
16	3-4	ἐπὶ τῆς τροχιᾶς της, ΜΝ καὶ	ἐπὶ τῆς τροχιᾶς τῆς ΜΝ καὶ
17	21	ὅστις εἶνε ὡς ἄξων	ὅστις εἶνε ὁ ἄξων
20	26	ἐὰν καλέσωμεν	καλοῦντες
21	13	ὁ προσδιορισμὸς τοῦ πλάτους	ὁ προσδιορισμὸς τοῦ μήκους
28	5	ἡ πρέπει εἰς ἑκάστοτε	ἡ πρέπει ἑκάστοτε
29	9	$M(1-\text{συν}\varphi)=2M\,\text{συν}^2\frac{1}{2}\varphi$	$M(1-\text{συν}\varphi)=2\,\text{ημ}^2\frac{1}{2}\varphi$
36	9	$\rho=\frac{a(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\,\text{συν}^2\lambda)^{\frac{3}{2}}}$	$\rho=\frac{a(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda)^{\frac{3}{2}}}$
36	15	ἡ ἀναπτύσσοντες τὸ $(1-\varepsilon^2\,\text{συν}^2\lambda)^{-\frac{3}{2}}$	ἡ ἀναπτύσσοντες τὸ $(1-\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda)^{-\frac{3}{2}}$
36	14	$\delta=\frac{\pi\rho}{180}=\frac{\pi}{180}\,\frac{a(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\,\text{συν}^2\lambda)^{\frac{3}{2}}}$	$\delta=\frac{\pi\rho}{180}=\frac{\pi}{180}\,\frac{a(1-\varepsilon^2)}{(1-\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda)^{\frac{3}{2}}}$
36	22	$\delta'=\frac{\pi}{180}a(1-\varepsilon^2)(1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda)$	$\delta'=\frac{\pi}{180}a(1-\varepsilon^2)(1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda')$
37	2	$\frac{\delta}{\delta'}=\frac{1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda}{1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda}$	$\frac{\delta}{\delta'}=\frac{1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda}{1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\,\text{ημ}^2\lambda'}$
37	3	ἐν τῇ ὁποίᾳ δ,δ' καὶ λ εἶσι γνωσταί.	ἐν τῇ ὁποίᾳ δ,δ',λ καὶ λ' εἶσι γνωσταί.
38	7-8	ζητοῦσα εἰς ἕνα καὶ μόνον τύπον	ζητοῦσα ν' ἀναγάγῃ εἰς ἕνα καὶ μόνον τύπον
41	11	μὲ τὸ νὰ καταστήσωμεν	μὲ τὸ ν' ἀντικαταστήσωμεν
51	18	καθηλωμένα ἐπὶ τοῦ	καθηλωμένα ἐπὶ τοῦ
55	5	ἐπαναλαμβάνομεν τὴν ἐργασίαν	ἐπαναλαμβάνεται ἡ ἐργασία

Σελ.	Στίχ.	ἀντί	γράφε
57	16	ὅπως δείξῃ	ὅπως δειχθῇ
68	13	τὸ μῆκος εἶνε μεγαλείτερον	τὸ μῆκος εἶνε μικρότερον
70	19	συνεπάγεται	συνεπάγει
,,	21	ἢ ναὶ ληφθῇ	ναὶ ληφθῇ
78	8-9	ἢ οὕτως ὥστε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων ὑπολογιζόμενα ναὶ ἰσοῦνται μὲ τὰ ὑπολογιζόμενα διὰ τοῦ τύπου (1)	οὕτως ὥστε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων ὑπολογιζόμενα νὰ ἰσοῦνται ἐκείνοις τοῖς ὑπολογιζομένοις διὰ τοῦ τύπου (1)
83	4	$0^{\mu},030$, $0^{\mu},004$	$0^{\mu},018 - 0^{\mu},030$
85	21	μετρῶνται	μετρᾶται
92	2	ἢ A, γ ὡς μεταβληταί	ἢ A, Γ ὡς μεταβληταί
96	1	ἐκ τῆς ἀκριβοῦς	ἐκ τῆς μὴ ἀκριβοῦς
93	11	$A = \frac{180^\circ - \psi - Z - 2\chi}{3}$	$A = \frac{180^\circ - \psi - Z + 2\chi}{3}$
108	27	διαιρέσεως τοῦ δίσκου	διαιρέσεως τοῦ βερνιέρου
112	15	ἐφ ἑνὸς	ἐξ ἑνός
113	13-14	τοῦ κινητοῦ δίσκου	τοῦ κινητοῦ δείκτου
117	16-22	κοχλία	κοχλίου
125	9	$\sigma\alpha = 00' + \varepsilon = 180^\circ$	$\sigma\alpha = 00' + \varepsilon + 180^\circ$
131	11	ἀντυγος	ἀκτίνος
141	26	αἱ γωνίαι αἱ σχηματίζουσαι	αἱ γωνίαι ἃς σχηματίζουσιν
145	7-8	σφαιρικὴ ὑπερβολή	σφαιρικὴ ὑπεροχή
147	3	δδ'	δ, δ'
148	16	ἐλάχιστα κατὰ τὰς ἐποχάς	ἐλάχιστα, κατὰ τὰς ἐποχάς.
152	23	γωνιῶν τριγώνων	γωνιῶν τῶν τριγώνων
159	1	ὑπερβολή	ὑπεροχή

Σελ.	Στίχ.	ἀντί	γράφε
176	6-7	τῆς ἐν στάσει	τῆς τραπέζης ἐν στάσει
"	9-10	παραλληλισθῆ μετὰ τῆς δβ	παραλληλισθῆ αβ μετὰ τῆς δβ
183	15-16	δοθεισῶν	ἐκτεθεισῶν
193	22	μεθ' ὅσης ἀκριβείας διὰ σκοπεύσεως	μεθ' ὅσης ἀκριβείας προσδιορίζεται διὰ σκοπεύσεως
194	23	οὕτως παραλληλισμένη	οὕτως εἶνε πε
199	6	6,00ᵐ	6ᵐ,00
201	10	πρὸς ταύτας ἀναφέρεται	πρὸς ταῦτα ἀναφέρεται
208	14	ἄξονος τούτου τὸ φωτεινόν	ἄξονος τούτου, τὸ φωτεινόν
209	26	προσπιπτούσης τινός	προσπιπτούσης τινος ἀκτίνος
218	20-21	μὲ τὴν ἀπόστασιν ἐστιακὴν πρωτεύουσαν	μὲ τὴν πρωτεύουσαν ἐστιακὴν ἀπόστασιν
243	17-18	ἐπικρεμαμένων ἐπὶ τούτου	ἐπικρεμαμένων ἐπὶ τοῦ σύρματος τῆς ὑπονόμου
245	1	καταστεθῆ μὲ ΒΑ	καταστεθῆ ἴση μὲ ΒΑ
250	16-17	εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος	τοῦ αὐτοῦ ὕψους
262	14-15	τοῦ ἐμβαδοῦ πιρατευμένου	τοῦ ἐμβαδοῦ σχήματος πιρατευμένου
310	19	$\int \frac{dx}{\sigma\upsilon\nu^2\lambda} = \int \frac{dx}{1x^2}$	$\int \frac{dx}{\sigma\upsilon\nu^2\lambda} = \int \frac{dx}{1+x^2}$
298	5	τὴν μέσην παράλληλον	τὸν μέσον παράλληλον
307	6	ταυτίζονται	ταυτίζεται
319	2	ὀργάνῳ	τριγώνῳ