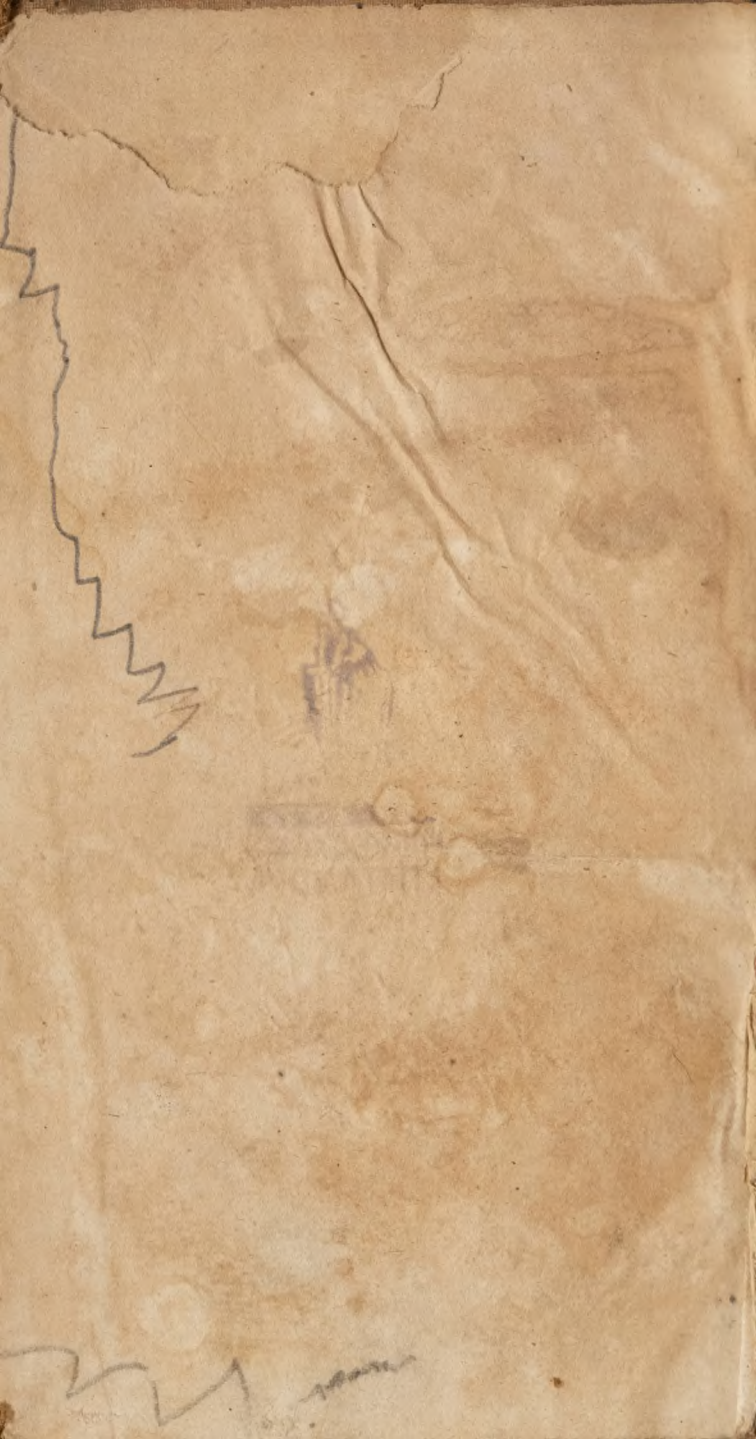




BIBAL OHKH
M. OATATS



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ,

ΕΙΣ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑΝ
ΟΙ ΛΟΓΟΙ ΤΟΤ ΕΡΓΑΖΕΣΘΑΙ ΔΙ' ΑΡΙΘΜΩΝ
ΕΞΗΓΟΥΝΤΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΣ, ΚΑΙ ΕΦΑΡ-
ΜΟΖΟΝΤΑΙ ΣΤΗΘΕΤΙΚΩΣ.

οὕτω

ΕΝΟΝΟΥΣΑ ΤΑ ΠΡΟΤΕΡΗΜΑΤΑ
ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΕΘΟΔΩΝ ΤΟΤ ΔΙΔΑΣΚΕΙΝ,
ΤΗΣ ΚΑΤ' ΕΠΑΓΩΓΗΝ ΚΑΙ ΤΗΣ
ΚΑΤΑ ΣΤΗΘΕΣΙΝ.

ΜΕΤΑΦΡΑΣΘΕΙΣΑ ΕΙΣ ΧΡΗΣΙΝ
ΤΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ.

ΕΝ ΜΕΛΙΤΗ,

Ἐκ τῆς Ἀμερικανῆς Τυπογραφίας.

1832.



ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ.



ΑΡΙΘΜΗΣΙΣ.

¶ 1. Τὸ μοναχὸν πρᾶγμα λέγεται *μ ο ν ᾶ ς*, ἢ *ἕ ν*. ἕν καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *δ ὅ ο*. δύο καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *τ ρ ί α*. τρία καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *τ έ σ σ α ρ α*. τέσσαρα καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *π έ ν τ ε*. πέντε καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *ἑ ξ η*. ἕξη καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *ἑ π τ ᾶ*. ἑπτὰ καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *ὀ κ τ ῶ*. ὀκτὼ καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *ἐ ν ν έ α*. ἐννέα καὶ ἀκόμῃ ἐν λέγονται *δ έ κ α*, κτλ.

Αἱ δηλωτικαὶ ποσοτήτων λέξεις αὗται ὀνομάζονται *ἀ ρ ι θ μ ο ί*. Κατὰ δύο μεθόδους δέ, ἐμπορεῖ τις νὰ φανερόνῃ τοὺς ἀριθμοὺς, χωρὶς νὰ τοὺς γράφῃ μὲ λέξεις, δηλαδή, μὲ *γ ρ ᾶ μ μ α τ α*, καθὼς οἱ Ἕλληνες καὶ οἱ Ῥωμαῖοι, ἢ μὲ *χ α ρ α κ τ ῆ ρ α ς* ἢ *ψ η φ ί α*, καθὼς οἱ Ἀραβες. Ἡ τελευταία μέθοδος, ὡς πολὺν εὐκολωτέρα, ἀκολουθεῖται τὴν σήμερον γενικῶς.

Εἰς τὴν Ἀραβικὴν μέθοδον, καθεὶς ἐκ τῶν ἐννέα πρώτων ἀριθμῶν παραστένεται μὲ ἴδιον αὐτοῦ χαρακτῆρα. Οὕτω,

Ἡ μ ο ν ᾶ ς, ἢ τὸ ἕ ν,	παραστένεται μὲ	}	1
τὸν χαρακτῆρα			
Δύο			2
Τρία			3
Τέσσαρα			4

Πέντε	5
Ἑξη	6
Ἑπτὰ	7
Ὀκτώ	8
Ἑννέα	9
Ὁ δέκα δὲν παραστένεται μὲ ἴδιον αὐτοῦ χα- ρακτῆρα· ἀλλὰ θεωρεῖται ὡς μονὰς δευτέρας ἢ ἀνωτέρας τάξεως, συγκειμένης ἀπὸ δεκάδας, καὶ παραστένεται μὲν μὲ τὸν ἴδιον χαρακτῆρα (1) ὡς ἡ μονὰς τῆς πρώτης ἢ κατωτάτης τά- ξεως, βάλλεται ὁμῶς εἰς τὸν δεύτερον τό- πον ἀπὸ τὰ δεξιὰ, ἡγουν, εἰς τὸ ἀριστερὸν πλευρὸν τῶν μονάδων· ἐπειδὴ δὲ εἰς ταύτην τὴν περίστασιν δὲν εἶναι μονάδες νὰ γραφῶσιν ἐν- τάμα του, γράφομεν, εἰς τὸν τόπον τῶν μονά- δων, μηδενικὸν, (0,) τὸ ὁποῖον ἀφ' ἑαυτοῦ δὲν σημαίνει τίποτε· οὕτω, Δέκα	
Μία δεκάς καὶ μία μονὰς λέγονται . . . }	11
Ἑνδεκα	
Μία δεκάς καὶ δύο μονάδες λέγονται . . . }	12
Δώδεκα	
Μία δεκάς καὶ τρεῖς μονάδες λέγον- ται	13
Δεκατρία	
Μία δεκάς καὶ τέσσαρες μονάδες λέγον- ται	14
Δεκατέσσαρα	
Μία δεκάς καὶ πέντε μονάδες λέγον- ται	15
Δεκαπέντε	
Μία δεκάς καὶ ἕξ μονάδες λέγονται . . . }	16
Δεκαἕξ	
Μία δεκάς καὶ ἑπτὰ μονάδες λέγονται . . . }	17
Δεκαεπτὰ	
Μία δεκάς καὶ ὀκτὼ μονάδες λέγονται . . . }	18
Δεκαοκτὼ	

Μία δεκάς καὶ ἐννέα μονάδες λέγονται	{	19
Δεκαεννέα	}	
Δύο δεκάδες λέγονται	.	Εἴκοσι 20
Τρεῖς δεκάδες λέγονται	.	Τριάκοντα 30
Τέσσαρες δεκάδες λέγονται	.	Τεσσαράκοντα 40
Πέντε δεκάδες λέγονται	.	Πεντήκοντα 50
Ἑξή δεκάδες λέγονται	.	Ἑξήκοντα 60
Ἑπτὰ δεκάδες λέγονται	.	Ἑβδομήκοντα 70
Ὀκτὼ δεκάδες λέγονται	.	Ὀγδοήκοντα 80
Ἐννέα δεκάδες λέγονται	.	Ἐννεήκοντα 90
Δέκα δεκάδες λέγονται	ἐκατόν· ὁ ἀριθμὸς δ' οὗτος, ὁ ἐκατόν, εἶναι μονὰς τρίτης, ἀνωτέρας ἀκόμῃ τάξεως, συγκειμένης ἀπὸ ἐκατοντάδων, καὶ παραστένεται μὲν μετὸν ἴδιον χαρακτῆρα (1) ὡς ἡ μονὰς ἐκάστης τῶν προηγουμένων τάξεων, ἀλλὰ γράφεται ἕνα τόπον μακρότερα πρὸς τὰ ἀριστερά, δηλαδή, εἰς τὸ ἀριστερόν πλευρόν τῶν δεκάδων· οὕτω, Ἐκατόν 100	
Μία ἐκατοντάς, μία δεκάς, καὶ μία μονάς, λέγονται . . . Ἐκατόν ἐνδεκά	{	111

¶ 2. Ὁ χρόνος σύγκειται ἀπὸ τριακοσίας ἑξήκοντα πέντε ἡμέρας. Εἰς τὸν ἀριθμὸν τοῦτον περιέχονται ὅλαι αἱ ἤδη περιγραφεῖσαι τάξεις, δηλαδή, μονάδες, δεκάδες, καὶ ἐκατοντάδες. Ἄς ἐνθυμώμεθα ὅτι αἱ μονάδες κρατοῦν τὸν πρῶτον τόπον εἰς τὰ δεξιὰ· αἱ δεκάδες, τὸν δεῦτερον τόπον ἀπὸ τὰ δεξιὰ· αἱ ἐκατοντάδες, τὸν τρίτον τόπον. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος ἐμπορεῖ τώρα νὰ διαλυθῇ, ἡγουν, νὰ χωρισθῇ εἰς μέρη, δείχνων πᾶσαν τάξιν καθ' ἑαυτήν, ὡς ἀκολουθῶς. Ἡ ἀνωτάτη τάξις, ἡ αἱ ἐκατοντά-

δεξ, εἶναι τρεῖς, παραστενόμεναι με τὸν χαρακτῆρα τοῦτον, 3. ἀλλὰ, διὰ νὰ κρατῇ αὐτὸς ὁ χαρακτήρ τὸν τρίτον τόπον, τὸν εἰς τὰ ἀριστερά, πρέπει νὰ ἔχη κατόπιν τε δύο μηδενικά, οὕτω, 300, (τριακόσια.) Ἡ ἀκόλουθος κατωτέρα τάξις, ἥ αἱ δεκάδες, εἶναι ἕξη, (ἕξη δεκάδες εἶναι ἐξήκοντα,) παραστενόμεναι με τὸν χαρακτῆρα τοῦτον, 6. ἀλλὰ διὰ νὰ κρατῇ αὐτὸς ὁ χαρακτήρ τὸν δεύτερον τόπον, ὅστις εἶναι ὁ τόπος τῶν δεκάδων, πρέπει νὰ ἔχη κατόπιν του ἓν μηδενικόν, οὕτω, 60, (ἐξήκοντα.) Ἡ κατωτάτη τάξις, ἥ αἱ μονάδες, εἶναι πέντε, παραστενόμεναι με ἓνα μόνον χαρακτῆρα, οὕτω, 5, (πέντε.)

Δυνάμεθα τώρα νὰ βάλωμεν ὁμῶς τὰ μέρη ὅλα τοῦτα, πρῶτον καταγράφοντες τὰς πέντε μονάδας διὰ τὸν εἰς τὰ δεξιὰ χαρακτῆρα, οὕτω, 5. ἔπειτα τὰς ἕξη δεκάδας (60) εἰς τὰ ἀριστερά τῶν μονάδων, οὕτω, 65. ἔπειτα τὰς τρεῖς ἑκατοντάδας (300) εἰς τὰ ἀριστερά τῶν ἕξη δεκάδων, οὕτω, 365, ὅστις ἀριθμὸς, οὕτω γραμμένος, ἐμπορεῖ νὰ ἀναγνωσθῇ, τρεῖς ἑκατοντάδες, ἕξη δεκάδες, καὶ πέντε μονάδες. ἢ, ὡς συνηθέστερα, τριακόσια ἐξήκοντα πέντε.

¶ 3. Ἐκ τούτων φαίνεται ὅτι οἱ χαρακτῆρες ἔχουν διάφορον ἀξίαν κατὰ τὸν ὁποῖον κρατοῦν τόπον, αὐξανομένην ὅσον προβαίνομεν εἰς τὰ ἀριστερά.

Ἑκατ.
Δεκάδ.
Μονάδ.

Λάβε ὡς παράδειγμα τὸν ἀριθμὸν 3 3 3, γινόμενον διὰ τοῦ αὐτοῦ χαρακτῆρος τρεῖς λαμβανομένου. Ὁ 3 εἰς τὰ δεξιὰ, ἢ εἰς τὸν πρῶτον τόπον, σημαίνει 3 μονάδας· ὁ ἴδιος χαρακτήρ, εἰς τὸν δεῦτερον τόπον, σημαίνει 3 δεκάδας, ἢ τριάκοντα· ἡ ἀξία του εἶναι τώρα δεκάκις μεγαλητέρα. Πάλιν, ὁ ἴδιος χαρακτήρ, εἰς τὸν τρίτον τόπον, δὲν σημαίνει οὔτε 3 μονάδας, οὔτε 3 δεκάδας, ἀλλὰ 3 ἑκατοντάδας, δηλαδή, ἡ ἀξία του τώρα εἶναι δεκάκις ὅση ἦτον εἰς τὸν ἀμέσως προηγούμενον τόπον, τὸν τόπον τῶν δεκάδων· οὗτος δὲ εἶναι θεμελιώδης νόμος εἰς τὴν σημείωσιν, ἑκαστος χαρακτήρ, μετακινούμενος ἓνα τόπον εἰς τὰ ἀριστερά, αὐξάνει τὴν ἀξίαν του ΔΕΚΑΚΙΣ.

Δέκα ἑκατοντάδες κάμνουν μίαν χιλιάδα, ἢ μονάδα τῆς τετάρτης τάξεως. Ἐπειτα ἀκολουθοῦν δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες χιλιάδων, κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὡς δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες μονάδων. Τὰς χιλιάδας διαδέχονται ἑκατομμύρια, δισεκατομμύρια, κτλ., εἰς ἑκαστον τῶν ὁποίων, ὡς εἰς τὰς μονάδας καὶ τὰς χιλιάδας, δίδονται τρεῖς τόποι, καθὼς παραστένεται εἰς τὰ ἐξῆς παραδείγματα,

Τετρακισεκατομμυρίων.			Τρισεκατομμυρίων.			Δισεκατομμυρίων.			Ἐκατομμυρίων.			Χιλιάδων.			Μονάδων.		
{			{			{			{			{			{		
Μονάδες			Ἐκατοντάδες			Ἐκατοντάδες			Ἐκατοντάδες			Ἐκατοντάδες			Ἐκατοντάδες		
1ον	3	1	7	4	5	9	2	8	3	7	4	6	3	5	1	2	
2ον	3,	1	7	4,	5	9	2,	8	3	7,	4	6	3,	5	1	2,	
{			{			{			{			{			{		
6η περίοδος, ἢ πε- ρισσεκατομμυρίων.			5η περίοδος, ἢ πε- ρίοδος τῶν Τρισε- κατομμυρίων.			4η περίοδος, ἢ πε- ρίοδος τῶν Δισε- κατομμυρίων.			3η περίοδος, ἢ πε- ρίοδος τῶν Ἐκα- τομμυρίων.			2α περίοδος, ἢ πε- ρίοδος τῶν Χίλι- άδων.			1η περίοδος, ἢ πε- ρίοδος τῶν Μο- νάδων.		

Διὰ τὴν εὐκολύνεται ἡ ἀνάγνωσις τῶν μεγάλων ἀριθμῶν, χωρίζονται μὲ ὑποστιγμὰς εἰς περιόδους, συγκειμένας ἀπὸ τρεῖς χαρακτῆρας, ὡς εἰς τὸ 2ον παράδειγμα. Γνωρίζοντες τὰ ὀνόματα καὶ τὴν τάξιν τῶν περιόδων, ἐμποροῦμεν, διὰ τὸν χωρισμὸν τοῦτον, νὰ ἀναγινώ-

σκωμεν ἀριθμούς, ἔχοντας πολλὰ ψηφία, τόσον
εὐκόλα, ὅσον ἐμποροῦμεν νὰ ἀναγνώσωμεν τρία
ψηφία μόνον. Οὕτω, τὰ ἄνω παραδείγματα
ἀναγινώσκονται 3 (τρία) Τετρακισεκατομμύρια,
174 (ἐκατὸν ἐβδομήκοντα τέσσαρα) Τρισεκα-
τομμύρια, 592 (πεντακόσια ἐννεήκοντα δύο)
Δισεκατομμύρια, 837 (ὀκτακόσια τριάκοντα
ἐπτὰ) Ἐκατομμύρια, 463 (τετρακόσιαι ἐξήκον-
τα τρεῖς) Χιλιάδες, 512 (πεντακόσια δώδεκα.)

Ταυτοτρόπως ἀναγινώσκονται καὶ οἱ ἀριθμοὶ
εἰς τὸν ἐξῆς

ΠΙΝΑΚΑ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΣΕΩΣ.

							Αἱ ἄνωθεν τοῦ πίνα- κος λέξεις χρησιμεύουν δι' ὅλας τὰς ποσότητας ἢ τοὺς ἀριθμούς, καὶ οἱ ἀρχαριοὶ πρέπει νὰ τὰς μανθάνωσιν ἐκ στήθους ἐντελῶς, διὰ νὰ τὰς ἐφ- αρμόζωσιν εὐκόλως, ὅ- ταν ἡ χρεῖα τὸ καλῇ.	
Ἐκατοντάδες Ἐκατομμυρίων.	Δεκάδες Ἐκατομμυρίων.	Ἐκατομμύρια.	Ἐκατοντάδες Χιλιάδων.	Δεκάδες Χιλιάδων.	Χιλιάδες.	Ἐκατοντάδες.	Δεκάδες.	Μονάδες.
.	.	.	.	.	.	.	7	5, 6, 7, 8, 9, 0, οἱ ἐννέα
.	.	.	.	.	.	.	8	πρῶτοι λέγονται κα-
.	.	.	.	.	4	3	2	ποτε σημαντικοὶ χα-
.	.	.	.	.	7	0	5	ρακτῆρες, εἰς διαστολὴν
.	.	.	8	6	2	0	0	ἀπὸ τὸν τελευταῖον, ὅς-
.	.	9	0	0	3	7	1	τις ἀφ' ἐαυτοῦ μὲν δὲν
.	5	0	8	6	0	0	0	ἀξίζει τίποτε, ἀλλὰ βαλ-
1	0	3	0	2	0	7	0	λόμενος εἰς τὸ δεξιὸν
8	0	6	1	0	5	4	0	9 πλευρὸν ἄλλου χαρα-
κτῆρος, ἀυξάνει τὴν ἀξίαν ἐκείνου τοῦ χαρα-								

κτῆρος, ὡς ἤθελε τὴν αὐξήσει· ὅποιοσδήποτε ση-
μαντικὸς χαρακτήρ, ἡγουν, δεκάκις.

Σημείωσις. Ἐν ὁ μαθητὴς εὖρη δύσκο-
λον τὴν ἀνάγνωσιν τῶν ἐπομένων ἀριθμῶν, ἅς
τοὺς μεταγράψῃ πρῶτον, καὶ ἅς τοὺς χωρίσῃ
εἰς περιόδους.

5768	52831209	286297314013
34120	175264013	5203845761204
701602	3456720834	13478120673019
6539285	25037026531	341246801734526

Ἡ μὲ χαρακτῆρας παράστασις ἀριθμῶν, (ὡς
ἐδείχθη τώρα,) καλεῖται **Σημείωσις**. Ἡ
ἀνάγνωσις δὲ ἀριθμῶν μὲ χαρακτῆρας κατα-
γραμμένων, καλεῖται **Ἀρίθμησις**.

Ἀφοῦ μάθῃ ὁ διδασκόμενος νὰ ἀναγινώσκη
ὅρθα ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς εἰς τὸν προηγούμε-
νον πίνακα, δύναται νὰ προχωρήσῃ εἰς τὸ νὰ
παραστήσῃ τοὺς ἀκολουθοῦντας ἀριθμοὺς διὰ ψη-
φίων.

1. Ἑβδομήκοντα ἑξή.
2. Ἑκατὸν ἑπτὰ.
3. Χίλια διακόσια.
4. Χίλια ὀκτακόσια.
5. Δύο χιλιάδες ἑπτακόσια δεκαεννέα.
6. Τέσσαρες χιλιάδες ἑννεακόσια ἑξήκοντα.
7. Ἑννεήκοντα δύο χιλιάδες τεσσαράκοντα
πέντε.
8. Ἑκατὸν χιλιάδες.
9. Δύο ἑκατομμύρια, ὀγδοήκοντα χιλιάδες,
ἑπτακόσια.

10. Ἑκατὸν ἑκατομμύρια, ἑκατὸν χιλιάδες, ἑκατὸν ἓν.

11. Πεντήκοντα δύο ἑκατομμύρια, ἕξ χιλιάδες, εἴκοσι.

12. Ἑξ δισεκατομμύρια, ἑπτὰ ἑκατομμύρια, ὀκτὼ χιλιάδες, ἑννεακόσια.

13. Ἐννεήκοντα τέσσαρα δισεκατομμύρια, δεκαοκτὼ χιλιάδες, ἑκατὸν δεκαεπτὰ.

14. Ἑκατὸν τριάκοντα δύο δισεκατομμύρια, διακόσια ἑκατομμύρια, καὶ ἑννέα.

15. Πέντε τρισεκατομμύρια, ἑξήκοντα δισεκατομμύρια, δώδεκα ἑκατομμύρια, καὶ δέκα χιλιάδες.

16. Ἑπτακόσια τρισεκατομμύρια, ὀγδοήκονα ἕξ δισεκατομμύρια, καὶ ἑπτὰ ἑκατομμύρια.

ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ

ΑΠΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 4. 1. Ὁ Ἰάκωβος εἶχε 5 ῥοδάκινα, ἡ μήτηρ του τὸν ἔδωκε 3 ῥοδάκινα ἀκόμη· πόσα ῥοδάκινα εἶχε τότε ;

2. Ὁ Ἰωάννης ἡγόρασεν ἀβάκιον 25 λεπτά, βιβλίον 8 λεπτά· πόσα λεπτά ἔδωκε καὶ τὰ δύο ;

3. Ὁ Πέτρος ἡγόρασε μίαν πάλαν 36 λεπτά, καὶ, μεταπωλήσας τὴν, ἐκέρδησεν 9 λεπτά· πόσα λεπτά τὴν ἐπώλησε ;

4. Ὁ Δημήτριος ἔδωκεν εἰς ἓν παιδίον 15 καρύδια, εἰς ἓν ἄλλο 8, καὶ εἶχεν ἀκόμη 7· πόσα καρύδια εἶχεν εἰς τὴν ἀρχήν ;

5. Ἀνθρωπὸς τις ἡγόρασεν ἐν ἄλογον 54 τάλλαρα· τὸ ἐκράτησεν ὀλίγον καιρὸν, καὶ ἐξώ-

δευσε διὰ τὴν τροφήν του 8 τάλλαρα· ἔπειτα τὸ ἐπώλησε, καὶ ἐκέρδησε 5 τάλλαρα· πόσα τὸ ἐπώλησε;

6. Ἀνθρωπὸς τις ἠγόρασε τρεῖς ἀγελάδας· διὰ τὴν πρώτην ἔδωκεν 9 τάλλαρα, διὰ τὴν δεύτεραν ἔδωκε 12 τάλλαρα, καὶ διὰ τὴν τρίτην ἔδωκε 10 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα ἔδωκε δι' ὅλης τὰς ἀγελάδας;

7. Ὁ Σαμουὴλ ἠγόρασε πορτογάλλια 8 λεπτά, ἐν βιβλίον 17 λεπτά, μαχαίριον 20 λεπτά, καὶ καρύδια τινὰ 4 λεπτά· πόσα λεπτά ἐξώδευσε;

8. Ἀνθρωπὸς τις εἶχε 3 μοσχάρια, καθὲν ἀπὸ τὰ ὅποια ἤξιζε 2 τάλλαρα, 4 μοσχάρια, καθὲν ἀπὸ τὰ ὅποια ἤξιζε 3 τάλλαρα, καὶ 7 μοσχάρια, καθὲν ἀπὸ τὰ ὅποια ἤξιζε 5 τάλλαρα· πόσα μοσχάρια εἶχε;

9. Ἀνθρωπὸς τις ἐπώλησε μίαν ἀγελάδα 16 τάλλαρα, ἐν ἄλογον 20 τάλλαρα, σιτάριον 25 τάλλαρα, καὶ βούτυρον 5 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα πρέπει νὰ λάβῃ;

Εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα, βάλλομεν ἐντάμα δύο ἢ πλειότερους ἀριθμούς, καὶ κάμνομεν ἓνα ὁλόκληρον ἀριθμόν· ἡ πρᾶξις αὕτη λέγεται *Πρόσθεσις*, καὶ ὁ ὁλόκληρος ἀριθμὸς λέγεται τὸ *κεφάλαιον*.

10. Ἀνθρωπὸς τις μὲ χρεωστεῖ 5 τάλλαρα, ἄλλος μὲ χρεωστεῖ 6 τάλλαρα, ἄλλος 8 τάλλαρα, ἄλλος 14 τάλλαρα, ἔῃ ἄλλος 3 τάλλαρα· τί εἶναι τὸ κεφάλαιον τῶν ὅσα μὲ χρεωστοῦνται;

11. Τί εἶναι τὸ κεφάλαιον 4, 3, 7, 2, 8, καὶ 9 ταλλάρων;

12. Εἰς σχολεῖόν τι 9 σπουδάζουν γραμμα-

τικήν, 15 σπουδάζουν ἀριθμητικήν, 20 καταγίνονται εἰς τὴν καλλιγραφίαν, καὶ 12 σπουδάζον γεωγραφίαν. ὅλοι ἐντάμα οἱ μαθηταὶ πόσοι εἶναι;

ΣΗΜΕΊΑ. Ὁ σταυρὸς, +, μία ὀριζόντιος γραμμὴ, καὶ ἡ ἄλλη κάθετος, εἶναι τὸ σημεῖον τῆς προσθέσεως. Ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὸ μέσον δύο ἀριθμῶν, δηλοῖ ὅτι ὁ ἕνας πρέπει νὰ προστεθῇ εἰς τὸν ἄλλον. Κάποτε ἀναγινώσκεται π λ έ ο ν.

Δύο παράλληλοι, ὀριζόντιοι γραμμαὶ, =, εἶναι τὸ σημεῖον ἰσότητος. Δηλοῖ ὅτι ὁ ἔμ π ρ ο σ θ έ ν τ ε ἀριθμὸς εἶναι ἴσος μὲ τὸν κα τ ὀ π ι ν του ἀριθμόν. Οὕτω, $5 + 3 = 8$ ἀναγινώσκεται 5 καὶ 3 εἶναι 8. ἢ, 5 π λ έ ο ν 3 εἶναι ἴσον μὲ 8.

Τοιοῦτοτρόπως ἄς διδαχθῇ ὁ ἀρχάριος νὰ μάθῃ ἐκ στήθους τὸν ἀκόλουθον

ΠΙΝΑΚΑ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΣΕΩΣ.*

2	χ	0	=	2	3	χ	0	=	3	4	χ	0	=	4	5	χ	0	=	5
2	χ	1	=	3	3	χ	1	=	4	4	χ	1	=	5	5	χ	1	=	6
2	χ	2	=	4	3	χ	2	=	5	4	χ	2	=	6	5	χ	2	=	7
2	χ	3	=	5	3	χ	3	=	6	4	χ	3	=	7	5	χ	3	=	8
2	χ	4	=	6	3	χ	4	=	7	4	χ	4	=	8	5	χ	4	=	9
2	χ	5	=	7	3	χ	5	=	8	4	χ	5	=	9	5	χ	5	=	10
2	χ	6	=	8	3	χ	6	=	9	4	χ	6	=	10	5	χ	6	=	11
2	χ	7	=	9	3	χ	7	=	10	4	χ	7	=	11	5	χ	7	=	12
2	χ	8	=	10	3	χ	8	=	11	4	χ	8	=	12	5	χ	8	=	13
2	χ	9	=	11	3	χ	9	=	12	4	χ	9	=	13	5	χ	9	=	14

* Μὴν ἔχοντες σημεῖα τῆς προσθέσεως, μεταχειρίζομεθα εἰς τὸν πον αὐτῶν τὸ χ.

6 ζ 0 = 6	7 ζ 0 = 7	8 ζ 0 = 8	9 ζ 0 = 9
6 ζ 1 = 7	7 ζ 1 = 8	8 ζ 1 = 9	9 ζ 1 = 10
6 ζ 2 = 8	7 ζ 2 = 9	8 ζ 2 = 10	9 ζ 2 = 11
6 ζ 3 = 9	7 ζ 3 = 10	8 ζ 3 = 11	9 ζ 3 = 12
6 ζ 4 = 10	7 ζ 4 = 11	8 ζ 4 = 12	9 ζ 4 = 13
6 ζ 5 = 11	7 ζ 5 = 12	8 ζ 5 = 13	9 ζ 5 = 14
6 ζ 6 = 12	7 ζ 6 = 13	8 ζ 6 = 14	9 ζ 6 = 15
6 ζ 7 = 13	7 ζ 7 = 14	8 ζ 7 = 15	9 ζ 7 = 16
6 ζ 8 = 14	7 ζ 8 = 15	8 ζ 8 = 16	9 ζ 8 = 17
6 ζ 9 = 15	7 ζ 9 = 16	8 ζ 9 = 17	9 ζ 9 = 18

5 ζ 9 = πόσα ;
 8 ζ 7 = πόσα ;
 4 ζ 3 ζ 2 = πόσα ;
 6 ζ 4 ζ 5 = πόσα ;
 2 ζ 0 ζ 4 ζ 6 = πόσα ;
 7 ζ 1 ζ 0 ζ 8 = πόσα ;
 3 ζ 0 ζ 9 ζ 5 = πόσα ;
 9 ζ 2 ζ 6 ζ 4 ζ 5 = πόσα ;
 1 ζ 3 ζ 5 ζ 7 ζ 8 = πόσα ;
 4 ζ 2 ζ 3 ζ 4 ζ 5 ζ 6 = πόσα ;
 8 ζ 9 ζ 0 ζ 2 ζ 4 ζ 5 = πόσα ;
 6 ζ 2 ζ 5 ζ 0 ζ 8 ζ 3 = πόσα ;

¶ 5. "Όταν οἱ μέλλοντες νὰ προστεθῶσιν ἀριθμοὶ ἦναι μικροὶ, ἡ πρόσθεσις γίνεται εὐκόλα εἰς τὸν νοῦν· ἀλλὰ πολλάκις εἶναι εὐκολώτερον, ἢ καὶ ἀναγκαῖον, νὰ καταγράψωμεν τοὺς ἀριθμοὺς πρὶν τοὺς προσθέσωμεν.

13. Ὁ Γεώργιος εἶχε 43 λεπτά, ὁ πατήρ του τὸν ἔδωκεν ἀκόμη 25 λεπτά· πόσα λεπτά εἶχε τότε;

Ἐνας ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς τούτους περιέχει 4 δεκάδας καὶ 3 μονάδας. Ὁ ἄλλος ἀριθμὸς περιέχει 2 δεκάδας καὶ 5 μονάδας. Διὰ τὰ ἐνώ-
σης τοὺς δύο τούτους ἀριθμοὺς καὶ τὰ τοὺς
κάμης ἕνα, κατὰγραψέ τους τὸν ἕνα ὑποκάτω
τοῦ ἄλλου, βάλλων τὰς μονάδας τοῦ ἐνὸς
ἀριθμοῦ κατευθεῖαν ὑποκάτω τῶν μονάδων
τοῦ ἄλλου, καὶ τὰς δεκάδας τοῦ ἐνὸς ἀριθμοῦ
κατευθεῖαν ὑποκάτω τῶν δεκάδων τοῦ ἄλ-
λου, οὕτω·

43 λεπτά.	Ἀφοῦ γράψῃς οὕτω τοὺς
25 λεπτά.	ἀριθμοὺς, σύρε μίαν γραμ-
—	μὴν ὑποκάτω.

43 λεπτά.	Ἀρχίζομεν ἔπειτα εἰς τὰ
25 λεπτά.	δεξιά, καὶ προσθέτομεν τὰς 5
—	μονάδας τοῦ κάτω ἀριθμοῦ
8	εἰς τὰς 3 μονάδας τῆ ἄνω ἀ-
	ριθμοῦ, κάμνοντες 8 μονάδας,
	τὰς ὁποίας καταγράφομεν
	εἰς τὸν τόπον τῶν μονάδων.

43 λεπτά.	Προχωροῦμεν ἔπειτα εἰς
25 λεπτά.	τὴν ἀκόλουθον στήλην, καὶ προ-
—	σθέτομεν τὰς 2 δεκάδας τοῦ
	κάτω ἀριθμοῦ εἰς τὰς 4 δε-
	κάδας τῆ ἄνω ἀριθμοῦ, κά-
	μνοντες 6 δεκάδας, ἢ 60, τὰς
	ὁποίας καταγράφομεν εἰς
	τὸν τόπον τῶν δεκάδων, καὶ
	τὸ ἔργον εἶναι τελειωμένον.

Ἀπόκ. 68 λεπτά.

Φαίνεται τώρα ὅτι ὅλα ἐντάμα τὰ λεπτά
τοῦ Γεωργίου εἶναι 6 δεκάδες καὶ 8 μονάδες, ἢ
68 λεπτά· δηλαδή, $43 + 25 = 68$.

14. Γεωργός τις ἡγόρασε μίαν ἄμαξαν 210 τάλλαρα, ἐν ἄλογον 70 τάλλαρα, καὶ τὴν στρῶσιν τοῦ ἄλόγου 9 τάλλαρα· πόσον ἦτο τὸ ὅλον ;

Γράψε τοὺς ἀριθμοὺς καθὼς εἶπαμεν ἀρχήτερα, μὲ μονάδας ὑποκάτω μονάδων, δεκάδας ὑποκάτω δεκάδων, κτλ.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Πρόσθεσε καθὼς

Ἀμαξα,	210 τάλλαρα.	ἀρχήτερα.	Αἱ μονά-
Ἄλογον,	70 τάλλαρα.	δες θέλουν εἶσθαι 9,	
Στρῶσις,	9 τάλλαρα.	αἱ δεκάδες 8, καὶ αἱ ἐ-	
		κατοντάδες 2· ἤγουν,	
Ἀπόκρισις,	289 τάλλαρα.	$210 \pm 70 \pm 9 = 289$.	

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γίνονται καὶ τὰ ἐξῆς παραδείγματα.

15. Ἀνθρωπός τις εἶχε 15 πρόβατα εἰς μίαν βοσκήν, 20 εἰς ἄλλην βοσκήν, καὶ 143 εἰς ἄλλην· πόσα πρόβατα εἶχεν εἰς τὰς τρεῖς βοσκάς ; $15 \pm 20 \pm 143 =$ πόσα ;

16. Ἀνθρωπός τις ἔχει τρία χωράφια· τὸ ἐν περιέχει 500 ὀργυιάς, τὸ ἄλλο 213, καὶ τὸ ἄλλο 76· πόσαι ὀργυιαί εἰς τὰ τρία χωράφια ; $500 \pm 213 \pm 76 =$ πόσα ;

17. Ἠγόρασα χωράφιον 2316 τάλλαρα, καὶ, μεταπωλήσας το, ἐκέρδησα 550 τάλλαρα· πόσα ἐπώλησα τὸ χωράφιον ; $2316 \pm 550 =$ πόσα ;

Ἔως τώρα τὸ κεφάλαιον μιᾶς ὁποιασδήποτε στήλης δὲν ὑπερέβη 9· ὁθεν ἐφανερώσαμεν αὐτὸ μὲ ἐν μοναδικὸν ψηφίον. Ἀλλὰ συμβαίνει πολλάκις, καὶ τὸ κεφάλαιον μιᾶς μοναδικῆς στήλης ὑπερβαίνει 9, καὶ, ἀκολουθῶς, χρειάζονται δύο ψηφία διὰ νὰ τὸ φανερώσωμεν.

18. Ἐχω τρεῖς σάκκους χρημάτων. Ὁ πρῶτος περιέχει 876 τάλλαρα, ὁ δεύτερος, 653 τάλλαρα, ὁ τρίτος, 524 τάλλαρα· τί εἶναι τὸ κεφάλαιον τῶν περιεχομένων εἰς ὅλους τοὺς σάκκους;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Καταγράφοντες τοὺς ἀριθμοὺς καθὼς ἤδη εἶπαμεν, ἀρχίζομεν ἀπὸ τὴν εἰς τὰ δεξιὰ στήλην, ἢ τὴν στήλην τῶν μονάδων, καὶ εὐρίσκομεν ὅτι τὸ κεφάλαιον εἶναι 13, δηλαδή, 3 μονάδες καὶ 1 δεκάς. Βάλλοντες τὰς 3 μονάδας, ἢ τὸ δεξιὸν ψηφίον, εἰς τὸν τόπον τῶν μονάδων, κατευθεῖαν ὑποκάτω τῆς στήλης, κρατοῦμεν τὴν 1 δεκάδα, ἢ τὸ ἀριστερὸν ψηφίον, νὰ προστεθῇ ἐντάμα μὲ τὰς ἄλλας δεκάδας, εἰς τὴν ἀκόλουθον στήλην· λέγοντες, 1, τὸ ὁποῖον ἐκρατούσαμεν, εἰς 2 κάμνει 3, καὶ 5 εἶναι 8, καὶ 7 εἶναι 15, ὁ ὁποῖος ἀριθμὸς εἶναι 5 μονάδες τῆς ἰδίας τοῦ τάξεως, καὶ 1 μονάς τῆς ἀκολουθοῦσας ἀνωτέρας τάξεως, δηλαδή, 5 δεκάδες καὶ 1 ἑκατοντάς. Βάλλοντες τὰς 5 δεκάδας, ἢ τὸ ψηφίον τῆς δεξιᾶς χειρὸς, κατευθεῖαν ὑποκάτω τῆς στήλης τῶν δεκάδων, κρατοῦμεν τὸ ψηφίον τῆς ἀριστερᾶς χειρὸς, ἢ 1 ἑκατοντάδα, νὰ προστεθῇ εἰς τὴν στήλην τῶν ἑκατοντάδων· λέγοντες, 1 εἰς 5 εἶναι 6, καὶ 6 εἶναι 12, καὶ 8 εἶναι 20· ἐπειδὴ δὲ ἡ στήλη τῶν ἑκατοντάδων εἰς ταύτην τὴν περίστασιν εἶναι ἡ τελευταία, καταγράφομεν ὅλον τὸν ἀριθμὸν, βάλλοντες τὸ 0, ἢ τὸ ψηφίον τῆς δεξιᾶς χειρὸς, κατευθεῖαν ὑποκάτω τῆς στήλης, καὶ προβιβάζοντες τὸν 2, ἢ τὸ ψη-

φίον τῆς ἀριστερᾶς χειρὸς, εἰς τὸν ἀκόλουθον τόπον, ἢ τόπον τῶν χιλιάδων. Ὅθεν εὐρίσκομεν ὅτι τὸ ὅλον κεφάλαιον τῶν περιεχομένων εἰς τοὺς τρεῖς σάκκους εἶναι 2053 τάλλαρα,—τὴν ἀπόκρισιν.

ΔΟΚΙΜΗ. Δυνάμεθα νὰ ἀναστρέψωμεν τὴν τάξιν, ἢ, ἀρχίζοντες εἰς τὴν κορυφὴν, νὰ προσθέσωμεν τὰ ψηφία καταβαίνοντες. Ἐὰν δὲ ἡ ἐκβασίς ἦναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν προτέραν, ἡ ἐργασία πιστεύεται ὅτι εἶναι ὀρθή.

Ἐκ τῶν προηγούμενων παραδειγμάτων καὶ σαφηρισμῶν συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον

ΚΑΝΟΝΑ.

Α'. Γράψε ὅσους ἀριθμοὺς ἔχεις νὰ προσθέσης, τὸν ἓνα ὑποκάτω τοῦ ἄλλου, βάλλων μονάδας ὑποκάτω μονάδων, δεκάδας ὑποκάτω δεκάδων, κτλ., καὶ σύρε μίαν γραμμὴν ὑποκάτω ὅλων.

Β'. Ἀρχισε ἀπὸ τὴν στήλην τῆς δεξιᾶς χειρὸς ἢ τῶν μονάδων, καὶ σύναψε ὅλα τὰ εἰς αὐτὴν τὴν στήλην περιεχόμενα ψηφία· ἐὰν τὸ κεφάλαιον δὲν ὑπερβαίνει 9, γράψε το ὑποκάτω τῆς στήλης· ἀλλ' ἐὰν τὸ κεφάλαιον ὑπερβαίνει 9, ὥστε νὰ χρειάζωνται δύο ψηφία διὰ νὰ φανερωθῇ, γράψε μόνον τὸ ψηφίον τῶν μονάδων ὑποκάτω τῆς στήλης· τὸ ψηφίον δὲ, τὸ εἰς τὰ ἀριστερὰ τῶν μονάδων, ὃν δεκάδες, εἶναι τόσαι μονάδες τῆς ἀκολούθου ἀνωτέρας τάξεως, καὶ πρέπει νὰ τὸ κρατήσωμεν, διὰ νὰ προστεθῇ εἰς τὸ πρῶτον ψηφίον εἰς τὴν ἀκόλουθον στήλην.

Γ'. Πρόσθεσε ἐκάστην διαδεχομένην στήλην κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον, ἢ εἰς τὴν τελευταίαν στήλην κατὰγραψε ὅλον τὸ κεφάλαιον.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

19. Ἀνθρωπὸς τις ἠγόρασε τέσσαρας μερίδας πορτογαλλίων· εἰς τὴν πρώτην περιείχοντο 1817 πορτογάλλια, εἰς τὴν δευτέραν 1950 πορτογάλλια, εἰς τὴν τρίτην 2156 πορτογάλλια, καὶ εἰς τὴν τετάρτην 2210 πορτογάλλια· τὸ κεφάλαιον ὅλων τῶν πορτογαλλίων ἦτο τί;

20. Χρεωστεῖ ἓνας εἰς τὸν *A* 100 τάλλαρα, εἰς τὸν *B* 2160 τάλλαρα, εἰς τὸν *Γ* 785 τάλλαρα, εἰς τὸν *Δ* 92 τάλλαρα· τί εἶναι τὸ κεφάλαιον τῶν χρεῶν του;

21. Γεωργὸς τις ἔκαμεν ἓνα χρόνον 1200 κοιλὰ σιταρίου, 850 κοιλὰ φασωλίων, 1000 κοιλὰ βρώμης, 1086 κοιλὰ κριθαρίου, καὶ 74 κοιλὰ πιζελίων· τί ἦτον ὅλον τὸ κεφάλαιον;

Ἀπ. 4210.

22. Διὰ τὴν ἀνέγερσιν τῆς ἐκκλησίας τοῦ Ἁγίου Παύλου, εἰς τὸ Δονδῖνον, ἐξωδεδύθησαν 800,000 λίτραι σιτηρίων· διὰ τὸ Βασιλικὸν Χρηματιστήριον 80,000 λίτραι· διὰ τὸν τῆς Μονῆς Οἶκον 40,000 λίτραι· διὰ τῶν Μελάνων Ἀδελφῶν τὴν Γέφυραν 152,840 λίτραι· διὰ τὴν Οὐεστμινστήρειον Γέφυραν 389,000 λίτραι, καὶ διὰ τὸ Μνημεῖον 13,000 λίτραι· ὅλαι ὁμοῦ αἱ ποσότητες αὗται τί κεφάλαιον κάμνουν;

Ἀπ. 1,474,840 λίτραι.

23. Εὐρίσκονται εἰς τὴν Ἀμερικὴν ἑξῆ πολιτεῖαι, καλούμεναι Πολιτεῖαι τῆς Νέας Ἀγγλίας· τούτων οἱ κάτοικοι, εἰς τὸ 1820, ἦσαν, εἰς τὴν πρώτην, 298,335· εἰς τὴν δευτέραν, 244,161· εἰς τὴν τρίτην, 235,764· εἰς τὴν τετάρτην, 253,287· εἰς τὴν πέμπτην, 83,059· εἰς τὴν ἑ-

κτην, 275,248· ὅλος ὁ ἀριθμὸς τῶν κατοίκων εἰς τὰς πολιτείας ταύτας ἦτο ποῖος;

Ἀπ. 1,389,854.

24. Ἀπὸ τὴν δημιουργίαν ἕως τὴν ἐξ Αἰγύπτου ἀναχώρησιν τῶν Ἰσραηλιτῶν ἦσαν 2513 ἔτη· ἕως τὴν πολιορκίαν τῆς Τρωάδος, ἀκόμη 307 ἔτη· ἕως τὴν κτίσιν τοῦ Ναοῦ τοῦ Σολομῶντος, 180 ἔτη· ἕως τὴν κτίσιν τῆς Ῥώμης, 251 ἔτη· ἕως τὸν διωγμὸν τῶν βασιλέων ἀπὸ τὴν Ῥώμην, 244 ἔτη· ἕως τὸν ἀφανισμὸν τῆς Καρχηδόνης, 363 ἔτη· ἕως τὸν θάνατον τοῦ Ἰουλίου Καίσαρος, 102 ἔτη· ἕως τὴν Χριστιανικὴν ἐποχὴν, 44 ἔτη· θέλω νὰ μάθω πόσος καιρὸς ἐπέρασεν ἀπὸ τὴν δημιουργίαν ἕως τὴν Χριστιανικὴν ἐποχὴν.

Ἀπ. 4004 ἔτη.

25.

—
2863705421061
3107429315638
6253034792
247135
8673

26.

—
4367583021463
1752349713620
6081275306217
5652174630128
8703263472013

27.

—
5364207631023
2812345672948
6057042087094
3162835906718
7604286537892

28.

—
9023754682135
2834967326708
9306342167321
2365478024369
8050607080900

29. Τί εἶναι τὸ κεφάλαιον 46723, 6742, καὶ 986 ταλλάρων ;

30. Ἀνθρωπὸς τις ἔχει τρία περιβόλια· εἰς τὸ πρῶτον εἶναι 140 δένδρα, τὰ ὅποια κάμνουν ῥοδάκινα· εἰς τὸ δεύτερον, 234 δένδρα κάμνουν μῆλα, καὶ 73 κάμνουν κεράσια· εἰς τὸ τρίτον, 47 δένδρα κάμνουν δαμάσκηνα, 36 κάμνουν ἀπίδια, καὶ 25 κάμνουν κεράσια· πόσα δένδρα εἰς ὅλα τὰ περιβόλια ;

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΣΙΝ ΚΑΙ ΠΡΟΣΘΕΣΙΝ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί λέγεται τὸ μοναχὸν πράγμα ; 2. Τί εἶναι ἡ σημείωσις ; 3. Ποῖαι εἶναι αἱ σήμερον εἰς χρῆσιν μέθοδοι σημειώσεως ; 4. Πόσοι εἶναι οἱ Ἀραβικοὶ χαρακτῆρες ἢ ψηφία ; 5. Τί εἶναι ἡ ἀρίθμησης ; 6. Τί εἶναι θεμελιώδης νόμος εἰς τὴν σημείωσιν ; 7. Τί εἶναι ἡ πρόσθεσις ; 8. Ποῖος εἶναι ὁ διὰ τὴν πρόσθεσιν κανὼν ; 9. Τί λέγεται ἡ ἔκβασις, ἢ ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς ; 10. Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τῆς προσθέσεως ; 11. — τῆς ἰσότητος ; 12. Πῶς δοκιμάζεται ἡ πρόσθεσις ;

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ.

1. Ὁ Οὐασιγκτὼν ἐγεννήθη εἰς τὸ ἔτος τοῦ Κυρίου μας 1732· ἦτον 67 χρόνων, ὅταν ἀπέθανεν· εἰς ποῖον ἔτος τοῦ Κυρίου μας ἀπέθανε ;

2. Τοῦ Ξέρξου ἡ ἐπιδρομὴ εἰς τὴν Ἑλλάδα

συνέβη 481 ἔτη πρὶν Χριστοῦ· πόσοι χρόνοι εἶναι τώρα, εἰς τὸ 1832 ;

3. Ἐχω δύο ἀριθμούς· ὁ μικρότερος ἀριθμὸς εἶναι 8671, ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν εἶναι 597· τί εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς ;

4. Ἀνθρωπὸς τις ἐδανείσθη ποσότητα χρημάτων, καὶ, μετὰ καιρὸν, ἐπλήρωσε μέρος τοῦ δανείου, 684 τάλλαρα· ἔμειναν ἀπλήρωτα 876 τάλλαρα· πόσον ἦτον ὅλον ὁμοῦ τὸ δάνειον ;

5. Εἶναι τέσσαρες ἀριθμοὶ, ὁ πρῶτος 317, ὁ δεύτερος 812, ὁ τρίτος 1350, καὶ ὁ τέταρτος ὅσον οἱ ἄλλοι τρεῖς· ὅλων αὐτῶν τὸ κεφάλαιον τί εἶναι ;

6. Κύριός τις ἀφῆκε τῆς θυγατρὸς του 17 χιλιάδας, 616 τάλλαρα· τοῦ υἱῆ τῆ ἀφῆκε 1800 πλέον παρὰ εἰς τὴν θυγατέρα του· πόση ἦτον ἡ μερὶς τοῦ υἱοῦ, καὶ τί ἦτο τὸ κεφάλαιον ὅλης τῆς καταστάσεως ;

Ἀπ. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Μερὶς τοῦ υἱοῦ,} \quad 19,416. \\ \text{Ὁλὴ ἡ κατάστασις,} \quad 37,032. \end{array} \right.$

7. Ἀνθρωπὸς τις, ἀποθνήσκων, ἀφῆκε κληρονόμους τὰ τέσσαρα παιδιά του· ἀφοῦ δ' ἐπλήρωσαν χρεή, συμποσούμενα εἰς 1476 τάλλαρα, ἔλαβε καθεὶς 4768 τάλλαρα· πόση ἦτον ὅλη ἡ κατάστασις τῆ πατρὸς των ; Ἀπ. 20548.

8. Ἠγόρασέ τις χοίρους τέσσαρας, ἐκ τῶν ὁποίων καθεὶς ἐξύγιζε 375 λίτρας· ὅλοι πόσον ἐξύγιζαν ; Ἀπ. 1500.

9. Τὰ ἔμπροσθεν τέταρτα ἐνὸς βωδίου ζυγίζουν ἑκατὸν ὀκτὼ λίτρας καθέν, τὰ ὀπισθεν τέταρτα ζυγίζουν ἑκατὸν εἰκοσιτέσσαρας λίτρας καθέν, τὸ δέρμα ἐβδομήκοντα ἑξή λίτρας, καὶ τὸ ὀξύγγιον ἐξήκοντα λίτρας· πόσον εἶναι ὅλον τὸ βάρος τοῦ βωδίου ; Ἀπ. 600.

10. Ἐρωτώμενός τις πόσων χρόνων εἶναι, εἶπεν ὅτι ἦτο τριάκοντα τεσσάρων, ὅταν ἐγεννήθῃ ὁ μεγαλύτερός του υἱός, ὁ ὁποῖος τότε ἦτο δεκαπενταετής· πόσων χρόνων ἦτον ὁ πατήρ;

11. Ἐπώλησέ τις δύο ἀγελάδας δεκαέξη τάλλαρα τὴν μίαν, εἴκοσι κοιλά σιταρίου δώδεκα τάλλαρα, καὶ ἑκατὸν λίτρας σταφίδος ὀκτὼ τάλλαρα· πόσα ἔπρεπε νὰ λάβῃ;

Α Φ Α Ι Ρ Ε Σ Ι Σ

ΑΠΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 6. 1. Ὁ Νικόλαος, ἔχων 18 λεπτά, ἡγόρασε βιβλίον, διὰ τὸ ὁποῖον ἔδωκεν 6 λεπτά· πόσα λεπτά τοῦ ἔμειναν;

2. Ὁ Ἀντώνιος εἶχε 12 μῆλα· ἔδωκε τὰ 5 εἰς τὸν ἀδελφόν του· πόσα τοῦ ἔμειναν;

3. Ὁ Πέτρος ἔπαιξε κόκκους· εἶχεν 23, ὅταν ῥηχισεν, ἀλλ' ὅταν ἐτελείωσεν, εἶχε μόνον 12· πόσους ἔχασε;

4. Ἠγόρασέ τις μίαν ἀγελάδα 17 τάλλαρα, καὶ τὴν ἐμεταπώλησεν 22 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα ἐκέρδησε;

5. Ὁ Κάρολος εἶναι 9 χρόνων, καὶ ὁ Ἀνδρέας εἶναι 13· ποία ἡ διαφορὰ εἰς τὰς ἡλικίας των;

6. Ἀνθρωπὸς τις ἐδανείσθη 50 τάλλαρα, καὶ τὰ ἐπλήρωσεν ὅλα πλὴν 18· πόσα τάλλαρα ἐπλήρωσεν; ἤγουν, ἔπαρε 18 ἀπὸ 50, πόσα μένουσιν;

7. Ὁ Ἰωάννης ἡγόρασεν ἓν βιβλίον καὶ ἓν

ἀβάκιον 33 λεπτά· διὰ τὸ βιβλίον ἔδωκεν 8 λεπτά· πόσα τοῦ ἦλθε τὸ ἀβάκιον;

8. Ὁ Πέτρος ἡγόρασε σταφύλια 36 λεπτά, καὶ τὰ ἐμεταπώλησε 45 λεπτά· πόσα λεπτά τοῦ ἐκέρδησεν ἢ μετεπώλησις;

9. Ὁ Πέτρος ἐπώλησε τὰ σταφύλιά του 45 λεπτά, 9 λεπτά περισσότερον παρ' ὅσον εἶχε τὰ ἀγοράσειν· πόσα λεπτά ἡγόρασε τὰ σταφύλια;

10. Παῖς τις, ἐρωτηθεὶς πόσων χρόνων ἦτον, εἶπεν, '25 χρόνους εἶμαι μικρότερος παρὰ τὸν πατέρα μου, ὅστις εἶναι 33· πόσων χρόνων ἦτον ὁ παῖς;

Τὸ νὰ ἐπαίρῃ τις μικρότερον ἀριθμὸν ἀπὸ μεγαλήτερον, (καθὼς εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα,) λέγεται Ἀφαίρεσις. Ὁ μεγαλήτερος ἀριθμὸς ὀνομάζεται ὁ μειωτέος, ὁ μικρότερος ἀριθμὸς ὁ ἀφαιρετέος, καὶ 8, τι μένει, ἀφοῦ ἡ ἀφαίρεσις τελειωθῇ, ὀνομάζεται ἡ διαφορά, ἢ τὸ ὑπόλοιπον.

11. Ἐὰν ὁ μειωτέος ᾖ 8, καὶ ὁ ἀφαιρετέος 3, ποία εἶναι ἡ διαφορά ἢ τὸ ὑπόλοιπον;

12. Ἐὰν ὁ ἀφαιρετέος ᾖ 4, καὶ ὁ μειωτέος 16, τί εἶναι τὸ ὑπόλοιπον;

13. Ὁ Στέφανος ἡγόρασε βιβλίον 20 λεπτά· ἐπλήρωσε τὰ 12· πόσα ἀκόμη χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ;

ΣΗΜΕΙΩΝ. Μία βραχεῖα ὀριζόντιος γραμμῇ, —, εἶναι τὸ σημεῖον τῆς ἀφαιρέσεως. Ἀναγινώσκεται μεῖον, ἥτις εἶναι λέξις Ἑλληνικῇ, σημαίνουσα ὀλιγώτερον. Δείχνει ὅτι ὁ κατ' ὅπιν του ἀριθμὸς πρέπει νὰ ἐπαρθῇ ἀπὸ τὸν ἔμπροσθεν τῶν ἀριθμῶν. Οὕτως, $8 - 3 = 5$,

ἀναγινώσκεται, 8 μείον ἢ ὀλιγώτερον 3 εἶναι ἴσον
 μὲ 5· ἢ, 3, ἀπὸ 8 ἀφίνει 5. Τὴν τελευταίαν
 φράσιν αὖς μεταχειρίζεται ὁ μαθητῆς, ἐνῷ ἀπο-
 στηθίζει τὸν ἀκόλουθον.

ΠΙΝΑΚΑ ΤΗΣ ΑΦΑΙΡΕΣΕΩΣ.

2—2=0	6—3=3	5—5=0	7—7=0
3—2=1	7—3=4	6—5=1	8—7=1
4—2=2	8—3=5	7—5=2	9—7=2
5—2=3	9—3=6	8—5=3	10—7=3
6—2=4	10—3=7	9—5=4	8—8=0
7—2=5	4—4=0	10—5=5	9—8=1
8—2=6	5—4=1	6—6=0	10—8=2
9—2=7	6—4=2	7—6=1	9—9=0
10—2=8	7—4=3	8—6=2	10—9=1
3—3=0	8—4=4	9—6=3	
4—3=1	9—4=5	10—6=4	
5—3=2	10—4=6		

7—3=πόσα;	18—7=πόσα;
8—5=πόσα;	28—7=πόσα;
9—4=πόσα;	22—13=πόσα;
12—3=πόσα;	33—5=πόσα;
23—3=πόσα;	41—15=πόσα;

¶ 7. "Όταν οἱ ἀριθμοὶ ᾗναι μικροὶ, καθ-
 ὡς εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα, τὸ νὰ
 ἐπαίρῃ τις μικρότερον ἀριθμὸν ἀπὸ μεγαλήτε-
 ρον γίνεται εὐκόλως εἰς τὸν νοῦν· ἀλλ' ὅταν
 οἱ ἀριθμοὶ ᾗναι μεγάλοι, ἡ ἐργασία τελει-
 ὄνεται εὐκολώτερα ὅχι ὅλη ἐντάμα, ἀλλὰ καθ' ἐν
 μέρος χωριστὰ, καὶ διὰ τοῦτο εἶναι ἀναγκαῖον

νὰ καταγράψωμεν τοὺς ἀριθμοὺς, πρὶν κάμωμεν τὴν ἐργασίαν.

14. Βοσκός τις εἶχε ποίμνιον 237 προβάτων, ἡ ἀρρώστια τοῦ ἐπῆρεν 114· πόσα τοῦ ἔμειναν;

Ἐδῶ ἔχομεν 4 μονάδας νὰ ἐπαρθῶσιν ἀπὸ 7 μονάδας, 1 δεκάδα νὰ ἐπαρθῇ ἀπὸ 3 δεκάδας, καὶ 1 ἑκατοντάδα νὰ ἐπαρθῇ ἀπὸ 2 ἑκατοντάδας. Θέλει λοιπὸν εἶσθαι εὐκολώτερον νὰ γράψωμεν τὸν μικρότερον ἀριθμὸν ὑποκάτω τοῦ μεγαλύτερου, προσέχοντες, καθὼς εἰς τὴν πρόσθεσιν, νὰ βάλλωμεν μονάδας ὑποκάτω μονάδων, δεκάδας ὑποκάτω δεκάδων, κτλ, οὕτω·

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Ἀπὸ 237 τὸν μειωτέον,

Ἐπαρε 114 τὸν ἀφαιρετέον,

123 τὸ ὑπόλοιπον.

Ἀρχίζομεν τώρα ἀπὸ τὰς μονάδας, λέγοντες, 4 (μονάδες) ἀπὸ 7 (μονάδας,) ἔ μένουν 3 (μονάδες,) τὰς ὁποίας βάλλομεν

κατευθεῖαν ὑποκάτω τῆς στήλης εἰς τὸν τόπον τῶν μονάδων. Ἐπειτα, προχωροῦντες εἰς τὴν ἀκόλουθον στήλην, λέγομεν, 1 (δεκάς) ἀπὸ 3 (δεκάδας,) καὶ μένουں 2 (δεκάδες,) τὰς ὁποίας βάλλομεν εἰς τὸν τόπον τῶν δεκάδων. Προχωροῦντες εἰς τὴν ἀκόλουθον στήλην, λέγομεν, 1 (ἑκατοντάς) ἀπὸ 2 (ἑκατοντάδας,) καὶ μένει 1 (ἑκατοντάς,) τὴν ὁποίαν βάλλομεν εἰς τὸν τόπον τῶν ἑκατοντάδων, καὶ τὸ ἔργον εἶναι τελειωμένον. Φαίνεται τώρα, ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν προβάτων, ὅσα ἀφῆθησαν, εἶναι 123· δηλαδή, $237 - 114 = 123$.

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γίνονται τὰ ἐξῆς παραδείγματα·

15. Ἔχει τις δύο χωράφια· τὸ ἐν τιμᾶται 3750, καὶ τὸ ἄλλο 1500 τάλλαρα· ποία ἡ διαφορὰ εἰς τὴν τιμὴν τῶν δύο χωραφίων ;

16. Ἡ περιουσία ἐνὸς ἀνθρώπου συμποσεῖται εἰς 8560 τάλλαρα, ἀλλὰ χρεωστεῖ 3500 τάλλαρα· πόσα θέλουν τοῦ μείνειν, ἀφοῦ πληρώσῃ τὰ χρέη του ;

17. Ὁ Ἰάκωβος, ἔχων 15 λεπτά, ἡγόρασε μαχαίριον, διὰ τὸ ὁποῖον ἔδωκεν 7 λεπτά· πόσα λεπτά τοῦ ἔμειναν ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

15 λεπτά.

7 λεπτά.

8 λεπτά μένου.

Ἐδῶ φαίνεται ὀλίγη δυσκολία· διότι δὲν ἐμποροῦμεν νὰ ἐπάρωμεν 7 ἀπὸ 5· ἀλλ' ἐμποροῦμεν νὰ ἐπάρωμεν 7 ἀπὸ 15, καὶ θέλῃν μείνειν 8.

18. Ἠγόρασέ τις ἄλογον 85 τάλλαρα, καὶ ἀγελάδα 27 τάλλαρα· πόσα τοῦ ἦλθε τὸ ἄλογον πλέον παρὰ τὴν ἀγελάδα ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Ἄλογον, 85

Ἀγελάς, 27

Διαφορὰ, 58

Ἡ αὕτη δυσκολία μᾶς ἀπαντᾷ ἐδῶ καθὼς εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα· δὲν ἐμποροῦμεν νὰ ἐπάρωμεν 7 ἀπὸ 5· ἀλλ' εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς

ἐσύγκειτο ἀπὸ 1 δεκάδα καὶ 5 μονάδας, αἱ ὁποῖαι ὁμοῦ κάμνουν 15· ἐπῆραμεν λοιπὸν 7 ἀπὸ 15. Ἐδῶ ἔχομεν 8 δεκάδας καὶ 5 μονάδας. Ἐμποροῦμεν δὲ, μέσα εἰς τὸν νοῦν μας, νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι 1 δεκάς ἐπαίρνεται ἀπὸ τὰς 8 δεκάδας, καὶ ὅτι ἡ 1 αὕτη δεκάς βάλλεται ὁμοῦ μὲ τὰς 5 μονάδας, κάμνουσα 15. Ἐπειτα ἐπαίρνομεν 7 ἀπὸ 15 ὡς ἀρχήτερα, καὶ μένουν 8, τὰ ὁποῖα καταγράφομεν. Τὸ ὅτι ἐπῆραμεν 1

δεκάδα ἀπὸ 8 δεκάδας, καὶ τὴν ἐβάλαμεν ὁμοῦ μὲ τὰς 5 μονάδας, λέγεται ὅτι ἐδανείσθημεν δέκα. Προχωροῦντες εἰς τὴν ἀκόλουθον ἀνωτέραν τάξιν, ἢ τὰς δεκάδας, πρέπει νὰ θεωρήσωμεν τὸ ἄνω ψηφίον, 8, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἐδανείσθημεν, ὡς 1 ὀλιγώτερον, ὀνομάζοντες το 7. ἔπειτα, ἐπαίρνομεν 2 (δεκάδας) ἀπὸ 7 (δεκάδας,) καὶ μᾶς μένουں 5 (δεκάδες,) τὰς ὁποίας βάλλομεν κάτω, κάμνοντες τὴν διαφορὰν 58 τάλλαρα. Ἡ, ἀντὶ νὰ κάμωμεν τὸ ἄνω ψηφίον 1 ὀλιγώτερον, ὀνομάζοντες το 7, ἐμποροῦμεν νὰ κάμωμεν τὸ κάτω ψηφίον ἐν πλειότερον, ὀνομάζοντες το 3, καὶ ἡ ἔκβασις θέλει εἶσθαι ἡ ἰδίᾳ· διότι 3 ἀπὸ 8 ἀφίνει 5, τὸ ἴδιον ὡς 2 ἀπὸ 7.

19. Ἐδανείσθη ἕνας 713 τάλλαρα, καὶ ἐπλήρωσε 471 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα ἐχρεώσται τότε; $713 - 471 =$ πόσα; Ἀπ. 242 τάλλαρα.

20. $1612 - 465 =$ πόσα; Ἀπ. 1147.

21. $43751 - 6782 =$ πόσα; Ἀπ. 36969.

¶ 8. Εὐκόλα ἐμπορεῖ ὁ μάθητὴς νὰ καταλάβῃ, ὅτι ἡ ἀφαίρεσις εἶναι τὸ ἀνᾶπαλιν τῆς προσθέσεως.

22. Ἠγόρασέ τις 40 πρόβατα, καὶ ἐπώλησεν ἐξ αὐτῶν 18· πόσα τοῦ ἔμειναν; $40 - 18 =$ πόσα; Ἀπ. 22 πρόβατα.

23. Ἐπώλησέ τις 18 πρόβατα, καὶ εἶχεν ἀκόμῃ 22· πόσα εἶχεν εἰς τὴν ἀρχὴν; $18 \pm 22 =$ πόσα; Ἀπ. 40

24. Ἠγόρασέ τις ἄλογον 75 τάλλαρα, καὶ ἀγελάδα 16 τάλλαρα· πόση ἦτον ἡ διαφορὰ; $75 - 16 =$ πόσα; Ἀντιστρόφως, $59 \pm 16 =$ πόσα;

25. $114 - 103 =$ πόσα ; Ἀντιστρόφως $11 \times 103 =$ πόσα ;

26. $143 - 76 =$ πόσα ; Ἀντιστρόφως, $67 \times 76 =$ πόσα ;

Ὅθεν, ἡ ἀφαίρεσις ἐμπορεῖ νὰ δοκιμάζεται μὲ τὴν πρόσθεσιν, καθὼς εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα, καὶ ἡ πρόσθεσις μὲ τὴν ἀφαίρεσιν.

Διὰ νὰ δοκιμάζωμεν τὴν ἀφαίρεσιν, δυνάμεθα νὰ προσθέτωμεν τὸ ὑπόλοιπον εἰς τὸν ἀφαιρετέον, καὶ, ἂν ᾖναι τὸ ἔργον ὀρθόν, τὸ κεφάλαιον θέλει εἶσθαι ἴσον μὲ τὸν μειωτέον.

Διὰ νὰ δοκιμάζωμεν τὴν πρόσθεσιν, δυνάμεθα ν' ἀφαιρῶμεν, διαδοχικῶς, ἀπὸ τὸ κεφάλαιον, τοὺς διαφόρους ἀριθμοὺς, οἵτινες ἐπροστέθησαν διὰ νὰ τὸ παράξωσι, καὶ, ἂν ᾖναι τὸ ἔργον ὀρθόν, δὲν θέλει εἶσθαι ὑπόλοιπον. Οὕτω, $7 \times 8 \times 6 = 21$ · δοκιμὴ, $21 - 6 = 15$, καὶ $15 - 8 = 7$, καὶ $7 - 7 = 0$.

Ἐκ τῶν προηγμένων παρατηρήσεων καὶ σαφηνισμῶν συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον

ΚΑΝΟΝΑ.

Α. Κατάγραψε τοὺς ἀριθμοὺς, τὸν μικρότερον ὑποκάτω τοῦ μεγαλητέρου, βάλλων μονάδας ὑποκάτω μονάδων, δεκάδας ὑποκάτω δεκάδων, κτλ., καὶ σύρε μίαν γραμμὴν ὑποκάτω ὅλων.

Β. Ἀρχίζων ἀπὸ τὰς μονάδας, ἔπαρε διαδοχικῶς ἕκαστον ψηφίον εἰς τὸν κάτω ἀριθμὸν ἀπὸ τὸ ὑπεράνω αὐτοῦ ψηφίον, καὶ γράψε τὸ ὑπόλοιπον κατευθεῖαν ὑποκάτω.

Γ. Ὅταν τὸ ψηφίον εἰς τὸν κάτω ἀριθμὸν

ὑπερβαίνῃ τὸ ὑπεράνω αὐτοῦ ψηφίον, ὑπόθετε ὅτι 10 προσθέτονται εἰς τὸ ἄνω ψηφίον· ἀλλ' εἰς τὴν περίστασιν ταύτην πρέπει νὰ προσθέτῃς 1 εἰς τὸ κάτω ψηφίον εἰς τὴν ἀκόλουθον στήλην, πρὶν ἀφαιρέσῃς. Τοῦτο δὲ λέγεται δανεισμός 10.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

27. Ἐὰν ἐν χωράφιον καὶ τὰ ἐπάνω αὐτοῦ κτίρια τιμῶνται 10000 τάλλαρα, καὶ τὰ κτίρια μόνον τιμῶνται 4567 τάλλαρα, πόση εἶναι ἡ τιμὴ τῆς γῆς ;

28. Τῆς Νέας Ἀγγλίας ὁ πληθυσμὸς εἰς τὸ 1800 ἦτον 1,232,454· εἰς δὲ τὸ 1820 ἦτον 1,659,854· πόση ἦτον ἡ αὐξησης εἰς 20 χρόνους ;

29. Ποία ἡ διαφορά μεταξὺ 7,648,203 καὶ 928,971 ;

30. Πόσα πρέπει νὰ προσθέσῃς εἰς 358,642 διὰ νὰ κάμῃς 1,487,945 ;

31. Ἦγόρασέ τις ὑποστατικὸν 13,682 τάλλαρα, καὶ τὸ ἐμεταπώλησεν 15,293 τάλλαρα· ἐκέρδησεν, ἢ ἔχασε ; καὶ πόσα ;

32. Ἀπὸ 364,710,825,193 ἔπαρε 27,940,386,574.

33. Ἀπὸ 831,025,403,270 ἔπαρε 651,308,604,782.

34. Ἀπὸ 127,368,047,216,843 ἔπαρε 978,654,827,352.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ

ΕΙΣ ΤΗΝ ΑΦΑΙΡΕΣΙΝ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. *Τί εἶναι ἡ ἀφαίρεσις;* 2. *Τί λέγεται ὁ μεγαλύτερος ἀριθμός;* 3. — *ὁ μικρότερος ἀριθμός;* 4. *Τί λέγεται ἡ ἔκβασις ἢ ἡ ἀπόκρισις;* 5. *Τί εἶναι τὸ σημεῖον τῆς ἀφαιρέσεως;* 6. *Τί εἶναι ὁ κανὼν;* 7. *Τί ἐννοοῦμεν λέγοντες ὅτι ἐδανείσθῃμεν δέκα;* 8. *Ἡ ἀφαίρεσις εἶναι τὸ ἀνὰ πάλιν τίνος;* 9. *Πῶς δοκιμάζεται ἡ ἀφαίρεσις;* 10. *Πῶς δοκιμάζεται ἡ πρόσθεσις μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν;*

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ.

1. *Ἀπὸ τὴν ἀνακάλυψιν τῆς Ἀμερικῆς εἰς τὸ 1492, ἕως τὸ 1775, πόσοι χρόνοι;*

2. *Ἄν ὑποθέσωμεν ὅτι ἐγεννήθῃ τις εἰς τὸ 1773, πόσων χρόνων ἦτον εἰς τὸ 1827;*

3. *Εἰς τὸ 1826 ἴδα ἓνα γέροντα, ὅστις ἦτον 80 χρόνων· πότε ἐγεννήθῃ;*

4. *Εἶναι δύο ἀριθμοὶ, ἡ διαφορὰ τῶν ὁποίων εἶναι 8764· ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς εἶναι 15687· ζητῶ τὸν μικρότερον;*

5. *Ποῖος εἶναι ὁ ἀριθμὸς, ὅστις, ἐπαιρνόμενος ἀπὸ 3794, ἀφίνει 865;*

6. *Ποῖος εἶναι ὁ ἀριθμὸς, εἰς τὸν ὅποιον ἂν προσθέσῃς 789, θέλει γίνεῖν 6370;*

7. *Κατὰ τὴν ἀπογραφὴν τοῦ 1820, ἡ πόλις τῆς Ἀμερικῆς Νέον Ἐβόρακον περιεῖχεν 123,706 κατοίκους· ἄλλη πόλις τῆς Ἀμερικῆς ἡ Βοστώνη περιεῖχε 43,940· πόσοι κάτοικοι ἦσαν εἰς τὸ Νέον Ἐβόρακον πλέον παρὰ εἰς τὴν Βοστώνην;*

8. Ἀνδρὸς τινὸς ἡ περιουσία ἦτο δώδεκα χιλιάδες τάλλαρα· ἀποθνήσκων δὲ ἀφῆκε δύο χιλιάδας πεντακόσια εἰς καθεμίαν τῶν δύο τε κορῶν, καὶ τὰ λοιπὰ εἰς τὸν υἱὸν του· πόση ἦτον ἡ μερὶς τοῦ υἱοῦ του ;

9. Ἀπὸ δεκαεπτὰ ἑκατομμύρια ἔπαρε πεντήκοντα ἑξή χιλιάδας, καὶ τί θέλει μείνειν ;

10. Ποῖος ἀριθμὸς, ἐντάμα μὲ τοὺς ἀκολουθούς τρεῖς, δηλαδή, 1301, 2561, καὶ 3151, θέλει κάμειν δέκα χιλιάδας ;

11. Ὑπόρασέ τις ἄλογον ἑκατὸν δεκατέσσαρα τάλλαρα, καὶ ἄμαξαν ἑκατὸν ὀγδοήκοντα ἑπτὰ τάλλαρα· πόσα ἔδωκε διὰ τὴν ἄμαξαν πλέον παρὰ διὰ τὸ ἄλογον ;

12. Ὁ μεγαλήτερος ἀπὸ δύο ἀριθμοὺς εἶναι 24, καὶ ὁ μικρότερος 16· ποία εἶναι ἡ διαφορὰ των ;

13. Ὁ μεγαλήτερος ἀπὸ δύο ἀριθμοὺς εἶναι 24, καὶ ἡ διαφορὰ των 8· ποῖος εἶναι ὁ μικρότερος ἀριθμὸς ;

14. Δύο ἀριθμῶν τὸ κεφάλαιον εἶναι 40, ὁ μικρότερος εἶναι 16· ποῖος εἶναι ὁ μεγαλήτερος ;

15. Δένδρον 60 πόδας ὑψηλὸν ἐσυντρίβη ἀπὸ τὸν ἄνεμον· τὸ ἄνω μέρος, τὸ ὅποιον ἔπεσεν, ἦτο μακρὸν 49 πόδας· τὸ ἀφεθὲν στέλεχος πόσον ὑψηλὸν ἦτο ;

16. Ἡ Κωνσταντινούπολις ἐκυριεύθη ἀπὸ τοὺς Τούρκους εἰς τὸ 1453· πόσοι χρόνοι τὴν σήμερον ;

17. Βοσκὸς τις ὑπῆγεν εἰς τὴν ἀγορὰν, καὶ ἐπώλησε χοίρινον κρέας 45 ταλλάρων, τὸ τυρίον του 38 τάλλαρα, καὶ τὸ βούτυρόν του 29 τάλλαρα· ἔλαβε δ' εἰς πληρωμὴν ἄλευρον ἀξίζον 17 τάλλαρα, σάκχαρι 10 ταλλάρων, μέλι 5 ταλλάρων,

καὶ τὰ ἐπίλοιπα εἰς χρήματα· πόσα χρήματα ἔλαβε ; Ἀπ. 80 τάλλαρα.

18. Παῖς τις ἠγόρασε βιβλίον 28 λεπτά, καὶ ἔδωκε 14 λεπτά νὰ τοῦ τὸ δέσωσι· τὸ ἐμεταπώλησεν ὕστερον 40 λεπτά· ἐκέρδησεν ἢ ἔχασε ; καὶ πόσα ;

19. Ἐνας ὁδοιπορεῖ 67 μίλια τὴν ἡμέραν, ἄλλος τὸν ἀκολουθεῖ πρὸς 42 μίλια τὴν ἡμέραν· ἂν κινήσωσι καὶ οἱ δύο ἀπὸ τὸν αὐτὸν τόπον τὴν ἰδίαν ὥραν, πόσον μακρὰν θέλουν εἶσθαι ὁ ἓνας ἀπὸ τὸν ἄλλον εἰς τὸ τέλος τῆς πρώτης ἡμέρας ; — τῆς δευτέρας ; — τῆς τρίτης ; — τῆς τετάρτης ;

20. Κινεῖ τις ἀπὸ τὴν Σμύρνην τὴν δευτέραν τὸ πρωῒ, καὶ ὁδοιπορεῖ πρὸς 40 μίλια τὴν ἡμέραν· ἄλλος φεύγει ἀπὸ τὸν ἴδιον τόπον τὴν τρίτην τὸ πρωῒ, καὶ ἀκολουθεῖ τὸν πρῶτον πρὸς 70 μίλια τὴν ἡμέραν· πόσον μακρὰν θέλουν εἶσθαι ὁ ἓνας ἀπὸ τὸν ἄλλον τὴν τρίτην τὸ βραδύ ;

Ἀπ. 10 μίλια.

21. Ἄνθρωπός τις, χρεωστῶν 379 τάλλαρα, ἐπλήρωσε μίαν φορὰν 47 τάλλαρα, ἄλλην φορὰν 84 τάλλαρα, ἄλλην φορὰν 23 τάλλαρα, καὶ ἄλλην φορὰν 143 τάλλαρα· πόσα ἐχρεώσται τότε ;

Ἀπ. 82 τάλλαρα.

22. Ἄνδρὸς τινὸς ἡ περιουσία συμποσεῖται εἰς 34764 τάλλαρα, ἀλλ' οἱ δανεισταὶ πρέπει νὰ λάβωσιν ἐξ αὐτῶν 14297 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα θέλουν μείνειν, ἀφοῦ πληρωθῶσι τὰ χρέη του ;

23. Τέσσαρες ἄνθρωποι ἠγόρασαν χωράφιον 482 τάλλαρα· ὁ πρῶτος ἐπλήρωσε 274 τάλλαρα, ὁ δεύτερος 194 τάλλαρα ὀλιγώτερον παρὰ τὸν πρῶτον, ἢ ὁ τρίτος 20 τάλλαρα ὀλιγώτερον παρὰ

τὸν δεύτερον· πόσα ἐπλήρωσαν ὁ δεύτερος, ὁ τρίτος, καὶ ὁ τέταρτος ;

Ἀπ. $\left\{ \begin{array}{l} \text{Ὁ δεύτερος ἐπλήρωσεν 80.} \\ \text{Ὁ τρίτος ἐπλήρωσεν 60.} \\ \text{Ὁ τέταρτος ἐπλήρωσεν 68.} \end{array} \right.$

24. Εἶχέ τις 10,000 τάλλαρα, καὶ ἐχάρισε τὰ 9 τάλλαρα· πόσα τοῦ ἔμειναν ; Ἀπ. 9991.

ΠΟΛΥΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

ΑΠΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 9. 1. Ἐν βιβλιάριον ἀξίζει 5 λεπτά· πόσα λεπτά πρέπει νὰ δώσω διὰ 2 βιβλιάρια ; — πόσα λεπτά διὰ 3 βιβλιάρια ; — διὰ 4 βιβλιάρια ;

2. Ἐν καλάδιον πορτογάλλια ἀξίζει 20 λεπτά· πόσα λεπτά πρέπει νὰ δώσω διὰ 2 καλάδια ; — διὰ 3 καλάδια ;

3. Ἐν κοιλὸν περιέχει 4 τέταρτα· πόσα τέταρτα εἰς 2 κοιλὰ ; — εἰς 3 κοιλὰ ; — εἰς 4 κοιλὰ ;

4. Τρεῖς ἄνθρωποι ἠγόρασαν ἄλογον· καθεὶς ἐπλήρωσεν 23 τάλλαρα διὰ τὸ μερίδιόν του· πόσα τοὺς ἦλθε τᾶλογον ;

5. Ἐχει τις 4 χωράφια, καθὲν ἀπὸ τὰ ὅποια ἀξίζει 324 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα ἀξίζουν ὅλα ἐντάμα ;

6. Ἐνας φοῖνιξ περιέχει 100 λεπτά· 5 φοίνικες πόσα λεπτά ;

7. Πόσα ἔρχονται 4 ζευγάρια ὑποδημάτων, πρὸς 2 τάλλαρα τὸ ζευγάριον ;

8. Δύο λίτραι τεῖι, πρὸς 43 λεπτά ἡ λίτρα, πόσα λεπτά ἀξίζουν ;

9. Εἰς μίαν ἡμέραν περιέχονται 24 ὥραι· πόσαι ὥραι εἰς 2 ἡμέρας ; — εἰς 3 ἡμέρας ; — εἰς 4 ἡμέρας ; — εἰς 7 ἡμέρας ;

10. Ἐξη παῖδες ἀπῆντησαν ψωμοζήτην, καὶ τὸν ἔδωκαν 15 λεπτά ὁ καθεὶς· πόσα λεπτά ἔλαβεν ὁ ψωμοζήτης ;

Ὅταν ἔχη τις νὰ λύσῃ ζητήματα, ὅμοια τῶν προηγουμένων, ὅπου εἶναι χρεῖα ἀριθμὸς τις νὰ προστεθῇ εἰς τὸν ἑαυτὸν τοῦ δύο, τρεῖς, ἢ καὶ πλειοτέρας φορὰς, ἡ ἐργασία δύναται νὰ εὐκολυνθῇ πολὺ ἀπὸ κανόνα, λεγόμενον **Πολυπλασιασμός**, εἰς τὸν ὁποῖον ὁ ἀριθμὸς, ὅστις ἔχει νὰ ἐπαναληφθῇ, καλεῖται ὁ **πολυπλασιαστής**, καὶ ὁ ἀριθμὸς, ὅστις δείχνει πόσάκις ὁ πολυπλασιαστέος πρέπει νὰ ἐπαναληφθῇ, καλεῖται ὁ **πολυπλασιαστής**. Ὁ πολυπλασιαστέος καὶ ὁ πολυπλασιαστής, ὅταν ὁμιλῶμεν **συναθροιστικῶς** περὶ αὐτῶν, καλοῦνται οἱ **παράγοντες**, καὶ ἡ ἀποκρίσις καλεῖται τὸ **παραγόμενον**, ἢ τὸ **γινόμενον**.

11. Ἐχω περιβόλιον, εἰς τὸ ὁποῖον εἶναι 5 ἄράδαι δένδρων, καὶ 27 δένδρα εἰς πᾶσαν ἄράδαν· πόσα δένδρα εἰς τὸ περιβόλιον ;

Εἰς τὴν πρώτην ἄράδαν, 27 δένδρα.

..... δευτέραν 27

..... τρίτην 27

..... τετάρτην 27

..... πέμπτην 27

Εἰς ὅλον τὸ περιβόλιον, 135 δένδρα.

Φαίνεται καθαρά, εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο, ὅτι ὅλος ὁ ἀριθμὸς τῶν δένδρων θέλει εἶσθαι ἴσος μὲ τὸ κεφάλαιον τῶν **πέντε 27**.

Προσθέτοντες, εὐρίσκουμεν ὅτι ὁ 7, λαμβανόμενος πέντε φορές, συμποσεῖται εἰς 35. Γράφομεν δὲ τὰς πέντε μονάδας, καὶ κρατοῦμεν τὰς 3 δεκάδας· τὸ κεφάλαιον τοῦ 2, πέντε φορές λαμβανομένου, εἶναι 10, καὶ ὁ 3, τὸν ὅποιον ἐκρατοῦσαμεν, κάμνει 13, ὅστις ἀριθμὸς, γραφόμενος εἰς τὰ ἀριστερὰ τῶν μονάδων, κάμνει ὅλον τὸν ἀριθμὸν τῶν δένδρων 135.

Ἄν ἐμάθामεν ὅτι ὁ 7, 5 φορές λαμβανόμενος, συμποσεῖται εἰς 35, καὶ ὅτι ὁ 2, 5 φορές λαμβανόμενος, συμποσεῖται εἰς 10, φανερόν εἶναι ὅτι δὲν χρειάζεται νὰ γράψωμεν τὸν 27 πλὴν μίαν φοράν, καὶ ἔπειτα, βάλλοντες τὸν πολυπλασιαστήν ὑποκάτω του, ἐμποροῦμεν νὰ εἴπωμεν, 5 φορές 7 εἶναι 35, καταγράφοντες τὰς 5 (μονάδας,) καὶ κρατοῦντες τὰς 3 (δεκάδας,) ὡς εἰς τὴν πρόσθεσιν. Πάλιν, 5 φορές 2 (δεκάδες) εἶναι 10 (δεκάδες,) καὶ 3 (δεκάδες,) τὰς ὁποίας ἐκρατοῦσαμεν, κάμνουν 13 (δεκάδας,) ὡς πρότερον.

Πολυπλασιαστέος, 27 δένδρα εἰς πᾶσαν ἀράδαν.
Πολυπλασιαστής, 5 ἀράδαι.

Παραγόμενον, 135 δένδρα, Ἀπ.

¶ 10. 12. Εἰς σημαίαν τινὰ εὐρίσκονται 3 ἀράδαι ἄστρων, καὶ 4 ἄστρα εἰς πᾶσαν ἀράδαν· πόσα ἄστρα εἰς τὴν σημαίαν;

Ὀλίγη θεωρία τῆς σχήματος
* * * * * θέλει δείξειν, ὅτι τὸν ἀριθμὸν
* * * * * τῶν ἄστρων δυνάμεθα νὰ εὐρω-
* * * * * μεν, εἴτε λαμβάνοντες 4 τ ρ ε ῖ ς
φ ο ρ ᾶ ς, (3 φορές 4 εἶναι 12,) ἢ λαμβάνοντες 3 τ έ ς ς α ρ α ς φ ο ρ ᾶ ς, (4 φο-

ρὰς 3 εἶναι 12·) διότι ἐμποροῦμεν νὰ εἰπώμεν, εἶναι 3 ἀράδαι ἀπὸ 4 ἄστροι ἢ καθεμία, ἢ 4 ἀράδαι ἀπὸ 3 ἄστροι ἢ καθεμία· ὅθεν, ἐμποροῦμεν νὰ μεταχειριζώμεθα ὅποιονδήποτε τῶν διδομένων ἀριθμῶν διὰ πολυπλασιαστήν, ὡς μᾶς εἶναι εὐκολώτερον. Γενικῶς γράφομεν τοὺς ἀριθμοὺς καθὼς εἰς τὴν ἀφαίρεσιν, τὸν μεγαλύτερον ὑπεράνω, μὲ μονάδας ὑποκάτω μονάδων, δεκάδας ὑποκάτω δεκάδων, κτλ. Οὕτω,

Πολυπλασιαστέος, 4 ἄστροι.	4 ἔ 3 εἶναι οἱ
Πολυπλασιαστής, 3 ἀράδαι.	παράγοντες,
—	οἵτινες παρά-
Παραγόμενον, 12, Ἀπ.	γυντὸ παραγόμενον 12.

Ὅθεν,—Ὁ πολυπλασιασμός εἶναι σύντομος μέθοδος τοῦ ἐκτελεῖν πολλὰς προσθέσεις· μ' ἄλλα λόγια,—Εἶναι ἡ μέθοδος τοῦ ἐπαναλαμβάνειν ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν, δοθέντα τινὰ ἀριθμὸν φορῶν.

ΣΗΜΕΪΟΝ. Δύο βραχεῖαι γραμμαὶ, σταυροῦσαι ἢ μία τὴν ἄλλην, καὶ ἀποτελοῦσαι σχῆμα ὡς τὸ τῆ γραμματος X, εἶναι τὸ σημεῖον τοῦ πολυπλασιασμοῦ. Οὕτω, $3 \times 4 = 12$, σημαίνει, 3 φορὰς 4 εἶναι ἴσον μὲ 12, ἢ 4 φορὰς 3 εἶναι 12. Ἀναγινώσκεται δὲ ἔ 3 ἐπὶ 4 εἶναι 12.

Σημεῖωσις. Οἱ μαθηταὶ πρέπει τώρα νὰ μάθωσιν ἐντελῶς ἐκ στήθους τὸν ἀκόλουθον πίνακα.

ΠΙΝΑΞ ΤΟΥ ΠΟΛΥΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ.

2 ἐπι 0=0	4 ἐπι 10=40	7 ἐπι 7=49	10 ἐπι 4=40
2 ἐπι 1=2	4 ἐπι 11=44	7 ἐπι 8=56	10 ἐπι 5=50
2 ἐπι 2=4	4 ἐπι 12=48	7 ἐπι 9=63	10 ἐπι 6=60
2 ἐπι 3=6		7 ἐπι 10=70	10 ἐπι 7=70
2 ἐπι 4=8	5 ἐπι 0=0	7 ἐπι 11=77	10 ἐπι 8=80
2 ἐπι 5=10	5 ἐπι 1=5	7 ἐπι 12=84	10 ἐπι 9=90
2 ἐπι 6=12	5 ἐπι 2=10		10 ἐπι 10=100
2 ἐπι 7=14	5 ἐπι 3=15	8 ἐπι 0=0	10 ἐπι 11=110
2 ἐπι 8=16	5 ἐπι 4=20	8 ἐπι 1=8	10 ἐπι 12=120
2 ἐπι 9=18	5 ἐπι 5=25	8 ἐπι 2=16	
2 ἐπι 10=20	5 ἐπι 6=30	8 ἐπι 3=24	11 ἐπι 0=0
2 ἐπι 11=22	5 ἐπι 7=35	8 ἐπι 4=32	11 ἐπι 1=11
2 ἐπι 12=24	5 ἐπι 8=40	8 ἐπι 5=40	11 ἐπι 2=22
	5 ἐπι 9=45	8 ἐπι 6=48	11 ἐπι 3=33
3 ἐπι 0=0	5 ἐπι 10=50	8 ἐπι 7=56	11 ἐπι 4=44
3 ἐπι 1=3	5 ἐπι 11=55	8 ἐπι 8=64	11 ἐπι 5=55
3 ἐπι 2=6	5 ἐπι 12=60	8 ἐπι 9=72	11 ἐπι 6=66
3 ἐπι 3=9		8 ἐπι 10=80	11 ἐπι 7=77
3 ἐπι 4=12	6 ἐπι 0=0	8 ἐπι 11=88	11 ἐπι 8=88
3 ἐπι 5=15	6 ἐπι 1=6	8 ἐπι 12=96	11 ἐπι 9=99
3 ἐπι 6=18	6 ἐπι 2=12		11 ἐπι 10=110
3 ἐπι 7=21	6 ἐπι 3=18	9 ἐπι 0=0	11 ἐπι 11=121
3 ἐπι 8=24	6 ἐπι 4=24	9 ἐπι 1=9	11 ἐπι 12=132
3 ἐπι 9=27	6 ἐπι 5=30	9 ἐπι 2=18	
3 ἐπι 10=30	6 ἐπι 6=36	9 ἐπι 3=27	12 ἐπι 0=0
3 ἐπι 11=33	6 ἐπι 7=42	9 ἐπι 4=36	12 ἐπι 1=12
3 ἐπι 12=36	6 ἐπι 8=48	9 ἐπι 5=45	12 ἐπι 2=24
	6 ἐπι 9=54	9 ἐπι 6=54	12 ἐπι 3=36
4 ἐπι 0=0	6 ἐπι 10=60	9 ἐπι 7=63	12 ἐπι 4=48
4 ἐπι 1=4	6 ἐπι 11=66	9 ἐπι 8=72	12 ἐπι 5=60
4 ἐπι 2=8	6 ἐπι 12=72	9 ἐπι 9=81	12 ἐπι 6=72
4 ἐπι 3=12	7 ἐπι 0=0	9 ἐπι 10=90	12 ἐπι 7=84
4 ἐπι 4=16	7 ἐπι 1=7	9 ἐπι 11=99	12 ἐπι 8=96
4 ἐπι 5=20	7 ἐπι 2=14	9 ἐπι 12=108	12 ἐπι 9=108
4 ἐπι 6=24	7 ἐπι 3=21	10 ἐπι 0=0	12 ἐπι 10=120
4 ἐπι 7=28	7 ἐπι 4=28	10 ἐπι 1=10	12 ἐπι 11=132
4 ἐπι 8=32	7 ἐπι 5=35	10 ἐπι 2=20	12 ἐπι 12=144
4 ἐπι 9=36	7 ἐπι 6=42	10 ἐπι 3=30	

$$\begin{array}{ll}
 9 \text{ ἐπὶ } 2 = \text{πόσα;} & 4 \text{ ἐπὶ } 3 \text{ ἐπὶ } 2 = 24. \\
 4 \text{ ἐπὶ } 5 = \text{πόσα;} & 3 \text{ ἐπὶ } 2 \text{ ἐπὶ } 5 = \text{πόσα;} \\
 8 \text{ ἐπὶ } 9 = \text{πόσα;} & 7 \text{ ἐπὶ } 1 \text{ ἐπὶ } 2 = \text{πόσα;} \\
 3 \text{ ἐπὶ } 7 = \text{πόσα;} & 8 \text{ ἐπὶ } 3 \text{ ἐπὶ } 2 = \text{πόσα;} \\
 5 \text{ ἐπὶ } 5 = \text{πόσα;} & 3 \text{ ἐπὶ } 2 \text{ ἐπὶ } 4 \text{ ἐπὶ } 5 = \text{πόσα;}
 \end{array}$$

13. Ἐπώλησέ τις 84 βαρέλια ἀλεύρου πρὸς 7 τάλλαρα τὸ βαρέλιον· πόσα πρέπει νὰ λάβῃ;

Ἀπ. 588 τάλλαρα.

14. Ἠγόρασεν ἓνας πραγματευτῆς 273 σιδηρᾶ κραββάτια, πρὸς 8 τάλλαρα τὸ ἐν· πόσα τοῦ ἦλθαν;

Ἀπ. 2184 τάλλαρα.

15. Πόσοι δάκτυλοι εἰς 253 πόδας, εἴν εἰς καθένα πόδα περιέχονται 12 δάκτυλοι;

ΕΡΓΑΣΙΑ

253

12

Ἐπειδὴ ἀπὸ τὸν πίνακα τοῦ πολυπλασιασμοῦ ἐμάθαμεν τί παράγει ὁ 12, μὲ καθένα τῶν σημαντικῶν χαρακτήρων, εἶναι τώρα τόσον εὐκόλον νὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ 12 ὥς μὲ ἐν μοναχικὸν

Ἀπ. 3036

ψηφίον. Οὕτω, 12 φορές 3 εἶναι 36, κτλ.

16. Τί ἀξίζουν 476 βαρέλια ὀψαρίσ πρὸς 11 τάλλαρα τὸ βαρέλιον;

Ἀπ. 5236 τάλλαρα.

17. Χωράφιόν τι, περιέχον 33 ὀργυιάς ἐξαίρετου γῆς, ἐπωλήθη πρὸς 246 τάλλαρα τὴν ὀργυιάν· πόσα ἦλθε τὸ ὅλον;

Ἐπειδὴ 12 εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς, τὸ παραγόμενον τοῦ ὁποίου, μὲ τοὺς ἐννέα σημαντικοὺς χαρακτῆρας, εὐρίσκεται εἰς τὸν πίνακα τοῦ πολυπλασιασμοῦ, διὰ τοῦτο, ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ὑπερβαίῃ 12, πολυπλασιά-

ζομεν μὲ καθ' ἓν ψηφίον εἰς τὸν πολυπλασιαστήν
χωριστά. Οὕτω,

ΕΡΓΑΣΙΑ.

246 τάλλαρα, ἡ τιμὴ 1 ὀργυιᾶς.

33, ἀριθμὸς τῶν ὀργυιῶν.

738 τάλλαρα, ἡ τιμὴ 3 ὀργυιῶν.

738 τάλλαρα, ἡ τιμὴ 30 ὀργυιῶν.

Ἀπ. 8118 τάλλαρα, ἡ τιμὴ τῶν 33 ὀργυιῶν.

Ὁ πολυπλασιαστής σύγκειται ἀπὸ 3 δεκάδας καὶ 3 μονάδας. Πρῶτον, πολυπλασιάζομεν μὲ τὰς 3 μονάδας, καὶ εὐρίσκομεν 738 τάλλαρα, τὴν τιμὴν τῶν 3 ὀργυιῶν. Πολυπλασιάζομεν ἔπειτα μὲ τὰς 3 δεκάδας, γράφοντες τὸ πρῶτον ψηφίον τοῦ παραγομένου (8) εἰς τὸν τόπον τῶν δεκάδων, ἡγουν, κατευθεῖαν ὑποκάτω τοῦ ψηφίου μὲ τὸ ὁποῖον πολυπλασιάζομεν. Φαίνεται τώρα, ὅτι τὸ παραγόμενον ἀπὸ τὰς 3 δεκάδας σύγκειται ἀπὸ τὰ ἴδια ψηφία ὡς τὸ παραγόμενον ἀπὸ τὰς 3 μονάδας· ἀλλ' εἶναι ἡ διαφορὰ αὕτη,—τὰ ψηφία εἰς τὸ παραγόμενον ἀπὸ τὰς 3 δεκάδας εἶναι ὅλα μετακινημένα ἓνα τόπον· μακρότερα πρὸς τὰ ἀριστερά, καὶ, ἀκολούθως, ἡ ἀξία των εἶναι δεκάκις μεγαλητέρα· καὶ δικαίως, διότι ἡ τιμὴ τῶν 30 ὀργυιῶν εἶναι ὀλοφάνερα δεκάκις ὅσον ἡ τιμὴ τῶν 3 ὀργυιῶν, ἡγυν, 7380 τάλλαρα· εἶναι δὲ δῆλον, ὅτι τὰ δύο τοῦτα παραγόμενα, ὁμοῦ προσθεμένα, δίδουν τὴν τιμὴν τῶν 33 ὀργυιῶν.

Ἀρχοῦν τὰ παραδείγματα τοῦτα νὰ στερεώσωσι τὸν ἀκόλουθον

ΚΑΝΟΝΑ.

Α'. Γράψε τὸν πολυπλασιαστέον, καὶ ὑποκάτω αὐτοῦ τὸν πολυπλασιαστήν, βάλλων μονάδας ὑποκάτω μονάδων, δεκάδας ὑποκάτω δεκάδων, κτλ., καὶ σῦρε γραμμὴν ὑποκάτω καὶ τῶν δύο.

Β'. "Οταν ὁ πολυπλασιαστής δὲν ὑπερβαίῃ 12, ἄρχισε εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πολυπλασιαστέου, καὶ πολυπλασίασε ἕκαστον ψηφίον, εἰς αὐτὸν περιεχόμενον, μὲ τὸν πολυπλασιαστήν, καταγράφων καὶ κρατῶν, ὡς εἰς τὴν πρόσθεσιν.

Γ'. "Οταν ὁ πολυπλασιαστής ὑπερβαίῃ 12, πολυπλασίασε μὲ ἕκαστον ψηφίον τοῦ πολυπλασιαστοῦ χωριστὰ, πρῶτον μὲ τὰς μονάδας, ἔπειτα μὲ τὰς δεκάδας, κτλ., ἐνθυμούμενος πάντοτε νὰ βάλλῃς τὸ πρῶτον ψηφίον καθενὸς παραγομένου κατευθεῖαν ὑποκάτω τοῦ ψηφίου, μὲ τὸ ὁποῖον πολυπλασιάζεις. Πολυπλασιάζας οὕτω μὲ ἕκαστον ψηφίον τοῦ πολυπλασιαστοῦ, πρόσθεσε ὁμοῦ τὰ διάφορά των παραγόμενα, καὶ τὸ κεφάλαιον αὐτῶν θέλει εἶσθαι τὸ ὁποῖον ζητεῖται παραγόμενον.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

18. Τὸ Ἀγγλικὸν μίλιον διαιρεῖται εἰς 320 ῥάβδους· πόσαι ῥάβδοι εἰς 57 μίλια;

19. Ἀπὸ μίαν πόλιν εἰς ἄλλην εἶναι 436 μίλια· πόσαι ῥάβδοι;

20. Ἠγόρασα 784 κιβώτια τεύτου, πρὸς 69 τάλλαρα τὸ κιβώτιον· πόσα μοῦ ἔρχονται;

21. Ἐὰν 1851 ἄνθρωποι λάβωσιν ὁ καθεὶς 758 τάλλαρα, πόσα τάλλαρα θέλῃν λάβειν ὅλοι ἐντάμα;
Ἀπ. 1403058 τάλλαρα.

22. Μία ἡμέρα ἔχει 24 ὥρας· ἂν πλὴν ἐν καράβιον 7 μίλια τὴν ὥραν, πόσα μίλια θέλει πλεύσειν εἰς μίαν ἡμέραν; πόσα μίλια εἰς 36 ἡμέρας; πόσα μίλια εἰς ἓνα χρόνον, ἢ εἰς 365 ἡμέρας; Ἀπ. 61320 μίλια εἰς 1 χρόνον.

23. Ἐγόρασεν ἓνας πραγματευτῆς 13 κομμάτια μαλλίνου ὑφάσματος, καὶ καθὲν κομματίον περιεῖχε 28 πῆχεις, πρὸς 6 τάλλαρα τὸν πῆχυν· πόσοι πῆχεις ἦσαν, καὶ πόσα ἐπλήρωσε διὰ τὸ ὄλον;

Ἀπ. Ἐπλήρωσε διὰ τὸ ὄλον 2184 τάλλαρα.

24. Πολυπλασίασε 37864 μὲ 235.

Παραγόμενον, 8898040.

25. Πολυπλασίασε 29831 μὲ 952.

Παραγόμενον, 28399112.

26. Πολυπλασίασε 93956 μὲ 8704.

Παραγόμενον, 817793024.

ΣΥΣΤΟΛΑΙ ΕΙΣ ΤΟΝ ΠΟΛΥΠΛΑΣΙΑΣΜΟΝ.

Α'. Ὅταν ὁ πολυπλασιαστῆς ᾖ ναὶ συνθεμένος ἀριθμός.

¶ 11. Ὅποιος ἀριθμὸς δύναται νὰ παραχθῇ ἀπὸ τὴν πολυπλασίᾳσιν δύο ἢ πλειοτέρων ἀριθμῶν, λέγεται συνθεμένος ἀριθμός. Οὕτω, ὁ 15, ὅστις προκύπτει ἀπὸ τὴν πολυπλασίᾳσιν 5 ἔ 3, ($5 \text{ ἐπὶ } 3 = 15$), εἶναι συνθεμένος ἀριθμός, καὶ οἱ ἀριθμοὶ 5 ἔ 3, οἵτινες, πολυπλασιαζόμενοι συναλλήλως, τὸν παράγον, λέγονται συνθετικὰ μέρη, ἢ παράγοντες, τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ. Οὕτω, προσέτι, ὁ 24 εἶναι συνθεμένος ἀριθμός· τὰ συνθετικὰ τοῦ μέρη, ἢ οἱ παράγοντες, ἐμ-

ποροῦν νὰ ᾔῃναι 2 καὶ 12, (2 ἐπὶ 12 = 24.) ἢ
ἐμποροῦν νὰ ᾔῃναι 4 καὶ 6, (4 ἐπὶ 6 = 24.) ἢ
ἐμπορεῖν νὰ ᾔῃναι 2, 3, καὶ 4, (2 ἐπὶ 3 ἐπὶ 4 = 24.)

1. Πόσα πρέπει νὰ πληρώσω διὰ 15 πήχεις
ὑφάσματος, πρὸς 4 τάλλαρα τὸν πήχυν;

4 5 — 20 3 — 60	15 πήχεις εἶναι ἴσοι μὲ 5 ἐπὶ 3 πή- χεις. Ἡ τιμὴ τῶν 5 πήχων ἤθελεν εἶ- σθαι 5 ἐπὶ 4 = 20 τάλλαρα· ἐπειδὴ δὲ οἱ 15 πήχεις περιέχουν 3 φορὰς 5 πήχεις, διὰ τοῦτο ἡ τιμὴ τῶν 15 πήχων φανερόν εἶναι ὅτι θέλει εἶσθαι 3 φορὰς ὅσον ἡ ἀξία τῶν 5 πήχων, ἤγουν, 20 τάλλαρα ἐπὶ 3 = 60 τάλλαρα. Ἀπ. 60 τάλλαρα.
---	--

Ὅθεν, Ἄν ὁ πολυπλασιαστῆς ᾔῃναι
συνθεμένος ἀριθμὸς, ἐμποροῦμεν, ἂν
θέλωμεν, νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸν
πολυπλασιαστὲον πρῶτον μὲ ἐν ἁ-
πὸ τὰ συνθετικὰ μέρη, τὸ ἐκ τοῦ-
των παραγόμενον μὲ τὸ ἄλλο συν-
θετικὸν μέρος, καὶ οὕτω καθεξῆς,
ἐὰν τὰ συνθετικὰ μέρη ᾔῃναι πλειότερα παρὰ
δύο· ἀφοῦ δὲ πολυπλασιάσωμεν οὕτω μ' ἕκα-
σον ἀπὸ τὰ συνθετικὰ μέρη, τὸ τελευταῖον
παραγόμενον θέλει εἶσθαι τὸ ὁποῖον ζη-
τεῖται παραγόμενον.

2. Ἠγόρασα 96 κομμάτια μαλλίνου ὑφά-
σματος, πρὸς 136 τάλλαρα τὸ ἐν· πόσα πρέπει
νὰ πληρώσω;

8 ἐπὶ 12 = 96. Ἀκολουθεῖ, λοιπὸν, ὅτι 8
καὶ 12 εἶναι συνθετικὰ μέρη, ἢ παράγοντες, τοῦ
96. Ὅθεν,

136 τάλλαρα, ἡ τιμὴ 1 κομματίου.

8 ἐν ἀπὸ τὰ συνθετικά μέρη, ἡ τοῦς
[παράγοντας.

1088 τάλλαρα, ἡ τιμὴ τῶν 8 κομματίων.

12 τὸ ἄλλο συνθετικὸν μέρος, ἡ ὁ πα-
[ράγων.

Ἀπ. 13056 τάλλαρα, ἡ τιμὴ τῶν 96 κομματίων.

3. Ἄν ὑποθέσωμεν ὅτι 342 ἄνδρες ἐνασχολοῦνται εἰς ἔργον τι, διὰ τὸ ὅποιον θέλουν λάβειν 112 τάλλαρα καθεῖς, πόσα θέλουν λάβειν ὅλοι ἐντάμα ;

8 ἐπὶ 7 ἐπὶ 2 = 112. Ἀπ. 38304 τάλλαρα.

4. Πολυπλασίασε 367 μὲ 48.

Παραγόμενον, 17616.

5. Πολυπλασίασε 853 μὲ 56.

Παραγόμενον, 47768.

6. Πολυπλασίασε 1086 μὲ 72.

Παραγόμενον, 78192.

Β'. Ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖ ναι
10, 100, 1000, κτλ.

¶ 12. Ἐδείξαμεν, (¶ 3.) ὅτι ὅποιοσδήποτε χαρακτηρ, μετακινούμενος ἓνα τόπον πρὸς τὰ ἀριστερὰ, αὐξάνει τὴν ἀξίαν τε δεκάκις ὅθεν, διὰ νὰ πολυπλασιάσωμεν ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν μὲ 10, χρειάζεται μόνον νὰ γράψωμεν ἐν μηδενικὸν εἰς τὰ δεξιὰ τε. Οὕτω, 10 φορές 25 εἶναι 250· διότι ὁ 5, ὅστις ἦτο μονάδες πρότερον, ἔγινε τώρα δεκάδες, καὶ ὁ 2, ὅστις ἦτο δεκάδες πρότερον, ἔγινε τώρα ἑκατοντάδες. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ εἰς ψηφίον τι μετακινηθῇ δὲ ὁ τόπος πρὸς τὰ ἀριστερὰ, ἡ ἀξία του αὐξάνεται 100 φορές, κτλ. Ὅθεν,

“Οταν ὁ πολυπλασιαστής ᾦ ναι 10, 100, 1000, ἢ 1 μ’ ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν μηδενικῶν εἰς τὰ δεξιὰ της, βάλε εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πολυπλασιαστέου τόσα μηδενικά, ὅσα εὐρίσκονται εἰς τὸν πολυπλασιαστήν· ὁ πολυπλασιαστέος δὲ, οὕτω αὐξημένος, θέλει εἶσθαι τὸ ὁποῖον ζητεῖται παραγόμενον. Οὕτω,

Πολυπλασίασε 46 μὲ 10,
τὸ παραγόμενον εἶναι 460.

Πολυπλασίασε 83 μὲ 100,
τὸ παραγόμενον εἶναι 8300.

Πολυπλασίασε 95 μὲ 1000,
τὸ παραγόμενον εἶναι 95000.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Πόσα μοῦ ἔρχονται 76 βαρέλια ἀλεύρου, πρὸς 10 τάλλαρα τὸ βαρέλιον;

2. Ἄν 100 ἄνθρωποι λάβωσιν 126 τάλλαρα καθεῖς, πόσα τάλλαρα θέλουν λάβειν ὅλοι ἐντάμα;

3. Πόσα χρεωστῶνὰ πληρώσω διὰ 1000 κομμάτια μαλλίνου ὑφάσματος, λογαριάζων καθὲν κομμάτιον πρὸς 312 τάλλαρα;

4. Πολυπλασίασε 5682 μὲ 10000.

5. 82154 ... 100000.

¶ 13. Ἀπὸ τὰ λεχθέντα εἰς τὸν τελευταῖον ¶, ἀκολουθεῖ,

“Οταν εὐρίσκονται μηδενικά εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πολυπλασιαστέου, τῷ πολυπλασιαστῇ, τῷ ἐνὸς ἐκ τῶν δύο ἢ καὶ τῶν δύο ὁμοῦ, ἐμποροῦμεν,

πρῶτον, ν' ἀμελήσωμεν τὰ μηδενικά τοῦτα, πολυπλασιάζοντες μὲ τὰ σημαντικὰ ψηφία μόνον· ὕστερον δὲ πρέπει νὰ ἀριθμήσωμεν ἐντάμα ὅσα μηδενικά εἶναι εἰς τὰ δεξιά τοῦ πολυπλασιαστοῦ καὶ πολυπλασιαστοῦ, καὶ νὰ βάλωμεν τόσα μηδενικά εἰς τὰ δεξιά τοῦ παραγομένου.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἐὰν 1300 ἄνθρωποι λάβωσι 460 τάλλαρα καθεῖς, πόσα τάλλαρα θέλουν λάβειν ὅλοι ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

460

× 1300

 138

46

 Ἀπ. 598000 τάλλαρα.

Τὰ μηδενικά εἰς τὸν πολυπλασιαστέον καὶ πολυπλασιαστήν, ὁμῶς ἀριθμοῦμενα, εἶναι τρία. Παραβλέποντες ταῦτα, γράφομεν τὰ σημαντικὰ ψηφία τοῦ πολυπλασιαστοῦ ὑποκάτω εἰς τὰ σημαντικὰ ψηφία

τοῦ πολυπλασιαστέου, καὶ πολυπλασιάζομεν· ὕστερον δὲ βάλλομεν τρία μηδενικά εἰς τὰ δεξιά τοῦ παραγομένου, καὶ ἔχομεν οὕτω τὴν ἀληθινὴν ἀπόκρισιν.

2. Ἐχω 400 τόμους, καὶ καθεῖς τόμος περιέχει 700 σελίδας· πόσαι σελίδες εἰς ὅλους τοὺς τόμους ;

3. Πολυπλασίασε 357 μὲ 6300.

4. 8600 ... 17.

5. 9340 ... 460.

6. 5200 ... 410.

7. 378 ... 204.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

378

204

1512

000

756

77112

Εἰς τὴν ἐργασίαν φαίνεται, ὅτι
ἢ διὰ μηδενικῶν πολυπλασίασις
δὲν παράγει τίποτε. Ὅθεν,

Γ'. Ὅταν ᾖ ναι μηδενικὰ μεταξὺ
τῶν σημαντικῶν ψηφίων τοῦ πο-
λυπλασιαστοῦ, ἐμποροῦμεν νὰ παραδρά-
μωμεν τὰ μηδενικὰ, πολυπλασιάζοντες μὲ τὰ
σημαντικὰ ψηφία μόνον, βάλλοντες
τὸ πρῶτον ψηφίον ἐκάστου παραγομένου κατευ-
θεῖαν ὑποκάτω τοῦ ψηφίου, μὲ τὸ ὅποιον πο-
λυπλασιάζομεν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

8. Πολυπλασίασε 154326 μὲ 3007.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

154326

3007

1080282

462978

Παραγόμενον, 464058282

9. Πολυπλασίασε 543 μὲ 206.

10. 1620 ... 2103.

11. 36243 ... 32004.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ

ΕΙΣ ΤΟΝ ΠΟΛΥΠΛΑΣΙΑΣΜΟΝ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί εἶναι ὁ πολυπλασιασμός; 2. Τί ὀνομάζεται ὁ ἀριθμὸς, ὅστις πολυπλασιάζεται; 3. — ἐκεῖνος, μὲ τὸν ὁποῖον πολυπλασιάζομεν; 4. Τί λέγεται ἡ ἔκβασις ἢ ἡ ἀπόκρισις; 5. Λαμβανόμενοι συναθροιστικῶς ὁ πολυπλασιαστέος καὶ ὁ πολυπλασιαστής, τί ὀνομάζονται; 6. Τί εἶναι τὸ σήμειον τοῦ πολυπλασιασμοῦ; 7. Τί δείχνει; 8. Κατὰ ποίαν τάξιν πρέπει νὰ βάλλωνται οἱ διδόμενοι διὰ πολυπλασιασμόν ἀριθμοί; 9. Ποίαν μέθοδον ἀκολουθεῖς, ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖ ὀλιγώτερον παρὰ 12; 10. Ποίαν, ὅταν ὑπερβαίνῃ 12; 11. Τί εἶναι ὁ συνθεμένοσ ἀριθμὸς; 12. Ποῖα λέγονται συνθετικὰ μέρη, ἢ παράγοντες, ἐνὸς ἀριθμοῦ; 13. Ποίαν μέθοδον ἐμπορεῖς ν' ἀκολουθῇς, ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖ συνθεμένοσ ἀριθμὸς; 14. Διὰ νὰ πολυπλασιάσῃ τις μὲ 10, 100, 1000, κτλ., τί ἀρκεῖ; 15. Διατί; 16. Ὅταν εὐρίσκωνται μηδενικὰ εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πολυπλασιαστέου, τοῦ πολυπλασιαστοῦ, ἐνὸς ἐκ τῶν δύο ἢ καὶ τῶν δύο ὁμοῦ, τί ἐμπορεῖς νὰ κάμῃς; 17. Ὅταν εὐρίσκωνται μηδενικὰ μετὰ τὰς σημαντικῶν ψηφίων τοῦ πολυπλασιαστοῦ, πῶς πρέπει νὰ τὰ μεταχειρισθῇς;

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ.

1. Στράτευμα ἐκ 10700 ἀνδρῶν διήρπασε πόλιν, καὶ ἐπῆρε τόσα χρήματα, ὥστε, μοιρασθέντες αὐτὰ, ἔλαβε καθεὶς 46 τάλλαρα· ποῖον ἦτο τὸ κεφάλαιον τῶν ἐπαρθέντων χρημάτων ;

2. Ὡς ὑποθέσωμεν ὅτι τῶν οἰκῶν ὁ ἀριθμὸς εἰς μίαν κωμόπολιν εἶναι 145, ὅτι καθεὶς οἶκος, ἕνας μὲ τὸν ἄλλον, περιέχει δύο οἰκογενείας, καὶ πᾶσα οἰκογένεια 6 μέλη· πόσοι κάτοικοι ἤθελαν εἰσθαι εἰς τὴν κωμόπολιν ; Ἀπ. 1740.

3. Ἐὰν 46 ἄνδρες τελειόνωσιν ἔργον τι εἰς 60 ἡμέρας, πόσοι ἄνδρες θέλουν τὸ τελειώσειν εἰς μίαν ἡμέραν ;

4. Ἀναχωροῦν δύο ἀπὸ τὸν αὐτὸν τόπον, καὶ ὁδοιποροῦν ὁ ἕνας πρὸς ἀνατολὰς, καὶ ὁ ἄλλος πρὸς δυσμὰς, πρὸς 27 μίλια τὴν ἡμέραν ὁ πρῶτος, ὁ δεῦτερος πρὸς 31 μίλια τὴν ἡμέραν· πόσον διάστημα θέλει εἰσθαι μεταξὺ τῶν εἰς τὸ τέλος 6 ἡμερῶν ; Ἀπ. 348 μίλια.

5. Τίς εἶναι ὁ ἀριθμὸς, τοῦ ὁποίου οἱ παράγοντες εἶναι 4, 7, 6, καὶ 20 ; Ἀπ. 3360.

6. Ἐὰν 18 ἄνδρες τελειόνωσιν ἔργον τι εἰς 90 ἡμέρας, εἰς πόσας θέλει τελειώσειν τὸ ἴδιον ἕνας μόνον ;

7. Ποῖον ἀριθμὸν χρημάτων πρέπει νὰ μοιρασθῶσιν 27 ἄνδρες, ὥστε νὰ λάβῃ καθεὶς 115 τάλλαρα ;

8. Εἶναι ἀριθμὸς τις, τοῦ ὁποίου οἱ παράγοντες εἶναι 89 καὶ 265· τί εἶν' αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς ;

9. Τίς εἶν' ὁ ἀριθμὸς, τοῦ ὁποίου ὁ 9, 12, καὶ 14 εἶναι παράγοντες ;

10. Ἐὰν ἀμάξης τινὸς ὁ τροχὸς περιστρέφε-

ται 346 φορές διὰ νὰ περάσῃ 1 μίλιον, πόσας θέλει περιστραφῇ διὰ νὰ περάσῃ 95 μίλια ;

Ἀπ. 32870.

11. Τὸ ἐν λεπτὸν περιέχει 60 δεύτερα· πόσα δεύτερα τὰ 4 λεπτά ; — τὰ 5 λεπτά ; — τὰ 20 λεπτά ; — τὰ 40 λεπτά ;

12. Ἡ ὥρα περιέχει 60 λεπτά· πόσα δεύτερα ἡ ὥρα ; — αἱ δύο ὥραι ; πόσα δεύτερα ἀπὸ τὰς ἐννέα τὸ πρωὶ ἕως τὸ μεσημέριον ;

13. Ἐν δίστηλον σύγκειται ἀπὸ 6 Φοίνικας· πόσοι Φοίνικες εἰς 3 δίστηλα ; — εἰς 300 δίστηλα ; — εἰς 476 δίστηλα ;

14. Δύο ἄνθρωποι, ὁ Α ὁ Β κινοῦν ἀπὸ τὸν ἴδιον τόπον τὴν ἰδίαν ὥραν, καὶ ὁδοιποροῦν εἰς τὸν ἴδιον δρόμον· ὁ Α ὁδοιπορεῖ 52 μίλια τὴν ἡμέραν, καὶ ὁ Β 44 μίλια τὴν ἡμέραν· πόσον μακρὰν θέλουν εἶσθαι ὁ ἕνας ἀπὸ τὸν ἄλλον εἰς τὸ τέλος 10 ἡμερῶν ;

15. Ἐὰν τὸ διάφορον 100 λεπτῶν ἦναι 6 λεπτά, δι' ἓνα χρόνον, πόσα λεπτά θέλει εἶσθαι διὰ 2 χρόνους ; — διὰ 4 χρόνους ; — διὰ 10 χρόνους ; — διὰ 35 χρόνους ; — διὰ 84 χρόνους ;

16. Ἐὰν τὸ διάφορον ἐνὸς φοίνικος ἦναι 6 λεπτά δι' ἓνα χρόνον, πόσον εἶναι τὸ διάφορον 2 φοινίκων, τὸν ἴδιον καιρὸν ; — 5 φοινίκων ; — 6 φοινίκων ; — 8 φοινίκων ; — 95 φοινίκων ;

17. Ἐπώλησεν ἓνας γεωργὸς 468 λίτρας χοιρίνου κρέατος, πρὸς 6 λεπτά τὴν λίτραν, καὶ 48 λίτρας τυροῦ πρὸς 7 λεπτά τὴν λίτραν· πόσα λεπτά πρέπει νὰ λάβῃ εἰς πληρωμὴν ;

18. Ἠγόρασεν ἐν παιδίον 10 πορτογάλλια· ἐκράτησεν ἐξ αὐτῶν 7, καὶ ἐπώλησε τὰ λοιπὰ, 5 λεπτά καθέν· πόσα λεπτά ἔλαβε ;

19. Ἀριθμοῦ τινὸς τὰ συνθετικὰ μέρη εἶναι 4, 5, 7, 6, 9, 8, καὶ 3· τί εἶναι ὁ ἀριθμὸς;

20. Εἰς πίθον τινὰ κρασίον εἶναι 63 μέτρα· πόσα μέτρα εἰς 8 ὁμοίους πίθους; Καθὲν ἀπ' αὐτὰ τὰ μέτρα διαιρεῖται εἰς 4 τέταρτα· πόσα τέταρτα εἰς τοὺς 8 πίθους; Τὸ τέταρτον περιέχει 4 λίτρας· πόσαι λίτραι εἰς τοὺς 8 πίθους;

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ

ΑΠΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 14. 1. Ὁ Παῦλος ἐμοίρασε 12 μῆλα εἰς 4 παιδιά· πόσα ἔδωκεν εἰς καθὲν παιδίον;

2. Ὁ Παῦλος θέλει νὰ μοιράσῃ 12 μῆλα εἰς 3 παιδιά· πόσα πρέπει νὰ δώσῃ εἰς καθὲν παιδίον;

3. Ὁ Στέφανος εἶχε 15 μῆλα, καὶ τὰ ἔδωκεν εἰς τοὺς συντρόφους του· καθεὶς δ' ἔλαβε 3 μῆλα· εἰς πόσα παιδιά τὰ ἔδωκε;

4. Ἐὰν εἶχες 20 λεπτά, πόσα πεπώνια ἡμπόρεις ν' ἀγοράσῃς, πρὸς 4 λεπτά τὸ ἓν;

5. Πόσους πήχεις ὑφάσματος ἡμπόρεις ν' ἀγοράσῃς μὲ 30 τάλλαρα, πρὸς 5 τάλλαρα τὸν πήχυν;

6. Ἐὰν πληρώσῃς 40 τάλλαρα διὰ 10 πήχεις ὑφάσματος, τί ἀξίζει ὁ πήχυς;

7. Ἐσυμφώνησέ τις νὰ μοῦ δουλεύῃ 6 ἡμέρας διὰ 42 φοίνικας· πόσους φοίνικας τοῦ ἐρχεται ἡ ἡμέρα;

8. Πόσαι ὀκάδαι εἰς 8 λίτρας; — εἰς 12 λίτρας; — εἰς 16 λίτρας;

9. Ποσάκις περιέχεται ὁ ἀριθμὸς 8 εἰς 88;

10. Ἐὰν ὁδοιπορῇ τις 4 μίλια τὴν ὥραν, πόσας ὥρας ἤθελε χάσειν νὰ ὁδοιπορήσῃ 24 μίλια ;

11. Εἰς περιβόλιόν τι εἶναι 27 δένδρα ἀραδιασμένα, 3 δένδρα εἰς τὴν ἀράδαν· πόσαι ἀράδαι εἶναι ;

Παρατήρησις. Ὅταν διαιρεθῇ τὶ εἰς δύο ἴσα μέρη, ἐν ἅπ' αὐτὰ τὰ μέρη λέγεται ἡμισυ· εἰς τρία ἴσα μέρη, ἐν ἅπ' αὐτὰ τὰ μέρη λέγεται τρίτον· εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη, ἐν μέρει λέγεται τέταρτον· εἰς πέντε, ἐν μέρει λέγεται πέμπτον, καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

12. Παιδίον τι εἶχε δύο μῆλα, καὶ ἔδωκεν ἡμισυ μῆλον εἰς καθέναν τῶν συντροφῶν του· πόσοι ἦσαν οἱ σύντροφοί του ;

13. Παιδίον τι ἐμοίρασεν εἰς τοὺς συντρόφους του τέσσαρα μῆλα, δίδον εἰς καθέναν ἐν τρίτον ἐνὸς μῆλου· εἰς πόσους ἐμοίρασε τὰ μῆλά του ;

14. Πόσα τέταρτα εἰς 3 πορτογάλλια ;

15. Πόσα πορτογάλλια πρέπει τις νὰ ἔχῃ, διὰ νὰ δώσῃ εἰς 12 παιδιά ἐν τέταρτον ἐνὸς πορτογαλλίου εἰς καθέναν ;

16. Πόσον εἶναι τὸ ἡμισυ 12 μῆλων ;

17. Πόσον εἶναι τὸ τρίτον 12 ;

18. Πόσον εἶναι τὸ τέταρτον 12 ;

19. Εἶχε τις 30 πρόβατα, ἐπώλησεν ἐν πέμπτον ἐξ αὐτῶν· πόσα ἐξ αὐτῶν ἐπώλησε ;

20. Ἠγόρασέ τις πρόβατα, 7 τάλλαρα τὸ ἐν, καὶ ἐπλήρωσε δι' ὅλα των 63 τάλλαρα· ποῖος ἦτον ὁ ἀριθμὸς των ;

21. Μὲ 12 λεπτὰ πόσα πορτογάλλια ἐμπορεῖ τις ν' ἀγοράσῃ, πρὸς 3 λεπτὰ τὸ ἐν ;

Φανερόν εἶναι ὅτι, ὁσάκις 3 λεπτὰ ἐμποροῦν νὰ ἐπαρῇ ἄπὸ 12 λεπτὰ, τόσα πορτογάλ-

λια ἐμποροῦν ν' ἀγορασθῶσιν· ὁ σκοπὸς λοιπὸν εἶναι νὰ εὕρωμεν ποσάκις ὁ 3 περιέχεται εἰς τὸν 12.

Πρῶτον	12 λεπτά.
πορτογάλλιον,	3 λεπτά.
	—
Δεύτερον	9
πορτογάλλιον,	3 λεπτά.
	—
Τρίτον	6
πορτογάλλιον,	3 λεπτά.
	—
Τέταρτον	3
πορτογάλλιον,	3 λεπτά.
	—
	0

νικῶς πολὺ συντομωτέρας, ἣτις καλεῖται Διαίρεσις.

¶ 15. Φανερόν εἶναι ὅτι ἡ τιμὴ ἑνὸς πορτογαλλίου, (3 λεπτά,) πολυπλασιαζομένη μετὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν πορτογαλλίων, (4,) εἶναι ἴση μετὰ τὴν τιμὴν ὅλων τῶν πορτογαλλίων, (12 λεπτά.) ὁ 12 λοιπὸν εἶναι παραγόμενον, καὶ ὁ 3 ἕνας ἐκ τῶν παραγόντων του· τὸ νὰ εὕρωμεν δὲ ποσάκις ὁ 3 περιέχεται εἰς τὸν 12, εἶναι νὰ εὕρωμεν τὸν ἅλλον παράγοντα, ὅστις, πολυπλασιαζόμενος ἐπὶ 3, θέλει παράξιν 12. Τὸν παράγοντα τοῦτον εὕρισκομεν, ἐκ δοκιμῆς, ὅτι εἶναι 4, ($4 \times 3 = 12$.) ὅθεν, ὁ 3 περιέχεται εἰς τὸν 12 τετράκις.

Ἀπ. 4 πορτογάλλια.

22. Ἄνθρωπός τις θέλει νὰ μοιράσῃ 12 πορτογάλλια ἐξίσου εἰς 3 παιδία· πόσα πορτογάλλια πρέπει καθὲν παιδίον νὰ λάβῃ;

Ὁ σκοπὸς ἐδῶ εἶναι νὰ διαιρέσωμεν τὰ 12 πορτογάλλια εἰς 3 ἴσα μέρη, καὶ νὰ ἐξακριβώ-

σωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν πορτογαλλίων εἰς καθέν
 ἅπ' αὐτὰ τὰ μέρη. Ἡ ἐργασία φανερόν εἶναι
 ὅτι δὲν διαφέρει ἀπὸ τὴν εἰς τὸ τελευταῖον πα-
 ράδειγμα, ἥ στέκει εἰς τὸ νὰ εὕρωμεν ἀριθμὸν,
 ὅστις, πολυπλασιαζόμενος ἐπὶ 3, θέλει παράξιν
 12. Τὸν ἀριθμὸν τοῦτον ἠύραμεν ἤδη ὅτι εἶ-
 ναι 4. Ἀπ. 4 πορτογάλλια καθέν.

Καθὼς, λοιπὸν, ὁ πολυπλασιασμὸς
 εἶναι σύντομος μέθοδος τοῦ ἐκτελεῖν πολλὰς
 προσθέσεις τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ· οὕτω, ἡ
 διαίρεσις εἶναι σύντομος μέθοδος τοῦ ἐκ-
 τελεῖν πολλὰς ἀφαιρέσεις τοῦ ἰδίου ἀ-
 ριθμοῦ· ἥ δύναται νὰ ὁρισθῇ, Ἡ μέθοδος
 τοῦ εὐρίσκειν ποσάκεις ἕνας ἀριθ-
 μὸς περιέχεται εἰς ἄλλον, καὶ προσ-
 ἐτι, τοῦ χωρίζειν ἀριθμὸν τινὰ εἰς
 ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν ἴσων με-
 ρῶν. Εἰς δλας δὲ τὰς περιστάσεις, ἐκτε-
 λοῦμεν τὴν διαίρεσιν, εὐρίσκοντες ἕνα ἐκ τῶν
 παραγόντων δοθέντος τινὸς παραγομένου, ὅταν
 ὁ ἄλλος παράγων ᾖναι γνωστός.

Ὁ ἀριθμὸς, ὅστις ἔχει νὰ διαιρεθῇ,
 λέγεται ὁ διαιρετέος, καὶ ἀνταποκρίνεται
 εἰς τὸ παραγόμενον τοῦ πολυπλασιασμοῦ.
 Ὁ ἀριθμὸς, μὲ τὸν ὁποῖον διαιροῦ-
 μεν, λέγεται ὁ διαιρέτης, καὶ ἀνταποκρί-
 νεται εἰς ἕνα ἀπὸ τοὺς παράγοντας τοῦ πο-
 λυπλασιασμοῦ. Ἡ ἔκβασις, ἡ ἡζητουμέ-
 νη ἀπόκρισις, λέγεται τὸ πηλίκον, (λέξις
 Ἑλληνική, σημαίνουσα πόσον μέγα,) καὶ
 ἀνταποκρίνεται εἰς τὸν ἄλλον παράγοντα.

ΣΗΜΕΪΟΝ. Τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως εἶναι βραχεῖα ὀριζόντιος γραμμῇ μεταξὺ δύο στιγμῶν, ÷. Δείχνει ὅτι ὁ ἔμπροσθεν τοῦ ἀριθμοῦ ἔχει νὰ διαιρεθῇ μὲ τὸν κατόπιν τοῦ ἀριθμόν. Οὕτω, $27 \div 9 = 3$ ἀναγινώσκειται, 27 διαιρούμενον μὲ 9 εἶναι ἴσον μὲ 3· ἢ, πλέον σύντομα, 27 μὲ 9 εἶναι 3, ἢ, 9 εἰς 27, 3 φορές. Εἰς τόπον τῶν στιγμῶν, ὁ διαιρετέος γράφεται πολλάκις ὑπεράνω τῆς γραμμῆς, καὶ ὁ διαιρέτης ὑποκάτω της, φανερόνουντες ὅτι ὁ ἕνας πρέπει νὰ διαιρεθῇ μὲ τὸν ἄλλον· οὕτω, $\frac{27}{3} = 3$, ἀναγινωσκόμενον καθὼς ἀρχήτερα.

ΠΙΝΑΞ ΤΗΣ ΔΙΑΙΡΕΣΕΩΣ.

$\frac{2}{2} = 1^*$	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{4}{4} = 1$	$\frac{5}{5} = 1$	$\frac{6}{6} = 1$	$\frac{7}{7} = 1$
$\frac{4}{2} = 2^*$	$\frac{6}{3} = 2$	$\frac{8}{4} = 2$	$\frac{10}{5} = 2$	$\frac{12}{6} = 2$	$\frac{14}{7} = 2$
$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{9}{3} = 3$	$\frac{12}{4} = 3$	$\frac{15}{5} = 3$	$\frac{18}{6} = 3$	$\frac{21}{7} = 3$
$\frac{8}{2} = 4$	$\frac{12}{3} = 4$	$\frac{16}{4} = 4$	$\frac{20}{5} = 4$	$\frac{24}{6} = 4$	$\frac{28}{7} = 4$
$\frac{10}{2} = 5$	$\frac{15}{3} = 5$	$\frac{20}{4} = 5$	$\frac{25}{5} = 5$	$\frac{30}{6} = 5$	$\frac{35}{7} = 5$
$\frac{12}{2} = 6$	$\frac{18}{3} = 6$	$\frac{24}{4} = 6$	$\frac{30}{5} = 6$	$\frac{36}{6} = 6$	$\frac{42}{7} = 6$
$\frac{14}{2} = 7$	$\frac{21}{3} = 7$	$\frac{28}{4} = 7$	$\frac{35}{5} = 7$	$\frac{42}{6} = 7$	$\frac{49}{7} = 7$
$\frac{16}{2} = 8$	$\frac{24}{3} = 8$	$\frac{32}{4} = 8$	$\frac{40}{5} = 8$	$\frac{48}{6} = 8$	$\frac{56}{7} = 8$
$\frac{18}{2} = 9$	$\frac{27}{3} = 9$	$\frac{36}{4} = 9$	$\frac{45}{5} = 9$	$\frac{54}{6} = 9$	$\frac{63}{7} = 9$

$\frac{8}{8} = 1$	$\frac{9}{9} = 1$	$\frac{10}{10} = 1$	$\frac{11}{11} = 1$	$\frac{12}{12} = 1$
$\frac{16}{8} = 2$	$\frac{18}{9} = 2$	$\frac{20}{10} = 2$	$\frac{22}{11} = 2$	$\frac{24}{12} = 2$
$\frac{24}{8} = 3$	$\frac{27}{9} = 3$	$\frac{30}{10} = 3$	$\frac{33}{11} = 3$	$\frac{36}{12} = 3$
$\frac{32}{8} = 4$	$\frac{36}{9} = 4$	$\frac{40}{10} = 4$	$\frac{44}{11} = 4$	$\frac{48}{12} = 4$
$\frac{40}{8} = 5$	$\frac{45}{9} = 5$	$\frac{50}{10} = 5$	$\frac{55}{11} = 5$	$\frac{60}{12} = 5$
$\frac{48}{8} = 6$	$\frac{54}{9} = 6$	$\frac{60}{10} = 6$	$\frac{66}{11} = 6$	$\frac{72}{12} = 6$
$\frac{56}{8} = 7$	$\frac{63}{9} = 7$	$\frac{70}{10} = 7$	$\frac{77}{11} = 7$	$\frac{84}{12} = 7$
$\frac{64}{8} = 8$	$\frac{72}{9} = 8$	$\frac{80}{10} = 8$	$\frac{88}{11} = 8$	$\frac{96}{12} = 8$
$\frac{72}{8} = 9$	$\frac{81}{9} = 9$	$\frac{90}{10} = 9$	$\frac{99}{11} = 9$	$\frac{108}{12} = 9$

* Ὁ μαθητὴς, μανθάνων τὸν πίνακα ἐκ στήθους, ἐμπορεῖ νὰ τὸν ἀναγινώσκη οὕτω· 2 μὲ 2 εἶναι 1, 4 μὲ 2 εἶναι 2, κτλ· ἢ, 2 εἰς 2 μίαν φοράν, 2 εἰς 4 δύο φορές, κτλ.

$$\begin{array}{ll}
 28 \div 7, \eta \frac{28}{7} = \text{πόσα}; & 49 \div 7, \eta \frac{49}{7} = \text{πόσα}; \\
 42 \div 6, \eta \frac{42}{6} = \text{πόσα}; & 32 \div 4, \eta \frac{32}{4} = \text{πόσα}; \\
 54 \div 9, \eta \frac{54}{9} = \text{πόσα}; & 99 \div 11, \eta \frac{99}{11} = \text{πόσα}; \\
 32 \div 8, \eta \frac{32}{8} = \text{πόσα}; & 84 \div 12, \eta \frac{84}{12} = \text{πόσα}; \\
 33 \div 11, \eta \frac{33}{11} = \text{πόσα}; & 108 \div 12, \eta \frac{108}{12} = \text{πόσα};
 \end{array}$$

¶ 16. 23. *Πόσοι πήχεις ὑφάσματος, πρὸς 4 τάλλαρα ὁ πῆχυς, ἐμποροῦν ν' ἀγορασθῶσι διὰ 856 τάλλαρα;*

Ἐδῶ ὁ ἔχων νὰ διαιρεθῇ ἀριθμὸς εἶναι 856, ὅστις λοιπὸν εἶναι ὁ διαιρέτης· 4 εἶναι ὁ ἀριθμὸς, μὲ τὸν ὅποιον πρέπει νὰ διαιρέσωμεν, καὶ λοιπὸν ὁ διαιρέτης. Ποσάκις ὁ 4 περιέχεται εἰς ἀριθμὸν τόσον μεγάλον, ὅσον ὁ 856, δὲν εἶναι φανερόν. Τὴν δυσκολίαν ταύτην ἐμποροῦμεν εὐκόλως νὰ νικήσωμεν, ἂν διαλυθῇ ὁ ἀριθμὸς οὗτος, κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον.

$$856 = 800 + 40 + 16.$$

Ἀρχίζοντες ἀπὸ τὰς ἑκατοντάδας, βλέπομεν πάραυτα ὅτι 4 περιέχεται εἰς 8 δύο φορές· ἀκολουθῶς, εἰς 800, 200 φορές. Προχωροῦντες εἰς τὰς δεκάδας, εὐρίσκομεν ὅτι 4 περιέχεται εἰς 4 μίαν φοράν, ἔ, ἀκολουθῶς, εἰς 40 περιέχεται 10 φορές. Τελευταῖον, εἰς 16 περιέχεται 4 φορές. Ἐχομεν τώρα $200 + 10 + 4 = 214$ διὰ τὸ πηλίκον, ἢ τὸν ἀριθμὸν τῶν φορῶν, ὅσας ὁ 4 περιέχεται εἰς 856.

Ἀπ. 214 πήχεις.

Εἰς τὴν ἰδίαν ἔκβασιν ἐμποροῦμεν νὰ φθάσωμεν χωρὶς τὴν διάλυσιν τοῦ διαιρετέου, πλήν καθόσον γίνεται εἰς τὸν νοῦν, λαμβάνοντές τον κατὰ μέρη, ὡς ἀκολουθῶς.

Διαιρετέος.

Διαιρέτης, 4) 856

Πηλίκον, 214

Εὐκολίας χάριν, καταγράφομεν τὸν διαιρετέον μετὰ τὸν διαιρέτην εἰς τὰ ἀριστερὰ, καὶ σύρομεν γραμμὴν μεταξὺ των· σύρομεν δὲ καὶ γραμμὴν ὑποκάτω. Ἐπειτα, ἀρχίζοντες εἰς τὰ ἀριστερὰ, ζητοῦμεν ποσάκις ὁ διαιρέτης (4) περιέχεται εἰς 8 (ἐκατοντάδας,) τὸ ψηφίον τῆς ἀριστερᾶς χειρὸς· εὗρισκοντες ὅτι περιέχεται δις, γράφομεν 2 κατευθεῖαν ὑποκάτω τοῦ 8, ὅστις ἀριθμὸς 2, πίπτων εἰς τὸν τόπον τῶν ἐκατοντάδων, εἶναι κατ' ἀλήθειαν 200. Προχωροῦντες εἰς τὰς δεκάδας, βλέπομεν ὅτι 4 περιέχεται εἰς 5 (δεκάδας) 1 φοράν, καὶ λοιπὸν βάλλομεν 1 εἰς τὸν τόπον τῶν δεκάδων, κατευθεῖαν ὑποκάτω τῶν 5 (δεκάδων.) Ἀλλ' ἀφοῦ ἐπάρωμεν 4 φορές δέκα ἀπὸ τὰς 5 δεκάδας, ἀφίεται 1 δεκάς. Ταύτην τὴν 1 δεκάδα συνάπτομεν μετὰ τὰς 6 μονάδας, κάμνοντες 16. Ἐπειτα, 4 εἰς 16 ὑπάγει 4 φορές, τὸν ὅποιον ἀριθμὸν 4 καταγράφομεν, καὶ τὸ ἔργον εἶναι τελειωμένον.

Ὁ τρόπος οὗτος τοῦ ἐκτελεῖν τὴν ἐργασίαν ὀνομάζεται *Σύντομος Διαίρεσις*. Ὁ λογαριασμὸς, καθὼς ἐμπορεῖ τις νὰ ἴδῃ, γίνεται κατὰ μέρος εἰς τὸν νοῦν, πρᾶγμα, τὸ ὅποιον εἶναι πάντοτε εὐκόλον, ὅταν ὁ διαιρέτης δὲν ὑπερβαίνῃ 12.

ΚΑΝΩΝ.

Ἀπὸ τὸν σαφηνισμόν τοῦ προηγουμένου παραδείγματος συνάγομεν τὸν γενικὸν τοῦτον κανόνα διὰ νὰ διαιρῶμεν, ὅταν ὁ διαιρέτης δὲν ὑπερβαίνῃ 12.

Α'. Εὔρε ποσάκις ὁ διαιρέτης περιέχεται εἰς τὸ πρῶτον ψηφίον, ἢ ψηφία, τοῦ διαιρετέου, ἔ, γράψας τὸν ἀριθμὸν τῶν φορῶν κατευθεῖαν ὑποκάτω τοῦ διαιρετέου, φέρε τὸ ὑπόλοιπον, ἂν ἦναι κἀνέν, εἰς τὸ ἀκόλουθον ψηφίον ὡς τόσας δεκάδας.

Β'. Εὔρε ποσάκις ὁ διαιρέτης περιέχεται εἰς τοῦτον τὸν διαιρετέον, καὶ κατάγραψε τὸν ἀριθμὸν τῶν φορῶν ὡς πρότερον· ἐξακολουθεῖ δὲ νὰ κάμνης οὕτω, ἕως νὰ διαιρεθῶσιν ὅλα τὰ εἰς τὸν διαιρετέον ψηφία.

ΔΟΚΙΜΗ. "Ἰδαμεν, (¶ 15,) ὅτι ὁ διαιρέτης ἔ τὸ πηλίκον εἶναι παράγοντες, τῶν ὁποίων παραγόμενον εἶναι ὁ διαιρετέος, καὶ ἰδαμεν προσέτι, ὅτι ἡ διαίρεσις τοῦ διαιρετέου μὲ τὸν ἐνα παράγοντα δὲν εἶναι πλήν τρόπος διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν ἄλλον.

Ὅθεν ἡ διαίρεσις καὶ ὁ πολυπλασιασμὸς δοκιμάζονται ἀμοιβαίως.

Διὰ νὰ δοκιμάζωμεν τὴν διαίρεσιν, ἐμποροῦμεν νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸν διαιρέτην μὲ τὸ πηλίκον, καὶ, ἂν τὸ ἔργον ἦναι ὀρθόν, τὸ παραγόμενον θέλει εἶσθαι τὸ ἴδιον ὡς ὁ διαιρετέος· ἢ ἐμποροῦμεν νὰ διαιρῶμεν τὸν διαιρετέον μὲ τὸ πηλίκον, καὶ, ἂν τὸ ἔργον ἦναι ὀρθόν, ἢ ἔκβασις θέλει εἶσθαι ἡ ἰδία ὡς ὁ διαιρέτης.

Διὰ νὰ δοκιμάζωμεν τὸν πολυπλασιασμὸν, ἐμποροῦμεν νὰ διαιρῶμεν τὸ παραγόμενον μὲ τὸν ἐνα παράγοντα, καὶ, ἂν τὸ ἔργον ἦναι ὀρθόν, τὸ πηλίκον θέλει εἶσθαι ὁ ἄλλος παράγων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

24. Εἰς 5 ἀνθρώπους ἤθελέ τις νὰ μοιράσῃ 13,462,725 τάλλαρα· πόσα τάλλαρα ἤθελε καθεὶς λάβειν;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Διαιρετέος. Διαιρέτης, 5) 13,462,725

Πηλίκον, 2,692,545

εἰς 13 ὑπάγει 2 φορές, καὶ περισσεύουν 3, τὰ ὅποια, συναπτόμενα μὲ 4, τὸ ἀκόλουθον ψηφίον, κάμνουν 34· 5 δὲ εἰς 34 ὑπάγει 6 φορές, κτλ.

ΔΟΚΙΜΗ.

Πηλίκον.
2,692,545

5 διαιρέτης.

13,462,725

Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο, ἐπειδὴ 5 δὲν ὑπάγει εἰς τὸ πρῶτον ψηφίον, (1,) λαμβάνομεν δύο ψηφία, καὶ λέγομεν, 5

Εἰς δοκιμὴν τοῦ παραδείγματος τῆς του, πολυπλασιάζομεν τὸ πηλίκον μὲ τὸν διαιρέτην, καὶ, ἐπειδὴ τὸ παραγόμενον εἶναι τὸ αὐτὸ ὡς ὁ διαιρετέος,

συμπεραίνομεν ὅτι τὸ ἔργον εἶναι ὀρθόν. Ἀπὸ ψιλὴν θεωρίαν τοῦ ἄνω παραδείγματος καὶ τῆς δοκιμῆς του γίνεται φανερόν, ὡς ἐπροείπαμεν, ὅτι ἡ διαίρεσις εἶναι τὸ ἀ ν ἄ π α λ ι ν τοῦ πολυπλασιασμοῦ, καὶ ὅτι οἱ δύο κανόνες δοκιμάζονται ἀμοιβαίως.

25. Πόσοι πῆχες ὑψέσματος ἐμποροῦν ν' ἀγορασθῶσι μὲ 4,354,560 τάλλαρα, πρὸς 2 τάλλαρα ὁ πῆχυς; — πρὸς 3 τάλλαρα; — πρὸς 4 τάλλαρα; — πρὸς 5 τάλλαρα; —

πρὸς 6 τάλλαρα; — πρὸς 7; — πρὸς 8; —
πρὸς 9; — πρὸς 10;

Σημείωσις. Ὁ μαθητὴς χρεωστεῖ νὰ δο-
κιμάσῃ τὰ προηγούμενα ὡς καὶ τὰ ἐπόμενα πα-
ραδείγματα.

26. Διαίρεσε 1005903360 μὲ 2, 3, 4, 5, 6, 7,
8, 9, 10, 11, καὶ 12.

27. Ἐὰν 2 ἡμίκοιλα κάμνωσιν ἐν κοιλὸν, πό-
σα κοιλὰ εἰς 8 ἡμίκοιλα; — εἰς 12 ἡμίκοιλα;
— εἰς 20 ἡμίκοιλα; — εἰς 24 ἡμίκοιλα;
— εἰς 248 ἡμίκοιλα; — 2764 ἡμίκοιλα; —
εἰς 47632 ἡμίκοιλα;

28. Τέσσαρες λίτραι κάμνουν μίαν ὀκᾶν·
πόσαι ὀκάδαι εἰς 8 λίτρας; — εἰς 12 λίτρας;
— εἰς 20 λίτρας; — εἰς 36 λίτρας; —
εἰς 368 λίτρας; — εἰς 4896 λίτρας; — εἰς
5436144 λίτρας;

29. Ἐδωκέ τις 86 μῆλα εἰς 5 παιδιά· πόσα
μῆλα ἔλαβε καθὲν παιδίον;

Διαιρετέος.
Διαιρέτης, 5) 86

Πηλίκον, 17-1 Ὑπόλοιπον. τῶν παιδίων, (5),
ἐνρίσκομεν ὅτι

καθὲν ὅς παιδίον ἡ μερὶς ἦτο 17 μῆλα·
ἀλλ' ἐπερίσσευσε καὶ ἐν μῆλον.

¶ 17. 5) 86

17 :

Ἐδῶ, διαιρῶν-
τες τὸν ἀριθμὸν
τῶν μῆλων (86)
μὲ τὸν ἀριθμὸν

τῶν παιδίων, (5),
ἐνρίσκομεν ὅτι

Φανερόν εἶναι ὅτι,
διὰ νὰ μοιράσωμεν ὅ-
λα τὰ μῆλα ἐξίσου εἰς

τὰ παιδιά, πρέπει νὰ διαιρέσωμεν τὸ ἐν τοῦτο
περισεῦον μῆλον εἰς 5 ἴσα μέρη, καὶ νὰ δώ-
σωμεν ἐν ἀπὸ τὰ μέρη τοῦτα εἰς καθὲν ἀπὸ τὰ
παιδιά. Τότε καθενὸς παιδίον ἡ μερὶς θέλει

εἶσθαι 17 μῆλα, καὶ ἐν πέμπτῳ ἐνὸς ἄλλης μῆλου· τὸ ὁποῖον γράφεται οὕτω, $17 \frac{1}{5}$ μῆλα.

Ἀπ. $17 \frac{1}{5}$ μῆλα καθεὶς.

Ὁ 17, φανερόντων ὁλόκληρα μῆλα, ὀνομάζεται ἀκέραιος, (ἤγουν ὁλάκερος,) ἀριθμός. Ὁ δὲ $\frac{1}{5}$ (ἐν πέμπτῳ) ἐνὸς μῆλου, φανερόντων μέρος κομμένου ἢ διηρημένου μῆλου, ὀνομάζεται κλάσμα, (ἤγουν, κομμένος, συντριμμένος, ἀριθμός.)

Τὰ κλάσματα, ὡς ἐδῶ βλέπομεν, γράφονται μὲ δύο ἀριθμούς, τὸν ἓνα κατευθεῖαν ὑπεράνω τοῦ ἄλλου, μὲ βραχεῖαν γραμμὴν μεταξὺ των, δείχνουσαν ὅτι ὁ ἄνω ἀριθμὸς ἔχει νὰ διαιρεθῇ μὲ τὸν κάτω. Ὁ ἄνω ἀριθμὸς, ἢ ὁ διαιρετέος, ὀνομάζεται, εἰς τὰ κλάσματα, ὁ ἀριθμητής, ὁ δὲ κάτω ἀριθμὸς, ἢ ὁ διαιρέτης, ὀνομάζεται ὁ παρονομαστής.

Σημείωσις. Ἀριθμὸς ὡς ὁ $17 \frac{1}{5}$, ὅστις σύγκειται ἀπὸ ἀκεραίου (17,) καὶ κλάσμα ($\frac{1}{5}$), λέγεται μικτὸς ἀριθμός.

Εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα, τὸ ἐν μῆλον, τὸ ὁποῖον ἐπερίσσευσεν ἀφοῦ ἐδιαιρέσαμεν μὲ ὁλόκληρους ἀριθμούς ὅσον ἦτο δυνατόν, λέγεται τὸ ὑπόλοιπον, καὶ εἶναι ὁλόφανερα μέρος τῆ διαιρετέου ἀκόμη ἀδιαίρετον. Διὰ νὰ τελειώσωμεν δὲ τὴν διαίρεσιν, τὸ ὑπόλοιπον τοῦτο, ὡς ἀρχήτερα ἐπαρτηρήσαμεν, πρέπει νὰ διαιρεθῇ εἰς 5 ἴσα μέρη· ἀλλ' ὁ ἴδιος ὁ διαιρέτης φανερόντι τὸν ἀριθμὸν τῶν μερῶν. Ἄν ἐξετάσωμεν τώρα τὸ κλάσμα, θέλομεν ἰδεῖν ὅτι σύγκειται ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπον

(1) ὡς ἀριθμητήν του, καὶ τὸν διαιρέτην
(5) ὡς παρονομαστήν του.

Οθεν, ἂν ᾖναι ὑπόλοιπον, κατὰγραψέ
το εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πηλίκου ὡς ἀριθμητήν
κλάσματος, καὶ ὑποκάτω αὐτοῦ βάλε τὸν διαι-
ρέτην ὡς παρονομαστήν τοῦ κλάσματος.

Δοκιμή τοῦ τελευταίου
παράδειγματος.

17 $\frac{1}{2}$

5

86

Δοκιμάζοντες τὸ
παράδειγμα τῆτο, εὐ-
ρισκόμεθα ἀναγκα-
σμένοι νὰ πολυπλα-
σιάσωμεν τὸ κλά-
σμα μὲ 5· ἀλλὰ τῆ-
το γίνεται εὐκόλα,

ἂν στοχασθῶμεν, ὅτι τὸ κλάσμα $\frac{1}{2}$ φανερόν
ἐν μέρος ἐνὸς μῆλου εἰς 5 ἴσα μέρη διηρημένου·
οθεν, 5 φορές $\frac{1}{2}$ εἶναι $\frac{5}{2} = 1$, ἤγουν, ἐν ὅλῳ κλη-
ρον μῆλον, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν νὰ προστεθῇ
εἰς τὰς μονάδας, λέγοντες, 5 φορές 7 εἶναι
35, καὶ ἐν, τὸ ὁποῖον ἐκρατούσαμεν, κάμνει 36,
κτλ.

30. Ὁκτὼ ἄνθρωποι ἐμοιράσθησαν 453
τάλλαρα· πόσα τάλλαρα ἔλαβε καθεὶς;

Διαιρετέος.

Διαιρέτης, 8) 453

Πηλίκον, 56 $\frac{5}{8}$

Ἐδῶ, ἀφοῦ διαιρέ-
σωμεν ὅσον ἐμποροῦ-
μεν μὲ ὅλο κληρο
ἀριθμὸς, ἔχομεν ὑπό-
λοιπον 5 τάλλαρα, τὸ

ὁποῖον, γραφόμενον ὡς ἐπροείπαμεν, κάμνει τὴν
ἀπόκρισιν 56 τάλλαρα καὶ $\frac{5}{8}$ (πέντε ὀγδοα) ἐνὸς
ταλλάρου, εἰς καθένα.

§ 18. Πρέπει νὰ σημειώσωμεν ἐδῶ, ὅτι τὸ
ὀγδοον μέρος 5 ταλλάρων εἶναι τὸ ἴδιον ὡς 5

φορὰς τὸ ὄγδοον μέρος 1 ταλλάρου, ἤγουν, τὸ ὄγδοον μέρος 5 ταλλάρων εἶναι $\frac{5}{8}$ ἐνὸς ταλλάρου. Ὅθεν, $\frac{5}{8}$ φανερόναι τὸ πηλίκον, τὸ ὅποιον δίδει ὁ 5 διαιρούμενος μὲ 8.

Δοκιμή. $\frac{5}{8}$ εἶναι 5 μέρη, καὶ 8 φορὰς 5 εἶναι 40, ἤγουν, $\frac{40}{8} = 5$, τὸ ὅποιον, κρατούμενον καὶ προσθετόμενον εἰς τὸ παραγόμενον τοῦ 8 φορὰς 6, κάμνει 53, κτλ. Ὅθεν, διὰ νὰ πολυπλασιάσωμεν κλάσμα, ἐμποροῦμεν νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῆς νύμφης, καὶ νὰ διαιρέσωμεν τὸ παραγόμενον μὲ τὸν παρονομαστήν.

Ἡ, δοκιμάζοντες τὴν διαίρεσιν, ἐμποροῦμεν νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸν ὁλόκληρον μόνον ἀριθμὸν τοῦ πηλίκου, καὶ εἰς τὸ παραγόμενον νὰ προσθέτωμεν τὸ ὑπόλοιπον· τοῦτο δὲ, ἕως νὰ διδαχθῇ ἀκριβέστερα ὁ μαθητὴς τὰ περὶ κλασμάτων, θέλει εἶσθαι εὐκολώτερον. Οὕτω, $56 \times 8 = 448$, καὶ $448 + 5$, τὸ ὑπόλοιπον, $= 453$, ὡς ἀρχήτερα.

31. Ἐπτά ἡμέρας ἔχει ἡ ἐβδομάς· πόσαι ἐβδομάδες εἰς 365 ἡμέρας;

Ἀπ. 52 $\frac{1}{2}$ ἐβδομάδες.

32. Ὅταν τὸ ἄλευρον πωλῇται 6 τάλλαρα τὸ βαρέλιον, πόσα βαρέλια ἐμποροῦν ν' ἀγορασθῶσι μὲ 25 τάλλαρα; πόσα μὲ 50 τάλλαρα; — μὲ 487 τάλλαρα; — μὲ 7631 τάλλαρα;

33. Διαιρέσει 640 τάλλαρα εἰς 4 ὀνομάτους.
 $640 \div 4$, ἢ $\frac{640}{4} = 160$ τάλλαρα, Ἀπ.

34. $678 \div 6$, ἢ $\frac{678}{6} =$ πόσα; Ἀπ. 113.

35. $\frac{5040}{5} =$ πόσα;

36. $\frac{7234}{7} =$ πόσα;

37. $\frac{3464}{9} =$ πόσα;

Ἀπ. 384 $\frac{2}{3}$.



$$38. \frac{2764}{11} = \text{πόσα} ;$$

$$39. \frac{40301}{8} = \text{πόσα} ;$$

$$40. \frac{2014012}{12} = \text{πόσα} ;$$

¶ 19. 41. Διαιρέσει 4370 τάλλαρα ἐξίσως εἰς 21 ἀνθρώπους.

Ὅταν ὁ διαιρέτης ὑπερβαίνει 12, ὡς εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο, φανερόν εἶναι ὅτι ὁ λογαριασμός δὲν ἐμπορεῖ νὰ γίνεταί τόσον εὐκόλως εἰς τὸν νοῦν, καθὼς εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα. Θέλει λοιπὸν εἶσθαι κάλλιον νὰ καταστρώσωμεν τὸν λογαριασμὸν εἰς π λ ά τ ο ς, ὡς ἀκολούθως.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Διαιρέτης. Διαιρετέος. Πηλίκον. *Δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὸν διαιρέτην ἔ δι-*

21) 4370 (208 $\frac{2}{21}$.

42

170

168

2 Ὑπόλοιπον.

αἰρετέον, καθὼς εἰς τὴν σύντομον διαίρεσιν, ἀλλ' ἀντὶ νὰ γράψωμεν

τὸ πηλίκον ὑποκάτω τῆ διαιρετέου, θέλει μᾶς εἶσθαι εὐκολώτερον νὰ τὸ βάλλωμεν εἰς τὰ δεξιὰ.

Λαμβάνοντες τὸν διαιρετέον κατὰ μέρος, ζητοῦμεν ποσάκις 21 ὑπάγει εἰς 43 (ἐκατοντάδας) εὐρίσκοντες ὅτι ὑπάγει 2 φορές, βάλλομεν 2 εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου ὡς τὸ ἀνώτατον ψηφίον εἰς τὸ πηλίκον. Ἐπειδὴ ὁ 43 εἶναι ἐκατοντάδες, ἔπεται ὅτι ὁ 2 πρέπει καὶ αὐτὸς νὰ ᾔγῃ ἐκατοντάδες.

Εἶναι δὲ φανερόν ὅτι 2 (διακοσίας) φορές 21 τάλλαρα πρέπει τώρα νὰ ἐπαρθῶσιν ἀπὸ τὸν διαιρετέον· ὁθεν, πολυπλασιάζομεν τὸν διαιρέτην

(21) με τὸ νῦν εὑρεθὲν ψηφίον τοῦ πηλίκου 2 (ἐκατοντάδας,) κάμνοντες 42 (ἐκατοντάδας,) τὰς ὁποίας, ἀφοῦ γράψωμεν ὑποκάτω τοῦ 43 εἰς τὸν διαιρετέον, ἀφαιροῦμεν, καὶ εἰς τὸ ὑπόλοιπον, 1 (ἐκατοντάδα,) καταιβάζομεν τὰς 7 (δεκάδας,) κάμνοντες 17 δεκάδας.

Ζητοῦμεν ἔπειτα ποσάκις ὁ διαιρετὴς περιέχεται εἰς 17 (δεκάδας·) εὑρίσκοντες ὅτι δὲν ὑπάρχει, γράφομεν μηδενικὸν εἰς τὸ πηλίκον, καὶ καταιβάζομεν τὸ ἀκόλουθον ψηφίον, κάμνοντες τὸ ὅλον 170. Ζητοῦμεν ἔπειτα ποσάκις 21 περιέχεται εἰς 170, καὶ, εὑρίσκοντες ὅτι περιέχεται 8 φορές, γράφομεν 8 εἰς τὸ πηλίκον, καὶ, πολυπλασιάζοντες τὸν διαιρετὴν μετὰ τὸν ἀριθμὸν τοῦτον, βάλλομεν τὸ παραγόμενον, 168, ὑποκάτω τῶν 170· ἔπειτα, ἀφαιροῦντες, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ ὑπόλοιπον εἶναι 2, τὸ ὁποῖον, γραφόμενον ὡς κλάσμα εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ πηλίκου, ὡς ἤδη ἐξηγήθη, δίδει $208\frac{2}{21}$ τάλλαρα, τὴν ἀπόκρισιν.

Ὁ τρόπος οὗτος τοῦ ἐκτελεῖν τὴν ἐργασίαν λέγεται *Μακρὰ Διαίρεσις*. Στέκει δὲ εἰς τὸ νὰ καταστρώσωμεν ὅλον τὸν λογαριασμόν.

Ἀπὸ τὸ ἄνω παράδειγμα συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον

ΚΑΝΟΝΑ.

Α'. Βάλε τὸν διαιρετὴν εἰς τὰ ἀριστερὰ τοῦ διαιρετέου, χώρισέ τους μετὰ γραμμὴν, καὶ σύρε ἄλλην γραμμὴν εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου νὰ τὸν χωρίῃ ἀπὸ τὸ πηλίκον.

Β'. Λάβε τόσα ψηφία, ἀπὸ τὰ ἀριστερὰ τοῦ διαιρετέου, ὅσα περιέχουν τὸν διαιρετὴν μίαν

φορὰν ἢ πλειοτέρας· ζήτησε ποσάκις τὸν περιέχουν, καὶ βάλε τὴν ἀπόκρισιν εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου ὡς τὸ πρῶτον ψηφίον τοῦ πηλίκου.

Γ'. Πολυπλασίασε τὸν διαιρέτην μὲ τὸ ψηφίον τοῦτο τοῦ πηλίκου, καὶ γράψε τὸ παραγόμενον ὑποκάτω εἰς τὸ ληφθὲν μέρος τοῦ διαιρετέου.

Δ'. Ἀφαίρεσε τὸ παραγόμενον ἀπὸ τὰ ὑπερᾶνω του ψηφία, καὶ εἰς τὸ ὑπόλοιπον καταίβασε τὸ ἀκόλουθον ψηφίον τοῦ διαιρετέου, καὶ διαίρεσε τὸν γινόμενον ἀριθμὸν, ὡς ἀρχήτερα. Οὕτω ἐξακολουθεῖ νὰ κάμνῃς, ἕως οὗ ὅλα τοῦ διαιρετέου τὰ ψηφία νὰ καταιβασθῶσι καὶ διαιρεθῶσι.

Σημείωσις 1. Ἐάν, ἀφ' ἧ καταβάσῃς ψηφίον εἰς τὸ ὑπόλοιπον, ὁ γινόμενος ἀριθμὸς ἦναι μικρότερος παρὰ τὸν διαιρέτην, γράψε μηδενικὸν εἰς τὸ πηλίκον, καὶ καταίβασε τὸ ἀκόλουθον ψηφίον.

Σημείωσις 2. Ἐάν ὁ διαιρέτης, πολυπλασιασθεὶς μ' ὁποιονδήποτε ψηφίον τοῦ πηλίκου, δώσῃ παραγόμενον μεγαλύτερον παρὰ τὸ ληφθὲν μέρος τοῦ διαιρετέου, αὐτὸ εἶναι ἀπόδειξις ὅτι τὸ ψηφίον τοῦ πηλίκου εἶναι παρὰ πολὺ μέγαλον, καὶ πρέπει νὰ σμικρυνθῇ. Ἐάν δὲ τὸ ὑπόλοιπον κάμμίαν φορὰν ἦναι μεγαλύτερον παρὰ τὸν διαιρέτην ἢ ἴσον μ' αὐτὸν, τὸ ψηφίον τοῦ πηλίκου εἶναι παρὰ πολὺ μικρόν, καὶ πρέπει νὰ αὐξηθῇ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Πόσους ἀσχοὺς ἐλάδιον, πρὸς 27 τάλλα-
ρα τὸν ἀσχὸν, ἐμπορεῖ τις ν' ἀγοράσῃ μὲ 6318
τάλλαρα; Ἀπ. 234 ἀσχοὺς.

2. Ἐὰν τὸ εἰσόδημα ἑνὸς ἀνθρώπου ἦναι 1248 τάλλαρα τὸν χρόνον, πόσον εἶναι καθ' ἑβδομάδα, τοῦ χρόνου περιέχοντος 52 ἑβδομάδας; Ἀπ. 24 τάλλαρα τὴν ἑβδομάδα.

3. Ἡ ποσότης 153598, διαιρουμένη με 29, ποῖον πηλίκον δίδει; Ἀπ. 5296 $\frac{14}{29}$.

4. Ποσάκις περιέχεται ὁ 63 εἰς 30131;

Ἀπ. 478 $\frac{17}{63}$ φορές, ἤγουν, 478 φορές, καὶ $\frac{17}{63}$ ἄλλης μιᾶς φορές.

5. Ποῖα θέλουν εἶσθαι τὰ διάφορα πηλικά τοῦ 7652, διαιρεθέντος με 16, 23, 34, 86, καὶ 92;

6. Ἐὰν χωράφιόν τι, περιέχον 256 ὀργυιάς, ἔξίζη 7168 τάλλαρα, πόσα ἔχει ἡ ὀργυιά;

7. Ἄν διαιρέσης 974932 με 365, τί θέλ' εἶσθαι τὸ πηλίκον; Ἀπ. 2671 $\frac{17}{365}$.

8. Διαίρεσε 3228242 τάλλαρα ἐξίσου εἰς 563 ἀνθρώπους· πόσα τάλλαρα πρέπει καθεὶς νὰ λάβῃ; Ἀπ. 5734 τάλλαρα.

9. Ἐὰν 57624 διαιρεθῶσιν εἰς 216, 586, καὶ 976 ἴσα μέρη, τί θέλ' εἶσθαι τὸ μέγεθος ἑνὸς ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα δίδει ὁ πρῶτος διαιρέτης; ὁ δεύτερος; ὁ τρίτος;

Ἀπ. Τὸ μέγεθος ἑνὸς ἀπὸ τὰ ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα δίδει ὁ τρίτος διαιρέτης, εἶναι 59 $\frac{40}{576}$.

10. Εἰς τὸν ἀριθμὸν 1030603615 περιέχεται ὁ 3215 ποσάκις; Ἀπ. 320561 φορές.

11. Ἡ γῆ, εἰς τὴν ἐτήσιον περιστροφὴν της τριγύρω τοῦ ἡλίου, λέγεται ὅτι ὁδοιπορεῖ 596088000 μίλια· ὁ χρόνος περιέχει 8766 ὥρας· πόσα μίλια ὁδοιπορεῖ ἡ γῆ πᾶσαν ὥραν;

12. $\frac{1234567890}{1307} =$ πόσα;

13. $\frac{40703020}{7812} =$ πόσα;

14. $\frac{987649031}{9124} =$ πόσα;

ΣΥΣΤΟΛΑΙ ΕΙΣ ΤΗΝ ΔΙΑΙΡΕΣΙΝ.

Α'. "Οταν ὁ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ἦναι ΣΥΝΘΕΜΕΝΟΣ ἈΡΙΘΜΟΣ.

¶ 20. 1. Ἦγόρασα 15 πήχεις ὑφάσματος διὰ 60 τάλλαρα· πόσα τὸν πῆχυν;

15 πήχεις εἶναι 3×5 πήχεις. Ἄν ἦσαν 5 πήχεις μόνον, ἡ τιμὴ ἐνὸς πήχεος ἦθελεν εἶσθαι $\frac{60}{5} = 12$ τάλλαρα· ἀλλὰ, ἐπειδὴ εἶναι 3 φορὰς 5 πήχεις, ἡ τιμὴ ἐνὸς πήχεος θέλει φανερὰ εἶσθαι ἐν τριτημύριον τῶν 12 ταλλάρων· ἡγουν, $\frac{12}{3} = 4$ τάλλαρα.

Οθεν, ὅταν ὁ διαιρέτης ἦναι συνθεμένος ἀριθμὸς, ἐμποροῦμεν, ἂν θέλωμεν, νὰ διαιρέσωμεν τὸν διαιρετέον μὲ ἐν ἀπὸ τὰ συνθετικά μέρη, καὶ τὸ πηλίκον, τὸ προκύπτον ἀπὸ τὴν διαίρεσιν αὐτὴν, μὲ τὸ ἄλλο· τὸ τελευταῖον δὲ πηλίκον θέλει εἶσθαι ἡ ἀπόκρισις.

2. Ἐὰν ὁδοιπορῇ τις 24 μίλια τὴν ἡμέραν, πόσας ἡμέρας θέλει χρειασθῇ νὰ ὁδοιπορήσῃ 264 μίλια;

Φανερόν εἶναι ὅτι θέλουν τοῦ χρειασθῇν τόσαι ἡμέραι, ὅσας φορὰς ὁ 264 περιέχει τὸν 24.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

24 = 6×4 . 6) 264 24) 264 (11 ἡμέραι, Ἀπ.

$$\begin{array}{r} 4) 44 \quad \eta \quad 24 \\ \hline 11 \text{ ἡμέραι.} \quad 24 \\ \hline 24 \end{array}$$

3. Διαιρέσε 576 μὲ 48 = (8×6 .)

4. Διαιρέσε 1260 μὲ 63 = (7×9 .)

5. Διαιρέσε 2430 μὲ 81.

6. Διαιρέσε 448 μὲ 56.

Β'. Νὰ διαιρέσωμεν μὲ 10,
100, 1000, κτλ.

¶ 21. 1. Ἐνας πατὴρ ἀφῆκεν εἰς 10 υἱοὺς 2478 τάλλαρα· πόση ἦτο καθενὸς υἱοῦ ἡ μερίς ;
"Ὅσαι δεκάδες περιέχονται εἰς ὅλην τὴν ποσότητα, τόση εἶναι ἡ μερίς καθενὸς υἱοῦ· ἐὰν δὲ ἀποχωρίσωμεν τὸ πρῶτον ψηφίον τῆς δεξιᾶς χειρὸς, ὅλα τὰ ψηφία εἰς τὰ ἀριστερὰ ἐμποροῦν νὰ θεωρῶνται ὡς τόσαι δεκάδες· ὅθεν, ἡ μερίς καθενὸς υἱοῦ θέλει εἶσθαι 247 $\frac{8}{10}$ τάλλαρα.

Φανερόν εἶναι, πρὸς τοῦτοις, ὅτι, ἂν ἐχωρίζοντο δύο ψηφία ἀπὸ τὰ δεξιὰ, ὅλα τὰ μένοντα ψηφία ἤθελαν εἶσθαι τόσαι ἑκατοντάδες· ἐὰν τρία ψηφία, τόσαι χιλιάδες, κτλ.
Ἐκ τούτων συνάγομεν τὸν γενικὸν τοῦτον ΚΑΝΟΝΑ διὰ νὰ διαιρῶμεν μὲ 10, 100, 1000, κτλ. Χώρισε ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρετέου τόσα ψηφία, ὅσα εἶναι τὰ μηδενικά εἰς τὸν διαιρέτην· ἔῃ ὅσα μὲν ψηφία εἶναι εἰς τὰ ἀριστερὰ τῆς καθέτου γραμμῆς θέλουν ἐκφράζειν τὸ πηλίκον, ὅσα δὲ εἰς τὰ δεξιὰ, τὸ ὑπόλοιπον.

2. Εἰς ἓνα φοίνικα εἶναι 100 λεπτά· πόσοι φοίνικες εἰς 42400 λεπτά ; Ἀπ. 424 φοίνικες.
Ἐδῶ ὁ διαιρέτης εἶναι 100· χωρίζομεν λοιπὸν 2 ψηφία μὲ καθετον γραμμὴν ἀπὸ τὰ δεξιὰ, ἔῃ ὅλα τὰ ψηφία εἰς τὰ ἀριστερὰ (424) ἐκφράζουν τοὺς φοίνικας.

3, Πόσοι φοίνικες εἰς 34567 λεπτά ;
Ἀπ. 345 $\frac{67}{100}$ φοίνικες.

διαιρετέον μὲ τὰ μένοντα ψηφία εἰς τὸν διαιρέ-
την· ἔπειτα βάλῃ τὰ ψηφία, ὅσα ἐχωρίσθησαν
ἀπὸ τὸν διαιρετέον, εἰς τὸ δεξιὸν πλευρὸν τοῦ
ὑπολοίπου.

2. Διαίρεσε 748346 μὲ 8000.

Διαιρετέος.

Διαιρ. 8 | 000) 748 | 346.

Πηλίκον, 93.—4346 ᾿Υπόλ. ᾿Απ. 93 ⁴³⁴⁶/₈₀₀₀.

3. Διαίρεσε 46720367 μὲ 4200000.

Διαιρετέος.

42 | 00000) 467 | 20367 (11 ⁵²⁰³⁶⁷/₄₂₀₀₀₀₀ Πηλίκον.

42

47

42

520367 ᾿Υπόλοιπον.

4. Πόσας πήχεις ὑφάσματος ἐμπορεῖ τις ν'
ἀγοράσῃ μὲ 346500 τάλλαρα, πρὸς 20 τάλλαρα
τὸν πήχυν;

5. Διαίρεσε 76428400 μὲ 900000.

6. Διαίρεσε 345006000 μὲ 84000.

7. Διαίρεσε 4680000 μὲ 20, 200, 2000, 20000,
300, 4000, 50, 600, 70000, καὶ 80.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ ΕΙΣ ΤΗΝ ΔΙΑΙΡΕΣΙΝ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί εἶναι ἡ διαίρεσις; 2. Εἰς τί στέκει;
3. Ἡ διαίρεσις εἶναι τὸ ἀ ν ά π α λ ι ν τίνος;
4. Τί λέγεται ὁ ἀριθμὸς, ὅστις ἔχει νά διαι-
ρεθῇ, καὶ εἰς ποῖον μέρος τοῦ πολυπλασια-
σμοῦ ἀνταποκρίνεται; 5. Τί λέγεται ὁ ἀριθ-

μὸς, μὲ τὸν ὁποῖον διαίροϋμεν, καὶ εἰς ποῖον μέρος τοῦ πολυπλασιασμοῦ ἀνταποκρίνεται; 6. Τί λέγεται ἡ ἔκβασις ἢ ἡ ἀπόκρισις, κτλ.; 7. Ποῖον εἶναι τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως, καὶ τί δείχνει; 8. Ποῖος εἶναι ὁ ἄλλος τρόπος τοῦ φανερόναι τὴν διαίρεσιν; 9. Τί εἶναι ἡ σύντομος διαίρεσις, καὶ πῶς γίνεται; 10. Πῶς δοκιμάζεται ἡ διαίρεσις; 11. Πῶς δοκιμάζεται ὁ πολυπλασιασμός; 12. Ποῖοι λέγονται ἀκέραιοι, ἢ ὁλόκληροι ἀριθμοί; 13. Ποῖα λέγονται κλάσματα, ἢ συντριμμένοι ἀριθμοί; 14. Ποῖος λέγεται μικτὸς ἀριθμός; 15. "Όταν περισσεύῃ τίποτε, ἀφοῦ ἡ διαίρεσις τελειωθῇ, τί λέγεται, καὶ πῶς πρέπει νὰ γράφεται; 16. Πῶς γράφονται τὰ κλάσματα; 17. Τί λέγεται ὁ ἄνω ἀριθμός; 18.—ὁ κάτω ἀριθμός; 19. Πῶς πολυπλασιάζεις τὸ κλάσμα; 20. Εἰς ποῖα μέλη τῆς διαιρέσεως ἀνταποκρίνονται ὁ ἀριθμητὴς ἢ ὁ παρονομαστής τοῦ κλάσματος; 21. Τί εἶναι ἡ μακρὰ διαίρεσις; 22. Ὁ κανὼν; 23. "Όταν ὁ διαιρέτης ᾗναι συνθεμένος ἀριθμός, ποίαν μέθοδον ἐμπορεῖ τις ν' ἀκολουθῇ; 24. "Όταν ὁ διαιρέτης ᾗναι 10, 100, 1000, κτλ., πῶς δύναται νὰ συσταλθῇ ἡ ἐργασία; 25. "Όταν ᾗναι μηδενικά εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ διαιρέτου, τί ἐμποροῦμεν νὰ κάμωμεν;

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ.

1. Στράτειμά τι ἐκ 1500 ἀνδρῶν διήρπασε πόλιν τινά, καὶ ἐπῆρε 2625000 τάλλαρα· πόση ᾗτο καθενὸς ἀνθρώπου ἡ μερίς;

2. Μερικοὶ ἄνδρες ἐχρεώστουν νὰ πληρώσωσι

18950 τάλλαρα, καὶ καθεὶς ἐπλήρωσεν 25 τάλλαρα· ποῖος ἦτον ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀνδρῶν;

3. Ἐὰν 7412 αὐτὰ στοιβασθῶσιν εἰς 34 καλάθια, πόσα εἰς τὸ καλάθιον;

4. Ποῖον ἀριθμὸν πρέπει νὰ πολυπλασιάσω μὲ 135, διὰ νὰ ἦναι τὸ παραγόμενον 505710;

5. Μὲ τοιαύτην ἐκπληκτικὴν ταχύτητα κινεῖται τὸ φῶς, ὥστε περὶ ἀπὸ τὸν ἥλιον εἰς τὴν γῆν εἰς τὸ διάστημα περίπου 8 λεπτῶν. Ἄν ὁ ἥλιος ἀπέχη ἀπὸ τὴν γῆν 95,000,000 μίλια, καθὼς συνήθως λογαριάζεται, πόσα μίλια ὁδοιπορεῖ τὸ φῶς κάθε λεπτόν;

6. ~~Ἐὰν~~ τὸ παραγόμενον δύο ἀριθμῶν ἦναι 704, καὶ ὁ πολυπλασιαστής ἦναι 11, τί εἶναι ὁ πολυπλασιαστέος; Ἀπ. 64.

7. Ἐὰν τὸ παραγόμενον ἦναι 704, καὶ ὁ πολυπλασιαστέος 64, ποῖος εἶναι ὁ πολυπλασιαστής; Ἀπ. 11.

8. Ὁ διαιρέτης εἶναι 18, καὶ ὁ διαιρετέος 144· ποῖον εἶναι τὸ πηλίκον;

9. Τὸ πηλίκον δύο ἀριθμῶν εἶναι 8, καὶ ὁ διαιρετέος 144· τί εἶναι ὁ διαιρέτης;

10. Ἐπιθυμεῖ τις νὰ ὁδοιπορήσῃ 585 μίλια εἰς 13 ἡμέρας· πόσα πρέπει νὰ ὁδοιπορῇ πᾶσαν ἡμέραν;

11. Ἐὰν ὁδοιπορῇ τις 45 μίλια τὴν ἡμέραν, εἰς πόσας ἡμέρας θέλει ὁδοιπορήσῃ 585 μίλια;

12. Ἐπώλησέ τις 35 ἀγέλαδας διὰ 560 τάλλαρα· πόσα ἐπώλησε τὴν μίαν;

13. Ἄνθρωπός τις, πωλήσας τὰς ἀγέλαδας του 16 τάλλαρα καθεμίαν, ἔλαβε δι' ὅλας 560 τάλλαρα· πόσας ἐπώλησε;

14. Ἐὰν 12 δάκτυλοι κάμνωσιν ἓνα πόδα, πόσοι πόδες εὐρίσκονται εἰς 364812 δακτύλους;

15. Ἐὰν 364812 δάκτυλοι ᾗναι 30401 πόδες, πόσοι δάκτυλοι κάμνουν ἓνα πόδα ;

16. Ἄν ἤθελες νὰ μοιράσῃς 48750 τάλλαρα εἰς 50 ἀνθρώπους, πόσα τάλλαρα ἤθελες δώσειν εἰς καθένα ;

17. Ἄν διαμοιράσῃς 48750 τάλλαρα εἰς ἀριθμὸν τινὰ ἀνθρώπων, εἰς τρόπον ὥστε νὰ δώσῃς εἰς καθένα 975 τάλλαρα, πόσοι θέλουν λάβειν μερίδιον ;

18. Ἐχει τις 17484 λίτρας τέϊ εἰς 186 κιβώτια· πόσαι λίτραι εἰς καθὲν κιβώτιον ;

19. Θέλει τις νὰ βάλῃ 17484 λίτρας τέϊ εἰς κιβώτια, καθὲν ἀπὸ τὰ ὅποια χωρεῖ 94 λίτρας· πόσα κιβώτια πρέπει νὰ ἔχῃ ;

20. Εἰς χωρίον τι εἶναι 1740 κάττοιχοι, ἃ 12 ὀνομάτοι εἰς πᾶσαν οἰκίαν· πόσαι οἰκίαι εἶναι ; — εἰς πᾶσαν οἰκίαν εἶναι δύο οἰκογένειαι· πόσοι ὀνομάτοι εἰς πᾶσαν οἰκογένειαν ;

21. Ἐὰν 2760 ἄνδρες ἐμπορῶν νὰ σκάψωσιν ὑδραγωγεῖόν τι εἰς μίαν ἡμέραν, πόσας ἡμέρας ἤθελαν χρειασθῆν 46 ἄνδρες νὰ κάμωσι τὸ ἴδιον ; Πόσοι ἄνδρες ἤθελαν χρειασθῆν νὰ κάμωσι τὸ ἔργον εἰς 15 ἡμέρας ; — εἰς 5 ἡμέρας ; — εἰς 20 ἡμέρας ; — εἰς 40 ἡμέρας ; — εἰς 120 ἡμέρας ;

22. Ἐὰν ὁ τροχὸς μᾶς ἀμάξης περιστρέφεται 32870 φορὰς διὰ νὰ περάσῃ 95 μίλια, πόσα μίλια περιστρέφεται ὅταν περνᾷ 1 μίλιον ;

Ἀπ. 346.

23. Ἐξήκοντα δεύτερα κάμνουν ἐν λεπτόν· πόσα λεπτὰ εἰς 3600 δεύτερα ; — εἰς 86400 δεύτερα ; — εἰς 604800 δεύτερα ; — εἰς 2419200 δεύτερα ;

24. Ἐξήκοντα λεπτὰ κάμνουν μίαν ὥραν·

πόσαι ὥραι εἰς 1440 λεπτά; — εἰς 10080 λεπτά; — εἰς 40320 λεπτά; — εἰς 525960 λεπτά;

25. Εἰκοσιτέσσαρες ὥραι κάμνουν μίαν ἡμέραν· πόσαι ἡμέραι εἰς 168 ὥρας; — εἰς 672 ὥρας; — εἰς 8766 ὥρας;

26. Ποσάκις δύναμαι ν' ἀφαιρέσω τεσσαράκοντα ὀκτὼ, ἀπὸ τετρακόσια ὀγδοήκοντα;

27. Πόσας φορὰς λαμβανόμενος ὁ 3478 εἶναι ἴσος μὲ 47854;

28. Ἐν κανδάριον τῆς Τουρκίας περιέχει 44 ὀκάδας· πόσας ὀκάδας βαμβακίου πρέπει ν' ἀγοράσω διὰ νὰ ἔχω ἡμισυ ($\frac{1}{2}$) κανδάριον; — διὰ νὰ ἔχω ἐν τέταρτον ($\frac{1}{4}$) τοῦ κανδαρίου; — ἐν ὀγδοον ($\frac{1}{8}$) τοῦ κανδαρίου;

Ἀπ. εἰς τὸ τελευταῖον, $5\frac{1}{2}$ ὀκάδας.

29. Τὸ ἡμισυ τῶν 20 εἶναι πόσα; — $\frac{1}{2}$ τῶν 48; — $\frac{1}{2}$ τῶν 247; — $\frac{1}{2}$ τῶν 345678; — $\frac{1}{2}$ τῶν 204030648;

Ἀπ. εἰς τὸ τελευταῖον, 102015324.

30. Πόσα καρῦδια εἶναι τὸ ἐν τρίτον ($\frac{1}{3}$) τῶν 3 καρυδίων; — $\frac{1}{3}$ τῶν 6 καρυδίων; — $\frac{1}{3}$ τῶν 12; — $\frac{1}{3}$ τῶν 30; — $\frac{1}{3}$ τῶν 45; $\frac{1}{3}$ τῶν 300; — $\frac{1}{3}$ τῶν 478; — $\frac{1}{3}$ τῶν 3456320;

Ἀπ. εἰς τὸ τελευταῖον, $1152106\frac{2}{3}$.

31. Τί εἶναι $\frac{1}{4}$ τῶν 4; — $\frac{1}{4}$ τῶν 20; — $\frac{1}{4}$ τῶν 320; — $\frac{1}{4}$ τῶν 7843;

Ἀπ. εἰς τὸ τελευταῖον, $1960\frac{3}{4}$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΜΙΚΤΑΙ,

*Περιλαμβάνουσai τῶν προηγουμένων
Κανόνων τὰς Ἀρχάς.*

Σημείωσις. Οἱ προηγούμενοι κανόνες, ἤγουν, ἡ Ἀρίθμησις, Πρόσθεσις, Ἀφαίρεσις, Πολυπλασιασμός, καὶ Διαίρεσις, καλοῦνται οἱ Θεμελιώδεις Κανόνες τῆς Ἀριθμητικῆς, ἐπειδὴ εἶναι ὅλων τῶν ἄλλων κανόνων ἡ βάσις.

1. Ἦγόρασέ τις ἄμαξαν 218 τάλλαρα, καὶ ἵππον 142 τάλλαρα· πόσα τοῦ ἡλθαν καὶ τὰ δύο;

2. Ἄν ἵππου καὶ ἀμάξης ἡ τιμὴ ᾦναι 360 τάλλαρα, καὶ ἡ ἀμαξα μου ἔρχεται 218 τάλλαρα, πόση εἶναι τοῦ ἵππου ἡ τιμὴ; Ἄν μου ἔρχεται ὁ ἵππος 142 τάλλαρα, πόση εἶναι τῆς ἀμάξης ἡ τιμὴ;

3. Ἄν δύο ἀριθμῶν τὸ κεφάλαιον ᾦναι 487, καὶ ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς ᾦναι 348, ποῖος εἶναι ὁ μικρότερος ἀριθμὸς; Ἄν ὁ μικρότερος ἀριθμὸς ᾦναι 139, ποῖος εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς;

4. Ἄν ὁ μειωτέος ᾦναι 7842, καὶ ὁ ἀφαιρετέος 3481, τί εἶναι τὸ ὑπόλοιπον; Ἄν τὸ ὑπόλοιπον ᾦναι 4361, καὶ ὁ μειωτέος 7842, τί εἶναι ὁ ἀφαιρετέος;

¶ 23. Ὄταν ὁ μειωτέος καὶ ὁ ἀφαιρετέος ᾦναι δομένοι, πῶς εὐρίσκεις τὸ ὑπόλοιπον;

Ὄταν ὁ μειωτέος καὶ τὸ ὑπόλοιπον ᾦναι δομένα, πῶς εὐρίσκεις τὸν ἀφαιρετέον;

Ὄταν ὁ ἀφαιρετέος καὶ τὸ ὑπόλοιπον ᾦναι δομένα, πῶς εὐρίσκεις τὸν μειωτέον;

"Εχων δύο ἀριθμῶν τὸ κεφάλαιον, καὶ ἓνα ἀπ' αὐτοῦ; δομένον, πῶς εὕρισκεις τὸν ἄλλον;

"Εχων τὸν μεγαλήτερον δύο ἀριθμῶν, καὶ τὴν διαφορὰν αὐτῶν δομένα, πῶς εὕρισκεις τὸν μικρότερον ἀριθμὸν;

"Εχων τὸν μικρότερον δύο ἀριθμῶν, καὶ τὴν διαφορὰν αὐτῶν δομένα, πῶς εὕρισκεις τὸν μεγαλήτερον ἀριθμὸν;

5. Δύο ἀριθμῶν τὸ κεφάλαιον εἶναι 48, καὶ ἓνας τῶν ἀριθμῶν εἶναι 19· ποῖος εἶναι ὁ ἄλλος;

6. Ἀπὸ δύο ἀριθμοῦς ὁ μεγαλήτερος εἶναι 29, καὶ ἡ διαφορὰ των 10· τί εἶναι ὁ μικρότερος ἀριθμὸς;

7. Ἀπὸ δύο ἀριθμοῦς ὁ μικρότερος εἶναι 19, καὶ ἡ διαφορὰ των 10· τί εἶναι ὁ μεγαλήτερος ἀριθμὸς;

8. Ἠγόρασέ τις 5 κομμάτια μαλλίνου ὑφάσματος, πρὸς 44 τάλλαρα τὸ κομμάτιον· 974 ζυγὰς ὑποδημάτων, πρὸς 3 τάλλαρα τὴν ζυγὴν· 600 κομμάτια βαμβακεροῦ ὑφάσματος, πρὸς 6 τάλλαρα τὸ κομμάτιον· τί εἶναι τὸ κεφάλαιον;

9. Ἐπώλησέ τις ἕξ ἀγελάδας, καθεμίᾳ τῶν ὁποίων ἤξιζε δεκαπέντε τάλλαρα, καὶ ζευγὰριον βοδιῶν δι' 67 τάλλαρα· εἰς πληρωμὴν, ἔλαβεν ἄμαξαν, ἣτις ἤξιζεν 124 τάλλαρα· καὶ τὰ λοιπὰ εἰς ἀργύριον· πόσον ἀργύριον ἔλαβε;

10. Πόσον θέλουν μοῦ εἶλθαι 15 λίτραι βοτύρου, πρὸς 13 λεπτά ἢ λίτρα;

11. Πόσα κοιλὰ σιταρίου δύνασαι ν' ἀγοράσῃς μὲ 487 τάλλαρα, πρὸς 2 τάλλαρα τὸ κοιλόν;

¶ 24. Γνωρίζων τὴν τιμὴν μιᾶς λίτρας, ἐνὸς κοιλοῦ, κτλ., ὁποιοῦδήποτε πράγματος, πῶς εὐ-

ρίσκεις τὴν ἀξίαν ὁποῦδ' ἔποτε ἀριθμοῦ λίτρων, ἢ κοιλῶν, κτλ., αὐτοῦ τοῦ πράγματος; Ἐὰν ἡ τῆς 1 λίτρας τιμὴ ᾖ εἰς λεπτά, εἰς τί θελ' εἶσθαι ὅλη ἡ ἀξία; Ἄν εἰς τέλλαρα, τί;—ἂν εἰς γρόσια;—ἂν εἰς φοίνικας; κτλ.

Γνωρίζων τὴν ἀξίαν ἀριθμοῦ τινὸς λίτρων, ἢ κοιλῶν, κτλ., πῶς εὐρίσκεις τὴν τιμὴν μιᾶς λίτρας, ἢ κοιλοῦ, κτλ.; Εἰς τί εἶδος ἀργυρίου θέλει εἶσθαι ἡ ἀπόκρισις;

Γνωρίζων τὴν ἀξίαν ἀριθμοῦ τινὸς λίτρων, κτλ., καὶ προσέτι τὴν τιμὴν μιᾶς λίτρας, κτλ., πῶς εὐρίσκεις τὸν ἀριθμὸν τῶν λίτρων, κτλ.;

12. Ὃταν ἔχη τὸ κριθάριον 84 λεπτά τὸ τέταρτον τοῦ κοιλοῦ, τί θέλει εἶσθαι ἡ ἀξία 948 τεταρτων; πόσους φοίνικας θέλει ἀξιίζειν;

13. Ἐὰν 648 λίτραι τεῖ ἀξιίωσι 284 φοίνικας, (δηλαδή, 28400 λεπτά,) τί εἶναι ἡ μιᾶς λίτρας τιμή;

Ὃταν ᾖναι οἱ παράγοντες δομένοι, πῶς εὐρίσκεις τὸ παραγόμενον;

Ὃταν ᾖναι δομένα τὸ παραγόμενον καὶ ἓνας παράγων, πῶς εὐρίσκεις τὸν ἄλλον παράγοντα;

Ὃταν ᾖναι δομένα ὁ διαιρέτης καὶ τὸ πηλίκον, πῶς εὐρίσκεις τὸν διαιρετέον;

Ὃταν ᾖναι δομένα ὁ διαιρετέος καὶ τὸ πηλίκον, πῶς εὐρίσκεις τὸν διαιρέτην;

14. Τί εἶναι τὸ παραγόμενον 754 καὶ 25;

15. Ποῖος ἀριθμὸς, πολυπλασιαζόμενος με 25, παράγει 18850;

16. Ποῖος ἀριθμὸς, πολυπλασιαζόμενος με 754, παράγει 18850;

17. Ἄν κρύπτη τις ἔξη λεπτά τὴν ἡμέραν, πόσα λεπτά ἤθελε κρύψειν εἰς ἓν ἔτος, (365

ἡμέρας,) ; — πόσα εἰς 45 ἔτη ; πόσοι φοίνικες ἤ-
 θελαν εἶσθαι ; πόσας ἀγελάδας ἡμπόρει ν' ἀγο-
 ράσῃ μετὰ τὸ ἀργύριον, πρὸς 12 φοίνικας καθεμίαν ;
 Ἀπόκ. εἰς τὴν τελευταίαν ἐρώτησιν, 82 ἀγε-
 λάδας, καὶ 1 φοῖνιξ καὶ 50 λεπτὰ ὑπόλοιπον.

18. Ἠγόρασε παιδίον τι ἀριθμὸν τινὰ μῆ-
 λων· δέκα ἐχάρισεν εἰς τοὺς συντρόφους του,
 καὶ ὕστερον ἡγόρασε τριάκοντα τέσσαρα ἀκό-
 μῃ, καὶ ἐδιαίρεσε τὸ ἥμισυ τῶν ὅσα τότε εἶχε
 μεταξὺ τεσσάρων συντρόφων, οἵτινες ἔλαβαν 8
 μῆλα καθεῖς· πόσα μῆλα ἡγόρασε τὸ παιδίον
 τὴν πρώτην φοράν ;

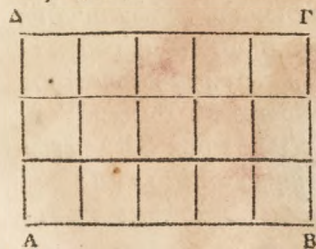
Α; λάβῃ ὁ μαθητὴς τὸν τελευταῖον ἀριθμὸν
 μῆλων, 8, καὶ ἅς ἀντιστρέψῃ τὸ γεγονός.

Ἀπόκ. 40 μῆλα.

19. Εἶναι ἀριθμὸς τις, εἰς τὸν ὅποιον ἂν
 προστεθῶσι 4, καὶ ἀφαιρεθῶσιν 7, καὶ πολυ-
 πλασιασθῇ ἢ διαφορᾷ με 8, καὶ διαιρεθῇ τὸ
 παραγόμενον με 3, τὸ πηλίκον θέλει εἶσθαι 64·
 τίς εἶναι αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς ; Ἀπ. 27.

20. Σανίδιον τι τοῦ παιγνιδίου ἔχει 8 ἀρά-
 δας, 8 τετραγώνων καθεμίαν· πόσα τετράγωνα
 ἐπάνω εἰς τὸ σανίδιον ;

¶ 25. 21. Εἶναι μέρος γῆς 5 στάδια μακρὸν,
 καὶ 3 στάδια πλατὺ· πόσα τετραγωνικὰ στάδια
 περιέχει ;



Σημείωσις. Στά-
 διον τετραγωνικὸν εἶ-
 ναι τετράγωνον (ὅμοιον
 ἐνὸς ἀπὸ τὰ εἰς τὸ συν-
 απτόμενον σχῆμα,) με-
 τροῦν ἐν στάδιον ἀπὸ
 πᾶσαν πλευράν. Ἀπὸ
 θεώρησιν τοῦ σχήμα-

τος, θέλει φανῆν, ὅτι τόσα τετράγωνα εἶναι εἰς μίαν ἀράδαν ὅσα στάδια ἀπὸ μίαν πλευράν, καὶ ὅτι τῶν ἀραδῶν ὁ ἀριθμὸς εἶναι ἴσος μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν σταδίων ἀπὸ τὴν ἄλλην πλευράν· ὅθεν, $5 \times 3 = 15$, τὸν ἀριθμὸν τῶν τετραγώνων. Ἀπ. 15 στάδια τετραγωνικά.

Σχῆμα ὡς τὸ Α, Β, Γ, Δ, ἔχον τὰς ἀντικειμένας του πλευρὰς ἴσας καὶ παραλλήλους, λέγεται παραλλήλογράμμον, ἢ ἐπίμηκες.

22. Εἶναι ἀγρός τις ἐπιμήκης, 40 στάδια μακρὺς, καὶ 24 στάδια πλατὺς· πόσα τετραγωνικά στάδια περιέχει;

23. Πόσοι δάκτυλοι τετραγωνικοὶ εἰς σανίδα 12 δακτύλους μακρὰν, καὶ 12 δακτύλους πλατεῖαν; Ἀπ. 144.

24. Πόσοι πόδες τετραγωνικοὶ εἰς σανίδα 14 πόδας μακρὰν, καὶ 2 πόδας πλατεῖαν;

25. Χωρὶς τινὸς τετραγώνου αἱ πλευραὶ εἶναι ἕξ ἡμίλια κατὰ τὸ διάστημα· πόσα τετραγωνικά ἡμίλια περιέχει; Ἀπ. 36.

26. Ἠγόρασέ τις χωράφια διὰ 22464 φοίνικας· ἐπώλησε τὸ ἥμισυ αὐτοῦ διὰ 12480 φοίνικας, πρὸς 20 φοίνικας τὴν ὀργυιάν· πόσας ὀργυιάς ἠγόρασε; καὶ πόσον τοῦ ἤλθεν ἡ ὀργυιά;

27. Παιδάριόν τι ἠγόρασεν ἐν κωδώνιον διὰ 86 λεπτά, καὶ τὸ ἐμεταπώλησε διὰ 8 μέτρα καρυδίων· ἐπώλησε τὸ ἥμισυ τῶν καρυδίων πρὸς 12 λεπτά τὸ μέτρον, καὶ ἔδωκε τὰ λοιπὰ δι' ἑν μαχαιράκιον, τὸ ὁποῖον ἐπώλησε διὰ 34 λεπτά· πόσα λεπτά ἔχασε μὲ τὰς ληροφοσίας τοῦ;

28. Εἰς σχολεῖόν τι, εἶναι 5 ἀράδαι καθε-

σμάτων· εἰς πᾶσαν ἀράδαν εἶναι ἕξη καθίσματα, καὶ 2 μαθηταὶ χωροῦν εἰς ἕκαστον καθίσμα· εἶναι καὶ δύο ἀράδαι, ἀπὸ 3 καθίσματα πᾶσα μία, ἰσομεγέθη μὲ τὰ λοιπὰ, καὶ μακρόν τι καθίσμα, ὅπου χωροῦν 8 μαθηταί· πόσοι μαθηταὶ χωροῦν εἰς τὸ σχολεῖον τοῦτο;

Ἀπ. 80.

29. Πόσοι τετραγωνικοὶ πόδες σανιδίων χρειάζονται διὰ τὴν πατωσίαν οἰκήματος, 16 πόδας μακροῦ, καὶ 15 πόδας πλατέος, ἂν βάλωμεν ὅτι θέλουν σκορπισθῇν καὶ 12 τετραγωνικοὶ πόδες;

30. Ἐχω οἰκίσκον 6 πήχεις μακρόν καὶ 5 πήχεις πλατύν· καὶ θέλω νὰ τὸν σκεπάσω μὲ τάπητα, ἓνα πῆχυν εἰς τὸ πλάτος, πλὴν ν' ἀφήσω καὶ τρεῖς τετραγωνικοὺς πήχεις ἀσκεπάστους· πόσοι πήχεις θέλουν εἶσθαι ἀρκετοί;

31. Σανίδιον τι, 14 πόδας μακρόν, περιέχει 28 τετραγωνικοὺς πόδας· τί εἶναι τὸ πλάτος του;

32. Πόσας λίτρας κρέατος χοιρίνου πρὸς 6 λεπτὰ τὴν λίτραν, δύναται τις ν' ἀγοράσῃ διὰ 144 λεπτὰ;

33. Πόσας λίτρας βουτύρου, πρὸς 15 λεπτὰ τὴν λίτραν, πρέπει νὰ δώσω εἰς ἀνταλλαγὴν διὰ 25 λίτρας τεῖ, πρὸς 42 λεπτὰ τὴν λίτραν;

34. $4 + 5 + 6 + 1 + 8 =$ πόσα;

35. $4 + 3 + 10 - 2 - 4 + 6 - 7 =$ πόσα;

36. Ἀνὴρ τις διαιρεῖ 30 κοιλὰ γεωμήλων μεταξὺ 3 πτωχῶν· πόσα κοιλὰ λαμβάνει καθεὶς ἀπὸ τοὺς πτωχοὺς; Τί εἶναι $\frac{1}{3}$ τῶν τριάκοντα; Πόσα εἶναι $\frac{2}{3}$ (δύο τρίτα) τῶν τριάκοντα;

37. Πόσα εἶναι ἐν τρίτον ($\frac{1}{3}$) τῶν 3; — τῶν 6; — τῶν 9; — τῶν 282; — τῶν 45674312;

38. Πόσα είναι δύο τρίτα ($\frac{2}{3}$) τῶν 3; — τῶν 6; — τῶν 9; — τῶν 282; — τῶν 45674312;

39. Πόσα είναι $\frac{1}{4}$ τῶν 40; — $\frac{3}{4}$ τῶν 40; — $\frac{1}{4}$ τῶν 60; — $\frac{3}{4}$ τῶν 60; — $\frac{1}{4}$ τῶν 80; — τῶν 124; — τῶν 246876; — $\frac{3}{4}$ τῶν 246876;

40. Πόσα είναι $\frac{1}{3}$ τῶν 80; — $\frac{4}{3}$ τῶν 80; — $\frac{2}{3}$ τῶν 100;

41. Ὁ δάκτυλος είναι ἐν δωδέκατον μέρος ($\frac{1}{12}$) τοῦ ποδός· πόσοι πόδες εἰς 12 δακτύλους; — εἰς 24 δακτύλους; — εἰς 36 δακτύλους; — εἰς 12243648 δακτύλους;

42. Ἐὰν 4 λίτραι τέτταρα ἄξιζωσι 128 λεπτά, τί ἄξιζει 1 λίτρα; — 2 λίτραι; — 3 λίτραι; — 5 λίτραι; — 100 λίτραι;

43. Ὅταν ἔχωσι τὰ πορτογάλλια 4 λεπτά τὸ ἐν, πόσα ἐμπορεῖ τις ν' ἀγοράσῃ διὰ τέσσαρα εἰκοσάρια;

44. Εἰς τὴν περιφορὰν τῆς τριγύρω τοῦ ἡλίου, ἡ γῆ κινεῖται πρὸς 68000 μίλια τὴν ὥραν· πόσα μίλια ὁδοιπορεῖ εἰς μίαν ἡμέραν, (24 ὥρας;) πόσα μίλια εἰς ἓν ἔτος, (365 ἡμέρας;) καὶ πόσας ἡμέρας ἤθελε χρειασθῇ ἄνθρωπος τις νὰ ὁδοιπορήσῃ τὸ τελευταῖον τέτο διάστημα, πρὸς 40 μίλια τὴν ἡμέραν; πόσα ἔτη;

Ἀπ. εἰς τὴν τελευταίαν ἐρώτησιν, 40800 ἔτη.

45. Πόσα ἐμπορεῖ τις νὰ κερδήσῃ εἰς 20 ἐβδομάδας, πρὸς 80 λεπτά τὴν ἡμέραν, τῶν Κυριακῶν ἐξαιρουμένων;

46. Ἐλαβέ τις γυναῖκα εἰς τὸ 23ον ἔτος τῆς ἡλικίας του· ἐσυγκατοίκησε μαζὶ τῆς 14 ἔτη· ἔπειτα ἐκείνη ἀπέθανεν, ἀφίνεσά του θυγατέρα δωδεκαετῇ· μετὰ 8 ἔτη ὑπανδρεύθη ἡ θυγάτηρ

ἄνδρα 5 χρόνους μεγαλύτερον παρὰ τὸν ἑαυτὸν
της, ὅστις ἦτο 40 χρόνων ὅταν ἀπέθανεν ὁ πα-
τήρ· πόσῃν ἡλικίαν εἶχεν ὁ πατήρ ὅταν ἀπέθα-
νεν; Ἀπ. 60 ἔτη.

47. Ὑπάρχει ἀγρός τις 20 στάδια μακρὺς,
καὶ 8 στάδια πλατὺς· πόσα τετραγωνικὰ στά-
δια περιέχει; Ἀπ. 160 στάδια.

48. Τί εἶναι τὸ πλάτος ἀγροῦ, ὅστις εἶναι
20 στάδια μακρὺς, καὶ περιέχει 160 τετραγω-
νικὰ στάδια;

49. Τί εἶναι τὸ μάκρος ἀγροῦ, 8 πόδας πλα-
τέος, καὶ περιέχοντος 160 τετραγωνικὰ στάδια;

50. Τί εἶναι τὸ πλάτος κομματίου γῆς, 25
στάδια μακροῦ, καὶ περιέχοντος 400 τετραγω-
νικὰ στάδια;

ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ.

¶ 26. ὍΤΑΝ ἀριθμὸς τις φανερόνῃ πράγμα-
τα τοῦ αὐτοῦ εἶδους, λέγεται ἀπλοῦς ἀριθ-
μὸς· οὕτω, 100 ἄνθρωποι, 56 ἔτη, 75 λεπτά,
εἶναι καθεὶς αὐτῶν ἀπλοῦς ἀριθμὸς· ἀλλ' ὅταν
ἀριθμὸς τις φανερόνῃ διαφορῶν εἰδῶν πράγμα-
τα, λέγεται σύνθετος ἀριθμὸς· οὕτω,
63 δίστηλα 4 φοίνικες ἔ 25 λεπτά, εἶναι σύν-
θετος ἀριθμὸς· παρομοίως, 4 ἔτη 6 μῆνες καὶ 3
ἡμέραι, 47 λίτραι σιτηλῖναι 7 σιλλῖνια ἔ 6 σόλ-
δια, εἶναι σύνθετοι ἀριθμοί.

Σημείωσις. Διάφορα εἶδη, ἢ ὀνόματα,
καλοῦνται διάφοροι ὀνομασίαι.

Ἐπειδὴ εἰς τὸ ἐν δεκάριον περιέχονται 10 λεπτά, φανερόν εἶναι ὅτι τὰ δεκάρια μεταβάλλονται ἢ ἀνάγονται εἰς λεπτά, πολυπλασιαζόμενα μὲ 10, ἢ γουν, ψιλῶς λαμβάνοντα εἰς τὸ τέλος μηδενικόν, (¶ 12.) 100 λεπτά κάμνουν ἓνα φοίνικα· φοίνικες λοιπὸν μεταβάλλονται εἰς λεπτά, λαμβάνοντες εἰς τὸ τέλος 2 μηδενικά. Οὕτω, 16 φοίνικες = 1600 λεπτά. Διὰ νὰ μεταβάλωμεν δὲ δίστηλα εἰς λεπτά, πρέπει νὰ τὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ 6, ἢ νὰ προσκολλήσωμεν εἰς τὸ τέλος δύο μηδενικά. Οὕτω, 3 δίστηλα = $3 \times 6 = 1800$ λεπτά. Πάλιν, διὰ νὰ μεταβάλωμεν λεπτά εἰς δεκάρια, χρειάζεται μόνον ν' ἀποκόψωμεν τὸ ἐν ψηφίον τῆς δεξιᾶς χειρὸς, (¶ 21.) καὶ διὰ νὰ μεταβάλωμεν λεπτά εἰς φοίνικας, χρειάζεται ν' ἀποκόψωμεν τὰ δύο ψηφία τῆς δεξιᾶς χειρὸς, ὅτε ὅλα τὰ ἐξ ἀριστερῶν ψηφία θέλουν εἶσθαι φοίνικες, καὶ τὰ ἐκ δεξιῶν ψηφία, λεπτά. Διὰ νὰ μεταβάλωμεν δὲ λεπτά εἰς δίστηλα, πρέπει ν' ἀποκόψωμεν ὁμοιοτρόπως τὰ δύο ψηφία τῆς δεξιᾶς χειρὸς, καὶ νὰ διαιρέσωμεν τὰ ἐξ ἀριστερῶν ψηφία μὲ 6. Οὕτω 1834 λεπτά = $18 \div 6 = 3$ δίστηλα + 34 λεπτά.

Ἀνάγαγε 34 φοίνικας εἰς λεπτά.

Ἀπ. 3400 λεπτά.

Ἀνάγαγε 240 φοίνικας καὶ 14 λεπτά εἰς λεπτά.

Ἀπ. 24014 λεπτά.

Ἀνάγαγε 350 λεπτά εἰς δεκάρια.

Ἀπ. 35 δεκάρια.

Ἀνάγαγε 35 δεκάρια εἰς λεπτά.

Ἀπ. 350 λεπτά.

Ἀνάγαγε 123468 λεπτά εἰς φοίνικας.

Ἀνάγαγε 3626 λεπτά εἰς δίστηλα.

Ἀπ. 6 δίστηλα καὶ 26 λεπτά.

- Ἀνάγαγε 825 δεκάρια εἰς λεπτά.
 Ἀνάγαγε 825 δεκάρια εἰς φοίνικας.
 Ἀνάγαγε 4250 δίστηλα εἰς φοίνικας.
 Ἀνάγαγε 4250 φοίνικας εἰς δίστηλα.
 Ἀνάγαγε 862934 λεπτά εἰς φοίνικας.
 Ἀνάγαγε 965486 λεπτά εἰς δίστηλα.

ΝΟΜΙΣΜΑΤΑ ΑΓΓΛΙΚΑ.

¶ 28. Αἱ ὀνομασίαι εἶναι λίτραι στιηλίναι, σιλλίνια, σόλδια, καὶ φαρδίγγια.

ΠΙΝΑΞ.

4 φαρδίγγια (φρ.) κάμνουν	1 σόλδιον,	} σδ.
	σημειούμενον	
12 σόλδια	 1 σιλλίνιον	σλ.
20 σιλλίνια	 1 λίτραν στιη- λίαν	} £.

Σημείωσις. Τὰ φαρδίγγια γράφονται πολλάκις ὡς τὸ κλάσμα σολδίου· οὕτω, 1 φαρδίγγιον γράφεται $\frac{1}{4}$ σδ., 2 φαρδίγγια, $\frac{1}{2}$ σδ., 3 φαρδίγγια, $\frac{3}{4}$ σδ.

Πόσα φαρδίγγια εἰς 1 σόλδιον; — εἰς 2 σόλδια; — εἰς 3 σόλδια; — εἰς 6 σόλδια; εἰς 8 σόλδια; — εἰς 9 σόλδια; — εἰς 12 σόλδια; — εἰς 1 σιλλίνιον; — εἰς 2 σιλλίνια;

Πόσα σόλδια εἰς 2 σιλλίνια; — εἰς 3 σλ.; — εἰς 4 σλ.; — εἰς 6 σλ.; — εἰς 8 σλ.; εἰς 10 σλ.; — εἰς 2 σιλλίνια καὶ 2 σόλδια; — εἰς 2 σλ. 3 σδ.; — εἰς 2 σλ. 4 σδ.; — εἰς 2 σλ. 6 σδ.; — εἰς 3 σλ. 6 σδ.; — εἰς 4 σλ. 3 σδ.;

Πόσα σιλλίνια εἰς μίαν λίτραν; — εἰς 2 £.;

— εἰς 3 £. ; — εἰς 4 £. ; — εἰς 4 £. 6 σλ. ;
 εἰς 6 £. 8 σλ. ; — εἰς 3 £. 10 σλ. ; — εἰς 2
 £. 15 σλ. ;

Πόσα σόλδια εἰς 4 φαρδίγγια ; — εἰς 8
 φαρδίγγια ; — εἰς 12 φαρδίγγια ; — εἰς 24
 φαρδίγγια ; — εἰς 32 φαρδίγγια ; — εἰς 36
 φαρδίγγια ; — εἰς 48 φρ. ; Πόσα σιλλίνια
 εἰς 48 φρ. ; — εἰς 96 φρ. ;

Πόσα σιλλίνια εἰς 24 σόλδια ; — εἰς 36 σδ. ;
 — εἰς 48 σδ. ; — εἰς 72 σδ. ; — εἰς 96
 σδ. ; — εἰς 120 σδ. ; — εἰς 26 σδ. ; —
 εἰς 27 σδ. ; — εἰς 28 σδ. ; — εἰς 30 σδ. ;
 — εἰς 42 σδ. ; — εἰς 51 σδ. ;

Πόσαι λίτραι εἰς 20 σιλλίνια ; — εἰς 40 σλ. ;
 — εἰς 60 σλ. ; — εἰς 80 σλ. ; — εἰς 86
 σλ. ; — εἰς 128 σλ. ; — εἰς 70 σλ. ; — εἰς
 55 σλ. ;

Ἐπαρτηρήσαμεν ἤδη, ὅτι ἡ μεταβολὴ εἰδους
 τινὸς ἢ ὀνομασίας εἰς ἄλλο εἶδος ἢ ὀνομασίαν,
 χωρὶς ν' ἀλλοιόνηται ἡ ἀξία των, καλεῖται Ἀνα-
 γωγή. (¶ 27.) Οὕτω, ὅταν μεταβάλλωμεν σιλ-
 λίνια εἰς λίτρας, ἢ λίτρας εἰς σιλλίνια, λέγεται
 ὅτι τὰ ἀνάγωμεν. Εἶναι δὲ φανερόν, ἀπὸ
 τὰ προηγούμενα παραδείγματα, ὅτι, ὅταν ἀνά-
 γωμεν ὀνομασίαν μεγαλητέρας ἀξίας εἰς
 ὀνομασίαν μικροτέρας ἀξίας, ἡ ἀναγωγή
 ἐκτελεῖται διὰ πολυπλασιασμοῦ· καὶ
 ὀνομάζεται τότε Ἀναγωγή Καταβαίνουσα. Ὅ-
 ταν δ' ἀνάγωμεν ὀνομασίαν μικροτέρας
 ἀξίας εἰς ὀνομασίαν μεγαλητέρας ἀξίας,
 ἡ ἀναγωγή ἐκτελεῖται διὰ τῆς διαιρέσεως·
 καὶ ὀνομάζεται τότε Ἀναγωγή Ἀναβαίνουσα.
 Οὕτω διὰ νὰ ἀνάξωμεν λίτρας εἰς σιλλίνια, δῆ-
 λον εἶναι ὅτι χρεῖα νὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ 20.
 Καὶ πάλιν, διὰ νὰ ἀνάξωμεν σιλλίνια εἰς λίτρας,

χρεία νὰ διαιρέσωμεν μὲ 20. Ἐπεταὶ λοιπὸν, ὅτι ἀναγωγὴ ἀναβαίνουσα καὶ καταβαίνουσα δοκιμάζονται ἀμοιβαίως.

1. Εἰς 17 £. 13 σλ. 6 $\frac{3}{4}$ σδ. πόσα φαρδίγγια;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

£. σλ. σδ. φρ.

17 13 6 3

20 σλ.

353 σλ. εἰς 17 £. 13 σλ.

12 σδ.

4242 σδ.

4 φρ.

16971 φρ. ἢ Ἀπόκ.

Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο, ἐπειδὴ 20

σιλλίνια κάμνουν 1

λίτραν, διὰ τοῦτο

πολυπλασιάζομεν 17

£. μὲ 20, αὐξάνον-

τες τὸ παραγόμενον

διὰ τῆς προσθήκης

τῶν δοθέντων σιλλι-

νίων, (13,) τὸ ὅποιον

φανερὸν εἶναι ὅτι

πρέπει πάντοτε νὰ

γίνεται εἰς παρομοίας περιστάσεις· ἔπειτα, ἐπειδὴ 12 σόλδια κάμνουν 1 σιλλίνιον, πολυπλασιάζομεν τὰ σιλλίνια (353) μὲ 12, προσθέτοντες τὰ δοθέντα σόλδια, (6.) τελευταῖον, ἐπειδὴ 4 φαρδίγγια κάμνουν 1 σόλδιον, πολυπλασιάζομεν τὰ σόλδια (4242) μὲ 4, προσθέτοντες τὰ δοθέντα φαρδίγγια, (3.) Εὐρίσκομεν τότε, ὅτι εἰς 17 £. 13 σλ. 6 $\frac{3}{4}$ σδ., περιέχονται 16971 φαρδίγγια.

2. Εἰς 16971 φαρδίγγια, πόσαι λίτραι;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Φαρδίγγια εἰς
σόλδιον,

Σόλδια εἰς
σιλλίνιον,

Σιλλίνια εἰς
λίτραν,

4) 16971 3 φρ.

12) 4242 6 σδ.

2 | 0) 35 | 3 13 σλ.

17 £.

Φαρδίγγια θέλν

ἀναχθῆν εἰς σόλ-

δια, ἂν τὰ διαιρέσω-

μεν μὲ 4, ἐπειδὴ κά-

θε 4 φαρδίγγια κά-

μνουν 1 σόλδιον. Λοι-

πὸν, 16971 διαιροῦ-

μενα μὲ 4, μᾶς δίδουν

Ἀπ. 17 £. 13 σλ. 6 $\frac{3}{4}$ σδ. πηλίκον 4242 σόλ-

δια, καὶ 3 ὑπόλοιπον, τὸ ὅποῖον εἶναι φαρδίγ-
για, τοῦ αὐτοῦ ὀνόματος μὲ τὸν διαιρετέον.
Διαιροῦμεν ἔπειτα τὰ σόλδια (4242) μὲ 12,
ἀνάγοντές τα εἰς σιλλίνια· ἔ τὰ σιλλίνια (353)
μὲ 20, ἀνάγοντές τα εἰς λίτρας. Τὸ τελευταῖον
πηλίκον, 17 £., ἔ τὰ διάφορα ὑπόλοιπα, 13 σλ.
6 σδ. 3 φρ. συγκροτοῦν τὴν ἀπόκρισιν.

Σ η μ ε ἰ ω σ ι ς. Διαιροῦντες 353 σλ. μὲ
20, ἀποκόπτομεν τὸ μηδενικόν, κτλ., ὡς διδά-
σκεται ¶ 22.

¶ 29. Ἄν ἐξετάσωμεν ἐπιμελῶς τὴν εἰς τὰ
προηγούμενα παραδείγματα μέθοδον, θέλομεν
τὴν εὐρεῖν ὅτι εἶναι ὡς ἀκολούθως, δηλαδή,

Διὰ τὰ ἀνάξῃς ὀνομασίας ὑψη-
λὰς εἰς χαμηλοτέρας, — Πολυπλασίασε
τὴν ὑψηλοτέραν ὀνομασίαν μὲ τὸν ἀριθμὸν ἐκεῖ-
νον τῆς ἀκολούθου χαμηλοτέρας, ὅστις κάμνει
1 τῆς ὑψηλοτέρας ταύτης, (αὐξάνων τὸ παρα-
γόμενον μὲ τὸν δομένον ἀριθμὸν, ἂν ἦναί τις
δομένος, τῆς μικροτέρας αὐτῆς ὀνομασίας.) Κά-
με τὸ αὐτὸ εἰς ἐκάστην διαδεχομένην ὀνομα-
σίαν, ἕωσοῦ νὰ κατέλθῃς εἰς τὴν ὀνομασίαν, ἣτις
ἀπαιτεῖται.

Διὰ τὰ ἀνάξῃς ὀνομασίας χα-
μηλὰς εἰς ὑψηλοτέρας, — Διαιρέσε τὴν
χαμηλοτέραν ἀπὸ τὰς δομένας ὀνομασίας μὲ
τὸν ἀριθμὸν ἐκεῖνον αὐτῆς τῆς ἰδίας, ὅστις κά-
μνει 1 τῆς ἀκολούθου ὑψηλοτέρας. Κάμε τὸ
αὐτὸ εἰς ἐκάστην διαδεχομένην ὀνομασίαν, ἕω-
σοῦ νὰ φθάσῃς εἰς τὴν ὀνομασίαν, ἣτις ἀπαι-
τεῖται.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

3. Ἀνάγαγε 32 £. 15 σλ. 8 σδ. εἰς φαρδίγγια.

4. Ἀνάγαγε 31472 φαρδίγγια εἰς λίτρας.

5. Εἰς 29 γινέας, πρὸς 28 σλ. τὴν μίαν, πόσα φαρδίγγια;

6. Εἰς 38976 φαρδίγγια πόσαι γίνεαι;

7. Ἀνάγαγε \$ 163, πρὸς 6 σλ. καθ' ἓν, εἰς σόλδια.

8. Ἀνάγαγε 11736 σόλδια εἰς δίστηλα.

9. Εἰς 15 γινέας πόσαι λίτραι.

10. Ἀνάγαγε 21 £. εἰς γινέας.

Σημείωσις. Δὲν ἐμποροῦμεν νὰ ἀνάξωμεν γινέας κατευθεῖαν εἰς λίτρας, ἀλλ' ἐμποροῦμεν νὰ ἀνάξωμεν τὰς γινέας εἰς σιλλίνια, καὶ ἔπειτα τὰ σιλλίνια εἰς λίτρας.

ΖΥΓΙΑ ΑΓΓΛΙΚΑ. *

Αἱ ὀνομασίαι εἶναι τόνοι, κανδάρια, τέταρτα, λίτραι, ὀγγίαι, καὶ δράμια.

ΠΙΝΑΞ.

16 δράμια (δρ.)	κάμνουν	1 ὀγγίαν, ση-	} ὀγ.
		μειουμένην.	
16 ὀγγίαι	.	1 λίτραν.	λτ.
28 λίτραι	.	1 τέταρτον	τρ.
4 τέταρτα	.	1 κανδάρι	κνδ.
20 κανδάρια	.	1 τόνον	τ.

* Μεταχειρίζομεθα τὰ τῆς Ἀγγλίας ζύγια, διότι, 1. ἡ Ἑλλὰς δὲν ἔχει ἀκόμη ἰδίαν τῆς· 2. τὰ τῆς Τουρκίας διαφέρουν πολὺ ἀπὸ πόλιν εἰς πόλιν· 3. οἱ κάτοικοι τῆς Ἑπτανήσου, ὡς εἰδοποιούμεθα, μεταχειρίζονται ταῦτα· καὶ 4. ἡ Ἀγγλία εἶναι τὸ ἐμπορικώτατον ἔθνος τοῦ κόσμου.

Σημείωσις. Βάρος χονδρικὸν εἶναι τὸ βάρος τῶν πραγματειῶν, ὅμῃ μὲ τὸ κιβώτιον, σάκκον, ἄσκον, κτλ., ὅπερ περιέχονται. Βάρος δὲ καθαρὸν εἶναι τὸ βάρος τῶν πραγματειῶν μόνον, ἀφοῦ ἀφαιρέσωμεν τὸ βάρος τοῦ κιβωτίου, σάκκου, ἀσκοῦ, κτλ.

11. Πόσον θέλουν ἐλθεῖν 5 κνδ. 3 τρ. 17 λτ. σάκχαρον, πρὸς 12½ λεπτά ἢ λίτρα ;

12. Πόσον σάκχαρον, πρὸς 12½ λεπτά τὴν λίτραν, ἐμπορεῖ τις ν' ἀγοράσῃ διὰ 82 φοίνικας καὶ 625 λεπτά ;

13. Ἐμπορὸς τις θέλει νὰ βάλῃ 109 κνδ. 0 τρ. 12 λτ. σταφίδων εἰς κιβώτια, χωρητικὰ καθὲν 26 λτ. πόσα κιβώτια χρειάζεται ;

14. Εἰς 470 κιβώτια σταφίδων, περιέχοντα καθὲν 26 λτ., πόσα κανδάρια ;

15. Εἰς 12 τόνους, 15 κνδ. 1 τρ. 19 λτ. 6 ὀγ. 12 δρ., πόσα δράμια ;

16. Εἰς 7323500 δράμια, πόσοι τόνοι ;

ΜΕΤΡΟΝ ΜΑΚΡΟΝ.

Τοῦ μακροῦ μέτρου γίνεται χρῆσις εἰς τὸ μέτρομα διαστημάτων, ἢ ἄλλων πραγμάτων, ὅπερ θεωρεῖται μικροῦς χωρὶς ἀναφορὰν εἰς πλάτος. Αἱ ὀνομασίαι εἶναι βαθμοὶ, λεῦγαι, μίλια, στάδια, ῥάβδοι, πήχεις, πόδες, δάκτυλοι, καὶ κριθάρια.

ΠΙΝΑΞ.

3 κριθάρια (κρι.) κάμνεν	1 δάκτυλον,	} δκ.
	σημειούμενον	
12 δάκτυλοι . . .	1 πόδα . .	πδ.
3 πόδες . . .	1 πήχυν . .	πχ.

$5\frac{1}{2}$ πήχεις, ἢ $16\frac{1}{2}$ πόδες, κάμνυν 1 ῥά- }
 βδον, ἢ κονταρόξυλον, } ρβ.
 40 ῥάβδοι, ἢ 220 πήχεις, 1 στάδιον. . . ς.
 8 στάδια, ἢ 320 ῥάβδοι, 1 μίλιον . . . μ.
 3 μίλια 1 λεῦγαν . . . λ.
 60 γεωγραφικά, ἢ $69\frac{1}{2}$ } 1 βαθμὸν, βθ. ἡ°.
 νομικά μίλια,
 360 βαθμοὶ, . . . { ἓνα μέγαν κύκλον, ἢ
 περιφέρειαν τῆς γῆς.

17. Πόσα κριθάρια ἀρκοῦν νὰ περικυκλώσωσι τὴν σφαῖραν, οὗσαν 360 βαθμῶν;

Σημείωσις. Νὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ 2, εἶναι νὰ λάβωμεν τὸν πολυπλασιαστέον 2 φορὰς· νὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ 1 εἶναι νὰ λάβωμεν τὸν πολυπλασιαστέον 1 φορὰν· νὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ $\frac{1}{2}$, εἶναι νὰ λάβωμεν τὸν πολυπλασιαστέον τὸ ἥμισυ μιᾶς φορὰς, ἡγοῦν, τὸ ἥμισυ αὐτοῦ. Ὅθεν, διὰ νὰ ἀνάξωμεν 360 βαθμοὺς εἰς νομικά μίλια, πολυπλασιάζομεν πρῶτα μὲ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμὸν, 69, καὶ εἰς τὸ παραγόμενον προσθέτομεν τὸ ἥμισυ τοῦ πολυπλασιαστέου, οὕτω,

$\frac{1}{2}$) 360

69 $\frac{1}{2}$

3240

2160

180 ἥμισυ τοῦ πολυπλασιαστέου.

25020 νομικά μίλια εἰς 360 βαθμοὺς.

18. Εἰς 4755801600 κριθάρια, πόσοι βαθμοί;

Σημείωσις. Διαιροῦντες τὰ κριθάρια μὲ 3, ἔχον τὸ πηλίκον αὐτὸ μὲ 12, ἔχομεν 132105600

πόδας, οἵτινες ἔχουν ν' ἀναχθῶσιν εἰς ῥάβδους.
 Δὲν ἐμποροῦμεν εὐκόλως νὰ διαιρέσωμεν μὲ $16\frac{1}{2}$
 ἐξ αἰτίας τοῦ κλάσματος $\frac{1}{2}$. ἀλλὰ $16\frac{1}{2} = 33$
 ἡμίσεις πόδας, εἰς 1 ῥάβδον· ἢ 132105600
 πόδες $= 264211200$ ἡμίσεις πόδας, οἵτινες,
 διαιρούμενοι μὲ 33, δίδουν 8006400 ῥάβδους.

Ὅθεν, ὅταν ᾖναι ὁ διαιρέτης φορτισμένος μὲ
 κλάσμα, $\frac{1}{2}$ ἢ $\frac{1}{4}$, κτλ., δυνάμεθα νὰ τὸν ἀνάξωμεν
 εἰς ἡμίση, ἢ τέταρτα, κτλ., καὶ νὰ ἀνάξω-
 μεν ἢ τὸν διαιρετέον εἰς τὰ αὐτά· τὸ πηλίκον
 τότε θέλει εἶσθαι ἡ ἀληθινὴ ἀπόκρισις.

19. Ἀπὸ μίαν εἰς ἄλλην πόλιν εἶναι 482 μί-
 λια· πόσοι δάκτυλοι;

20. Εἰς 30539520 δακτύλους, πόσα μίλια;

21. Ποσάκις θέλει περιστραφῇ τροχός, 16
 πόδας καὶ 6 δακτύλους τὴν περιφέρειαν, διὰ νὰ
 περάσῃ 40 μιλίων διάστημα;

22. Ἐὰν τροχός τις, 16 πόδας καὶ 6 δακτύ-
 λους τὴν περιφέρειαν, περιστρέφεται 12800 φο-
 ρὰς διὰ νὰ ὑπάγῃ ἀπὸ Α εἰς Β, πόσον εἶναι τὸ
 διάστημα;

ΚΑΙΡΟΣ.

Αἱ ὀνομασίαι τοῦ καιροῦ εἶναι χρόνοι, μῆνες,
 εβδομάδες, ἡμέραι, ὥραι, λεπτά, καὶ δεύτερα.

ΠΙΝΑΞ.

60 δεύτερα (δε.)	κάμνουν	1 λεπτὸν, ση-	} λπ.
		μειθόμενον	
60 λεπτά		1 ὥραν	. . ὦ.
24 ὥραι		1 ἡμέραν	. . ἡ.
7 ἡμέραι	,	1 ἐβδομάδα	. ἐβ.

4 εβδομάδες κάμνουν 1 μῆνα μη.
 13 μῆνες, 1 ἡμέρα, χ } 1 κοινὸν, ἥτοι }
 6 ὥραι, ἢ 365 ἡμέραι } 'Ιουλιανὸν } ἔτ.
 καὶ 6 ὥραι, } ἔτος, }

¶ 29. Τὸ ἔτος διαιρεῖται καὶ εἰς 12 χρονολογικοὺς μῆνας, οἵτινες, κατὰ τῆς διαδοχῆς αὐτῶν τὴν τάξιν, ἀριθμοῦνται ὡς ἀκολούθως, δηλαδὴ·

'Ιανουάριος,	1ος μὴν, ἔχει 31	ἡμέρας.
Φεβρουάριος,	2ος	28 Σημεῖωσις.
Μάρτιος,	3ος	31 "Οταν ἐμπο-
'Απρίλιος,	4ος	30 ρῇ κἀνὲν ἔτος
Μάϊος,	5ος	31 νὰ διαιρεθῇ
'Ιούνιος,	6ος	30 μὲ 4 χωρὶς ὑ-
'Ιούλιος	7ος	31 πόλοιπον, λέ-
Αὐγυστος,	8ος	31 γεται δίσεκ-
Σεπτέμβριος,	9ος	30 τον, εἰς τὸ ὁ-
'Οκτώβριος,	10ος	31 ποῖον ὁ Φε-
Νοέμβριος,	11ος	30 βρουάριος ἔ-
Δεκέμβριος,	12ος	31 χει 29 ἡμέρας.

23. Ἄν ἐπέρασαν 15 ἔτ. 19 ἡ. 11 ὥ. 37 λπ. 45 δε., ἀφ' ἧς ἦλθες εἰς τὸν κόσμον, πόσα δεύτερα εἶναι ἡ ἡλικία σου, τοῦ ἔτους λογαριαζομένης πρὸς 365 ἡμέρας καὶ 6 ὥρας ;

24. Ἀνάγαγε 475047465 δεύτερα εἰς ἔτη.

25. Πόσα λεπτὰ ἀπὸ τὴν πρώτην ἡμέραν τῆς 'Ιανουαρίως ἕως τὴν 14ην ἡμέραν τοῦ Αὐγούστου, ἐγκλειομένην ;

26. Ἀνάγαγε 325440 λεπτὰ εἰς ἡμέρας.

27. Πόσα λεπτὰ ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τοῦ μεταξὺ τῆς Ἀμερικῆς καὶ Ἀγγλίας πολέμου, Ἀπριλίου 19, 1775, ἕως τὴν ἀποκατάστασιν τῆς γενικῆς εἰρήνης, ἥτις ἐσυνέβη, 'Ιαν. 20, 1783 ;

28. Εἰς 4079160 λεπτὰ, πόσα ἔτη ;

ΚΥΚΛΙΟΝ ΜΕΤΡΟΝ, Η ΚΙΝΗΣΙΣ.

Τὸ κύκλιον μέτρον μεταχειριζόμεθα, ὅταν μετρῶμεν τὸ πλάτος καὶ μῆκος· ἀκόμη δὲ καὶ ὅταν λογαριάζωμεν τὴν κύκλῳ τοῦ ἡλίου περιστροφὴν τῆς γῆς καὶ ἄλλων πλανητῶν. Αἱ ὀνομασίαι εἶναι κύκλοι, σημεία, βαθμοὶ, λεπτά, καὶ δεύτερα.

ΠΙΝΑΞ.

60 δεύτερα (")	κάμνουν	1 λεπτόν, ση-	} .
		μειούμενον	
60 λεπτά	1 βαθμόν	°	
30 βαθμοὶ	1 σημείον	ς.	
12 σημεία, ἢ 360 βαθμοὶ,	{	1 κύκλον τοῦ Ζω-	
		διακοῦ.	

Σημείωσις. Ἐκαστος κύκλος, εἴτε μεγάλος εἴτε μικρὸς, εἶναι διαιρητὸς εἰς 360 ἴσα μέρη, καλούμενα, βαθμοὶ, ἢ μοῖραι.

29. Ἀνάγαγε. 9ς. 13° 25' εἰς δεύτερα.

30. Εἰς 1020300", πόσοι βαθμοί;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί εἶναι οἱ ἀπλοῖ ἀριθμοί;
2. — οἱ σύνθετοι ἀριθμοί;
3. — αἱ διαφοροὶ ὀνομασίαι;
4. — ἡ ἀναγωγὴ;
5. Πῶς μεταβάλλονται δεκάρια εἰς λεπτά;
6. — φοίνικες εἰς λεπτά;
7. — δίστηλα εἰς λεπτά;
8. — λεπτά εἰς δεκάρια, κτλ.;
9. Ποῖα εἶναι τὰ Ἀγγλικά νομίσματα;
10. Πόσων εἰδῶν εἶναι ἡ ἀναγωγὴ;
11. Πῶς ἀνάγονται ὀνομασίαι ὑψηλότεραι εἰς χαμηλότερας;
12. — ὀνομασίαι χαμηλότεραι εἰς ὑψηλότερας;
13. Τί λέγεται βάρος χονδρικόν, καὶ τί βάρος

καθαρόν; 14. Ποῖον λέγεται μέτρον μακρόν, καὶ τίνες εἶναι αἱ ὀνομασίαι του; 15. Πῶς πολυπλασιάζεις μὲ $\frac{1}{2}$; 16. Ὄταν ὁ διαιρέτης περιέχῃ κλάσμα, τί κάμνεις; 17. Ποῖαι εἶναι αἱ ὀνομασίαι τοῦ καιρῶ; 18. — τοῦ κυκλίου μέτρον; 19. Διὰ τί μεταχειριζόμεθα τὸ κύκλιον μέτρον;

Π Ρ Ο Σ Θ Ε Σ Ι Σ

ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 30. 1. Ἦγόρασε παῖς τις μαχαιράκιον διὰ 9 σόλδια, καὶ κτένιον διὰ 3 σόλδια· πόσα ἐπλήρωσε καὶ διὰ τὰ δύο; Ἀπ. 1 σιλλίνιον.

2. Ἔδωκε παῖς τις 2 σλ. 6 σδ. δι' ἐν ἀβάκιον, καὶ 4 σλ. 6 σδ. δι' ἐν βιβλίον· πόσα ἔδωκε καὶ διὰ τὰ δύο;

3. Ἦγόρασα ἐν βιβλίον δι' 1 σλ. 6 σδ., ἄλλο διὰ 2 σλ. 3 σδ., ἄλλο διὰ 7 σδ. πόσον μοῦ ἤλθαν ὅλα; Ἀπ. 4 σλ. 4 σδ.

4. Πόσα δεκάρια κάμνεν 7 λπ. + 8 λπ. + 5 λπ.;

5. Πόσα δεκάρια κάμνουν 7 λπ. + 3 λπ. + 4 λπ. + 7 λπ. + 8 λπ. + 1 λπ.;

6. Πόσα σιλλίνια εἶναι 2 σδ. + 3 σδ. + 5 σδ. + 6 σδ. + 7 σδ.;

7. Πόσα σόλδια εἶναι 1 φρ. + 2 φρ. + 3 φρ. + 2 φρ. + 1 φρ.;

8. Πόσαι λίτραι εἶναι 4 σλ. + 10 σλ. + 15 σλ. + 1 σλ.;

9. Πόσα λεπτά εἶναι 30 δε. + 45 δε + 20 δε.;

10. Πόσας ἡμέρας κάμνεν 4 ὦ. + 8 ὦ. + 10 ὦ. + 20 ὦ.;

11. Πόσους πήχεις κάμνουν 1 πδ. + 2 πδ. + 1 πδ.;

12. Πόσους πόδας κάμνουν 4 δκ. + 8 δκ. + 10 δκ. + 2 δκ. + 1 δκ.;

13. Πόσον είναι τὸ κεφάλαιον 1 πχ. 2 πδ. 6 δκ. + 2 πχ. 1 πδ. 8 δκ.;

14. Ποῖον είναι τὸ κεφάλαιον 2 σλ. 6 σδ. + 4 σλ. 3 σδ. + 7 σλ. 8 σδ.;

15. Ἦγόρασέ τις ἄλογον διὰ 15 £. 14 σλ. 6 σδ., ζυγὴν βωδίων διὰ 20 £. 2 σλ. 8 σδ., ἔαγε-
λάδα διὰ 5 £. 6 σλ. 4 σδ. τί ἐπλήρωσε διὰ ὅλα;

Ὅταν ᾖναι μεγάλοι οἱ ἀριθμοὶ, θέλει μᾶς εἶσθαι εὐκολώτερον νὰ τὰς καταγράψωμεν, βάλλοντες τοὺς ὁμοιοειδεῖς, ἢ τοὺς ὅσοι ἀνήκουν εἰς τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν, τὸν ἕνα κατευθεῖαν ὑποκάτω τοῦ ἄλλου, ἔχοντες ἀπὸ τοὺς πλεόν ὀλιγοτίμους, νὰ προσθέτωμεν ἕκαστον εἶδος χωριστά.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

£.	σλ.	σδ.
15	14	6
20	2	8
5	6	4

Ἀπ. 41 3 6

τὰ 6 σδ. ὑπὸ τὴν στήλην τῶν σολδίων, καὶ νὰ κρατήσωμεν τὸ 1 σλ. νὰ προστεθῇ ὁμοῦ μὲ τὰ ἄλλα σιλλίνια.

Ἐπειτα, προσθέτοντες τὴν στήλην τῶν σιλλινίων, ὁμοῦ μὲ τὸ 1 σλ. τὸ ὅποῖον ἐκρατήσαμεν, εὐρίσκομεν ὅτι τὸ κεφάλαιον εἶναι 23 σλ. = 1 £. 3 σλ. Βάλλοντες δὲ τὰ 3 σλ. ὑπὸ τὴν ἰδίαν αὐτῶν στήλην, προσθέτομεν τὴν 1 £. ὁμοῦ μὲ

τὰς ἄλλας λίτρας, καὶ, εὐρίσκοντες ὅτι τὸ κεφάλαιον εἶναι 41 £., τὸ καταγράφομεν, καὶ τὸ ἔργον εἶναι τελειωμένον.

Ἀπόκ. 41 £. 3 σλ. 6 σδ.

Τὴν ἀνωτέρω μέθοδον περιέχει ὁ ἐξῆς γενικὸς ΚΑΝΩΝ διὰ τῶν Συνθέτων Ἀριθμῶν τὴν Πρόσθεσιν.

Α'. Γράψε ὅσους ἀριθμοὺς ἔχεις νὰ προσθέσῃς οὕτω, ὥστε οἱ τῆς αὐτῆς ὀνομασίας νὰ στέκωσι κατευθεῖαν ὁ ἓνας ὑποκάτω τοῦ ἄλλου.

Β'. Σύναψε τοὺς ἀριθμοὺς, τοὺς εὐρισκομένους εἰς τὴν στήλην τῆς χαμηλοτάτης ὀνομασίας, καὶ διαίρεσε τὸ κεφάλαιον αὐτῶν μὲ τόσας μονάδας τῆς ἰδίας χαμηλοτάτης ὀνομασίας, ὅσαι κάμνουν μίαν μονάδα τῆς ἀκολουθοῦσας ὑψηλοτέρας ὀνομασίας· ἔπειτα, φύλαξε μὲν τὸ πηλίκον νὰ προστεθῇ ὁμοῦ μὲ τοὺς ἀριθμοὺς εἰς τὴν στήλην τῆς ἀκολουθοῦσας ὑψηλοτέρας ὀνομασίας, τὸ δὲ ὑπόλοιπον κατάγραψε. Κάμε τὸ αὐτὸ εἰς ὅλας τὰς ὀνομασίας, ἕως νὰ φθάσῃς εἰς τὴν ἐσχάτην, τῆς ὁποίας τὸ κεφάλαιον καταγράφεται ὡς εἰς ἀπλοῦς ἀριθμοὺς.

ΔΟΚΙΜΗ. Ἡ αὐτὴ ὡς εἰς τῶν ἀπλῶν ἀριθμῶν τὴν πρόσθεσιν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

£.	σλ.	σδ.	φρ.	£.	σλ.	σδ.	£.	σλ.	σδ.
46	11	3	2	72	9	6½	183	19	4
16	7	4	0	18	0	10¼	8	17	10
538	19	7	1	36	16	5¾	15	4	

Ζύγια Ἀγγλικά.

τ.	κνδ.	τρ.	λτ.	ὀγ.	δρ.	κνδ.	τρ.	λτ.	ὀγ.	δρ.
14	11	1	16	5	10	16	3	18	6	14
25	0	2	11	9	15		2	16	8	12
7	18	0	25	11	9			22	11	10.

Ἦγόρασέ τις 5 γομάρια ἄχυρα, ζυγίζοντα ὡς ἀκολούθως, δηλαδή, 23 κνδ. (= 1 τ. 3 κνδ.) 2 τρ. 17 λτ., 21 κνδ. 1 τρ. 16 λτ., 19 κνδ. 0 τρ. 24 λτ., 25 κνδ. 3 τρ., 11 κνδ. 0 τρ. 1 λτ. πόσοι τόνοι εἰς τὸ ὅλον;

Μέτρον Μακρόν.

βαθ.	μί.	στά.	κον.	πδ.	δκ.	κρι.	μι.	στ.	κον.
59	46	6	29	15	10	2	3	7	
216	38	1	36	14	6	1			
678	53	7	24	9	8	1	8	6	27

Καιρός.

ἔτ. μην. ἐβ. ἡμ. ὦ. λε. δευ.	ἔτ. μην. ἐβ. ἡμ.
47 11 3 6 23 55 11	40 3 1 5
84 9 2 0 16 42 18	16 7 0 4
32 6 0 5 5 18 5	27 5 2 0

ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ

ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 31. 1. Παιδίον τι ἠγόρασε μαχαιράκιον 9 λεπτά, καὶ τὸ ἐπώλησε 18 λεπτά· πόσα ἐκέρδησεν ἀπὸ τὴν ληψοδοσίαν ταύτην;

2. Παιδίον τι ἡγόρασεν ἀβάκιον διὰ 2 σλ. 6 σδ., καὶ βιβλίον διὰ 3 σλ. 6 σδ. Πόσον ἦτο μεγαλητέρα ἡ τιμὴ τοῦ βιβλίου ἀπὸ τὴν τοῦ ἀβακίου;

3. Ἐχρεωστοῦσε παιδίον τι εἰς τὸν σύντροφόν του 2 σλ. τοῦ ἐπλήρωσεν 1 σλ. 5 σδ. πόσα τοῦ ἐχρεωστοῦσε;

4. Ἠγόρασα δύο βιβλία· τοῦ ἐνὸς ἡ τιμὴ ἦτο 4 σλ. 6 σδ., καὶ τοῦ ἄλλου 3 σλ. 6 σδ. ποία ἦτον ἡ διαφορὰ εἰς τὰς τιμὰς των;

5. Ἐδάνεισε παῖς τις 5 σλ. 3 σδ. ἔλαβεν εἰς πληρωμὴν 2 σλ. 6 σδ. πόσα τοῦ ἐχρεωστοῦντο ἀκόμῃ;

6. Πόσον εἶναι 1 πδ. — (ὀλιγώτερον) 6 δκ.; 1 πδ. — 8 δκ.; 6 πδ. 3 δκ. — 1 πδ. 6 δκ.; 7 πδ. 8 δκ. — 4 πδ. 2 δκ.; 7 πδ. 8 δκ. — 5 πδ. 10 δκ.;

7. Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ 4 £. 6 σλ. 3 1 £. 8 σλ.;

8. Πόσον εἶναι 3 £. — (ὀλιγώτερον) 1 σλ.; 3 £. — 2 σλ.; 3 £. — 15 σλ.; 3 £. 4 σλ. — 2 £. 6 σλ.; 10 £. 4 σλ. — 5 £. 8 σλ.;

9. Ἠγόρασέ τις ἄλογον διὰ 30 £. 4 σλ. 8 σδ., καὶ ἀγελάδα διὰ 5 £. 14 σλ. 6 σδ. ποία εἶναι τῶν τιμῶν των ἡ διαφορὰ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

	£.	σλ.	σδ.
Μειωτέος,	30	4	8
Ἀφαιρετέος,	5	14	6

Ἀπ. 24 10 2

Ἐπειδὴ εἶναι μέγαλοι οἱ δύο ἀριθμοί, θέλει μᾶς εἰσθαι εὐκόλον νὰ τρεῖς καταγράψωμεν, τὸν μικρότερον ὑποκάτω τοῦ μεγαλητέρου,

σὸλδια ὑποκάτω σολδίων, σιλλίνια ὑποκάτω σιλλινίων, κτλ. Δυνάμεθα τώρα νὰ ἐπάρωμεν

6 σδ. ἀπὸ 8 σδ., καὶ θέλῃν μείνειν 2 σδ. Προχωροῦντες εἰς τὰ σιλλίνια, δὲν δυνάμεθα νὰ ἐπάρωμεν 14 σλ. ἀπὸ 4 σλ., ἀλλ' ἐμποροῦμεν νὰ δανεισθῶμεν, ὡς εἰς ἀπλοῦς ἀριθμοὺς, 1 ἀπὸ τὰς λίτρας, = 20 σλ., τὰ ὅποια, συναπτόμενα μὲ τὰ 4 σλ., κάμνουν 24 σλ., ἀπὸ τὸν ὅποιον ἀριθμὸν ἐπαίρνομεν 14 σλ., καὶ μένουν 10 σλ., τὰ ὅποια καταγράφομεν. Χρεία δὲ τώρα νὰ φέρωμεν 1 εἰς τὰς 5 £., κάμνοντες 6 £., αἵτινες, ἀφαιρούμεναι ἀπὸ 30 £., ἀφίνουν 24 £., καὶ τὸ ἔργον εἶναι τελειωμένον.

Σημείωσις. Ὁ εὐκολώτερος τρόπος ὅταν δανειζώμεθα, εἶναι, ν' ἀφαιρῶμεν τὸν ἀφαιρέτεον ἀπὸ τὸν δανειζόμενον χαρακτήρα, καὶ νὰ προσθέτωμεν τὴν διαφορὰν εἰς τὸν μειωτέον. Οὕτω, εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, ὁ 14 ἀπὸ 20 ἀφίνει 6, καὶ 4 εἶναι 10.

Τὴν εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα μέθοδον δυνάμεθα νὰ παρουσιάσωμεν εἰς σχῆμα ΚΑΝΟΝΟΣ διὰ τῶν Συνθέτων Ἀριθμῶν τὴν Ἀφαίρεσιν.

Α. Κατάγραψε τὰς ποσότητας, τὰς μικροτέρας ὑποκάτω τῶν μεγαλητέρων, βάλλων τοὺς ἀριθμοὺς ἐκείνους, ὅσοι εἶναι τῆς αὐτῆς ὀνομασίας, τὸν ἓνα κατευθεῖαν ὑποκάτω τοῦ ἄλλου.

Β'. Ἀρχίζων ἀπὸ τὴν μικροτάτην ὀνομασίαν, ἐπαιρνε διαδοχικῶς τὸν κάτω ἀριθμὸν εἰς ἐκάστην ὀνομασίαν ἀπὸ τὸν ἄνω, καὶ γράφε τὸ ὑπόλοιπον ὑποκάτω, ὡς εἰς τῶν ἀπλῶν ἀριθμῶν τὴν ἀφαίρεσιν.

Γ'. Ἄν ὁ κάτω ἀριθμὸς ὅποιοςδήποτε ὀνομασίας ἦναι μεγαλητέρος ἀπὸ τὸν ἄνω, δανείσῃ τόσας μονάδας ὅσαι κάμνουν ἘΝ τῆς ἀκολουθοῦ ὑψηλοτέρας ὀνομασίας, ἀφαίρεσε ἀπ' αὐ-

τάς τὸν κάτω ἀριθμὸν, καὶ εἰς τὸ ὑπόλοιπον πρόσθεσε τὸν ἄνω ἀριθμὸν, ἐνθυμούμενος πάντοτε νὰ προσθέτῃς 1 εἰς τὴν ἀκόλουθον ὑψηλοτέραν ὀνομασίαν δι' ἐκεῖνο τὸ ὅποιον ἐδανείσθῃς.

ΔΟΚΙΜΗ. Σύναψε τὸ ὑπόλοιπον καὶ τὸν ἀφαιρετέον, ὡς εἰς τῶν ἀπλῶν ἀριθμῶν τὴν ἀφαίρεσιν· ἂν δὲ τὸ ἔργον ἦναι ὀρθόν, τὸ κεφάλαιον θέλει εἶσθαι ἴσον μὲ τὸν μειωτέον.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἐπώλησεν ἔμπορός τις πραγματείας, τῶν ὁποίων ἡ τιμὴ ἐσυμποσοῦτο εἰς 136 £. 7 σλ. 6½ σδ., καὶ ἔλαβεν εἰς πληρωμὴν 50 £. 10 σλ. 4¾ σδ· πόσα ἔμειναν ἀκόμῃ νὰ λάβῃ;

Ἀπ. 85 £. 17 σλ. 1¾ σδ.

2. Ἠγόρασέ τις χωράφιον διὰ 1256 £. 10 σλ., καὶ, πωλήσας αὐτὸ, ἔχασε 87 £. 10 σλ. 6 σδ· πόσα τὸ ἐπώλησε;

Ἀπ. 1168 £. 19 σλ. 6 σδ.

3. Ἠγόρασέ τις ἄλογον διὰ 27 £., καὶ ζευγάριον βωδίων διὰ 19 £. 12 σλ. 8½ σδ· πόσον πλειότερα ἐτιμᾶτο τὸ ἄλογον παρὰ τὰ βώδια;

4. Ἠγόρασα 9 κνδ. 2 τρ. 17 λτ. σακχάρου· ἔκαμα δὲ τρεῖς διαφόρους πωλήσεις τὰς ἐξῆς, δηλαδή, 2 κνδ. 1 τρ. 11 λτ. 5 ὀγ· 2 τρ. 18 λτ. 10 ὀγ· 25 λτ. 6 ὀγ· πόσον ἐβάρει τὸ σάκχαρον τὸ ἀκόμῃ μένον ἀπώλητον;

Ἀπόκ. 6 κνδ. 1 τρ. 17 λτ. 11. ὀγ.

5. Ἀπὸ 28 μίλια, 5 ζά. 16 κον. ἔπαρε 15 μ. 6 ζά. 26 κον. 12 πδ.

6. Ἀπὸ τὴν 4ην ἡμέραν τοῦ Ἰουλίου, ἀπὸ τὰς 3 ὥρας ἕ 20 λεπτά μετὰ τὸ μεσημέριον, πόσαι

ἡμέραι, ὥραι, καὶ λεπτά θέλουν λείπειν ἕως τὸ τέλος τοῦ ἔτους ;

Ἀπ. 180 ἡμέραι, 8 ὥραι, 40 λεπτά.

7. Τὴν αὐτὴν ἡμέραν, ὥραν, καὶ λεπτὸν τοῦ Ἰσλίου, ὡς εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα, ποία θέλει εἶσθαι ἢ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ περασμένου καὶ μέλλοντος καιροῦ αὐτοῦ τοῦ μηνός ;

8. Ὁμολογία, μηνολογημένη Δεκ. 28, 1826, ἐπληρώθη Ἰαν. 2, 1827· πόσον καιρὸν ἦτον εἰς τὸ διάφορον ;

Τὸ διάστημα ἀπὸ ἑνα εἰς ἄλλον καιρὸν δύναμεθα νὰ εὐρίσκωμεν, ἀφαιρῶντες τὸν πρῶτον καιρὸν ἀπὸ τὸν ἔσχατον, μὲ παρατήρησιν ν' ἀριθμῶμεν τὰς μῆνας κατὰ τὴν τάξιν των. (Σελ. 94.)

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Σ. Ε.	{	1827.	1ος μὴν.	2α ἡμέρα.
		1826.	12.....	28

Ἀπ.	0	0	4 ἡμέραι.
-----	---	---	-----------

Εἰς τὸν λογαριασμὸν τοῦ τόκῃ ἦτοι διαφόρου, ἔκαστος μὴν μετρεῖται ὡς 30 ἡμέραι.

9. Ὁμολογία τις, μηνολογημένη Ὀκτ. 20, 1823, ἐπληρώθη Ἀπριλ. 25, 1825· πόσον καιρὸν ἦτον ἡ ὁμολογία εἰς τὸ διάφορον ;

10. Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ τοῦ καιροῦ ἀπὸ Σεπτ. 29, 1816, ἕως Ἀπριλ. 2, 1819 ;

Ἀπ. 2 ἔτ. 6 μ. 3 ἡμ.

11. Τὸ Λονδῖνον κεῖται εἰς Β. πλάτους $51^{\circ} 32'$, καὶ ἡ Βοστών $42^{\circ} 23'$ · ποία εἶναι ἡ τοῦ πλάτους διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο τόπων ;

Ἀπ. $9^{\circ} 9'$.

12. Ἡ Βοστών κεῖται εἰς Δ. μήκους $71^{\circ} 3'$, καὶ ἡ πόλις Οὐασιγκτὼν εἰς $77^{\circ} 43'$ · ποία εἶναι ἡ τοῦ μήκους διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο τόπων ;

Ἀπ $6^{\circ} 40'$.

13. Ἡ νῆσος Κούβη κεῖται μεταξύ τῶν 74° καὶ 85° Δ. μήκους· πόσους βαθμοὺς ἐκτείνεται κατὰ τὸ μῆκος;

¶ 32. 1. Ὄταν ἦναι 12 ὥραι εἰς τὸ πλεόν ἀνατολικὸν ἄκρον τῆς νήσου Κούβης, ποία ὥρα θέλει εἶσθαι εἰς τὸ πλεόν δυτικὸν αὐτῆς ἄκρον, ἐνῷ ἡ διαφορὰ εἶναι 11° ;

Σημείωσις. Ἐπειδὴ τῆς γῆς ἡ περιφέρεια εἶναι 360° , καὶ ἡ γῆ ἐκτελεῖ μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν εἰς 24 ὥρας, ἔπεται, ὅτι τῆς γῆς ἡ κίνησις, ἐπάνω εἰς τὴν ἐπιφάνειάν της, ἐκ δυσμῶν εἰς ἀνατολάς, εἶναι

15° κινήσεως εἰς 1 ὥραν καιροῦ· ἀκολουθῶς,

1° κινήσεως εἰς 4 λεπτὰ καιροῦ, ἢ

1' κινήσεως εἰς 4 δεύτερα καιροῦ.

Ἐκ τούτων ἀκολουθεῖ, ὅτι, ὅταν μεταξύ δύο τόπων ὑπάρχῃ διαφορὰ εἰς τὸ μῆκος, θέλει εἶσθαι ἀνταποκρινομένη διαφορὰ εἰς τὴν ὥραν, ἢ τὸν καιρὸν τῆς ἡμέρας. Ὄταν ἡ εἰς τὸ μῆκος διαφορὰ ἦναι 15° , ἡ εἰς τὸν καιρὸν διαφορὰ θέλει εἶσθαι 1 ὥρα, τοῦ τόπου τοῦ πρὸς ἀνατολάς ἔχοντος τὸν καιρὸν τῆς ἡμέρας 1 ὥραν πλεόν ἐνωρὶς παρὰ τὸν τόπον τὸν πρὸς δυσμὰς, τὸ ὅποῖον χρειάζεται ἐξαιρέτως νὰ παρατηρῇται.

Ἄν ἡ εἰς τὸ μῆκος διαφορὰ ἦναι 1° , ἡ εἰς τὸν καιρὸν διαφορὰ θέλει εἶσθαι 4 λεπτὰ, κτλ.

Εἵμεθα τώρα ἐτοιμασμένοι ν' ἀποκριθῶμεν τὴν ἀνωτέρω ἐρώτησιν.

11°

4

44 λεπτά.

Ὄθεν, ὅταν ἦναι 12 ὥραι εἰς τὸ πλεόν ἀνατολικὸν ἄκρον τῆς νήσου, θέλουν εἶσθαι 11 ὥραι καὶ 16 λεπτὰ εἰς τὸ πλεόν δυτικὸν ἄκρον.

2. Ἡ πόλις *A* ἀπέχει ἀπὸ τὴν *B*, $6^{\circ} 40'$ *A*. μήκους· ὅταν ᾗναι 3 ὥραι εἰς τὴν πόλιν *B*, πόσαι ὥραι εἶναι εἰς τὴν *A*;

Ἀπ. 3 ὥραι 26 λεπτά καὶ 40 δεύτερα.

3. Ἡ ἐπαρχία τῆς Ἀμερικῆς *M*. εἶναι εἰς 72° , καὶ αἱ Σανδουϊκαὶ Νῆσοι εἰς περίπου 155° *A*. μήκους· ὅταν ᾗναι 6 ὥραι καὶ 28 λεπτά πρὸ τοῦ μεσημερίου εἰς τὰς Σανδευϊκὰς Νήσους, πόσαι ὥραι εἶναι εἰς τὴν ἐπαρχίαν *M*.;

Ἀπ. 12 ὥραι τῆς μεσημβρίας.

ΠΟΛΥΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ἔ ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ

ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

¶ 33. 1. Ἠγόρασέ τις 2 πήχεις πανίε, πρὸς 1 σλ. 6 σδ. τὸν πῆχυν· πόσα ἐπλήρωσε;

2. Ἐὰν 2 πήχεις πανίου ἀξίζωσι 3 σιλλίνια, πόσον ἔρχεται ὁ πῆχυς;

3. Ἐχει τις τρία κομμάτια πανίου, καθὲν ἀπὸ τὰ ὁποῖα εἶναι 10 πχ. 3 τρ. μακρόν· πόσοι πήχεις εἰς τὸ ὅλον;

4. Ἐὰν 2 ἴσα κομμάτια πανίου περιέχωσι 32 πχ. 1 τρ., πόσον περιέχει καθὲν κομμάτιον;

5. Πόσα σιλλίνια εἶναι 3 φορὰς 8 σδ.; — 3×9 σδ.; — 3×10 σδ.; — 4×7 σδ.; — 7×6 σδ.; — 10×9 σδ.; — 2×3 φρ.; — 5×2 φρ.;

6. Πόσον εἶναι ἓν τρίτον 2 σιλλινίων; — $\frac{1}{3}$ τῶν 2 σλ. 3 σδ.; — $\frac{1}{3}$ τῶν 2 σλ. 6 σδ.; — $\frac{1}{3}$ τῶν 2 σλ. 4 σδ.; — $\frac{1}{3}$ τῶν 3 σλ. 6 σδ.; — $\frac{1}{10}$ τῶν 7 σλ. 6 σδ.; — $\frac{1}{2}$ τοῦ $1\frac{1}{2}$ σδ.; — $\frac{1}{2}$ τῶν $2\frac{1}{2}$ σδ.;

7. Ἄν ἀξιζῇ ὁ πῆ-
χυς 1 £. 5 σλ. 8½ σδ., πό-
σον χρειάζεται νὰ πλη-
ρώσω διὰ 6 πῆχεις;

Ἐδῶ, ἐπειδὴ εἶναι μεγάλοι οἱ ἀριθμοὶ, θέλει
μᾶς εἰσθαι εὐκολώτερον νὰ τοὺς καταγράψωμεν,
πρὶν πολυπλασιάσωμεν καὶ διαιρέσωμεν.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

£. σλ. σδ. φρ.

1	5	8	3	τιμὴ 1 πῆ- χεως.
				6 ἀριθμὸς τῶν πῆχεων.

Ἀπ. 7 14 4 2 τιμὴ τῶν 6
πῆχεων.

6 φορές 3 φρ. εἶναι
18 φρ. = 4 σδ. καὶ 2 φρ.
περισσεύοντα· κατα-
γράφομεν τώρα τὰ 2 φρ.
ἔπειτα, 6 φορές 8 σδ.
εἶναι 48, καὶ ὁ 4, τὸν
ὅποῖον ἐκρατήσαμεν,
κάμνει 52 σδ. = 4 σλ. ἔ
4 σδ. περισσεύοντα, τὰ
ὅποια καταγράφομεν·
πάλιν, 6 φορές 5 σλ. εἶ-
ναι 30 σλ. καὶ ὁ 4, τὸν
ὅποῖον ἐκρατήσαμεν,
κάμνει 34 σλ. = 1 £. ἔ
14 σλ. περισσεύοντα· 6
φορές 1 £. εἶναι 6 £., ἔ
1, τὴν ὁποίαν ἐκρατή-
σαμεν, κάμνει 7 £., τὰς
ὁποίας καταγράφομεν·

8. Ἄν 6 πῆχεις ὑφά-
σματος ἀξιζῶσιν 7 £.
14 σλ. 4½ σδ., πόσον
ἔρχεται ὁ πῆχυς;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

£. σλ. σδ. φρ.

6)	7	14	4	2	τιμὴ τῶν 6 πῆχεων.
					τιμὴ τοῦ 1 πῆχεως.

Ἀκολουθεῖντες τὸν
τρόπον τῆς συντόμου
διαίρέσεως, εὐρίσκομεν
ὅτι 6 περιέχεται εἰς 7 £.
1 φοράν, καὶ περισσεύει
1 £· καταγράφομεν δὲ
τὸ πηλίκον, καὶ ἄγομεν
τὸ ὑπόλοιπον (1 £.) εἰς
σιλλίνια, (20 σλ.,) τὰ
ὅποια, ὁμοῦ μὲ τὰ δο-
μένα σιλλίνια, (14 σλ.,)
κάμνουν 34 σλ· 6 εἰς 34
σλ. ὑπάγει 5 φορές, ἔ
περισσεύει 4 σλ· 4 σλ.
δὲ = 48 σδ., τὰ ὅποια,
ὁμοῦ μὲ τὰ δομένα σόλ-
δια, (4 σδ.,) κάμνουν
52 σδ· 6 εἰς 52 σδ. ὑ-
πάγει 8 φορές, καὶ πε-
ρισσεύει 4 σδ· 4 σδ. =
16 φρ., τὰ ὅποια, ὁμοῦ

πρόδηλον δὲ εἶναι ὅτι ὅλα ὁμοῦ τὰ παραγόμενα, τὰ ἐκ τῶν διαφόρων ὀνομασιῶν, εἶναι τὸ ἀληθὲς παραγόμενον, τὸ προκύπτον ἐκ τοῦ ὁλοκλήρου συνθέτου ἀριθμοῦ.

9. Πολυπλασίασε 3 £. 4 σλ. 6 σδ. μὲ 7.

11. Πόσον θέλουν μοῦ ἐλθεῖν 5 ζευγάρια ὑποδημάτων, πρὸς 10 σλ. 6 σδ. τὸ ζευγάριον;

13. Πόσον ἐλάδιον εἰς 12 ἀσκούς, καθεῖς τῶν ὁποίων περιέχει 9 κνδ. 3 τρ. 21 λτ.;

15. Εἰς 15 γομάρια ἄχυρων, ἀπὸ τὰ ὅποια καθὲν ζυγίζει 1 τ. 3 κνδ. 2 τρ., πόσοι τόνοι;

μὲ τὰ δομένα φρ., (2) = 18 φρ. 6 εἰς 18 φρ. ὑπάγει 3 φορὰς· πρόδηλον δὲ εἶναι, ὅτι ὅλα ὁμοῦ τὰ πηλίκια, τὰ ἐκ τῶν διαφόρων ὀνομασιῶν, εἶναι τὸ ἀληθὲς πηλίκιον, τὸ προκύπτον ἐκ τοῦ ὁλοκλήρου συνθέτου ἀριθμοῦ.

10. Διαιρέσε 22 £. 11 σλ. 6 σδ. μὲ 7.

12. Ἐὰν 5 ζευγάρια ὑποδημάτων μὲ ἔρχονται 2 £. 12 σλ. 6 σδ., πόση εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ζευγαρίου.;

14. Ἐὰν εἰς 12 ἀσκούς διαιρεθῶσιν 119 κνδ. 1 τρ. ἐλαδίου, πόσον θέλει περιέχειν καθεῖς ἀσκός;

16. Ἐὰν 15 ζῶα ἦναι φορτωμένα μὲ 17 τ. 12 κνδ. 2 τρ. ἄχυρων, πόσον σηκόνει καθὲν ζῶον;

Ὅταν ὁ πολυπλασιασῆς, ἢ ὁ διαιρέτης, ὑπερβαίῃ 12, αἱ τοῦ πολυπλασιάζειν καὶ διαιρεῖν ἐργασίαι δὲν εἶναι τόσον εὐκόλαι, πλὴν ἂν ἦναι συνθεμένος ἀριθμὸς ὁ πολυπλασιαστής, ἢ ὁ διαιρέτης· εἰς τὴν περίστασιν αὐτὴν, δυνάμεθα νὰ μεταχειρισθῶμεν τὰ συνθετικὰ μέρη, ἢ τοὺς παράγοντας, ὡς ἔγινεν εἰς τοὺς ἀπλοῦς ἀριθμούς.

Οὕτω 15, εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, εἶναι συνθεμένος ἀριθμὸς, γινόμενος ἀπὸ τὴν πολυπλασίασιν 3 καὶ 5, ($3 \times 5 = 15$.) Ἀννάμεθα, λοιπὸν, νὰ πολυπλασιάσωμεν 1 τ. 3 κνδ. 2 τρ. μεῖν ἀπὸ τὰ συνθετικά αὐτὰ μέρη, ἢ τοὺς παράγοντας, ἕ τὸ παραγόμενον αὐτὸ μετὸν ἄλλον, ὅστις θέλει δώσειν τὴν ἀληθινὴν ἀπόκρισιν, ὡς ἐδιδάξαμεν ἤδη, (¶ 11.)

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Τ. κνδ. τρ.

1 3 2

3 εἰς τῶν παραγόντων.

3 10 2

5 ὁ ἄλλος παράγων.

17 12 2 ἡ ἀπόκρισις.

17. Πόσον ἀξίζουσι 24 σάκκοι ἀλεύρου, πρὸς 2 £. 12 σλ. 4 σδ. ὁ σάκκος;

19. Πόσον θέλουσι μοῦ ἐλθεῖν 112 λτ. σακχάρου, πρὸς $7\frac{1}{4}$ σδ. ἡ λίτρα;

Σημείωσις. 8, 7, καὶ 2 εἶναι παράγοντες τοῦ 112.

Ἐπειδὴ 15 εἶναι συνθεμένος ἀριθμὸς, καὶ 3 καὶ 5 τὰ συνθετικά τοῦ μέρη, ἦτοι οἱ παράγοντες, δυνάμεθα νὰ διαιρέσωμεν 17 τ. 12 κνδ. 2 τρ. μ' ἐν ἀπὸ τὰ συνθετικά τοῦτα μέρη, ἢ τοὺς παράγοντας, ἕ τὸ ἐντεῦθεν γινόμενον πηλίκον μετὸν ἄλλον, ὅστις θέλει δώσειν τὴν ἀληθινὴν ἀπόκρισιν, ὡς ἐδιδάξαμεν ἤδη, (¶ 20.)

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Τ. κνδ. τρ.

Εἰς παράγων 3) 17 12 2

Ὁ ἄλλος παρ. 5) 5 17 2

Ἀπόκ. 1 3 2

18. Ἡγόρασα 24 σάκκους ἀλεύρου διὰ 62 £. 16 σλ. πόσον ἐπλήρωσα διὰ καθένα σάκκον;

20. Ἐὰν 1 κνδ. σακχάρου ἀξίζῃ 3 £. 7 σλ. 8 σδ., πόσον ἐρχεται ἡ λίτρα;

21. Ὅσον ἀξίζουν
139 πήχεις ὑφάσματος,
πρὸς 3 £. 6 σλ. 5 σδ. ὁ
πήχυς ;

139 δὲν εἶναι μὲν
συνθεμένος ἀριθμός.
Δυνάμεθα, ὅμως, νὰ
διαλύσωμεν τὸν ἀριθ-
μὸν τοῦτον τοιστοτρό-
πως, $139 = 100 + 30$
 $+ 9$.

Ἐμποροῦμεν τώρα
νὰ πολυπλασιάσωμεν
τὴν τιμὴν ἐνὸς πήχεως
μὲ 10, τὸ ὅποϊον θέλει
δώσειν τὴν τιμὴν 10
πήχεων, καὶ τὸ παρα-
γόμενον δὲ τοῦτο πάλιν
μὲ 10, τὸ ὅποϊον θέλει
δώσειν τὴν τιμὴν 100
πήχεων.

Δυνάμεθα ἔπειτα νὰ
πολυπλασιάσωμεν τὴν
τιμὴν 10 πήχεων μὲ 3,
τὸ ὅποϊον θέλει δώσειν
τὴν τιμὴν 30 πήχεων,
καὶ τὴν τιμὴν 1 πήχεως
μὲ 9, τὸ ὅποϊον θέλει
δώσειν τὴν τιμὴν 9 πῆ-
χεων, καὶ τὰ τρία δὲ
τοῦτα παραγόμενα, ὁ-
μοῦ προσθεμένα, θέλουν
φανερά δώσειν τὴν τι-
μὴν 139 πήχεων, οὕτω.

22. Ἠγόρασα 139
πήχεις ὑφάσματος διὰ
461 £. 11 σλ. 11 σδ.
πόσα τὸν πήχυν ;

Ὅταν ᾔναι τοιοῦ-
τος ἀριθμὸς ὁ διαιρέ-
της, ὅποϊος δὲν δύνα-
ται νὰ παραχθῇ ἀπὸ
τὴν πολυπλασίᾳσιν μι-
κρῶν ἀριθμῶν, ὁ καλῆ-
τερος τρόπος εἶναι νὰ
διαιρῶμεν κατὰ τὴν μέ-
θοδον τῆς μακρᾶς διαι-
ρέσεως, καταστρώνον-
τες τὸ ἔργον τοῦ διαι-
ρεῖν καὶ ἀνάγειν, ὡς ἔ-
πεται.

	£.	σλ.	σδ.
139)	461	11	11 (3 £.
	417		
	44		
	20		
	891	(6 σλ.	
	834		
	57		
	12		
	695	(5 σδ.	
	695		

Ὁ διαιρέτης, 139,
περιέχεται εἰς 461 £.
3 φορὰς, (3 £.,) καὶ μέ-

£. σλ. σδ.

3 6 5 τιμή 1 πχ.

10

33 4 2 τιμή 10 πχ.

10

332 1 8 τιμή 100 πχ.

99 12 6 τιμή 30 πχ.

29 17 9 τιμή 9 πχ.

469 11 11 τιμή 139 πχ.

Σημείωσις. Πολυπλασιάζοντες τὴν τιμὴν 10 πήχεων (33 £. 4 σλ. 2 σδ.) μὲ 3, διὰ τὰ εὐρωμεν τὴν τιμὴν 30 πήχεων, καὶ πολυπλασιάζοντες τὴν τιμὴν 1 πήχεως (3 £. 6 σλ. 5 σδ.) μὲ 9, διὰ τὰ εὐρωμεν τὴν τιμὴν 9 πήχεων, δὲν εἶναι χρεῖα τὰ καταγράφωμεν τοὺς πολυπλασιαστάς 3 καὶ 9, ἀλλ' ἐμποροῦμεν τὰ τοὺς φέρωμεν εἰς τὸν νοῦν.

Αἱ εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα μέθοδοι ἐμποροῦν τώρα τὰ παρουσιασθῶσιν εἰς σχῆμα

ΚΑΝΟΝΟΣ διὰ τὸν Πολυπλασιασμὸν Συνθέτων Ἀριθμῶν.

Α'. Ὅταν ὁ πολυ-

νουν 44 £., αἵτινες πρέπει τώρα ν' ἀχθῶσιν εἰς σιλλίνια, πολυπλασιαζόμεναι μὲ 20· ἐπειτα, προσθέτομεν τὰ δομένα σιλλίνια, (11 σλ.,) κάμνοντες 891 σλ., εἰς τὰ ὅποια ὁ διαιρέτης περιέχεται 6 φορές, (6 σλ.,) καὶ περισσεύουν 57 σλ., τὰ ὅποια πρέπει ν' ἀχθῶσιν εἰς σόλδια, πολυπλασιαζόμενα μὲ 12· ἐπειτα προσθέτομεν τὰ δομένα σόλδια, (11 σδ.,) κάμνοντες τα ὅλα ὁμοῦ 695 σδ., εἰς τὰ ὅποια ὁ διαιρέτης περιέχεται 5 φορές, (5 σδ.,) χωρὶς τὰ περισσεύη τίποτε.

Φανερόν εἶναι ὅτι τὰ διάφορα πηλίκια, 3 £., 6 σλ., 5 σδ., κάμνεν τὴν ἀπόκρισιν.

ΚΑΝΟΝΟΣ διὰ τὴν Διαιρείσιν Συνθέτων Ἀριθμῶν.

Α'. Ὅταν ὁ διαιρέ-

πλασιαστής ΔΕΝ ὑπερβαίνῃ 12, πολυπλασίαζε διαδοχικῶς τοὺς ἀριθμοὺς ἐκάστης ὀνομασίας, ἀρχίζων ἀπὸ τὴν μικροτάτην, ὡς εἰς τὸν πολυπλασιασμὸν τῶν ἀπλῶν ἀριθμῶν, καὶ φέρε ἀπὸ μίαν εἰς ἄλλην ὀνομασίαν καθὼς εἰς τὴν πρόσθεσιν τῶν συνθέτων ἀριθμῶν, καταγράφων ὅλον τὸ παραγόμενον τῆς ὑψηλοτάτης ὀνομασίας.

Β'. Ἄν ὁ πολυπλασιαστής ὑπερβαίνῃ 12, καὶ ἦναι συνθεμένος ἀριθμὸς, ἐμποροῦμεν νὰ πολυπλασιάσωμεν πρῶτον μ' ἐν ἀπὸ τὰ συνθετικά μέρη, τὸ παραγόμενον αὐτὸ μὲ ἄλλο, καὶ οὕτω καθεξῆς, εἰάν τὰ συνθετικά μέρη ἦναι πλείότερα παρὰ δύο· τὸ τελευταῖον δὲ παραγόμε-

της ΔΕΝ ὑπερβαίνῃ 12, εὗρισκε, κατὰ τὸν τρόπον τῆς συντόμου διαιρέσεως, ποσάκις περιέχεται εἰς τὴν ὑψηλοτάτην ὀνομασίαν, ὑποκάτω τῆς ὁποίας γράφε τὸ πηλίκον, καὶ, ἂν ἦναι ὑπόλοιπον, ἀναγέτο εἰς τὴν ἐξῆς μικροτέραν ὀνομασίαν, προσθέτων εἰς αὐτὸ τὸν δομένον ἀριθμὸν αὐτῆς τῆς ὀνομασίας, ἂν ἦν αἱ τις δομένος, καὶ διαίρεσε ὡς πρότερον· οὕτω ἐξακολουθεῖ νὰ κάμνῃς εἰς ὅλας τὰς ὀνομασίας, καὶ τὰ διάφορα πηλικά θέλουν εἶσθαι ἢ ἀποκρισις.

Β'. Ἄν ὁ διαιρέτης ὑπερβαίνῃ 12, καὶ ἦναι συνθεμένος, δυνάμεθα πρῶτον νὰ διαιρῶμεν μ' ἐν ἀπὸ τὰ συνθετικά μέρη, τὸ πηλίκον αὐτὸ μὲ ἄλλο, καὶ οὕτω καθεξῆς, εἰάν τὰ συνθετικά μέρη ἦναι πλείότερα παρὰ δύο· τὸ τελευταῖον δὲ πηλίκον θέλει εἶσθαι τὸ ἀπαιτούμενον πηλίκον.

μενον θέλει εἶσθαι τὸ ἀπαιτούμενον παραγόμενον.

Γ'. "Όταν ὁ πολυπλασιαστής ὑπερβαίνει 12, καὶ ΔΕΝ ἦναι συνθεμένος, πολυπλασίαζε πρῶτον μὲ 10, καὶ τὸ παραγόμενον τοῦτο μὲ 10, τὸ ὅποτον θέλει δώσειν τὸ παραγόμενον διὰ 100· εἰ δὲ αἱ εἰς τὸν πολυπλασιαστήν ἑκατοντάδες ἦναι πλειότεραι παρὰ μίαν, πολυπλασίαζε τὸ παραγόμενον τῶν 100 μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἑκατοντάδων· διὰ τὰς δεκάδας, πολυπλασίαζε τὸ παραγόμενον τῶν 10 μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν δεκάδων· διὰ τὰς μονάδας, πολυπλασίαζε τὸν πολυπλασιαστέον· τὰ διάφορα δὲ τοῦτα παραγόμενα θέλουν εἶσθαι τὸ ἀπαιτούμενον παραγόμενον.

Γ'. "Όταν ὁ διαιρέτης ὑπερβαίνει 12, καὶ ΔΕΝ ἦναι συνθεμένος ἀριθμὸς, διαίρει κατὰ τὸν τρόπον τῆς μακρᾶς διαιρέσεως, καταστρώων τὸ ἔργον τοῦ διαιρεῖν καὶ ἀνάγειν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

- | | |
|---|--|
| 1. Πόσα πρέπει νὰ πληρώσω διὰ 359 πήχεις ὑφάσματος, λογα- | 2. Ἦγόρασα 359 πήχεις ὑφάσματος διὰ 83 £. 0 σλ. 4½ σδ· πό- |
|---|--|

ριάζων τὸν πῆχυν πρὸς
4 σλ. $7\frac{1}{2}$ σδ. ;

3. Εἰς 241 σάκκους
ἀλεύρου, ἐκ τῶν ὁποίων
καθεὶς περιέχει 1 κνδ.
3 τρ. 9 λτ., πόσα κνδ. ;

5. Πόσα κοιλὰ σι-
ταρίου εἰς 135 σάκκους,
ἐκ τῶν ὁποίων καθεὶς
περιέχει 2 κοι. 3 τρ. ;

$$3 \times 9 \times 5 = 135.$$

7. Πόσον ἀξίζουν
35 κνδ. καπνοῦ, ὅταν ἡ
λίτρα πωλῇται 3 σλ.
 $10\frac{1}{2}$ σδ.

σον μοῦ ἦλθεν ὁ πῆ-
χυς ;

4. Ἐὰν εἰς 241 σάκ-
κους περιέχονται 441
κνδ. 13 λτ. ἀλεύρου,
πόσον εἰς τὸν σάκκον ;

6. Ἄν διαιρεθῶσιν
ἐξίσου εἰς 135 σάκκους
371 κοι. 1 τρ. σιταρία,
πόσον θέλει περιέχειν
καθεὶς σάκκος ;

8. Διὰ 35 κνδ. κα-
πνοῦ ἐπλήρωσα 759 £.
10 σλ. πόσα διὰ τὴν
λίτραν ;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ
ΑΡΙΘΜΩΝ.

1. Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ ἀπλῶν καὶ συν-
θέτων ἀριθμῶν ; (¶ 26.) 2. Ποῖος εἶναι ὁ κα-
νὼν διὰ τῶν συνθέτων ἀριθμῶν τὴν πρόσθεσιν ;
3. — διὰ τὴν ἀφαίρεσιν αὐτῶν, κτλ. ; 4. Εἰς
τὸν κανόνα, ὅστις ἐδόθη διὰ τὸν πολυπλασια-
σμὸν τῶν συνθέτων ἀριθμῶν, εἶναι τρεῖς ὑπο-
θέσεις· ποῖαι εἶναι, καὶ πῶς ἐργαζόμεθα εἰς
ἐκάστην αὐτῶν ; 5. Αἱ αὐταὶ ἐρωτήσεις ὡς
πρὸς τὴν διαίρεσιν τῶν συνθέτων ἀριθμῶν ;
6. Ὅταν ὁ πολυπλασιαστὴς ἢ ὁ διαιρέτης ἔχη
κλάσμα, τί κάμνεις ; 7. Πῶς δύναται τις νὰ
εὕρῃ τοῦ καιροῦ τὸ διάστημα ἀπὸ μίαν εἰς ἄλ-
λην μηνολογίαν ; 8. Πόσους βαθμοὺς περι-
10*

στρέφεται ἡ γῆ ἐκ δυσμῶν πρὸς ἀνατολὰς εἰς 1 ὥραν ; 9. Εἰς πόσην ὥραν περιστρέφεται 10 ; Ποῦ εἶναι ὁ καιρὸς ἡ ἡ ὥρα τῆς ἡμέρας πλέον ἑνωρὶς — εἰς τὸν πλέον ἀνατολικὸν ἢ εἰς τὸν πλέον δυτικὸν τόπον ; 10. Ὅταν ἡ κατὰ τὸ μῆκος διαφορὰ μεταξὺ δύο τόπων ᾖ γινωστή, πῶς λογαριάζεται ἡ εἰς τὸν καιρὸν διαφορὰ ;

Κ Λ Α Σ Μ Α Τ Α .

¶ 34. ἸΔΑΜΕΝ, (¶ 17,) ὅτι ἀριθμοὶ, φανερόντες ὁ λό κ λ η ρ α πράγματα, καλεῖνται ἀ κ έ ρ α ι ο ι, ἥτοι ὀλάκεροι ἀριθμοί. ἀλλ' ὅτι εἰς τὴν διαίρεσιν, πολλάκις εἶναι ἀναγκαῖον νὰ διαιρῶμεν ἢ νὰ συντρίβωμεν ὀλόκληρον πρᾶγμα εἰς μέρη, καὶ ὅτι τὰ μέρη ταῦτα λέγονται κ λ ά σ μ α τ α, ἥτοι συντριμμένοι ἀριθμοί.

Ἰδαμεν ἀκόμη (¶ 14, παρ. 11,) ὅτι, ὅταν ἐν πρᾶγμα ἡ μία μονὰς διαιρεθῇ εἰς τρία μέρη, τὰ μέρη ἢ κλάσματα λέγονται τ ρ ί τ α. ὅταν εἰς τέσσαρα μέρη, τ έ τ α ρ τ α. ὅταν εἰς ἕξ μέρη, ἕ κ τ α. δηλαδή, τὸ κλάσμα λαμβάνει τὸ ὄνομα ἢ τὴν ὀνομασίαν τοῦ ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν μερῶν, εἰς τὸν ὁποῖον ἡ μονὰς διαιρεῖται. Οὕτω, ἂν εἰς μονὰς διαιρεθῇ εἰς 16 μέρη, τὰ μέρη καλοῦνται δέκατα ἕκτα, ἢ 5 τῶν μερῶν τούτων ἡθελὰν εἶσθαι 5 δέκατα ἕκτα, ἐκφραζόμενα οὕτω, ἢ. Ὁ μὲν ὑποκάτω τῆς βραχείας γραμμῆς ἀριθμὸς, (16,) ὡς ἐπροδιδάχθη, καλεῖται ὁ πα ρ ο ν ο μ α σ τ ῆ ς, ἐπειδὴ δίδει τὸ ὄνομα ἢ τὴν ὀνομασίαν εἰς τὰ μέρη. ὁ δὲ ὑπεράνω τῆς γραμμῆς ἀριθμὸς καλεῖται ὁ ἀ ρ ι θ μ η τ ῆ ς, ἐπειδὴ ἀριθμεῖ τὰ μέρη.

Ὁ μὲν παρονομαστής δείχνει πόσα μέρη χρειάζονται διὰ νὰ κάμωσι μονάδα ἢ ὁλόκληρον πρᾶγμα· ὁ δὲ ἀριθμητὴς πόσα τῶν μερῶν τούτων ἐκφράζονται ἀπὸ τὸ κλάσμα.

1. Ἐὰν κοπῇ πορτογάλλιον τι εἰς 5 ἴσα μέρη, μὲ ποῖον κλάσμα ἐκφράζεται 1 μέρος; — 2 μέρη; — 3 μέρη; — 4 μέρη; — 5 μέρη; πόσα μέρη κάμνουν μονάδα ἢ ὁλόκληρον πορτογάλλιον;

2. Ἐὰν κοπῇ πλακέντιόν τι εἰς 8 ἴσα κομμάτια, καὶ 2 τῶν κομματίων τούτων δοθῶσιν εἰς τὸν Ἀντώνιον, τί κλάσμα πλακουντίου θέλει αὐτὸς λάβειν; ἐὰν 5 κομμάτια δοθῶσιν εἰς τὸν Ἰωάννην, ποῖον θέλει εἶσθαι τὸ κλάσμα τῆς; τί κλάσμα ἢ μέρος τοῦ πλακουντίου θέλει ἀφεθῇν;

Ἀνάγκη νὰ ἐνθυμώμεθα, ὅτι τὰ κλάσματα προκύπτουν ἀπὸ τὴν διαίρεσιν, (¶ 17,) ἔστι ὁ μὲν ἀριθμητὴς ἐμπορεῖ νὰ λογίζεται διαιρετέος, ὁ δὲ παρονομαστής διαιρέτης, καὶ ἡ τοῦ κλάσματος ἀξία εἶναι τὸ πηλίκον· οὕτω, $\frac{1}{2}$ εἶναι τὸ πηλίκον μονάδος (1 τοῦ ἀριθμητοῦ) διαιρουμένης μὲ 2, (τοῦ παρονομαστοῦ) $\frac{1}{4}$ εἶναι τὸ πηλίκον τὸ προκύπτον ἀπὸ 1 διαιρούμενον μὲ 4, καὶ $\frac{3}{4}$ εἶναι 3 φορές τοσοῦτον, ἤγουν, 3 διαιρούμενον μὲ 4· οὕτω, ἐν τεταρτημόριον τῶν 3 εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ 3 τεταρτημόρια τῆς μονάδος.

Οθεν, εἰς ὅλας τὰς περιστάσεις, τὸ κλάσμα ἐκφράζεται πάντοτε διὰ τοῦ σημείου τῆς διαιρέσεως.

$\frac{3}{4}$ ἐκφράζει τὸ πηλίκον, τοῦ ὁποίου

{ 3 εἶναι ὁ διαιρετέος, ἢ ὁ ἀριθμητὴς.
 { $\frac{3}{4}$ εἶναι ὁ διαιρέτης, ἢ ὁ παρονομαστής.

3. Ἐὰν 4 πορτογάλλια διαιρεθῶσιν ἐπίσης

εἰς 6 παιδιά, τί μέρος ἐνὸς πορτογαλλίου εἶναι καθενὸς παιδίου ἢ μερίς;

Ἐν ἑκτον μέρος 1 πορτογαλλίου εἶναι $\frac{1}{6}$, ἢ ἐν ἑκτον μέρος 4 πορτογαλλίων εἶναι 4 τοιαῦτα κομμάτια, $= \frac{4}{6}$. Ἀπ. $\frac{4}{6}$ ἐνὸς πορτογαλλίῃς.

4. Ἐὰν 3 μῆλα διαιρεθῶσιν ἐξίσου εἰς 5 παιδιά, τί μέρος ἐνὸς μήλου εἶναι καθενὸς παιδίου ἢ μερίς; ἐὰν 4 μῆλα, τί; ἐὰν 2 μῆλα, τί; ἐὰν 5 μῆλα, τί;

5. Τί εἶναι τὸ πηλίκον 1 διαιρουμένου μὲ 3; — 2 μὲ 3; — 1 μὲ 4; — 2 μὲ 4; — 3 μὲ 4; — 5 μὲ 7; — 6 μὲ 8; — 4 μὲ 5; — 2 μὲ 14;

6. Τί μέρος ἐνὸς πορτογαλλίου εἶναι ἐν τριτημόριον 2 πορτογαλλίων; — ἐν τεταρτημόριον 2 πορτογαλλίων; — $\frac{1}{4}$ τῶν 3 πορτογαλλίων; — $\frac{1}{5}$ τῶν 3 πορτογαλλίων; — $\frac{1}{5}$ τῶν 4; — $\frac{1}{6}$ τῶν 2; — $\frac{1}{7}$ τῶν 5; — $\frac{1}{8}$ τῶν 3; — $\frac{1}{9}$ τῶν 2;

ΚΛΑΣΜΑ ΚΥΡΙΟΝ. Ἐπειδὴ ὁ παρονομαστής δείχνει πόσα μέρη χρειάζονται διὰ νὰ κάμωσιν ἐν ὁλόκληρον πρᾶγμα, ἢ 1, φανερόν εἶναι ὅτι, ὅταν ὁ ἀριθμητὴς ᾖ μῖκος τοῦ παρονομαστοῦ, τὸ κλάσμα εἶναι μικρότερον παρὰ μονάδα, ἢ ὁλόκληρον πρᾶγμα· λέγεται δὲ τότε κλάσμα κύριον. Οὕτω, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, κτλ. εἶναι κλάσματα κύρια.

ΚΛΑΣΜΑ ἌΚΥΡΟΝ. Ὅταν ὁ ἀριθμητὴς ἐξίσον ἢ ὑπερβαίνει τὸν παρονομαστήν, τὸ κλάσμα ἐξισώνει ἢ ὑπερβαίνει μονάδα, ἢ 1, καὶ λέγεται τότε κλάσμα ἄκυρον. Οὕτω, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{10}{2}$, εἶναι κλάσματα ἄκυρα, ἢ νόθα.

Ἀριθμὸς μικτός, ὡς εἰδείξαμεν ἤδη, εἶναι ἀριθμὸς συνθεμένος ἀπ' ὁλόκληρον ἀριθμὸν καὶ ἀπὸ κλάσμα. Οὕτω, $14\frac{1}{2}$, $13\frac{1}{3}$, κτλ. εἶναι μικτοὶ ἀριθμοί.

7. Ἦγόρασε πατήρ τις 4 πορτογάλλια, καὶ ἔκοψε καθὲν πορτογάλλιον εἰς 6 ἴσα μέρη· εἰς τὸν Πέτρον ἔδωκε 3 κομμάτια, εἰς τὸν Ἰάκωβον 5 κομμάτια, εἰς τὴν Μαρίαν 7 κομμάτια, καὶ εἰς τὴν Πηνελόπην 9 κομμάτια· ποῖον ἦτον ἑκάστου τὸ κλάσμα;

Ἦτο τοῦ Ἰακώβου τὸ κλάσμα κύριον, ἢ ἄκυρον; Διὰ τί;

Ἦτο τῆς Πηνελόπης τὸ κλάσμα κύριον, ἢ ἄκυρον; Διὰ τί;

Μεταβολὴ κλάσματος ἀκύρου εἰς ὀλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμὸν.

¶ 35. Φανερόν εἶναι, ὅτι πᾶν ἄκυρον κλάσμα πρέπει νὰ περιέχῃ ἓνα ἢ πλειότερους ὀλοκλήρους ἀριθμοὺς, ἢ ἀκεραίους.

1. Πόσα μῆλα ὀλόκληρα περιέχονται εἰς 4 ἡμίση ($\frac{4}{2}$) ἐνὸς μήλου; — εἰς $\frac{6}{2}$; — εἰς $\frac{8}{2}$; — εἰς $\frac{10}{2}$; — εἰς $\frac{20}{2}$; — εἰς $\frac{48}{2}$; — $\frac{120}{2}$; — εἰς $\frac{984}{2}$;

2. Πόσοι πήχεις εἰς $\frac{3}{2}$ ἐνὸς πήχεως; — εἰς $\frac{6}{2}$ ἐνὸς πήχεως; — εἰς $\frac{8}{3}$; — εἰς $\frac{9}{3}$; — εἰς $\frac{10}{3}$; — εἰς $\frac{11}{3}$; — εἰς $\frac{15}{3}$; — εἰς $\frac{17}{3}$; — εἰς $\frac{20}{3}$; — εἰς $\frac{48}{3}$;

3. Πόσα κοιλὰ εἰς 8 τέταρτα; δηλαδή, εἰς $\frac{8}{4}$ ἐνὸς κοιλοῦ; — εἰς $\frac{10}{4}$; — εἰς $\frac{11}{4}$; — εἰς $\frac{13}{4}$; — εἰς $\frac{24}{4}$; — εἰς $\frac{100}{4}$; — εἰς $\frac{31}{4}$;

Τὸ εὐρίσκειν οὕτω πόσοι ἀκεραῖοι, ἢ πόσα ὀλόκληρα πράγματα, περιέχονται εἰς ἓν ἄκυρον κλάσμα, λέγεται ἀνάγειν ἄκυρον κλάσμα εἰς ὀλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμὸν.

4. Ἄν θέλω νὰ δώσω εἰς 27 τέκνα $\frac{1}{4}$ ἐνὸς πορτογαλλίου εἰς καθὲν, πόσα πορτογάλλια

χρειάζομαι; Χρειάζομαι $\frac{27}{4}$. φανερόν δὲ εἶναι ὅ-

ΕΡΓΑΣΙΑ.

4) 27

—

Ἀπ. $6\frac{3}{4}$ πορτογάλλια. μερῶν,) μὲ τὸν παρονομαστήν, 4, (= τὸν ἀριθμὸν τῶν μερῶν εἰς 1 πορτογάλλιον,) θέλει δώσειν τῶν ὁλόκληρων πορτογαλλίων τὸν ἀριθμόν.

Ὅθεν, Διὰ τὴν ἀνάξῃς ἄκυρον κλάσμα εἰς ὁλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμόν, — ΚΑΝΩΝ, Διαίρεσε τὸν ἀριθμητὴν μὲ τὸν παρονομαστήν· τὸ πηλίκον δὲ θέλει εἶσθαι ὁ ὁλόκληρος ἢ ὁ μικτὸς ἀριθμός.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

5. Ἐξοδεύων τις $\frac{1}{2}$ ἐνὸς ταλλάρου πᾶσαν ἡμέραν, ἥθελεν ἐξοδεύσειν εἰς 83 ἡμέρας $\frac{83}{2}$ ἐνὸς ταλλάρου· πόσα τάλλαρα; Ἀπ. \$ 13 $\frac{1}{2}$.

6. Εἰς $\frac{1417}{80}$ μιᾶς ὥρας, πόσαι ὁλόκληροὶ ὥραι; Τῆς ὥρας τὸ 60ον μέρος εἶναι 1 λεπτόν· ὅθεν ἡ ἐρώτησις εἶναι ἡ αὐτὴ ὥς νῦν ἦτον, Εἰς 1417 λεπτὰ, πόσαι ὥραι; Ἀπ. 23 $\frac{37}{60}$ ὥραι.

7. Εἰς $\frac{8763}{12}$ ἐνὸς σιλλινίου, πόσαι μονάδες ἢ σιλλίνια; Ἀπ. 730 $\frac{3}{12}$ σιλλίνια.

8. Ἀνάγαγε $\frac{14679}{648}$ εἰς ὁλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμόν.

9. Ἀνάγαγε $\frac{36}{20}$, $\frac{706}{40}$, $\frac{875}{100}$, $\frac{4786}{1000}$, $\frac{3465}{450}$, εἰς ὁλοκλήρους ἢ μικτοὺς ἀριθμούς,

Ἀναγωγὴ ὁλοκλήρου ἢ μικτοῦ ἀριθμοῦ εἰς ἄκυρον κλάσμα.

¶ 36. Ἰδόμεν ὅτι ἄκυρον κλάσμα δύναται νὰ μεταβαλθῇ εἰς ὁλοκλήρον ἢ μικτὸν ἀριθμὸν. ἔφανερόν δὲ εἶναι ὅτι, ἀναστρέφοντες τὴν ἐργασίαν, δυνάμεθα νὰ μεταβάλωμεν ὁλοκλήρον ἢ μικτὸν ἀριθμὸν εἰς τὸ σχῆμα ἀκύρου κλάσματος.

1. Εἰς 2 μῆλα ὁλοκλήρα, πόσα ἡμίση ἑνός; Ἀπ. 4 ἡμίση· δηλαδή, $\frac{1}{2}$. Εἰς 3 μῆλα, πόσα ἡμίση; εἰς 4 μῆλα; εἰς 6 μῆλα; εἰς 10 μῆλα; εἰς 24; εἰς 60; εἰς 170; εἰς 492;

2. Ἀνάγαγε 2 πήχεις εἰς τρίτα. Ἀπ. $\frac{2}{3}$. Ἀνάγαγε $2\frac{2}{3}$ πήχεις εἰς τρίτα. Ἀπ. $\frac{8}{3}$. Ἀνάγαγε 3 πήχεις εἰς τρίτα. — $3\frac{1}{3}$ πήχεις. — $3\frac{2}{3}$ πήχεις. — 5 πήχεις. — $5\frac{2}{3}$ πήχεις. — $6\frac{1}{3}$ πήχεις.

3. Ἀνάγαγε 2 κοιλὰ εἰς τέταρτα. — $2\frac{1}{2}$ κοιλὰ. — 6 κοιλὰ. — $6\frac{1}{4}$ κοιλὰ. — $7\frac{3}{4}$ κοιλὰ. — $25\frac{3}{4}$ κοιλὰ.

4. Εἰς $16\frac{5}{12}$ τάλλαρα, πόσα $\frac{1}{12}$ ἑνὸς ταλλάρου; $\frac{12}{12}$ κάμνουν 1 τάλλαρον· ἐὰν, λοιπὸν, πολυπλασιάσωμεν 16 μὲ 12, δηλαδή, πολυπλασιάσωμεν τὸν ὁλοκλήρον ἀριθμὸν μὲ τὸν παρονομαστήν, τὸ παραγόμενον θελεῖ εἶσθαι ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰς 16 τάλλαρα 12άτων· $16 \times 12 = 192$, ἔ τοῦτο, αὐξημένον ἀπὸ τὸν ἀριθμητὴν τοῦ κλάσματος, (5,) προφανῶς δίδει τὸν ὁλοκλήρον ἀριθμὸν τῶν 12άτων· δηλαδή, $\frac{192}{12}$ ἑνὸς ταλλάρου, τὸ ὅποῖον εἶναι ἡ ἀπόκρισις.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

$16\frac{5}{12}$ τάλλαρα.

12

$192 = 12$ ατα εἰς 16 τάλλαρα, ἢ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμόν.

$5 = 12$ ατα περιεχόμενα εἰς τὸ κλάσμα.

$197 = \frac{197}{12}$, τὴν ἀπόκρισιν.

“Οθεν, Διὰ νὰ ἀνάξῃς μικτὸν ἀριθμὸν εἰς ἄκυρον κλάσμα, — ΚΑΝΩΝ, Πολυπλασίασε τὸν ὁλόκληρον ἀριθμὸν μετὰ τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος, εἰς τὸ παραγόμενον πρόσθεσε τὸν ἀριθμητὴν, καὶ γράψε τὴν ἔκβασιν ὑπεράνω τοῦ παρονομαστοῦ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

5. Ποῖον εἶναι τὸ ἄκυρον κλάσμα τὸ ἰσοδυναμοῦν μετὰ $23\frac{27}{60}$ ὥρας; — Ἀπ. $\frac{1407}{60}$ μιᾶς ὥρας.

6. Ἀνάγαγε $730\frac{3}{12}$ σιλλίνια εἰς 12 ατα.

Ἐπεὶ δὴ $\frac{1}{12}$ ἐνὸς σιλλινίῃς εἶναι ἴσον μετὰ 1 σόλδιον, ἡ ἐρώτησις εἶναι φανερώς ἡ αὐτὴ καὶ ὡς νὰ ἦτον, Εἰς 730 σλ. 3 σδ., πόσα σόλδια;

Ἀπ. $\frac{8763}{12}$ ἐνὸς σιλλινίῃς· δηλαδή, 8763 σόλδια.

7. Ἀνάγαγε $1\frac{16}{20}$, $17\frac{26}{40}$, $8\frac{75}{100}$, $4\frac{768}{1000}$, καὶ $7\frac{315}{430}$ εἰς ἄκυρα κλάσματα.

8. Εἰς $156\frac{17}{24}$ ἡμέρας, πόσα 24 ατα μιᾶς ἡμέρας; — Ἀπ. $\frac{3761}{24} = 3761$ ὥρας.

9. Εἰς $342\frac{3}{4}$ μέτρα, πόσα τέταρτα ἐνὸς μέτρου; — Ἀπ. $\frac{1371}{4}$ ἐνὸς μέτρου.

Ἀναγωγή κλάσματος εἰς τοὺς μικροτάτους ἢ ἀπλουστάτους αὐτοῦ ὁρους.

¶ 37. Ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστής, ὁμοῦ λαμβανόμενοι, καλοῦνται οἱ ὅροι τοῦ κλάσματος.

Ἐάν $\frac{1}{2}$ ἐνὸς μήλου διαιρεθῇ εἰς 2 ἴσα μέρη, γίνεται $\frac{2}{4}$. Τὸ ἀποτελεσμα ἐπάνω εἰς τὸ κλάσμα φανερόν ὅτι εἶναι τὸ αὐτὸ ὥς νὰ εἶχαμεν πολυπλασιάσειν μὲ 2 ὃ τοὺς δύο τοῦ ὁρους. Καὶ εἰς τὴν μίαν καὶ εἰς τὴν ἄλλην περίστασιν, τὰ μέρη γίνονται κατὰ μὲν τὸ ΠΛΗΘΟΣ δις ὅσα πρότερον· ἀλλὰ κατὰ τὸ ΜΕΓΕΘΟΣ εἶναι μόνον τὰ ΗΜΙΣΗ· διότι τὰ χρειαζόμενα τέταρτα διὰ νὰ κάμωσιν ἐν ὁλόκληρον, εἶναι τὰ διπλᾶ τῶν χρειαζομένων ἡμίσεων· καὶ διὰ τοῦτο $\frac{2}{4}$ εἶναι τὸ αὐτὸ κατὰ τὴν ἀξίαν ἢ ποσότητα ὡς $\frac{1}{2}$.

$\frac{2}{4}$ εἶναι δύο μέρη· ὥς ἂν καθὲν τούτων τῶν μερῶν διαιρεθῇ πάλιν εἰς 2 ἴσα μέρη, δηλαδή, ἐάν ὥς οἱ δύο ὅροι τοῦ κλάσματος πολυπλασιασθῶσι μὲ 2, γίνεται $\frac{4}{8}$. Ὅθεν, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, καὶ τὸ ἀντίστροφον δὲ τούτου φανερόν ὅτι ἀληθεύει, ὅτι $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Ἀκολουθεῖ λοιπὸν ὅτι, πολυπλασιάζοντες ἢ διαιροῦντες καὶ τὸς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, μεταβάλλομεν τοὺς ὅρους του, χωρὶς ν' ἀλλοιόνημεν τὴν ἀξίαν του.

Οὕτω, ἂν ἀντιστρέψωμεν τὴν ἀνωτέρω ἐργασίαν, καὶ διαιρέσωμεν καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος $\frac{1}{2}$ μὲ 2, εὕρισκομεν τὸ ἴσόν του, $\frac{1}{4}$ δι-

αιροῦντες δὲ πάλιν μὲ 2, εὐρίσκομεν $\frac{1}{2}$, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἀπλοῦστατον εἶδος τοῦ κλάσματος, ἐπειδὴ οἱ ὅροι εἶναι οἱ ὅσον δυνατόν μικρότατοι, μὲ τοὺς ὁποίους ἐμπορεῖ νὰ ἐκφρασθῇ.

Τὸ μεταβάλλειν $\frac{1}{2}$ εἰς τὸ ἴσόν του $\frac{1}{2}$ λέγεται ἀναγωγὴ τοῦ κλάσματος εἰς τοὺς μικροτάτους αὐτοῦ ὅρους. Στέκει δὲ εἰς τὸ νὰ διαιρῶμεν καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος μ' ὅποιονδῆποτε ἀριθμὸν, ὅστις θέλει διαιρέσειν καὶ τοὺς δύο χωρὶς ὑπόλοιπον, καὶ τὸ ἐκεῖθεν προκύπτον πηλίκον ὁμοιοτρόπως, καὶ οὕτω καθεξῆς, ἕως οὗ νὰ φανῇ, ὅτι κἀνεὶς ἀριθμὸς μεγαλύτερος παρὰ 1 δὲν θέλει τοὺς μεταδιαιρέσειν.

Ἀριθμὸς, ὅστις διαιρεῖ δύο ἢ πλειότερους ἀριθμοὺς χωρὶς ὑπόλοιπον, λέγεται κοινὸς διαιρέτης, ἢ κοινὸν μέτρον τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν. Ὁ μεγαλύτερος δ' ἀριθμὸς, ὁ δυνατόν νὰ κάμῃ τοῦτο, λέγεται ὁ μέγιστος κοινὸς διαιρέτης.

1. Τί μέρος μιᾶς ὀργυιᾶς εἶναι 128 ῥάβδοι;

Μία ῥάβδος εἶναι $\frac{1}{128}$ τῆς ὀργυιᾶς, καὶ 128 ῥάβδοι εἶναι $\frac{128}{128}$ τῆς ὀργυιᾶς. Τὸ κλάσμα τοῦτο ὡς ἀνάξωμεν εἰς τοὺς μικροτάτους αὐτοῦ ὅρους. Εὐρίσκομεν δὲ, ἀπὸ δοκιμῆν, ὅτι 4 δύναται ἀκριβῶς νὰ μετρήσῃ καὶ 128 καὶ 160, καὶ, διαιροῦντες, μεταβάλλομεν τὸ κλάσμα εἰς τὸ ἴσόν του $\frac{32}{40}$. Πάλιν, εὐρίσκομεν ὅτι 8 εἶναι διαιρέτης κοινὸς καὶ εἰς τοὺς δύο ὅρους, καὶ, διαιροῦντες, ἀνάγωμεν τὸ κλάσμα εἰς τὸ ἴσόν τε $\frac{4}{5}$, τὸ ὁποῖον εἶναι τώρα εἰς τοὺς μικροτάτους ὅρους του, διότι κἀνεὶς ἀριθμὸς μεγαλύτερος παρὰ 1 δὲν θέλει τὸ μεταδιαιρέσειν. Τὴν ἐργασίαν δυνάμεθα νὰ παρουσιάσωμεν οὕτω.

$$4) \frac{128}{160} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5} \text{ τῆς ὀργυιᾶς, τὸ ὅποιον εἶναι ἡ ἀπόκρισις.}$$

2. Ἀνάγαγε $\frac{450}{600}$, $\frac{99}{297}$, $\frac{140}{160}$, καὶ $\frac{1644}{2192}$ εἰς τοὺς μικροτάτους αὐτῶν ὄρους. Ἀπ. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$.

Σημείωσις. Ἐάν ἀριθμὸς τις τελειόνη μὲ μηδενικόν, φανερόν ὅτι εἶναι διαιρετὸς μὲ 10. Ἐάν οἱ τῆς δεξιᾶς χειρὸς δύο χαρακτῆρες ἦναι διαιρετοὶ μὲ 4, εἶναι ὁ ὅλος ὁ ἀριθμὸς. Ἐάν τελειόνη μὲ ζυγὸν ἀριθμὸν, εἶναι διαιρετὸς μὲ 2. Ἐάν μὲ 5 ἢ 0, εἶναι διαιρετὸς μὲ 5.

3. Ἀνάγαγε $\frac{400}{600}$, $\frac{45}{600}$, $\frac{165}{275}$, καὶ $\frac{21}{35}$ εἰς τοὺς μικροτάτους ὄρους των.

¶ 38. Φανερόν εἶναι, ὅτι ὅποιονδῆποτε κλάσμα ἐμπορεῖ νὰ ἀναχθῇ εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὄρους του μὲ μίαν μόνην διαίρεσιν, ἐάν μεταχειρισθῶμεν τὸν μέγιστον κοινὸν διαιρέτην τῶν δύο ὄρων.

Τὸ μέγιστον δὲ κοινὸν μέτρον ὅποιονδῆποτε δύο ἀριθμῶν ἐμπορεῖ νὰ εὑρεθῇ μὲ εἶδος δοκιμῆς, εὐκόλως γινομένης. Ἄς ἦναι οἱ ἀριθμοὶ οἱ δύο ὄροι τοῦ κλάσματος $\frac{128}{160}$. Ὁ κοινὸς διαιρέτης δὲν ἐμπορεῖ νὰ ὑπερβαίνει τὸν μικρότερον ἀριθμὸν, διότι πρέπει νὰ τὸν διαιρῇ. Θέλομεν λοιπὸν δοκιμάσῃν ἂν ὁ μικρότερος ἀριθμὸς, 128, ὅστις διαιρεῖ ἐαυτὸν, ἐμπορῇ νὰ διαιρέσῃ ἢ νὰ μετρήσῃ καὶ τὸν 160.

$$\begin{array}{r} 128) 160(1 \\ 128 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32) 128(4 \\ 128 \\ \hline \end{array}$$

128 εἰς 160 ὑπάγει 1 φοράν, καὶ μένουσιν 32. 128 λοιπὸν δὲν εἶναι διαιρέτης τῆς 160. Θέλομεν τώρα δοκιμάσῃν, ἀνίσως τὸ ὑπόλοιπον τοῦτο δὲν ἦναι ὁ ζητούμενος διαιρέτης· διότι, ἐάν 32 ἦναι

διαιρέτης τοῦ 128, τοῦ προτέρου διαιρέτη, πρέπει νὰ ᾔηται διαιρέτης καὶ τοῦ 160, ὅστις σύγκειται ἀπὸ $128 + 32$. 32 εἰς 128 ὑπάγει 4 φορές, χωρὶς κανέν ὑπόλοιπον. Ἀκολούθως, 32 εἶναι διαιρέτης τῶν 128 καὶ 160. Εἶναι δὲ προδήλως ὁ μέγιστος κοινὸς διαιρέτης τῶν ἀριθμῶν τούτων· διότι πρέπει νὰ περιέχεται τοῦλάχιστον μίαν φοράν πλεον εἰς 160 παρὰ εἰς 128, καὶ κανεὶς ἀριθμὸς μεγαλύτερος τῆς διαφορᾶς των, ἤγουν, μεγαλύτερος τοῦ 32, δὲν ἐμπορεῖ νὰ τὸ κάμῃ.

Ἐκ τούτων συνάγομεν τὸν ἐξῆς κανόνα διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸν μέγιστον κοινὸν διαιρέτην δύο ἀριθμῶν. — Διαίρεσε τὸν μεγαλύτερον ἀριθμὸν μὲ τὸν μικρότερον, καὶ τὸν διαιρέτην αὐτὸν μὲ τὸ ὑπόλοιπον, καὶ οὕτω καθεξῆς, πάντοτε διαιρῶν τὸν τελευταῖον διαιρέτην μὲ τὸ τελευταῖον ὑπόλοιπον, ἕωσοῦ νὰ μὴ μένῃ τίποτε. Ὁ τελευταῖος δὲ διαιρέτης θέλει εἶσθαι ὁ ἀπαιτούμενος μέγιστος διαιρέτης.

Σημείωσις. Ἀῖλον εἶναι ὅτι, θέλοντες νὰ εὐρωμεν τὸν μέγιστον κοινὸν διαιρέτην πλειοτέρων παρὰ δύο ἀριθμῶν, θυνάμεθα πρῶτον νὰ εὐρωμεν τὸν μέγιστον κοινὸν διαιρέτην δύο ἀριθμῶν, καὶ ἔπειτα τοῦ κοινοῦ διαιρέτου καὶ ἐνὸς τῶν ἄλλων ἀριθμῶν, καὶ οὕτω καθεξῆς, μέχρι τοῦ τελευταίου ἀριθμοῦ. Ὁ μέγιστος δὲ κοινὸς διαιρέτης, ὁ τελευταῖον εὔρεθεις, θέλει εἶσθαι ἡ ἀπόκρισις.

4. Εὔρε τὸν μέγιστον κοινὸν διαιρέτην τῶν ὄρων τοῦ κλάσματος $\frac{21}{25}$, καὶ, δι' αὐτοῦ, ἀνάγαγε τὸ κλάσμα εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὄρους τε,

ΕΡΓΑΣΙΑ.

$$21)35(1$$

$$21$$

$$14)21(1$$

$$14$$

$$\text{Μέγιστος Διαιρ.} \quad 7)14(2. \quad \text{Ἐπειτα, } 7) \frac{21}{35} = \frac{3}{5} \text{ Ἀπ.}$$

$$5. \text{ Ἀνάγαγε } \frac{96}{344} \text{ εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. Ἀπ. } \frac{3}{17}.$$

Σημείωσις. Ἄς ἐκτελέσῃ τὰ ἐξῆς παραδείγματα ὁ μαθητὴς καὶ κατὰ τὰς δύο μεθόδους· μὲ διαφόρους διαιρέτας, καὶ προσέτι, εὐρίσκων τὸν μέγιστον κοινὸν διαιρέτην.

$$6. \text{ Ἀνάγαγε } \frac{384}{1152} \text{ εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. Ἀπ. } \frac{1}{3}.$$

$$7. \text{ Ἀνάγαγε } \frac{114}{285} \text{ εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. Ἀπ. } \frac{2}{5}.$$

$$8. \text{ Ἀνάγαγε } \frac{468}{1184} \text{ εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. Ἀπ. } \frac{117}{296}.$$

$$9. \text{ Ἀνάγαγε } \frac{1429}{2858} \text{ εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. Ἀπ. } \frac{1}{2}.$$

Διαίρεσις κλάσματος μὲ
ὁλόκληρον ἀριθμόν.

¶ 39. 1. Ἐὰν 2 πήχεις ὑφάσματος ἀξίζωσι $\frac{3}{4}$ τοῦ ταλλάρου, τί ἀξίζει 1 πήχυς; πόσον εἶναι $\frac{3}{4}$ διαιρούμενα μὲ 2;

2. Ἐὰν ἵππος τις τρώγῃ ἀπὸ κριθάριον $\frac{3}{4}$ τε κοιλοῦ εἰς 3 ἡμέρας, πόσον τρώγει τὴν ἡμέραν;
 $\frac{3}{4} \div 3 = \text{πόσον};$

3. Ἐὰν μοιράσῃ τις $\frac{1}{2}$ ἐνὸς πορτογαλλίου εἰς 2 παιδία, πόσον θέλει δώσειν εἰς καθέναν ; $\frac{1}{2} \div 2 =$ πόσον ;

4. Ἠγόρασε παῖς τις 5 κολλούρια διὰ $\frac{10}{12}$ τοῦ ταλλάρου· πόσον τοῦ ἡλθεν 1 κολλούριον ; $\frac{10}{12} \div 5 =$ πόσον ;

5. Ἐὰν 2 μέτρα μῆλων ἀξίζωσι $\frac{2}{3}$ τοῦ ταλλάρου, πόσον ἀξίζει τὸ μέτρον ;

1 μέτρον εἶναι τὸ ἡμισυ 2 μέτρων· τὸ ἡμισυ $\frac{2}{3}$ εἶναι $\frac{1}{3}$. Ἀπ. $\frac{1}{3}$ τοῦ ταλλάρου.

6. Εἰς ἐνὸς μηνὸς διάστημα ἐδαπάνησαν 3 ἵπποι $\frac{12}{13}$ τῶν περιεχομένων ἐνὸς ἀχυρῶνος· πόσα ἐδαπάνησε καθεὶς τῶν ἵππων ;

$\frac{12}{13}$ εἶναι 12 μέρη· ἐὰν οἱ 3 ἵπποι ἐδαπάνησαν 12 τοιαῦτα μέρη εἰς ἓνα μῆνα, ὅσakis 3 περιέχονται εἰς 12, τόσα μέρη ἐδαπάνησεν ὁ 1 ἵππος ;

Ἀπ. $\frac{4}{13}$.

7. Ἐὰν $\frac{25}{33}$ ἐνὸς σάκκου ἀλεύρου μοιρασθῶσιν ἐξίσου εἰς 5 οἰκογενείας, πόσον θέλει λάβειν ἐκάστη οἰκογένεια ;

$\frac{25}{33}$ εἶναι 25 μέρη· 5 εἰς 25 ὑπάγει 5 φορές.

Ἀπ. $\frac{5}{33}$.

Εἰς τὰ προηγούμενα παραδείγματα, φανερόν ὅτι ἡ μέθοδος εἶναι νὰ διαιρῶμεν κλάσμα μὲ ὁλόκληρον ἀριθμόν· στέκει δὲ, ὡς εὐκολα ἐμπορεῖ τις νὰ ἴδῃ, εἰς τὸ νὰ διαιρῶμεν τὸν ἀριθμητήν, (ὅταν ἐμπορῇ τοῦτο νὰ γένη χωρὶς ὑπόλοιπον,) καὶ ὑποκάτω τοῦ πηλίκου νὰ γράφωμεν τὸν παρονομαστήν. Ἀλλὰ συμβαίνει ὅχι σπανίως, καὶ ὁ ἀριθμητὴς δὲν περιέχει τὸν ὁλόκληρον ἀριθμόν χωρὶς ὑπόλοιπον.

8. Ἐμοίρασέ τις $\frac{1}{2}$ τάλλαρον ἐξίσου εἰς δύο ὑποκείμενα· τί μέρος τοῦ ταλλάρου ἔδωκεν εἰς καθέναν ;

$\frac{1}{2}$ τοῦ ταλλάρου, εἰς 2 ἴσα μέρη διηρημένον, θέλει εἶσθαι 4ατα.

Ἀπ. Ἐδωκεν $\frac{1}{4}$ τοῦ ταλλάρου εἰς καθέν.

9. Ἐδιαίρεσε μήτηρ τις $\frac{1}{2}$ πλακούντιον εἰς 4 παιδία· τί μέρος τοῦ πλακουντίου ἔδωκεν εἰς καθέν;
 $\frac{1}{2} \div 4 = \text{πόσον};$

10. Ἐδιαίρεσε παιδίον τι $\frac{1}{3}$ ἐνὸς πορτογαλλίου ἐξίσου εἰς 3 τῶν συντρόφων του· πόσον ἦτον ἐκάστου τὸ μερίδιον;
 $\frac{1}{3} \div 3 = \text{πόσον};$

11. Ἐδιαίρεσεν ἄνθρωπός τις $\frac{3}{4}$ ἐνὸς μήλου ἐξίσου εἰς 2 παιδία· τί μέρος ἔδωκεν εἰς καθέν;
 $\frac{3}{4}$ διαιρούμενον μὲ 2 = τί μέρος ἐνὸς ὁλοκλήρου;

$\frac{3}{4}$ εἶναι 3 μέρη· ἐὰν ἕκαστον τῶν μερῶν τούτων διαιρεθῇ εἰς 2 ἴσα μέρη, θέλουν κάμειν 6 μέρη. Δύναται τώρα νὰ δώσῃ 3 μέρη εἰς τὸ ἓν παιδίον, καὶ 3 εἰς τὸ ἄλλο· ἀλλὰ 4ατα, διαιρούμενα εἰς 2 ἴσα μέρη, γίνονται 8α. Τὰ μέρη τώρα εἶναι κατὰ μὲν τὸ πλῆθος δις ὅσα πρότερον, κατὰ δὲ τὸ μέγεθος τὰ ἡμίση· ἀκολουθῶς, $\frac{3}{8}$ εἶναι μόνον τὸ ἡμῖς τοῦ $\frac{3}{4}$.
 Ἀπ. $\frac{3}{8}$ ἐνὸς μήλου.

Εἰς τὰ τελευταῖα τοῦτα παραδείγματα ἐδιαίρεσαμεν τὸ κλάσμα, πολυπλασιάζοντες τὸν παρονομαστήν, χωρὶς ν' ἀλλάζωμεν τὸν ἀριθμητήν. Ἡ αἰτία δὲ εἶναι προφανής· διότι, πολυπλασιάζοντες τὸν παρονομαστήν μ' ὅποιονδῆποτε ἀριθμὸν, κάμνομεν τὰ μέρη τοσάκις μικρότερα, ἐπειδὴ τοσάκις πλειότερα ἐξ αὐτῶν θέλουν χρειασθῇν νὰ κάμωσιν ἓνα ὁλοκλήρον· καὶ ἐὰν ἐκ τῶν μικροτέρων τούτων μερῶν δὲν ληφθῶσι πλειότερα παρ' ὅσα ἐλαμβάνοντο πρότερον ἐκ τῶν μεγαλητέρων, ἤγουν, ἂν δὲν ἀλλαχθῇ ὁ ἀριθμητής, φανερόν ὅτι τοῦ κλάσματος ἡ ἀξία γίνεται τοσάκις μικρότερα.

¶ 40. "Οθεν, ἔχομεν δῦο μεθόδους τοῦ διαιρεῖν κλάσμα μὲ ὁλόκληρον ἀριθμόν.—

Α'. Διαίρεσε τὸν ἀριθμητὴν μὲ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμόν, (ἐὰν τὸν περιέχη χωρὶς ὑπόλοιπον,) καὶ ὑποκάτω τοῦ πηλίκου γράψῃ τὸν παρονομαστήν.— Ἀλλέως,

Β'. Πολυπλασίασε τὸν παρονομαστὴν μὲ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμόν, καὶ ὑπεράνω τοῦ παραγομένου γράψῃ τὸν ἀριθμητὴν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἐὰν 7 λίτραι καφὲ τιμῶνται $\frac{21}{25}$ τοῦ ταλλάρου, πόσον τιμᾶται ἡ λίτρα; $\frac{21}{25} \div 7 = \text{πόσον};$
 Ἀπ. $\frac{3}{25}$ τοῦ ταλλάρου.

2. Ἐὰν $\frac{19}{20}$ τῆς ὀργυιᾶς γεννῶσι 24 κοιλὰ, πόσον μέρος τῆς ὀργυιᾶς γεννᾷ 1 κοιλόν; $\frac{19}{20} \div 24 = \text{πόσον};$

3. Διαίρεσε $\frac{10}{11}$ μὲ 12.

4. ——— $\frac{8}{9}$ μὲ 16.

Σημείωσις. "Οταν ᾖναι συνθεμένος ἀριθμὸς ὁ διαιρέτης, βλέπει εὐκόλα ὁ εἰδήμων μαθητὴς, ὅτι ἐμπορεῖ νὰ διαιρέσῃ πρῶτον μὲ ἐν συνθετικὸν μέρος, καὶ τὸ ἐντεῦθεν προκύπτον πηλίκον μὲ τὸ ἄλλο· οὕτω δὲ συχνὰ ἐμπορεῖ νὰ βραχύνῃ τὴν ἐργασίαν. Εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, $16 = 8 \times 2$, καὶ $\frac{8}{9} \div 8 = \frac{1}{9} \div 2 = \frac{1}{18}$.

5. Διαίρεσε $\frac{4}{10}$ μὲ 12. Διαίρεσε $\frac{4}{40}$ μὲ 21. Διαίρεσε $\frac{3}{40}$ μὲ 24.

6. Ἐὰν 6 κοιλὰ σιταρίου ἀξίζωσι \$ 4 $\frac{1}{2}$, πόσον τιμᾶται τὸ κοιλόν;

Σημείωσις. Φανερόν εἶναι ὅτι ὁ μι-

κτὸς ἀριθμὸς δύναται νὰ ἀναχθῇ εἰς ἄκυρον κλάσμα, καὶ νὰ διαιρεθῇ ὡς πρότερον.

Ἀπ. $\frac{32}{12} = \frac{13}{12}$ τοῦ ταλλάρου, ἐκφράζον τὸ κλάσμα εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. (¶ 37.)

7. Διαιρέσε $\$ 4\frac{11}{13}$ μὲ 9. Πηλ. $\frac{1}{13}$ τοῦ ταλλάρου.

8. Διαιρέσε $12\frac{6}{7}$ μὲ 5. Πηλ. $\frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$.

9. Διαιρέσε $14\frac{3}{4}$ μὲ 8. Πηλ. $1\frac{27}{32}$.

10. Διαιρέσε $184\frac{1}{2}$ μὲ 7. Πηλ. $26\frac{5}{14}$.

Σημείωσις. Ὅταν ὁ μικτὸς ἀριθμὸς ᾖναι μέγας, θέλει μᾶς εἶσθαι εὐκολώτερον πρῶτον νὰ διαιρῶμεν τὸν ὁλόκληρον ἀριθμὸν, καὶ ἔπειτα νὰ ἀνάγωμεν τὸ ὑπόλοιπον εἰς ἄκυρον κλάσμα· καὶ, ἀφοῦ διαιρέσωμεν, νὰ προσκολλῶμεν τὸ πηλίκον τοῦ κλάσματος εἰς τὸ πηλίκον τοῦ ὁλοκλήρου ἀριθμοῦ· οὕτω, εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, διαιροῦντες $184\frac{1}{2}$ μὲ 7, ὡς εἰς ὁλοκλήρους ἀριθμοὺς, εὐρίσκομεν 26 ἀκεραίους, μὲ $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ ὑπόλοιπον, τὸ ὅποιον, διαιρούμενον μὲ 7, δίδει $\frac{5}{14}$, ἢ $26 + \frac{5}{14} = 26\frac{5}{14}$, Ἀπόκ.

11. Διαιρέσε $2786\frac{1}{4}$ μὲ 6. Ἀπ. $464\frac{3}{4}$.

12. Ποσάκις περιέχεται ὁ 24 εἰς $7646\frac{11}{24}$; Ἀπ. $318\frac{347}{576}$.

13. Ποσάκις περιέχεται ὁ 3 εἰς $462\frac{1}{3}$; Ἀπ. $154\frac{1}{3}$.

Πολυπλασιασμὸς κλάσματος μὲ ὁλόκληρον ἀριθμόν.

¶ 41. 1. Ἐὰν 1 πῆχυς ὑφάσματος ἀξίζῃ $\frac{1}{2}$ τοῦ ταλλάρου, πόσον ἀξίζουν 2 πήχεις; $\frac{1}{2} \times 2 =$ πόσον;

2. Ἐὰν ἵππος τις δαπανᾷ εἰς 1 ἡμέραν ὅσον κριθάριον χωρεῖ $\frac{1}{4}$ τοῦ κοιλοῦ, πόσον θέλει δαπανήσῃ εἰς 3 ἡμέρας; $\frac{1}{4} \times 3 =$ πόσον;

3. Ἡγόρασε παῖς τις 5 κολλούρια, πρὸς $\frac{2}{3}$ τοῦ

ταλλάρες τὸ καθέν· τί ἔδωκε διὰ τὸ ὅλον; $\frac{2}{5} \times 5 = \text{πόσον}$;

4. Πόσον εἶναι 2 φορὰς $\frac{1}{3}$; — 3 φορὰς $\frac{1}{4}$; — 2 φορὰς $\frac{2}{3}$;

5. Πολυπλασίασε $\frac{2}{7}$ μὲ 3. — $\frac{3}{8}$ μὲ 2. — $\frac{1}{6}$ μὲ 7.

6. Ἄν ἐξοδεύῃ τις $\frac{3}{8}$ τοῦ ταλλάρου καθημέραν, πόσον θέλει ἐξοδεύσειν εἰς 7 ἡμέρας;

$\frac{3}{8}$ εἶναι 3 μέρη. Ἄν ἐξοδεύῃ 3 τοιαῦτα μέρη εἰς 1 ἡμέραν, φανερόν ὅτι θέλει ἐξοδεύσειν 7 φορὰς 3, δηλαδή, $\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$ εἰς 7 ἡμέρας. Ὅθεν φαίνεται, ὅτι πολυπλασιάζομεν κλάσμα, πολυπλασιάζοντες τὸν ἀριθμητὴν, χωρὶς ν' ἀλλάζωμεν τὸν παρονομαστήν.

Ἄλλ' ἔγινε φανερόν, (¶ 40,) ὅτι τοῦ παρονομαστοῦ ἢ πολυπλασίαισις προξενεῖ τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα εἰς τὴν ἀξίαν τοῦ κλάσματος, ὥς τοῦ ἀριθμητοῦ ἢ διαίρεσις· ἐντεῦθεν, ἀκόμη, τοῦ παρονομαστοῦ ἢ διαίρεσις προξενεῖ τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα εἰς τὴν ἀξίαν τοῦ κλάσματος, ὥς τοῦ ἀριθμητοῦ ἢ πολυπλασίαισις. Εἰς ὅλας λοιπὸν τὰς περιστάσεις, ὅπου εἰς τῶν ὁρῶν τοῦ κλάσματος ἔχει νὰ πολυπλασιασθῇ, δυνάμεθα νὰ καταστήσωμεν εἰς τὴν αὐτὴν ἔκβασιν, διαίρουντες τὸν ἄλλον· καὶ ὅπου εἰς ὅρος ἔχει νὰ διαίρεσθῇ, δυνάμεθα νὰ καταστήσωμεν εἰς τὴν αὐτὴν ἔκβασιν, πολυπλασιάζοντες τὸν ἄλλον.

Φυλάττων διακεκριμένως εἰς τὴν μνήμην τὸν λόγον τοῦτον ὁ μαθητής, θέλει συχνὰ δύνασθαι νὰ βραχύνῃ τῶν κλασμάτων τὰς ἐργασίας. Οὕτω, εἰς τὸ ἐξῆς παράδειγμα·

Ἄν ἔχη $\frac{1}{8}$ τοῦ ταλλάρου 1 λίτρα σάκχαρον, πόσον ἀξίζουν 11 λίτραι;

Πολυπλασιάζοντες τὸν ἀριθμητὴν μὲ 11, εὐρίσκομεν διὰ τὸ παραγόμενον $\frac{55}{8} = \frac{5}{8}$ τοῦ ταλλάρου διὰ τὴν ἀπόκρισιν.

¶ 42. Ἀλλ' ἐφαρμόζοντες τὸν ἄνω λόγον, ὃ διαιροῦντες τὸν παρονομαστήν, ἀντὶ νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸν ἀριθμητὴν, ἐρχόμεθα διὰ μιᾶς εἰς τὴν ἀπόκρισιν, $\frac{5}{8}$, εἰς τοὺς χαμηλοτάτους ὅρους του. Ὅθεν, ἔχομεν δύνo μεθ' ὁδoυς τοῦ πολυπλασιάζειν κλάσμα μὲ ὁλόκληρον ἀριθμόν.—

Α'. Διαίρεσε τὸν παρονομαστὴν μὲ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμόν, (ὅταν ἐμπορῇ νὰ γένη χωρὶς ὑπόλοιπον,) καὶ ὑπεράνω τοῦ πηλίκου γράψε τὸν ἀριθμητὴν.— Ἀλλέως,

Β'. Πολυπλασίασε τὸν ἀριθμητὴν μὲ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμόν, καὶ ὑποκάτω τοῦ παραγομένου γράψε τὸν παρονομαστήν. Ἐὰν δὲ τότε ἦναι ἄκυρον κλάσμα, ἐμπορεῖ νὰ ἀναχθῇ εἰς ὁλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμόν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἐὰν εἰς ἓνα μῆνα δαπανᾷ 1 ἄνθρωπος $\frac{5}{8}$ ἐνὸς σάκκου ἀλεύρου, πόσον θέλουν δαπανᾶσιν 18 ἄνθρωποι εἰς τὸν αὐτὸν καιρὸν; — 6 ἄνθρωποι; — 9 ἄνθρωποι;

Ἀπόκ. εἰς τὴν τελευταίαν ἐρώτησιν, $1\frac{1}{4}$ τοῦ σάκκου.

2. Ποῖον εἶναι τὸ παραγόμενον τοῦ $\frac{71}{120}$ πολυπλασιαζομένου μὲ 40; $\frac{71}{120} \times 40 =$ πόσα;

Ἀπ. $23\frac{2}{3}$.

3. Πολυπλασίασε $\frac{13}{144}$ μὲ 12. — μὲ 18. — μὲ 21. — μὲ 36. — μὲ 48. — μὲ 60.

Σημείωσις. Ὅταν ἦναι συνθεμένος ἀριθμὸς ὁ πολυπλασιαστής, δυνάμεθα, ὡς ἐδι-

δάχθῃ (§ 11,) νὰ πολυπλασιάσωμεν πρῶτον μὲ ἐν συνθετικὸν μέρος, καὶ τὸ παραγόμενον αὐτὸ μὲ τᾶλλο. Οὕτω, εἰς τὸ τελευταῖον παραδείγμα, ὁ πολυπλασιαστικὸς 60 εἶναι ἴσος μὲ 12×5 . ὁθεν, $\frac{13}{144} \times 12 = \frac{13}{12}$, ἢ $\frac{13}{12} \times 5 = \frac{65}{12} = 5 \frac{5}{12}$, Ἀπ.

4. Πολυπλασίασε $5\frac{3}{4}$ μὲ 7. Ἀπ. $40\frac{1}{4}$.

Σημείωσις. Φανερόν εἶναι ὅτι ὁ μικτὸς ἀριθμὸς ἔμπορεῖ νὰ ἀνάγεται εἰς ἄκτερον κλάσμα, καὶ νὰ πολυπλασιάζεται, ὥς εἰς τὰ προηγουμένα παραδείγματα· ἀλλὰ συντομωτέρα γενικῶς θέλει εἶσθαι ἡ ἐργασία, νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸ κλάσμα καὶ τὸν ὁλοκλήρον ἀριθμὸν χωριστὰ, καὶ νὰ προσθέτωμεν ὁμοῦ τὰς ἐκβάσεις. Οὕτω, εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, 7 ἑορὰς 5 εἶναι 35· καὶ 7 ἑορὰς $\frac{3}{4}$ εἶναι $\frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$, τὰ ὅποια, προσθετόμενα εἰς 35, κάμνουν $40\frac{1}{4}$, Ἀπόκ.

Ἡ, δυνάμεθα πρῶτον νὰ πολυπλασιάσωμεν τὸ κλάσμα, καὶ, καταγράφοντες τὸ κλάσμα τοῦ παραγομένου, νὰ γυλάττωμεν τοὺς ἀκέραιους, νὰ βαλῶσιν ὁμοῦ μὲ τὸ παραγόμενον τοῦ ὁλοκλήρου ἀριθμοῦ.

5. Πρὸς \$ 17 τὸν τόνον, πόσα κάμνει νὰ πληρώσω διὰ $9\frac{13}{20}$ τόνους ἀχίρων; Ἀπ. \$ 164 $\frac{1}{2}$.

6. Ἐὰν ὁδοιπορῇ τις $2\frac{3}{40}$ μίλια εἰς 1 ὥραν, πόσον μακρὰν θέλει ὁδοιπορήσῃ εἰς 5 ὥρας; — εἰς 8 ὥρας; — εἰς 12 ὥρας; — εἰς 3 ἡμέρας, ἂν ὁδοιπορῇ τὴν ἡμέραν 12 ὥρας;

Ἀπ. εἰς τὴν τελευτ. ἑρῶτ. $77\frac{1}{2}$ μίλια.

Σημείωσις. Τὸ κλάσμα ἀνάγεται ἐδῶ εἰς τοὺς μικροτάτους αὐτοῦ ὅρους· τὸ αὐτὸ θέλει γίνεσθαι εἰς ὅλα τὰ ἐξῆς παραδείγματα.

Πολυπλασιασμοὺς ὁλοκλήρου
ἀριθμοῦ με κλάσμα.

¶ 43. 1. Ἐὰν δι' ἐν κομμάτιον ὑφάσματος
πληρωθῶσιν 36 τάλλαρα, πόσον ἀξίζουσιν $\frac{3}{4}$ ἀπ'
αὐτό; $36 \times \frac{3}{4} = \text{πόσον}$;

$\frac{3}{4}$ τῆς ποσότητος θέλουν ἀξίζειν $\frac{3}{4}$ τῆς τιμῆς·
διὰ τὴν νὰ εὗρωμεν δὲ $\frac{3}{4}$ τῶν 36 ταλλάρων, ἀνάγκη
πρῶτον νὰ διαιρέσωμεν 36 εἰς 4 ἴσα μέρη, καὶ
ἔπειτα νὰ λάβωμεν 1 ἀπὸ τὰ μέρη ταῦτα 3 φο-
ράς· 4 εἰς 36 ὑπάγει 9 φορές, καὶ 3 φορές 9
εἶναι 27.

Ἀπ. 27 τάλλαρα.

Σαφῶς φαίνεται ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω παράδειγ-
μα, ὅτι, πολυπλασιάζοντες με κλάσμα, ὁ-
ποιοῦνδήποτε καὶ ἂν ᾖ ὁ πολυπλασιαστέος,
σκοπὸν ἔχομεν νὰ ἐπάρωμεν ἀπὸ τὸν πολυ-
πλασιαστέον μέρος τι, φανερούμενον ἀπὸ τὸ πο-
λυπλασιάζον κλάσμα· καὶ ὅτι ἡ ἐργασία αὕτη
σύγκειται ἀπὸ δύο ἄλλας, δηλαδή, διαίρε-
σιν με τὸν παρονομαστήν τῆ πολυπλασιάζον-
τος κλάσματος, καὶ πολυπλασίασιν τοῦ
πηλίκου με τὸν ἀριθμητήν. Ἀδιάφορον δ' εἶ-
ναι, ὡς πρὸς τὸ ἀποτέλεσμα, ποῖα τῶν
ἐργασιῶν τούτων προηγεῖται τῆς ἄλλης· διότι
 $36 \times 3 \div 4 = 27$, τὸ αὐτὸ καὶ $36 \div 4 \times 3 = 27$.

Ἔθεν, — Διὰ νὰ πολυπλασιάσῃς με
κλάσμα, εἴτε ὁλόκληρος ἀριθμὸς
εἴτε κλάσμα εἶναι ὁ πολυπλασια-
στέος, —

ΚΑΝΩΝ.

Διαίρεσε τὸν πολυπλασιαστέον με τὸν παρο-
νομαστήν τοῦ πολυπλασιάζοντος κλάσματος, ὃ
πολυπλασίασε τὸ πηλίκον με τὸν ἀριθμητήν.

ἢ, (τὸ ὁποῖον συχνὰ θέλει εὐρίσκεισθαι εὐκολώτερον εἰς τὴν πρᾶξιν,) πολυπλασίασε πρῶτον μὲ τὸν ἀριθμητὴν, καὶ διαίρεσε τὸ παραγόμενον μὲ τὸν παρονομαστήν.

Ἀκολουθεῖ ἐκ τῶν προηγουμένων, ὅτι ὁ πολυπλασιασμός, ὅταν ἐφαρμόζεται εἰς τὰ κλάσματα, δὲν ἐννοεῖ πάντοτε αὐξήσιν, ὥς εἰς ὁλόκληρος ἀριθμούς· διότι, ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖται μικρότερος παρὰ μονάδα, τὸ παραγόμενον θέλει πάντοτε εἶναι ἀνάγκης εἶσθαι μικρότερον παρὰ τὸν πολυπλασιαστέον, μὲ τὸν ὁποῖον ἤθελεν εἶσθαι μόνον ἴσον, ἂν ὁ πολυπλασιαστής ᾖτον 1.

Ἰδामεν, (¶ 10.) ὅτι, ὅταν πολυπλασιάζονται ὁμοῦ δύο ἀριθμοί, ὁποιοσδήποτε αὐτῶν δύναται νὰ γένη ὁ πολυπλασιαστής, χωρὶς νὰ πάθῃ τίποτε ἢ ἔκβασις. Διὰ τοῦτο, εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, ἀντὶ νὰ πολυπλασιάσωμεν 36 μὲ $\frac{3}{4}$, δυνάμεθα νὰ πολυπλασιάσωμεν $\frac{3}{4}$ μὲ 36, (¶ 41,) καὶ ἡ ἔκβασις θέλει εἶσθαι ἡ αὐτή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

2. Πόσον ἀξίζουσιν 40 κοιλὰ χρυδαρίου, πρὸς $\frac{3}{4}$ τοῦ ταλλάρου τὸ κοιλόν; $40 \times \frac{3}{4} =$ πόσον;

3. Πόσον θέλουν μοῦ εἰσεῖν 24 πήχεις ὑψάσματος, ἂν πληρώσω $\frac{3}{8}$ τοῦ ταλλάρου διὰ καθένα πῆχυν; $24 \times \frac{3}{8} =$ πόσον;

4. Πόσον εἶναι $\frac{1}{2}$ τῶν 90; — $\frac{3}{8}$ τῶν 369; — $\frac{1}{10}$ τῶν 45;

5. Πολυπλασίασε 45 μὲ $\frac{1}{10}$. Πολυπλασίασε 20 μὲ $\frac{1}{2}$.

Πολυπλασιασμός κλάσματος
 με κλάσμα.

¶ 44. 1. Ἐξουσιάζων τις $\frac{1}{2}$ ἑνὸς ἀγροῦ, ἐπώλησε $\frac{2}{3}$ τοῦ μεριδίου του· τί μέρος τοῦ ὁλοκλήρου ἀγροῦ ἐπώλησε; $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{1}{2}$ εἶναι πόσον;

Ἰδαμεν πρὸ ὀλίγου, (¶ 43.) ὅτι, τὸ νὰ πολυπλασιάσῃ τις μὲ κλάσμα, εἶναι νὰ διαιρέσῃ τὸν πολυπλασιαστέον μὲ τὸν παρονομαστήν, καὶ νὰ πολυπλασιάσῃ τὸ πηλίκον μὲ τὸν ἀριθμητήν. Τὸ $\frac{1}{2}$ διαιρούμενον μὲ 3, τὸν παρονομαστήν τοῦ πολυπλασιάζοντος κλάσματος, (¶ 40,) δίδει $\frac{1}{6}$, τὸ ὅποιον, πολυπλασιαζόμενον μὲ 2, τὸν ἀριθμητήν, (¶ 42) γίνεται $\frac{2}{6}$, Ἀπόκ.

Προσεκτικὰ θεωροῦντες τὴν μέθοδον, τὴν εὐρίσκουμεν στέχουσαν εἰς τοῦτο, νὰ πολυπλασιάσωμεν ὁμῶς τοὺς δύο ἀριθμητάς διὰ νέον ἀριθμητήν, καὶ τὰς δύο παρονομαστάς διὰ νέον παρονομαστήν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ.

2. Ἐχων τις $\frac{2}{3}$ ἑνὸς ταλλάρου, ἔδωκε $\frac{2}{3}$ αὐτοῦ διὰ γεῦμα· πόσον τοῦ ἡλθε τὸ γεῦμα;

Ἀπ. $\frac{1}{2}$ τάλλαρον.

3. Πολυπλασίασε $\frac{7}{8}$ μὲ $\frac{2}{3}$. Πολυπλασίασε $\frac{2}{3}$ μὲ $\frac{2}{3}$. Παραγόμενον, $\frac{14}{24}$.

4. Πόσα εἶναι $\frac{1}{5}$ τοῦ $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{7}{8}$ τοῦ $\frac{3}{4}$;

Σημείωσις. Κλάσματα ὡς τὰ ἀνωτέρω, συνδεμένα διὰ τῆς λέξεως τοῦ, λέγονται κάποτε κλάσματα σύνθετα. Ἡ λέξις, τοῦ, ἐννοεῖ τὴν συνεχῆ των πολυπλασίασιν ἐπ' ἀλλήλα.

Ἀπ. $\frac{163}{480} = \frac{7}{25}$.

Ὅταν ἔχωμεν διάφορα κλάσματα νὰ πολυ-

πλασιασθῶσιν ὁμοῦ συνεχῶς, ἐπειδὴ οἱ διάφοροι ἀριθμηταὶ εἶναι παράγοντες τοῦ νέου ἀριθμητοῦ, καὶ οἱ διάφοροι παρονομασταὶ εἶναι παράγοντες τοῦ νέου παρονομαστοῦ, ἐμποροῦμεν νὰ συντέμνωμεν τὴν ἐργασίαν ἀπορρίπτοντες τὰς παράγοντας ἐκείνους, ὅσοι εἶναι οἱ αὐτοὶ καὶ εἰς τοὺς δύο ὅρους, ἐπάνω εἰς τὸν λόγον τὸν ἐξηγηθέντα εἰς § 37. Οὕτω, εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}$, εὐρίσκομεν τὸν 4 καὶ τὸν 3 καὶ μεταξὺ τῶν ἀριθμητῶν καὶ μεταξὺ τῶν παρονομαστῶν διὰ τοὺς ἀπορρίπτομεν, πολυπλασιάζοντες ὁμοῦ μόνον τοὺς μένοντα· ἀριθμητὰς, $2 \times 7 = 14$, διὰ νέον ἀριθμητὴν, καὶ τοὺς μένοντα παρονομαστὰς, $5 \times 8 = 40$, διὰ νέον παρονομαστὴν, κάμνοντες $\frac{14}{40} = \frac{7}{20}$, Ἀπόκ. ὡς πρότερον.

5. $\frac{3}{4}$ τοῦ $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{5}{7}$ τοῦ $\frac{3}{8}$ τοῦ $\frac{9}{10}$ τοῦ $\frac{7}{8}$ τοῦ $\frac{8}{9} =$ πόσον; Ἀπόκ. $\frac{13}{15}$.

6. Ποῖον εἶναι τὸ συνεχὲς παρὰ γόμενον τῶν $7, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{3}{8}$ καὶ $3\frac{1}{2}$;

Σημείωσις. Τὸν ἀκέραιον 7 ἐμποροῦμεν νὰ ἀνάξωμεν εἰς τὸ σχῆμα ἀκέραιου κλάσματος, γράφοντες μονάδα ὑποκάτω αὐτῷ διὰ παρονομαστὴν, οὕτω, 1. Ἀπόκ. $2\frac{11}{12}$.

7. Λογαριάζων τὸν πῆχυν πρὸς $\frac{6}{25}$ τοῦ ταλλάρου, πόσα πρέπει νὰ πληρώσω διὰ $\frac{7}{8}$ ἐνὸς πήχεως;

8. Ἄν ὁ σάκκος τοῦ σιταρίου ἔχη $6\frac{3}{4}$ τάλλαρα, πόσον ἀξίζουν $\frac{1}{16}$ τοῦ σάκκου;

$6\frac{3}{4} = \frac{51}{8}$. ἔπειτα $\frac{51}{8} \times \frac{1}{16} = \frac{51}{128} = \$ 2\frac{101}{128}$, Ἀπ.

9. Πρὸς $\frac{2}{3}$ τοῦ ταλλάρου ὁ πῆχυς, τί ἀξίζουν $7\frac{1}{2}$ πήχεις; Ἀπ. \$ $6\frac{11}{12}$.

10. Πρὸς \$ $2\frac{1}{4}$ ὁ πῆχυς, τί ἀξίζουν $6\frac{3}{4}$ πήχεις; Ἀπ. \$ $14\frac{3}{4}$.

11. Πῶτον εἶναι τὸ συνεχές παραγόμενον τῶν $3, \frac{2}{5}, \frac{5}{9}$ τοῦ $\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}$, καὶ $\frac{11}{12}$ τοῦ $\frac{6}{7}$ τοῦ $\frac{4}{5}$; Ἀπ. $\frac{209}{245}$.

¶ 45. Τὸν ΚΑΝΟΝΑ διὰ τὴν πολυπλασίαν τῶν κλασμάτων δυνάμεθα τώρα νὰ παρουσιάσωμεν συνοπτικῶς;—

Α'. Διὰ νὰ πολυπλασιάσῃς κλάσμα με ὁλόκληρον ἀριθμὸν, ἢ ὁλόκληρον ἀριθμὸν με κλάσμα, — Διαίρεσε τὸν παρονομαστήν με τὸν ὁλόκληρον ἀριθμὸν, ὅταν ἐμπορῇ νὰ γένη χωρὶς ὑπόλοιπον· εἰ δὲ μὴ, πολυπλασίασε τὸν ἀριθμητὴν με αὐτὸν, καὶ ὑποκάτω τοῦ παραγομένου γράψῃς τὸν παρονομαστήν, καὶ τὸ κλάσμα τότε ἐμπορεῖ νὰ ἀναχθῇ εἰς ὁλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμὸν.

Β'. Διὰ νὰ πολυπλασιάσῃς μικτὸν ἀριθμὸν με ὁλόκληρον ἀριθμὸν, — Πολυπλασίασε τὸ κλάσμα καὶ τοὺς ἀκεραίους, χωριστὰ, ἔ πρόσθεσε ὁμοῦτὰ παραγόμενά των.

Γ'. Διὰ νὰ πολυπλασιάσῃς κλάσμα με κλάσμα, — Πολυπλασίασε ὁμοῦ τοὺς ἀριθμητὰς διὰ νέον ἀριθμητὴν, καὶ τοὺς παρονομαστὰς διὰ νέον παρονομαστήν.

Σημείωσις. Ἐὰν ὁ εἶς ἐκ τῶν δύο ἢ καὶ οἱ δύο ἦναι μικτοὶ ἀριθμοὶ, δύνανται πρῶτον νὰ ἀναχθῶσιν εἰς ἀκυρὰ κλάσματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. 4 πήχεις ὑψώματος, πρὸς \$ $\frac{3}{4}$ ὁ πήχυς, πόσον ἔρχονται; — 5 πχ.; — 6 πχ.; — 8 πχ.; — 20 πχ.;

Ἀπ. εἰς τὴν τελ. ἐρ. \$ 15.

2. Πολυπλασίασε 148 με $\frac{1}{2}$. — με $\frac{7}{8}$. — με $\frac{3}{10}$. — με $\frac{3}{10}$. Τελευταῖον παραγόμε. $44\frac{1}{10}$.

3. Ἐάν $2\frac{3}{10}$ τόνοι ἀχύρων τρέψωσιν 1 ἵππον καὶ ὅλον τὸν χειμῶνα, πόσοι χρειάζονται διὰ νὰ θρέψωσι 3 ἵππους κατὰ τὸν αὐτὸν καιρὸν ;
 — 7 ἵππους ; — 13 ἵππους ;

Ἀπ. εἰς τὴν τελ. ἐρ. $37\frac{7}{10}$ τόνοι.

4. Πόσον ἀξίζουν $8\frac{7}{12}$ πίθοι κρασίου, τοῦ πίθου πωλουμένου πρὸς \$ 3 ;

5. Πρὸς \$ $14\frac{3}{4}$ τὸ κνδ., πόση θέλει εἶσθαι ἡ ἀξία 147 κνδ. ;

6. Ἐκέρδησαν σύντροφοι τινὲς \$ 1000· ὁ Α ἐπρεπε νὰ λάβῃ $\frac{3}{5}$ ἐξ αὐτῶν, καὶ ὁ Β $\frac{6}{15}$ · ποία ἦτον ἡ καθενὸς μερὶς τοῦ ἀργυρίου ;

7. Πολυπλασίασε $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{2}{3}$ μὲ $\frac{3}{4}$ τοῦ $\frac{4}{5}$.

Παραγόμενον, $\frac{1}{5}$

8. Πολυπλασίασε $7\frac{1}{2}$ μὲ $2\frac{1}{15}$. Παραγ. $15\frac{1}{2}$.

9. Πολυπλασίασε $\frac{7}{8}$ μὲ $2\frac{3}{8}$. Παραγ. $2\frac{1}{8}$.

10. Πολυπλασίασε $\frac{3}{4}$ τοῦ 6 μὲ $\frac{2}{5}$. Παραγ. 1.

11. Πολυπλασίασε $\frac{3}{4}$ τοῦ 2 μὲ $\frac{1}{2}$ τοῦ 4.

Παραγόμενον, 3.

12. Πολυπλασίασε συνεχῶς ὁμοῦ $\frac{1}{9}$ τοῦ 8, $\frac{2}{9}$ τοῦ 7, $\frac{3}{9}$ τοῦ 9, καὶ $\frac{1}{4}$ τοῦ 10. Παραγ. 20.

13. Πολυπλασίασε 1000000 μὲ $\frac{5}{9}$.

Παραγόμενον, 555555 $\frac{5}{9}$.

Διαίρεσις ὁλοκλήρου ἀριθμοῦ
 μὲ κλάσμα.

¶ 46. Ἐδείξαμεν ἤδη (¶ 40) πῶς διαιρεῖται κλάσμα μὲ ὁλόκληρον ἀριθμόν· προχωροῦμεν δὲ τώρα νὰ δείξωμεν πῶς διαιρεῖται ὁλόκληρος ἀριθμὸς μὲ κλάσμα.

1. Ἐδιαίρεσέ τις \$ 9 εἰς πτωχοὺς τινάς, δίδων $\frac{3}{4}$ τοῦ ταλλάρου εἰς καθένα των· πόσοι ἔλαβαν ἀπὸ τὸ ἀργύριον ; $9 \div \frac{3}{4} =$ πόσα ;

1 τάλλαρον εἶναι $\frac{4}{3}$, καὶ 9 τάλλαρα εἶναι 9 φορὰς τόσα, δηλαδή. $\frac{36}{3}$. ἔπειτα $\frac{3}{4}$ περιέχεται εἰς $\frac{3}{4}$ ὡσάκις ὁ 3 περιέχεται εἰς 36.

Ἀπ. 12 πτωχοί.

Ἦγουν, — Πολυπλασίασε τὸν διαιρετέον μὲ τὸν παρονομαστήν τοῦ διαιροῦντος κλάσματος, (ἀνάγων οὕτω τὸν διαιρετέον εἰς μέρη ἰσομεγέθη μὲ τὰ τοῦ διαιρέτου,) καὶ διαίρεσε τὸ παραγόμενον μὲ τὸν ἀριθμητήν.

2. Ὅσάκις περιέχεται τὸ $\frac{2}{3}$ εἰς 8; $8 \div \frac{2}{3} =$ πόσα;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

8 Διαιρετέος.

5 Παρονομαστής.

Ἀριθμητής, 3) 40

Πηλίκον, 13 $\frac{1}{3}$ φορὰς, ἢ Ἀπόκρισις.

Ἡ μὲ κλάσμα πολυπλασίασις περιλαμβάνει, ὡς ἴδαμεν, (§ 43,) δύο ἐργασίας: — διαίρεσιν καὶ πολυπλασιασμόν· οὕτω καὶ ἡ μὲ κλάσμα διαίρεσις περιλαμβάνει δύο ἐργασίας — πολυπλασιασμόν καὶ διαίρεσιν.

¶ 47. Ἡ διαίρεσις εἶναι τὸ ἀντίστροφον τοῦ πολυπλασιασμοῦ.

Διὰ νὰ πολυπλα- σιάσωμεν μὲ κλά- σμα, εἴτε ὁλόκληρος ἀ- ριθμὸς· εἴτε κλάσμα εἶ- ναι ὁ πολυπλασιαζέος, διαίροῦμεν, ὡς ἐδείξαμεν ἤδη; (§ 43.)	Διὰ νὰ διαιρέσω- μεν μὲ κλάσμα, εἴτε ὁλόκληρος ἀριθμὸς· εἴτε κλάσμα εἶναι ὁ διαι- ρετέος, πολυπλα- τιάσωμεν μὲ τὸν παρονομαστήν τῆ διαι-
--	---

μὲ τὸν παρονομαζήν τῷ ῥῶντος κλάσματος, καὶ πολυπλασιάζοντος κλάσματος, καὶ πολυπλασιάζομεν τὸ πηλίκον μὲ τὸν ἀριθμητήν.

Σημείωσις. Καὶ εἰς τὴν μίαν καὶ εἰς τὴν ἄλλην περίστασιν, εἶναι ἀδιάφορον, ὥς πρὸς τὴν ἐκβασιν, ποία τῶν ἐργασιῶν τούτων προηγείται τῇ ἄλλῃ· ἀλλ' εἰς τὴν προᾶξιν θέλει συχνὰ εἶσθαι εὐκολώτερον, ὁ πολυπλασιασμός νὰ προηγῇται τῇ διαιρέσει.

12 πολυπλασιάζόμενον μὲ $\frac{3}{4}$ δίδει παραγόμενον 9.

Εἰς τὸν πολυπλασιασμόν, ἐπειδὴ ὁ πολυπλασιαστής εἶναι μικρότερος παρὰ μονάδα, ἢ 1, ἐξ ἀνάγκης θέλει καὶ τὸ παραγόμενον εἶσθαι μικρότερον παρὰ τὸν πολυπλασιαστέον, (¶ 43) τοῦ ὁποῖος εἶναι μόνον ἴσον, ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖναι 1, καὶ μεγαλύτερον, ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖναι ὑπὲρ τὸ 1.

12 διαιρούμενον μὲ $\frac{3}{4}$ δίδει πηλίκον 16.

Εἰς τὴν διαίρεσιν, ἐπειδὴ ὁ διαιρέτης εἶναι μικρότερος παρὰ μονάδα, ἢ 1, θέλει περιέχεσθαι μεγαλύτερον ἀριθμὸν φορῶν· ἀκολουθῶς, τὸ πηλίκον θέλει ἀναγκαίως εἶσθαι μεγαλύτερον παρὰ τὸν διαιρετέον, τοῦ ὁποῖος εἶναι ἴσον, ὅταν ὁ διαιρέτης ᾖναι 1, καὶ μικρότερον ὅταν ὁ διαιρέτης ᾖναι ὑπὲρ τὸ 1.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Πόσκις περιέχεται $\frac{1}{2}$ εἰς 7; $7 \div \frac{1}{2} =$ πόσα;

2. Ποσάκις δύναμαι νὰ σύρω $\frac{1}{4}$ μέτρου κρασίον ἀπὸ πίθον, περιέχοντά 26 μέτρα ;

3. Διαιρέσε 3 μὲ $\frac{3}{4}$. — 6 μὲ $\frac{2}{3}$. — 10 μὲ $\frac{2}{3}$.

4. Ἐὰν πίνῃ τις πᾶσαν ἡμέραν $\frac{3}{16}$ τοῦ τεταρτημορίου ἐνὸς μέτρου οἴνου, πόσον καιρὸν θέλῃ τοῦ κρατῆσειν 3 μέτρα ;

5. Ἐὰν $2\frac{3}{4}$ κοιλὰ βρόμης σπείρωσι μίαν ὀργυιάν, πόσας ὀργυιάς θέλουν σπείρειν 22 κοιλὰ ; $22 \div 2\frac{3}{4} =$ πόσας φορές ;

Σημείωσις. Ἀνάγαγε τὸν μικτὸν ἀριθμὸν εἰς ἄκυρον κλάσμα, $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$.

Ἀπ. 8 ὀργυιάς.

6. Πρὸς \$ $4\frac{2}{3}$ τὸν πῆχυν, πόσας πήχεις ἐμπορεῖ τις ν' ἀγοράσῃ διὰ \$ 37 ; Ἀπ. $8\frac{2}{3}$ πήχεις.

7. Πόσας φορές περιέχεται τὸ $\frac{96}{100}$ εἰς 84 ;

Ἀπ. $90\frac{1}{2}$ φορές.

8. Πόσας φορές περιέχεται τὸ $\frac{36}{100}$ εἰς 6 ;

Ἀπ. $\frac{5}{3}$ μιᾶς φορές.

9. Πόσας φορές περιέχονται $8\frac{1}{2}$ εἰς 53 ;

Ἀπ. $6\frac{15}{17}$ φορές.

10. Ἐὰν διὰ νὰ κτίσω 1 ῥάβδον πετρίνου τοίχου χρειάζωμαι $\frac{5}{8}$ τοῦ ταλλάρου, πόσας ῥάβδους δύναμαι νὰ κτίσω διὰ \$ 87 ; $87 \div \frac{5}{8} =$ πόσας φορές ;

Διαιρέσεις κλάσματος μὲ κλάσμα.

¶ 48. 1. Πρὸς $\frac{2}{3}$ τοῦ ταλλάρου τὸ κοιλὸν, πόσον κριθάριον ἐμπορεῖ ν' ἀγορασθῇ διὰ $\frac{2}{3}$ τοῦ ταλλάρου ; $\frac{2}{3}$ περιέχεται εἰς $\frac{2}{3}$ ποσάκις ;

Ἄν εἶχε τὸ κριθάριον 2 ὁλόκληρα τάλαρα τὸ κοιλὸν, ἀντὶ $\frac{2}{3}$ τοῦ ταλλάρου, φανερὸν εἶναι, ὅτι $\frac{2}{3}$ τοῦ ταλλάρου ἔπρεπε νὰ διαιρεθῇ μὲ 2, καὶ τὸ πηλίκον ἤθελεν εἶσθαι $\frac{1}{3}$. ἀλλ' ὁ διαιρέτης εἶναι 3τα, καὶ 3τα περιέχονται 3 φο-

ράς ὅπου ὁμοίος ἀριθμὸς ὁλοκλήρων περιέχεται 1 φοράν· ἀκολουθῶς τὸ πηλίκον $\frac{3}{10}$ εἶναι 3 φορές παραπολὺ μικρόν, ἔ λοιπὸν πρέπει, διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ἀληθινὴν ἀπόκρισιν, νὰ τὸ πολυπλασιάσωμεν μὲ 3, δηλαδή, μὲ τὸν παρονομαστήν τοῦ διαιρέτου· 3 φορές $\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ κοιλά.
 Ἀπόκ.

Ὁ τρόπος εἶναι ὁ ἥδη περιγραφείς, ¶ 46 καὶ ¶ 47. Ἐάν δὲ προσεκτικὰ τὸν στοχασθῶμεν, θέλομεν κατανοήσῃν, ὅτι ὁ ἀριθμητὴς τοῦ διαιρέτου πολυπλασιάζεται ἐπὶ τὸν παρονομαστήν τοῦ διαιρέτου, ἔ ὁ παρονομαστὴς τοῦ διαιρέτου ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴν τοῦ διαιρέτου· ὅθεν, εἰς τὴν προᾶξιν, θέλει εἶσθαι εὐκολώτερον νὰ ἀ ν α ς ρ έ φ ω μ ε ν τ ὸ ν δι αι ρ έ τ η ν· οὕτω, $\frac{3}{2}$ ἀνεξαρχήν γίνεται $\frac{3}{5}$ · ἔπειτα πολυπλασιάζομεν ὁμοῦ τοὺς δύο ἄνω ὅρους δι' ἀριθμητὴν, ἔ τοὺς δύο κάτω ὅρους διὰ παρονομαστήν, ὡς εἰς τὴν πολυπλασίαν κλάσματος μὲ κλάσμα. Οὕτω, εἰς τὸ ἄνωτέρω παράδειγμα, $\frac{3 \times 3}{2 \times 5} = \frac{9}{10}$, ὡς πρότερον,

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

2. Πρὸς $\frac{1}{4}$ τοῦ ταλλάρου τὸ κοιλὸν τὰ μῆλα, πόσα κοιλά ἐμποροῦν ν' ἀγορασθῶσι διὰ $\frac{7}{8}$ τοῦ ταλλάρου; Ποσάκις περιέχεται $\frac{1}{4}$ εἰς $\frac{7}{8}$;

Ἀπ. $3\frac{1}{2}$ κοιλά.

3. Ἐάν $\frac{7}{8}$ ἐνὸς πήχεως ὑφάσματος τιμῶνται $\frac{3}{5}$ τοῦ ταλλάρου, πόσον τιμᾶται ὁ πήχυς; Ἐμάθωμεν, (¶ 24) ὅτι, ὅταν ᾖναι δομένη ἡ ἀξία ποσότητος τινος, διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν τιμὴν μονάδος, διαιροῦμεν τὴν ἀξίαν μὲ τὴν ποσότητα. Οὕτω, $\frac{3}{5}$ (ἡ ἀξία) διαιρουμένη μὲ $\frac{7}{8}$ (τὴν ποσότητα) δίδει τὴν τιμὴν 1 πήχεως.

Ἀπόκ. $\frac{24}{35}$ τοῦ ταλλάρου ὁ πήχυς.

ΔΟΚΙΜΗ. Ἐὰν τὸ ἔργον ἦναι ὁρθόν, (¶ 16, 'Δοκιμή,') τὸ παραγόμενον τοῦ πηλίκου ἐπὶ τὸν διαιρέτην θέλει εἶσθαι ἴσον μὲ τὸν διαιρετέον· οὕτω, $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$. Τοῦτο βλέπομεν ὅτι ἄλλο δὲν εἶναι παρ' ἢ πολυπλασίασις τῆς τιμῆς ἐνὸς πηχέως ($\frac{3}{4}$) μὲ τὴν ποσότητα ($\frac{4}{3}$) διὰ τὰ εὐρωμεν τὴν ἀξίαν ($\frac{3}{3}$) καὶ εἶναι, κατ' ἀλήθειαν, ἀντιστροφή τῆς ἐρωτήσεως, οὕτω, Ἄν ἡ τιμὴ 1 πηχέως ἦναι $\frac{3}{4}$ τοῦ ταλλάρου, τί θέλουν εἰσεῖν $\frac{4}{3}$ τῶ πηχέως; Ἀπόκ. $\frac{4}{3}$ τοῦ ταλλάρου.

Σημείωσις. Ὁμοιοτρόπως χρεωστῇ ὁ μαθητὴς νὰ ἀντιστρέψῃ καὶ δοκιμάσῃ τὰ ἐξῆς παραδείγματα.

4. Πόσα κοιλὰ μίλων, πρὸς $\frac{1}{2}$ τοῦ ταλλάρου τὸ κοιλόν, ἔμπορουν ν' ἀγορασθῶσι διὰ $\frac{7}{8}$ τοῦ ταλλάρου; Ἀπ. $4\frac{2}{3}$ κοιλὰ.

5. Ἐὰν μὲ $4\frac{3}{4}$ λίτρας βουτύρου περὶ οἰκογένειά τις 1 ἐβδομάδα, πόσας ἐβδομάδας θέλει περάσειν μὲ $36\frac{7}{8}$ λίτρας;

Τοὺς μικτοὺς ἀριθμοὺς δυνάμεθα νὰ ἀνάξωμεν εἰς ἄκυρα κλάσματα. Ἀπ. $8\frac{1}{4}$ ἐβδομάδας.

6. Διείρεσε $\frac{1}{2}$ μὲ $\frac{1}{4}$. Πηλ. 1. Διείρεσε $\frac{1}{2}$ μὲ $\frac{1}{4}$. Πηλ. 2.

7. Διείρεσε $\frac{3}{4}$ μὲ $\frac{1}{4}$. Πηλ. 3. Διείρεσε $\frac{7}{8}$ μὲ $\frac{1}{8}$. Πηλ. $\frac{3}{2}$.

8. Διείρεσε $2\frac{1}{4}$ μὲ $1\frac{1}{2}$. Πηλ. $1\frac{1}{2}$. Διείρεσε $10\frac{3}{8}$ μὲ $2\frac{1}{8}$. Πηλ. $4\frac{1}{4}$.

9. Ποσάκις περιέχεται $\frac{1}{10}$ εἰς $\frac{2}{5}$; Ἀπόκ. 4 φορές.

10. Ποσάκις περιέχεται τὸ $\frac{2}{3}$ εἰς $4\frac{1}{3}$; Ἀπ. $11\frac{2}{3}$ φορές.

11. Διείρεσε $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{3}{4}$ μὲ $\frac{7}{8}$ τοῦ $\frac{1}{4}$. Πηλ. 4.

¶ 49. Τὸν ΚΑΝΟΝΑ διὰ τὴν διείρεσιν

τῶν κλάσματων δυνάμεθα νὰ παρουσιάσωμεν τώρα οὐνοπτικῶς·—

Α'. Διὰ νὰ διαιρέσῃς κλάσμα μὲ ὁλόκληρον ἀριθμὸν,—Διαίρεσε τὸν ἀριθμητὴν μὲ τὸν ὁλόκληρον ἀριθμὸν, ὅταν ἐμπορῇ νὰ γένη χωρὶς ὑπόλοιπον, καὶ ὑποκάτω τοῦ πηλίκου γράψῃς τὸν παρονομαστήν· εἰ δὲ μὴ, πολυπλασίασε τὸν παρονομαστήν μὲ αὐτὸν, ἕ ὑπεράνω τοῦ παραγομένου γράψῃς τὸν ἀριθμητήν.

Β'. Διὰ νὰ διαιρέσῃς ὁλόκληρον ἀριθμὸν μὲ κλάσμα,—Πολυπλασίασε τὸν διαιρετέον μὲ τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος, καὶ διαίρεσε τὸ παραγόμενον μὲ τὸν ἀριθμητήν.

Γ'. Διὰ νὰ διαιρέσῃς κλάσμα μὲ κλάσμα,—Ἀνάστρεψε τὸν διαιρετὴν, καὶ πολυπλασίασε ὁμοῦ τοὺς δύο ἄνω ὄρους δι' ἀριθμητήν, καὶ τοὺς δύο κάτω ὄρους διὰ παρονομαστήν.

Σημείωσις. Ἐὰν ὁ εἷς ἐκ τῶν δύο ἢ οἱ δύο ᾖναι μικτοὶ ἀριθμοὶ, δύνανται νὰ ἀναχθῶσιν εἰς ἄκυρα κλάσματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἐὰν 7 λτ. σακχάρου ἀξίζωσι $\frac{63}{100}$ τοῦ ταλάρου, πόσον ἔρχεται ἡ λίτρα; $\frac{63}{100} \div 7 = \text{πόσον};$
 $\frac{1}{7}$ τοῦ $\frac{63}{100}$ εἶναι πόσον;

2. Πρὸς \$ $\frac{1}{8}$ διὰ $\frac{3}{8}$ ἀσκοῦ οἴνου, πόσον ἔρχεται ὁ ἀσκός;

3. Ἐὰν 4 λίτραι καπνοῦ ἀξίζωσι $\frac{7}{8}$ τοῦ ταλάρου, τί ἀξίζει 1 λίτρα;

4. Ἐὰν $\frac{7}{8}$ ἐνὸς πῆχους ἀξίζωσι \$ 4, πόσον τιμᾶται ὁ πῆχυς;

a 6 70

5. Ἐάν $14\frac{3}{8}$ πήχεις ἀξίζωσι \$ 75, πόσον τιμᾶται ὁ πῆχυς; Ἀπ. $5\frac{5}{8}$.

6. Πρὸς $31\frac{1}{2}$ τάλλαρα διὰ $10\frac{1}{2}$ ἀσκήs ἐλαδίσ, πόσα ὁ ἀσκόs; Ἀπ. \$ 3.

7. Ποσάκις περιέχονται $\frac{3}{8}$ εἰς 746; Ἀπ. $1989\frac{1}{3}$.

8. Διαίρεσε $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{2}{3}$ μὲ $\frac{3}{4}$. Διαίρεσε $\frac{7}{8}$ μὲ $\frac{1}{2}$
Πηλ. $\frac{1}{3}$. τθ $\frac{2}{3}$. Πηλ. $3\frac{5}{8}$.

9. Διαίρεσε $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{1}{4}$ μὲ $\frac{5}{8}$ τοῦ $\frac{3}{4}$. Πηλ. $\frac{18}{25}$.

10. Διαίρεσε $\frac{1}{3}$ τοῦ 4 μὲ $\frac{4}{15}$. Πηλ. 3.

11. Διαίρεσε $4\frac{5}{8}$ μὲ $\frac{5}{8}$ τοῦ 4. Πηλ. $2\frac{20}{25}$.

12. Διαίρεσε $\frac{5}{8}$ τοῦ 4 μὲ $4\frac{5}{8}$. Πηλ. $\frac{20}{41}$.

ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ

ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

¶ 50. 1. Παιδίον τι ἔδωκεν εἰς ἓνα τῶν συντρόφων του $\frac{2}{3}$ ἐνὸς πορτογαλλίου, εἰς ἄλλον $\frac{1}{4}$, εἰς ἄλλον $\frac{1}{8}$. τί μέρος τοῦ πορτογαλλίου ἔδωκεν εἰς ὅλους; $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$ πόσον; Ἀπ. $\frac{7}{8}$.

2. Ἀγέλας τις δαπανᾷ εἰς 1 μῆνα $\frac{1}{15}$ ἐνὸς τόνου ἀχύρων· ἵππος τις, εἰς τὸν αὐτὸν καιρὸν, δαπανᾷ $\frac{4}{15}$ ἐνὸς τόνου· καὶ ζευγάριον βιδίων, $\frac{6}{15}$ · πόσον δαπανοῦν ὅλα; πόσον πλειότερον δαπανᾷ ὁ ἵππος παρὰ τὴν ἀγέλαδα; — τὰ βίδια παρὰ τὸν ἵππον; $\frac{1}{15} + \frac{4}{15} + \frac{6}{15} =$ πόσον; $\frac{1}{15} - \frac{4}{15} =$ πόσον; $\frac{6}{15} - \frac{4}{15} =$ πόσον;

3. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$ πόσον; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$ πόσον;

4. $\frac{1}{20} + \frac{7}{20} + \frac{9}{20} + \frac{14}{20} + \frac{2}{20} =$ πόσον; $\frac{14}{15} - \frac{2}{15} =$ πόσον;

5. Ἐχον παιδάριόν τι $\frac{3}{4}$ ἐνὸς μήλου, ἔδωκεν $\frac{1}{4}$ αὐτοῦ εἰς τὴν ἀδελφὴν του· τί μέρος τοῦ μήλου ἀπέμεινε; $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} =$ πόσον;

Ὅταν οἱ παρονομασταὶ δύο ἢ πλειότερων κλασμάτων ᾖναι ὁμοιοι, (ὥς εἰς τὰ προηγουμένα παραδείγματα,) λέγεται ὅτι ἔχεν κοινὸν παρονομαστήν. Τὰ μέρη εἶναι τότε εἰς τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν, καὶ, ἀκολοίθως, τοῦ αὐτοῦ μεγέθους ἦτοι ἀξίας.

Ὅθεν, φανερόν εἶναι, ὅτι δυνάμεθα νὰ τοὺς προσθέσωμεν ἢ ἀφαιρέσωμεν, προσθέτοντες ἢ ἀφαιροῦντες τοὺς ἀριθμητάς των, δηλαδή, τὸν ἀριθμὸν τῶν μερῶν των, προσέχοντες νὰ γράφωμεν ὑποκάτω τῆς ἐκβάσεως τὸν ἴδιον αὐτῆς παρονομαστήν. Οὕτω, $\frac{4}{17} + \frac{8}{17} = \frac{12}{17}$. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$.

6. Παιδίον τι, ἔχον ἐν πορτογάλλιον, ἔδωκε $\frac{3}{4}$ ἀπ' αὐτὸ εἰς τὴν ἀδελφὴν του, καὶ $\frac{1}{8}$ ἀπ' αὐτὸ εἰς τὸν ἀδελφόν του· τί μέρος τοῦ πορτογαλλίῳ ἔχάρισε;

Ἄτα $\frac{3}{4}$ καὶ $\frac{1}{8}$ εἶναι μέρη διαφόρου μεγέθους, ἦτοι ἀξίας, καὶ διὰ τοῦτο δὲν ἐμποροῦν νὰ προστεθῶσιν ὁμοῦ. Χρεῖα λοιπὸν νὰ τὰ ἀνάξωμεν πρῶτον εἰς μέρη τοῦ αὐτοῦ μεγέθους, ἡγουν, εἰς κοινὸν παρονομαστήν. $\frac{3}{4}$ εἶναι 3 μέρη. Ἐὰν ἕκαστον ἀπὸ τὰ μέρη ταῦτα διαιρεθῇ εἰς 2 ἴσα μέρη, δηλαδή, ἐὰν πολυπλασιάσωμεν καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος $\frac{3}{4}$ μὲ 2, (¶ 37,) θέλει μεταβαλθῇν εἰς $\frac{6}{8}$. ἔπειτα $\frac{1}{8}$ καὶ $\frac{1}{8}$ εἶναι $\frac{2}{8}$.

Ἀπ. $\frac{7}{8}$ ἐνὸς πορτογαλλίῳ.

7. Εἶχε τις εἰς ἓνα πίδακον $\frac{5}{8}$ ἐνὸς μέτρος κρασίς, καὶ εἰς ἄλλον $\frac{3}{8}$ τοῦ αὐτοῦ μέτρος· πόσον πλεόπερον εἶχεν εἰς τὸν ἓνα πίδακον παρ' εἰς τὸν ἄλλον;

Ἐδῶ, 3α δὲν ἐμποροῦν οὕτω νὰ διαιρεθῶσιν ὥστε νὰ γένωσι 5α, οὔτε δύνανται 5α οὕτω νὰ διαιρεθῶσιν ὥστε νὰ γένωσι 3α· ἀλλ' ἐὰν τὰ 3α διαιρεθῶσι καθὲν εἰς 5 ἴσα μέρη, καὶ τὰ 5α καθὲν εἰς 3 ἴσα μέρη, θέλουν ὅλα γίνειν 15α. Τὸ

$\frac{2}{3}$ θέλει γίνειν $\frac{10}{15}$, καὶ τὸ $\frac{2}{3}$ θέλει γίνειν $\frac{1}{3}$. ἔπειτα, $\frac{1}{15}$ ἐπαυρυνόμενον ἀπὸ $\frac{10}{15}$ ἀρίνει $\frac{1}{3}$, Ἀτ.

¶ 51. Ἀτ' αὐτὸν τὸν τρόπον τοῦ διαιρεῖν ἕκαστον ἀπὸ τὰ μέρη, δηλαδή, τοῦ αὐξάνειν τὰς παρονομαστάς διὰ τοῦ πολυπλασιάζειν αὐτοῦς, ἐπεται, ὅτι ἕκαστος παρονομαστικῆς πρέπει νὰ ἦναι παράγων τοῦ κοινοῦ παρονομαστοῦ. ἂν ὅλοι δὲ οἱ παρονομασταὶ πολυπλασιασθῶσιν ὁμοῦ, φανερόν ὅτι θέλουν παράξιν τοῖς αὐτοῖς ἀριθμὸν.

Οθεν, Διὰ νὰ ἀνάξῃς κλάσματα διαφόρων παρονομαστικῶν εἰς κλάσματα ἰσοδύναμα, κοινὸν ἔχοντα παρονομαστήν, — ΚΑΝΩΝ, Πολυπλασίασε ὁμοῦ ὅλῃς τοῦς παρονομαστάς διὰ κοινὸν παρονομαστήν, καὶ, ἐπειδὴ τοις αὐτοῖς τρόπῳ ἕκαστος παρονομαστικῆς πολυπλασιάζεται μὲ ὅλους τοῦς ἄλλους, πολυπλασίασε, διὰ νὰ φυλάξῃς τὴν ἀξίαν ἑκάστης κλάσματος, καὶ καθένα ἀριθμητὴν μὲ ὅλους τοῦς παρονομαστάς, πλὴν τοῦ ἰδίου, διὰ νέον ἀριθμητὴν, καὶ ὑποκάτω αὐτοῦ γράψε τὸν κοινὸν παρονομαστήν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἀνάγαγε $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, καὶ $\frac{1}{5}$ εἰς κλάσματα ἰσοδύναμα, κοινὸν ἔχοντα παρονομαστήν.

$3 \times 4 \times 5 = 60$, τὸν κοινὸν παρονομαστήν.

$2 \times 4 \times 5 = 40$, τὸν νέον ἀριθμητὴν διὰ τὸ πρῶτον κλάσμα.

$3 \times 3 \times 5 = 45$, τὸν νέον ἀριθμητὴν διὰ τὸ δεύτερον κλάσμα.

$3 \times 4 \times 4 = 48$, τὸν νέον ἀριθμητὴν διὰ τὸ τρίτον κλάσμα.

Τὰ νέα κλάσματα, λοιπὸν, εἶναι $\frac{40}{60}$, $\frac{45}{60}$, καὶ $\frac{45}{60}$. Θεωρῶν ὁ μαθητὴς τὴν ἐργασίαν θέλει κατανοήσῃ, ὅτι ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστὴς ἐκάστου κλάσματος ἐπολυπλασιάσθησαν μὲ τοὺς αὐτοὺς ἀριθμοὺς· ἀκολουθῶς, (¶ 37,) ὅτι δὲν ἠλλάχθη ἡ ἀξία των.

2. Ἀνάγαγε $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$ καὶ $\frac{4}{5}$ εἰς κλάσματα ἰσοδύναμα, κοινὸν ἔχοντα παρονομαστήν.

Ἀπ. $\frac{120}{240}$, $\frac{160}{240}$, $\frac{210}{240}$, $\frac{192}{240}$.

3. Ἀνάγαγε εἰς κλάσματα ἰσοδύναμα, κοινὸν ἔχοντα παρονομαστήν, καὶ πρόσθεσε ὁμοῦ, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, καὶ $\frac{1}{4}$.

Ἀπ. $\frac{20}{60} + \frac{24}{60} + \frac{15}{60} = \frac{59}{60} = 1\frac{11}{60}$, Κεφάλαιον.

4. Πρόσθεσε ὁμοῦ $\frac{3}{4}$ καὶ $\frac{6}{7}$. Κεφάλαιον, $1\frac{11}{28}$.

5. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον τοῦ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{5}$;

Ἀπ. $\frac{247}{210} = 1\frac{37}{210}$.

6. Ποῖα κλάσματα μὲ κοινὸν παρονομαστήν ἰσοδυναμοῦν μὲ $\frac{3}{4}$ καὶ $\frac{5}{8}$;

Ἀπ. $\frac{18}{24}$ καὶ $\frac{20}{24}$, ἢ $\frac{9}{12}$ καὶ $\frac{10}{12}$.

Εὐάθαμεν ἤδη, (¶ 50, παράδ. 7,) ὅτι ὁ κοινὸς παρονομαστὴς ἐμπορεῖ νὰ ᾖναι ὅποιοςδήποτε ἀριθμὸς, τοῦ ὁποίου καθεὶς δ ο μ έ ν ο ς παρονομαστὴς εἶναι παράγων, ἡγουν, ὅποιοςδήποτε ἀριθμὸς, ὅστις δύναται νὰ διαιρεθῇ μ' ἕκαστον ἀπ' αὐτοὺς χωρὶς ὑπόλοιπον. Τοιοῦτος ἀριθμὸς καλεῖται κοινὸς πολυπλάσιος ὅλων τῶν κοινῶν αὐτοῦ διαιρετῶν, καὶ ὁ μικρότατος ἀριθμὸς, ὁ δυνάμενος νὰ κάμῃ τοῦτο, καλεῖται ὁ μικρότατος κοινὸς αὐτῶν πολυπλάσιος· ὅθεν, ὁ μικρότατος κοινὸς παρονομαστὴς ὁποιωνδήποτε κλασμάτων, εἶναι ὁ μικρότατος κοινὸς πολυπλάσιος ὅλων τῶν παρονομαστῶν των. Ὁ ἀνωτέρω δοθεὶς κανὼν εὐρίσκει μὲν πάντοτε κοινὸν πολυπλάσιον τῶν

δομένων παρονομαστών, ἀλλὰ δὲν εὐρίσκει πάν-
 τοτε τὸν μικρότατον αὐτῶν κοινὸν πολυ-
 πλάσιον. Εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, φα-
 νερόν ὅτι 24 εἶναι κοινὸς πολυπλάσιος τοῦ 4 καὶ
 τοῦ 6, διότι ἀκριβῶς μετρεῖ καὶ τοὺς δύο· ἀλ-
 λά τὸ αὐτὸ κάμνει καὶ ὁ 12, καὶ ἐπειδὴ ὁ 12
 εἶναι ὁ μικρότατος ἀριθμὸς, ὅστις θέλει κάμειν
 τοῦτο, αὐτὸς εἶναι ὁ μικρότατος κοινὸς
 πολυπλάσιος τοῦ 4 καὶ τοῦ 6. Ἀρμόδιον λοι-
 πὸν θέλει εἰσθαι νὰ ἔχωμεν καὶ ὅνα, διὰ νὰ
 εὐρίσκωμεν τὸν μικρότατον τοῦτον κοινὸν πολυ-
 πλάσιον. Ἄς ᾔηται οἱ ἀριθμοὶ 4 καὶ 6.

Φανερόν εἶναι ὅτι ἀριθμὸς τις εἶναι πολυ-
 πλάσιος ἄλλου, ὅταν ὁ πρῶτος περιέχῃ ὅλους
 τοὺς παράγοντας τοῦ δευτέρου. Οἱ παράγον-
 τες τοῦ 4 εἶναι 2 καὶ 2, ($2 \times 2 = 4$.) Οἱ παρ-
 άγοντες τοῦ 6 εἶναι 2 καὶ 3, ($2 \times 3 = 6$.) Ἀκο-
 λούθως, $2 \times 2 \times 3 = 12$ περιέχει τοὺς παρ-
 άγοντας τοῦ 4, δηλαδὴ, 2×2 καὶ προσέτι πε-
 ριέχει τοὺς παράγοντας τοῦ 6, δηλαδὴ, 2×3 .
 Ὁ 12 λοιπὸν εἶναι κοινὸς πολυπλάσιος τοῦ 4
 καὶ τοῦ 6, καὶ εἶναι δὲ ὁ μικρότατος κοι-
 νὸς πολυπλάσιος, ἐπειδὴ δὲν περιέχει καὶ ἄνενα
 παράγοντα, παρὰ τοὺς συγκροτοῦντας τοὺς
 ἀριθμοὺς 4 καὶ 6· οὐδ' ἐπαναλαμβάνεται εἴτε
 ὁ ἓνας εἴτε ὁ ἄλλος ἀπ' αὐτοῦ· πλεόν παρ' ὅσον
 εἶναι ἀναγκαῖον διὰ νὰ παραχθῶσιν οἱ 4 καὶ
 6. Ἐντεῦθεν ἐπεται, ὅτι, ὅταν ἔχωσι δύο ἀ-
 ριθμοὶ παράγοντα κοινὸν καὶ εἰς τοὺς δύο, ἔμ-
 πορεῖ ν' ἀφεθῇ ἅπαξ· οὕτω, 2 εἶναι παράγων
 κοινὸς εἰς τοὺς 4 καὶ 6, καὶ διὰ τοῦτο παρα-
 λείπεται ἅπαξ.

¶ 52. Ἐπάνω εἰς τὸν λόγον τοῦτον θεμελιό-
 13*

νεται ὁ ΚΑΝὼΝ τοῦ εὐρίσκειν τὸν μικρότατον κοινὸν πολυπλάσιον δύο ἢ πλειοτέρων ἀριθμῶν. Κατάγραψε τοὺς ἀριθμοὺς κατ' ἀράδαν, καὶ διαίρεσέ τοὺς μ' ὅποιονδῆποτε ἀριθμὸν, ὅστις θέλει μετρήσῃν δύο ἢ πλειοτέρους ἐξ αὐτῶν· καὶ γράψε τὰ πηλίκα ἔκ τοὺς ἀδιαιρέτους ἀριθμοὺς κατ' ἀράδαν ὑποκάτω. Διαίρεσε τὴν ἀράδαν ταύτην ὡς πρότερον, καὶ οὕτω καθεξῆς, ἕωσοῦ νὰ μὴν ἦναι δύο ἀριθμοὶ δυνάμενοι νὰ διαιρεθῶσι μὲ τὸν αὐτὸν διαιρέτην· ἔπειτα τὸ συνεχὲς παραγόμενον ὅλων τῶν διαιρετῶν καὶ ἀριθμῶν εἰς τὴν τελευταίαν ἀράδαν, θέλει εἶσθαι ὁ ζητούμενος μικρότατος κοινὸς πολυπλάσιος.

Ἀ; ἐφαρμόσωμεν τὸν κανόνα διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν μικρότατον κοινὸν πολυπλάσιον τῶν 4 ἔ 6.

4 καὶ 6 δύνανται καὶ οἱ δύο νὰ
 2) 4. 6 μετρηθῶσιν ἀπὸ 2· τὰ πηλίκα εἶ-
 2. 3 ναι 2 καὶ 3. Δὲν εἶναι ἀριθμὸς
 μεγαλήτερος παρὰ 1, ὅστις μετρεῖ
 2 καὶ 3. Ὅθεν, $2 \times 2 \times 3 = 12$
 εἶναι ὁ μικρότατος κοινὸς πολυπλάσιος τῶν 4
 καὶ 6.

Ἄν ἐξετάσῃ ὁ μαθητὴς τὸν τρόπον, θέλει ἰδεῖν ὅτι ὁ διαιρέτης 2 εἶναι παράγων κοινὸς εἰς 4 καὶ 6, καὶ ὅτι, διαιροῦντες 4 μὲ τὸν παράγοντα τοῦτον, εὐρίσχομεν ὡς πηλίκον τὸν ἄλλον του παράγοντα, 2. Ὁμοιοτρόπως, διαιροῦντες 6 μὲ 2, εὐρίσχομεν τὸν ἄλλον του παράγοντα, 3. Ὅθεν ὁ διαιρέτης καὶ τὰ πηλίκα συγκροτοῦν ὅλους τοὺς παράγοντας τῶν δύο ἀριθμῶν, οἵτινες, ὁμοῦ πολυπλασιαζόμενοι, πρέπει νὰ δίδωσι τὸν κοινὸν πολυπλάσιον.

7. Ἀνάγαγε $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ ἔ εἰς κλάσματα ἰσοδύ-

ναμα, ἔχοντα τὸν μικρότατον κοινὸν παρονομαστήν.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

$$2) 4. 2. 3. 6$$

$$3) 2. 1. 3. 3$$

$$2. 1. 1. 1$$

Ἔπειτα, $2 \times 3 \times 2 = 12$, τὸν μικρότατον κοινὸν παρονομαστήν. Φανερόν ὅτι δὲν εἶναι χρεῖα νὰ πολυπλασιάσωμεν μὲ τὰς μονάδας, ἐπειδὴ τοῦτο δὲν ἠθέλην ἀλλάξαι τὸν ἀριθμὸν.

Διὰ νὰ εὗρωμεν τοὺς νέους ἀριθμητάς, δηλαδή, πόσα 12ατα εἶναι καθὲν κλάσμα, δυνάμεθα νὰ ἐπάρωμεν $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{1}{6}$ τοῦ 12. Οὕτω·

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4} \text{ τοῦ } 12 = 9 \\ \frac{1}{2} \text{ τοῦ } 12 = 6 \\ \frac{2}{3} \text{ τοῦ } 12 = 8 \\ \frac{1}{6} \text{ τοῦ } 12 = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Νέοι ἀριθμηταί, οἵτι-} \\ \text{νες, γραφόμενοι ὑπερά-} \\ \text{νω τῶν κοινῶν παρο-} \\ \text{νομαστῶν, δίδουν} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \\ \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \\ \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \end{array} \right.$$

Ἀπ. $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$, καὶ $\frac{2}{12}$.

8. Ἀνάγαγε $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, καὶ $\frac{5}{16}$ εἰς κλάσματα ἔχοντα τὸν μικρότατον κοινὸν παρονομαστήν, καὶ πρόσθεσέ τα ὁμοῦ.

Ἀπ. $\frac{12}{24} + \frac{9}{24} + \frac{20}{24} = \frac{41}{24} = 1 \frac{17}{24}$, Κεφάλαιον.

9. Ἀνάγαγε $\frac{1}{6}$ καὶ $\frac{1}{9}$ εἰς κλάσματα τοῦ μικροτάτου κοινοῦ παρονομαστοῦ, καὶ ἀφαίρεςε τὸ ἐν ἀπὸ τοῦ ἄλλο. Ἀπ. $\frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{1}{18}$, Διαφορά.

10. Ποῖος εἶναι ὁ μικρότατος ἀριθμὸς, ὁ μετρούμενος ἀπὸ 3, 5, 8 καὶ 10; Ἀπ. 120.

11. Ἐχω 3 κομμάτια ὑφάσματος, ἐκ τῶν ὁποίων ἐν περιέχει $7\frac{3}{4}$ πήχεις, ἄλλο $13\frac{1}{2}$ πήχεις, καὶ τὸ ἄλλο $15\frac{1}{4}$ πήχεις· πόσοι πήχεις εἰς τὰ 3 κομμάτια;

Πρὶν προσθέσει, ἀνάγαγε τὰ κλασματικὰ μέρη εἰς τὸν μικρότατον αὐτῶν κοινὸν παρονομαστήν· ἀφοῦ τοῦτο γένῃ, θέλομεν ἔχειν,

$$\left. \begin{array}{l} 7\frac{3}{4} = 7\frac{18}{24} \\ 13\frac{1}{2} = 13\frac{12}{24} \\ 15\frac{1}{8} = 15\frac{9}{24} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Προσθέτοντες ὁμοῦ ὅλα τὰ} \\ \text{24ατα, δηλαδή, } 18 + 20 + 21, \\ \text{εὐρίσκουμεν } 59, \text{ ἤγουν, } \frac{59}{24} = 2\frac{11}{24}. \\ \text{Καταγράφουμεν δὲ τὸ κλάσμα} \\ \text{'Απ. } 37\frac{11}{24}. \end{array}$$

ὑπὸ τὰ ἄλλα κλάσματα, καὶ φυλάττομεν τοὺς 2 ἀκεραίους νὰ βαλθῶσιν ὁμοῦ μὲ τὸ κεφάλαιον τῶν ἄλλων ἀκεραίων, κάμνοντες τὸ ὅλον $37\frac{11}{24}$, 'Απ.

12. Κοιμᾷττον τι ὑφάσματος ἐπεριεῖχε $34\frac{3}{8}$ πήχεις, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ἐπάρθησαν $12\frac{3}{8}$ πήχεις· πόσον ἀφέθῃ;

$$\left. \begin{array}{l} 34\frac{3}{8} = 34\frac{9}{24} \\ 12\frac{3}{8} = 12\frac{9}{24} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Δὲν ἐμποροῦμεν νὰ ἐπάρωμεν } 16 \\ \text{εἰκοστὰ τέταρτα } (\frac{16}{24}) \text{ ἀπὸ } 9 \text{ εἰκο-} \\ \text{στὰ τέταρτα, } (\frac{9}{24}) \text{ ἀνάγκη λοιπὸν} \\ \text{'Απ. } 21\frac{17}{24} \text{ πχ. νὰ δανεισθῶμεν } 1 \text{ ἀκέραιον, } = 24 \\ \text{εἰκοστὰ τέταρτα, } (\frac{24}{24}) \text{ τὸ ὁποῖον, μὲ } \frac{9}{24} \text{ κάμνει } \frac{33}{24}. \\ \text{δυνάμεθα τῶρα νὰ ἐπάρωμεν } \frac{16}{24} \text{ ἀπὸ } \frac{33}{24}, \text{ καὶ θέ-} \\ \text{λουν ἀπομείνειν } \frac{17}{24}. \text{ ἄλλ' ἐπειδὴ ἐδανείσθημεν,} \\ \text{πρέπει καὶ νὰ κρατῶμεν } 1 \text{ νὰ προστεθῇ εἰς τὸν} \\ \text{12, τὸ ὁποῖον τὸν κάμνει } 13, \text{ καὶ ὁ } 13 \text{ ἀπὸ } 34 \\ \text{ἀφίνει } 21. \end{array}$$

'Απ. $21\frac{17}{24}$.

13. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον τῶν $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{3}{4}$ ἐνὸς πήχεως, $\frac{2}{3}$ ἐνὸς πήχεως, καὶ $\frac{1}{5}$ τῶν 2 πήχεων;

Σημείωσις. Τὸ σύνθετον κλάσμα ἐμπορεῖ νὰ ἀναχθῇ εἰς ἀπλοῦν κλάσμα· οὕτω, $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. καὶ $\frac{1}{5}$ τοῦ 2 = $\frac{2}{5}$. ἔπειτα, $\frac{3}{8} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{173}{120} = 1\frac{53}{120}$ πχ., 'Απ.

¶ 53. Ἀπὸ τὰ προηγούμενα παραδείγματα συνάγομεν τὸν ἐξῆς ΚΑΝΟΝΑ.—Διὰ νὰ προσθέτῃς ἢ νὰ ἀφαιρῇς κλάσματα, πρόσθετε ἢ ἀφαιρέ τοὺς ἀριθμητάς των, ὅταν ἔχωσι κοινὸν παρονομαστήν· εἰ δὲ μὴ,

χρεία πρῶτον νὰ ἀνάγωνται εἰς κοινὸν παρονομαστήν.

Σημείωσις. Σύνθετα κλάσματα ἐμποροῦν νὰ ἀνάγωνται εἰς ἀπλᾶ κλάσματα, προτοῦ νὰ προσθέτῳνται ἢ ν' ἀφαιρῶνται.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον τῶν $\frac{6}{7}$, $4\frac{2}{3}$ καὶ 12 ;
Ἀπ. $17\frac{11}{21}$.

2. Ἐπώλησέ τις $\frac{3}{4}$ τοῦ $\frac{1}{2}$ ἐνδὸς ἀγροῦ· τί μέρος τοῦ ἀγροῦ ἀπέμεινεν ;
Ἀπ. $\frac{5}{8}$.

3. Πρόσθεσε ὁμοῦ $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{5}$ καὶ $\frac{14}{20}$.
Κεφάλαιον, $2\frac{33}{40}$.

4. Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ $14\frac{8}{11}$ καὶ $16\frac{7}{33}$;
Ἀπ. $1\frac{16}{33}$.

5. Ἀπὸ $1\frac{1}{2}$ ἔπαρε $\frac{3}{4}$. Ὑπόλοιπον, $\frac{3}{4}$.

6. Ἀπὸ 3 ἔπαρε $\frac{1}{2}$. Ὑπόλ. $2\frac{1}{2}$.

7. Ἀπὸ $147\frac{1}{3}$ ἔπαρε $48\frac{1}{3}$. Ὑπόλ. $98\frac{2}{3}$.

8. Ἀπὸ $\frac{1}{4}$ τοῦ $\frac{4}{10}$ ἔπαρε $\frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{2}{47}$. Ὑπόλ. $\frac{37}{470}$.

9. Πρόσθεσε ὁμοῦ $112\frac{1}{2}$, $311\frac{2}{3}$, καὶ $1000\frac{3}{4}$.

10. Πρόσθεσε ὁμοῦ 14, 11, $4\frac{2}{3}$, $\frac{1}{18}$ καὶ $\frac{1}{2}$.

11. Ἀπὸ $\frac{3}{4}$ ἔπαρε $\frac{1}{2}$. Ἀπὸ $\frac{7}{8}$ ἔπαρε $\frac{3}{4}$.

12. Ποία ἡ διαφορὰ μεταξὺ $\frac{1}{2}$ καὶ $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{1}{2}$;
 $\frac{7}{8}$ καὶ $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}$ καὶ $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$ καὶ $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$ καὶ $\frac{3}{4}$;

13. Πόσον εἶναι $1 - \frac{1}{4}$; $1 - \frac{1}{2}$; $1 - \frac{3}{8}$; $1 - \frac{5}{8}$;
 $2 - \frac{2}{3}$; $2 - \frac{4}{7}$; $2\frac{1}{4} - \frac{2}{3}$; $3\frac{1}{3} - \frac{1}{10}$; $1000 - \frac{1}{10}$;

ΑΝΑΓΩΓΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

¶ 54. Ἰδαμεν, (¶ 27,) ὅτι ἀκεραῖοι μιᾶς ὀνομασίας ἐμποροῦν νὰ ἀνάγωνται εἰς ἀκεραίους ἄλλης ὀνομασίας. Φανερόν δὲ εἶναι ὅτι κλά-

σ μα τ α μιᾶς ὀνομασίας δύνανται, κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἔ διὰ τῶν αὐτῶν κανόνων, νὰ ἀνάγωνται εἰς κλάσματα ἄλλης ὀνομασίας· δηλαδή, κλάσματα, ὡς ἀκέραιοι, δύνανται νὰ φερθῶσιν εἰς χαμηλοτέρας ὀνομασίας διὰ τοῦ πολυπλασιασμοῦ, καὶ εἰς ὑψηλοτέρας ὀνομασίας διὰ τῆς διαιρέσεως.

Ἀναγωγὴ ὑψηλοτέρων εἰς χαμηλοτέρας ὀνομασίας.

(ΚΑΝΩΝ. Ἰδὲ σελ. 89.)

1. Ἀνάγαγε $\frac{1}{280}$ μιᾶς λίτρας στηρολίνης εἰς σόλδια, ἢ τὸ κλάσμα σολδίου.

Σημείωσις. Ἀς ἐνθυμηθῶμεν ὅτι τὸ κλάσμα πολυπλασιάζεται ἢ διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ παρονομαστοῦ του, ἢ διὰ τῆς πολυπλασιάσεως τοῦ ἀριθμητοῦ του.

$$\frac{1}{280} \text{ £} \times 20 = \frac{1}{14} \text{ σλ.} \times 12 = \frac{6}{7} \text{ σδ.} \text{ Ἀπ.}$$

Ἡ οὕτω $\frac{1}{280}$ τοῦ $\frac{20}{1}$ τοῦ $\frac{12}{1} = \frac{240}{280} = \frac{6}{7}$ τοῦ σολδίου, Ἀπ.

3. Ἀνάγαγε $\frac{1}{1280}$ μιᾶς στηρολίνης εἰς τὸ κλάσμα φαρδιγγίου.

$$\frac{1}{1280} \text{ £.} \times 20 = \frac{20}{1280} \text{ σλ.} \times 12 = \frac{240}{1280} \text{ σδ.} \times 4 = \frac{960}{1280} = \frac{3}{4} \text{ φρ.}$$

Ἀναγωγὴ χαμηλοτέρων εἰς ὑψηλοτέρας ὀνομασίας.

(ΚΑΝΩΝ. Ἰδὲ σελ. 89.)

2. Ἀνάγαγε $\frac{6}{7}$ ἐνὸς σολδίου εἰς τὸ κλάσμα στηρολίνης.

Σημείωσις. Ἡ διαίρεσις ἐκτελεῖται ἢ διὰ τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀριθμητοῦ, ἢ διὰ τῆς πολυπλασιάσεως τοῦ παρονομαστοῦ.

$$\frac{6}{7} \text{ σδ.} \div 12 = \frac{1}{14} \text{ σλ.} \div 20 = \frac{1}{280} \text{ £.} \text{ Ἀπ.}$$

$$\text{Ἡ οὕτω } \frac{6}{7} \text{ τοῦ } \frac{1}{12} \text{ τῷ } \frac{1}{20} = \frac{6}{1680} = \frac{1}{280} \text{ £.} \text{ Ἀπ.}$$

4. Ἀνάγαγε $\frac{3}{4}$ ἐνὸς φαρδιγγίου εἰς τὸ κλάσμα στηρολίνης.

$$\frac{3}{4} \text{ φρ.} \div 4 = \frac{3}{16} \text{ σδ.} \div 12 = \frac{3}{192} \text{ σλ.} \div 20 = \frac{3}{3840} = \frac{1}{1280} \text{ £.}$$

Ἡ οὕτω·

Ἀριθ. 1

20 σλ. εἰς 1 £.

20

12 σδ. εἰς 1 σλ.

240

4 φρ. εἰς 1 σδ.

960

Ἐπειτα, $\frac{960}{1280} = \frac{3}{4}$ φρ.

Ἀπ.

5. Ἀνάγαγε $\frac{2}{888}$ μιᾶς γινέας εἰς τὸ κλάσμα σολδίου.

7. Ἀνάγαγε $\frac{1}{4}$ μιᾶς γινέας εἰς τὸ κλάσμα στηρλίνης.

Συμβουλευσοῦ **¶ 29**, (σελίδ. 89) παράδ. 10.

9. Ἀνάγαγε $\frac{3}{4}$ ἐνὸς Μοιδώρου, πρὸς 36 σλ. εἰς τὸ κλάσμα μιᾶς γινέας.

11. Ἀνάγαγε $\frac{1}{2}$ μιᾶς λίτρας εἰς τὸ κλάσμα ὀγγίας.

13. Κολοκύνθιον τι ηὔξησεν εἰς τὸ μάκρος $\frac{3}{16}$ τοῦ μιλίου· τί μέρος τοῦ ποδὸς εἶναι αὐτό;

15. Ἀνάγαγε $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{1}{4}$ μιᾶς στηρλίνης εἰς τὸ κλάσμα σιλλινίου.

Ἡ οὕτω·

Παρον. 4

4 φρ. εἰς 1 σδ.

16

12 σδ. εἰς 1 σλ.

192

20 σλ. εἰς 1 £.

3840

Ἐπειτα, $\frac{3}{3840} = \frac{1}{1280}$ £.

Ἀπ.

6. Ἀνάγαγε $\frac{1}{2}$ ἐνὸς σολδίου εἰς τὸ κλάσμα μιᾶς γινέας.

8. Ἀνάγαγε $\frac{1}{4}$ μιᾶς στηρλίνης εἰς τὸ κλάσμα γινέας.

10. Ἀνάγαγε $\frac{3}{4}$ μιᾶς γινέας εἰς τὸ κλάσμα Μοιδώρου.

12. Ἀνάγαγε $\frac{1}{4}$ μιᾶς ὀγγίας εἰς τὸ κλάσμα λίτρας.

14. Κολοκύνθιον τι ηὔξησεν εἰς τὸ μάκρος 1 ποδὸς $\frac{3}{4}$ 4 δακτύλων = $\frac{15}{16} = \frac{1}{4}$ τῆ ποδὸς· τί μέρος τοῦ μιλίου εἶναι αὐτό;

16. $\frac{20}{27}$ ἐνὸς σιλλινίου εἶναι $\frac{2}{3}$ ποίε κλάσματος μιᾶς στηρλίνης;

17. Ἀνάγαγε $\frac{1}{3}$ τοῦ $\frac{2}{11}$ τῶν 3 λιτρῶν στηρλίνων εἰς τὸ κλάσμα σολδίου.

¶ 55. Ἀναγκαῖον θέλει συχνὰ εἶσθαι νὰ εὐρίσκωμεν τὴν ἀξίαν κλάσματος, δηλαδή, νὰ ἀνάγωμεν κλάσμα εἰς ἀκεραίους μικροτέρων ὀνομασιῶν.

1. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ $\frac{2}{3}$ μιᾶς στηρλίνης; Μ' ἄλλα λόγια, Ἀνάγαγε $\frac{2}{3}$ μιᾶς στηρλίνης εἰς σιλλίνια καὶ σόλδια.

$\frac{2}{3}$ μιᾶς στηρλίνης εἶναι $\frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ σιλλίνια· φανερόν δ' εἶναι ὅτι $\frac{1}{3}$ τοῦ σιλλινίου περιέχει μερικὰ σόλδια· $\frac{1}{3}$ τοῦ σιλλινίου εἶναι $\frac{12}{3} = 4$ σδ. Ἦγεν, — Πολυπλασίασε τὸν ἀριθμητὴν μὲ τὸν ἀριθμὸν ἐκείνου, ὅστις θέλει τὸν ἀνάξειν εἰς τὴν ἀκόλουθον μικροτέραν ὀνομασίαν, καὶ διαίρεσε τὸ παραγόμε-

18. $\frac{180}{11}$ ἐνὸς σολδίου εἶναι $\frac{1}{3}$ ποῖς κλάσματος τῶν 3 λιτρῶν στηρλίνων; $\frac{180}{11}$ ἐνὸς σολδίου εἶναι $\frac{2}{11}$ ποίου μέρους τῶν 3 λιτρῶν στηρλίνων;

Ἀναγκαῖον θέλει μᾶς εἶσθαι συχνὰ νὰ ἀνάγωμεν ἀκεραίους εἰς τὸ κλάσμα μεγαλητέρας ὀνομασίας.

2. Ἀνάγαγε 13 σλ. 4 σδ. εἰς τὸ κλάσμα στηρλίνης.

13 σλ. 4 σδ. εἶναι 160 σόλδια· ἡ στηρλίνα δὲ περιέχει 240 σόλδια· ὁθεν, 13 σλ. 4 σδ. εἶναι $\frac{160}{240} = \frac{2}{3}$ μιᾶς στηρλίνης. Ἦγουν, — Ἀνάγαγε τὸ δοθὲν κεφάλαιον, ἥτοι ποσότητα, εἰς τὴν μικροτάτην ὀνομασίαν τὴν εἰς αὐτὸ μνημονευομένην, δι' ἀριθμητὴν· ἔπειτα ἀνάγαγε ἓνα ἀκέραιον τῆς μεγαλητέρας ἐκείνης ὀνομασίας (εἰς κλάσμα τῆς ὁποίας ἀπαι-

νον μὲ τὸν παρονομα-
στήν· ἂν ἦναι δὲ ὑπό-
λοιπον, πολυπλασίασε
καὶ διαίρεσε ὥς πρότε-
ρον, καὶ οὕτω καθεξῆς·
τὰ διάφορα δὲ πηλικά,
βαλμένα τὸ ἐν ὀπίσω
τοῦ ἄλλου, κατὰ τὴν
τάξιν των, θέλουν εἰ-
σθαι ἢ ἀπόκρισις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ
ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

3. Ποία εἶναι ἡ ἀ-
ξία τοῦ $\frac{2}{3}$ ἐνὸς σιλλινίου;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Ἀριθ.	3
	12
	—
Παρον. 8)	36 (4 σδ. 2 φρ. Ἀπ.
	32
	—
	4
	4
	—
	16 (2 φρ.
	16
	—

5. Ποία εἶναι ἡ ἀ-
ξία $\frac{2}{3}$ μιᾶς λίτρας;

τεῖται νὰ ἀναχθῇ τὸ
δοθὲν κεφάλαιον ἢ πο-
σότης) εἰς τὴν αὐτὴν
ὀνομασίαν, διὰ παρο-
νομαστήν, καὶ αὐτοὶ
θέλουν συγκροτεῖν τὸ
ζητούμενον κλάσμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ
ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

4. Ἀνάγαγε 4 σδ.
2 φρ. εἰς τὸ κλάσμα
σιλλινίου.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

4 σδ. 2 φρ.	1 σλ.
4	12
—	—
18 Ἀριθ.	12
	4
	—
	48 Παρον.
$\frac{18}{48} = \frac{3}{8}$	Ἀπ.

6. Ἀνάγαγε 8 ὀγ.
14 $\frac{2}{3}$ δρ. εἰς τὸ κλάσμα
μιᾶς λίτρας.

Σημείωσις. Καὶ

7. $\frac{4}{5}$ τοῦ μηνὸς εἶναι πόσαι ἡμέραι, ὥραι, καὶ λεπτά;

9. Ἀνάγαγε $\frac{4}{7}$ ἐνὸς μιλίου εἰς τὴν ἰδίαν αὐτοῦ ποσότητα.

11. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ $\frac{15}{16}$ ἐνὸς ταλλάρου εἰς σιλλίνια, σόλδια, κτλ., ὅταν ἔχη 6 σλ. τὸ τάλλαρον;

13. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ $\frac{9}{16}$ ἐνὸς πήχεως;

15. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ $\frac{3}{13}$ ἐνὸς τόνου;

ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαζήσας πρέπει νὰ ἀναχθῶσιν εἰς θαταδραμίς.

8. 3 ἐβδομάδες, 1 ἡμ.

9 ὥ. 36 λπ. εἶναι τί κλάσμα ἐνὸς μηνός;

10. Ἀνάγαγε 4 στ. 125 πχ. 2 πδ. 1 δκ. $2\frac{1}{7}$ κρι. εἰς τὸ κλάσμα μιλίου.

12. Ἀνάγαγε 5 σλ. $7\frac{1}{2}$ σδ. εἰς τὸ κλάσμα ταλλάρου.

14. Ἀνάγαγε 2 πδ. 8 δκ. $1\frac{1}{2}$ κρι. εἰς τὸ κλάσμα πήχεως.

16. Ἀνάγαγε 4 κνδ. 2 τρ. 12 λπ. 14 ὀγ. $12\frac{4}{13}$ δρ. εἰς τὸ κλάσμα τόνου.

Σημείωσις. Ἐς ἀναστρέψη ὁ μαθητὴς καὶ ἂς δοκιμάσῃ τὰ ἐξῆς παραδείγματα.

17. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ $\frac{9}{14}$ μιᾶς γινέας;

18. Ἠγόρασέ τις $\frac{5}{13}$ 7 κνδ. σακχάρου· πόσον σάκχαρον ἠγόρασε;

19. 13 ὥ. 42 λπ. $51\frac{3}{7}$ δεύ. εἶναι τί μέρος ἡ κλάσμα μιᾶς ἡμέρας;

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ ΤΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί εἶναι τὰ κλάσματα; 2. Πόθεν λαμβάνει τὸν οἰκονομὰ των τὰ μέρη, εἰς τὰ ὅποια πράγ-

μά τι ἡ ἀριθμὸς τις ἐμπορεῖ νὰ διαιρεθῇ; 3. Πῶς παραστένονται τὰ κλάσματα με χαρακτῆρας; 4. Τί ὀνομάζεται ὁ ὑπεράνω τῆς γραμμῆς ἀριθμὸς; — Διατί ὀνομάζεται οὕτω; 5. Τί ὀνομάζεται ὁ ὑποκάτω τῆς γραμμῆς ἀριθμὸς; — Διατί ὀνομάζεται οὕτω; — Τί δείχνει; 6. Ποῖον εἶναι τὸ διορίζον τῶν μερῶν τὸ μέγεθος; — Διατί; 7. Τί εἶναι τὸ ἀπλοῦν ἢ κύριον κλάσμα; — τὸ ἄκυρον κλάσμα; — ὁ μικτὸς ἀριθμὸς; 8. Πῶς ἀνάγεται ἄκυρον κλάσμα εἰς ὁλόκληρον ἢ μικτὸν ἀριθμὸν; 9. Πῶς ἀνάγεται μικτὸς ἀριθμὸς εἰς ἄκυρον κλάσμα; — ὁλόκληρος ἀριθμὸς; 10. Τί ἐννοῶμεν διὰ τῶν ὅρων τοῦ κλάσματος; 11. Πῶς ἀνάγεται κλάσμα εἰς τοὺς ἀπλουστάτους ἢ μικροτάτους αὐτοῦ ὅρους; 12. Τί ἐννοῶμεν διὰ κοινοῦ διαιρέτου; — διὰ τοῦ μεγίστου κοινοῦ διαιρέτου; 13. Πῶς εὐρίσκεται; 14. Πόσοι τρόποι εἶναι τοῦ πολυπλασιάζειν κλάσμα με ὁλόκληρον ἀριθμὸν; 15. Πόθεν φαίνεται ὅτι, διαιρῶντες τὸν παρονομαστήν, πολυπλασιάζομεν τὸ κλάσμα; 16. Πῶς πολυπλασιάζεται μικτὸς ἀριθμὸς; 17. Ποῖος εἶναι ὁ σκοπὸς μας, ὅταν πολυπλασιάζωμεν με κλάσμα; 18. Ἀπὸ πόσας ἐργασίας σύγκειται; — Ποῖαι εἶναι; 19. Ὅταν ὁ πολυπλασιαστής ᾖ μικρότερος παρὰ μονάδα, πόσον εἶναι τὸ παραγόμενον ὡς πρὸς τὸν πολυπλασιαστέον; 20. Πῶς πολυπλασιάζεις ὁλόκληρον ἀριθμὸν με κλάσμα; 21. Πῶς πολυπλασιάζεις κλάσμα με κλάσμα; 22. Πῶς πολυπλασιάζεις μικτὸν ἀριθμὸν με μικτὸν ἀριθμὸν; 23. Πόθεν φαίνεται ὅτι, πολυπλασιάζοντες καὶ τοὺς δύο ὅρους τοῦ κλάσματος με τὸν αὐτὸν ἀριθ-

Σ η μ ε ί ω σ ι ς. Ἀνάγαγε πρῶτον καὶ τὰ δύο εἰς τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν.

3. $\frac{3}{8}$ μιᾶς ἡμέρας, προσθετόμενα εἰς $\frac{3}{4}$ μιᾶς ὥρας, κάμνουν πόσας ὥρας; — τί μέρος μιᾶς ἡμέρας; Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. $\frac{83}{96}$ ἡμ.

4. Πόσον εἶναι $\frac{1}{4}$ ὀλιγώτερον $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{10} - \frac{1}{5}$; $\frac{3}{14} - \frac{8}{40}$; $14\frac{1}{2} - 4\frac{1}{7}$; $6 - 4\frac{3}{8}$; $\frac{109}{110} - \frac{1}{2}$ τοῦ $\frac{2}{3}$ τοῦ $\frac{3}{4}$; Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. $\frac{163}{220}$.

5. Ἀπὸ $\frac{1}{2}$ σιλλίνιον ἔπαρε $\frac{3}{4}$ ἐνὸς σολδίου. Ὑπόλ. $5\frac{1}{4}$ σδ.

6. Ἀπὸ 4 ἡμέρας $7\frac{1}{2}$ ὥρας ἔπαρε 1 ἡμ. $9\frac{3}{18}$ ὦ. Ὑπόλ. 2 ἡμ. 22 ὦ. 20 λπ.

7. Πόσον ἀξίζουσιν $\frac{3}{4}$ ἐνὸς πήχεως ὑφάσμα-
τος, τοῦ πήχεως πωλουμένου πρὸς \$ $\frac{5}{8}$;

¶ 56. Ὅταν ἡ τιμὴ μονάδος, ἢ 1, ἦναι δομένη, διὰ νὰ εὕρῃς τὴν ἀξίαν ποσότητος τινὸς, εἴτε μικροτέρας εἴτε μεγαλητέρας παρὰ μονάδα, πολυπλασίασε τὴν τιμὴν μὲ τὴν ποσότητα. Ἀπὸ τᾶλλο μέρος, ὅταν ἦναι δομένη ἡ ἀξία ποσότητος τινὸς, εἴτε μικροτέρας εἴτε μεγαλητέρας παρὰ μονάδα, διὰ νὰ εὕρῃς τὴν τιμὴν μονάδος, ἢ 1, διαίρεσε τὴν ἀξίαν μὲ τὴν ποσότητα.

Ἀπ. \$ $\frac{15}{32}$.

1. Ἐὰν $\frac{11}{13}$ λτ. σακχάρου ἀξίζωσι $\frac{7}{15}$ ἐνὸς σιλλινίου, πόσον θέλουν ἀξίζειν $\frac{32}{43}$ μιᾶς λίτρας; *

Δύο ἐργασίας ἀπαιτεῖ τὸ παραδειγμα τοῦτο· πρῶτον, ὡς ἄνωτέρω, νὰ εὕρωμεν τὴν τιμὴν 1 λτ. δεύτερον, εὐρόντες τὴν τιμὴν 1 λτ., νὰ εὕρωμεν τὴν ἀξίαν τοῦ $\frac{32}{43}$ τῆς λίτρας. $\frac{7}{15}$ σλ. $\div \frac{11}{13}$ ($\frac{13}{11}$ τοῦ

* Τοῦτο καὶ τὰ ἐξῆς εἶναι παραδείγματα συνήθως ἀναφερόμενα εἰς τὸν κανόνα Ἀναλογίαν, ἢ Κανόνα τῶν Τριῶν.

$\frac{7}{15}$ σλ. ¶ 48) = $\frac{91}{165}$ σλ. τὴν τιμὴν 1 λτ. Ἐπειτα,
 $\frac{91}{165}$ σλ. $\times \frac{32}{43}$ ($\frac{32}{43}$ τοῦ $\frac{91}{165}$ σλ. ¶ 44) = $\frac{2912}{7095}$ σλ. = 4 σδ.
 $3\frac{4971}{7095}$ φρ., ἢ Ἀπόκρισις.

Ἡ δυνάμεθα νὰ συλλογισθῶμεν οὕτω· πρῶτον νὰ εὗρωμεν τὴν τιμὴν 1 λτ. $\frac{11}{13}$ λτ. ἀξίζεν $\frac{7}{15}$ σλ.
 Ἄν μᾶς ἦτο γνωστὸν πόσον ἤξιζε $\frac{1}{13}$ λτ., ἡμπορούσαμεν νὰ ἐπαναλάβωμεν τοῦτο 13 φορὰς, καὶ ἡ ἔκβασις ἤθελεν εἶσθαι ἡ τιμὴ 1 λτ. $\frac{11}{13}$ εἶναι 11 μέρη. Ἐὰν $\frac{11}{13}$ λτ. ἀξίζωσι $\frac{7}{15}$ σλ., φανερόν εἶναι ὅτι $\frac{1}{13}$ λτ. θέλει ἀξίζειν $\frac{1}{11}$ τοῦ $\frac{7}{15}$ = $\frac{7}{165}$ σλ., καὶ $\frac{13}{13}$ λτ. θέλουν ἀξίζειν 13 φορὰς τόσον, δηλαδή, $\frac{91}{165}$ σλ. = τὴν τιμὴν 1 λτ. Ἐπειτα, $\frac{32}{43}$ τοῦ $\frac{91}{165}$ σλ. = $\frac{2912}{7095}$ σλ., τὴν ἀξίαν τοῦ $\frac{32}{43}$ μιᾶς λίτρας. $\frac{2912}{7095}$ σλ. = 4 σδ. $3\frac{4971}{7095}$ φρ., ὡς πρότερον. Ὁ τρόπος οὗτος καλεῖται λύσις τοῦ ζητήματος δι' ἀναλύσεως.

Ὁμοιοτρόπως ἂς λύσῃ ὁ μαθητὴς τὰς ἀκολουθοῦσας ἐρωτήσεις.

2. Ἐὰν 7 λτ. σάκχαρον τιμῶνται $\frac{3}{4}$ ἐνὸς ταλλάρου, πόσον τιμᾶται ἡ λίτρα; $\frac{1}{7}$ τοῦ $\frac{3}{4}$ = πόσον; Πόσον ἔρχονται αἱ 4 λτ.; $\frac{4}{7}$ τοῦ $\frac{3}{4}$ = πόσον; Πόσον αἱ 12 λίτραι; $\frac{12}{7}$ τοῦ $\frac{3}{4}$ = πόσον; Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. \$ $1\frac{1}{2}$.

3. Ἐὰν $6\frac{1}{2}$ πήχεις ὑφάσματος τιμῶνται 3 φ., πόσον τιμῶνται $9\frac{1}{4}$ πήχεις;

Ἀπ. 4 φ. 26 λπ. ×.

Σημείωσις. Τὸ σημεῖον τῆς προσθέσεως εἰς τὸ τέλος ἐννοεῖ ὅτι ὁ πολυπλασιασμὸς δίδει κατὰ πλεον, μικρότερον λεπτοῦ.

4. Ἐὰν $\frac{1}{3}$ λτ. παρὰ $\frac{1}{3}$ ἀξίζῃ 13 $\frac{1}{2}$ σδ., τί ἀξίζουν 14 λτ. παρὰ $\frac{1}{3}$ 2 λιτρῶν;

Ἀπ. 4 £. 9 σλ. 9 $\frac{3}{4}$ σδ.

5. Ἐὰν $\frac{3}{8}$ πχ. τιμῶνται $\frac{7}{8}$ φ., πόσον ἔρχονται 40 $\frac{1}{2}$ πχ.;

Ἀπ. 59 φ. 6 λπ. ×.

6. Ἐὰν $\frac{7}{16}$ ἐνὸς πλοίου ἀξιῶσι 251 φ., πόσον εἶναι τὰ $\frac{3}{32}$ τῆς ἀξίας του ;

Ἀπ. 53 φ. 78 λπ. ×.

7. Πρὸς 3 $\frac{5}{8}$ £. τὸ κνδ., τί θέλουν ἀξιῶν 9 $\frac{3}{8}$ λπ. ;

Ἀπ. 6 σλ. 3 $\frac{5}{8}$ σδ.

8. Ἐμπορὸς τις, ἐξουσιάζων $\frac{4}{5}$ ἐνὸς πλοιαρίου, ἐπώλησε $\frac{2}{3}$ τοῦ μεριδίου του διὰ 957 φ., τί ᾔξιζε τὸ πλοiάριον ;

Ἀπ. 1794 φ. 37 λπ. ×.

9. Ἐμπορὸς τις ἠγόρασεν ἀριθμὸν τινὰ κομματίων βελούτου, ἐκ τῶν ὁποίων καθὲν ἐπεριεῖχεν 129 $\frac{17}{27}$ πήχεις, πρὸς \$ 7 διὰ 5 πήχεις, ἔ, πωλήσας τα πρὸς \$ 11 διὰ 7 πήχεις, ἐκέρδησε \$ 200 ἀπὸ τὴν ληψοδοσίαν· πόσα κομμάτια ἦσαν ;

Πρῶτον εὔρε πόσα ἐπώλησε 5 πήχεις· ἔπειτα τί ἐκέρδησεν εἰς τοὺς 5 πήχεις — τί ἐκέρδησεν εἰς τὸν 1 πῆχυν. Ἐπειτα, ὅσας ἡ κερδηθεῖσα ἀπὸ 1 πῆχυν ποσότης περιέχεται εἰς \$ 200, τόσοι πήχεις πρέπει νὰ ἦσαν. Ἀφοῦ εὔρησ τὸν ἀριθμὸν τῶν πηχῶν, ἀνάγαγέ τας εἰς κομμάτια.

Ἀπ. 9 κομμάτια.

10. Ἐὰν ῥάβδος, 5 $\frac{3}{8}$ πδ. μακρὰ, ῥίπτῃ σκιὰν 6 ποδῶν, πόσον ὑψηλὸν εἶναι τὸ κωδωνοστάσιον, τοῦ ὁποίου ἡ σκιά εἶναι 153 ποδῶν ;

Ἀπ. 144 $\frac{1}{2}$ ποδῶν.

11. Ἐὰν 16 ἄνθρωποι τελειόνωσιν ἔργον τι εἰς 28 $\frac{1}{2}$ ἡμέρας, πόσον καιρὸν θέλουν χρειασθῆν 12 ἄνθρωποι νὰ κάμωσι τὸ αὐτὸ ἔργον ;

Πρῶτον εὔρε πόσον καιρὸν ἠθέλε χρειασθῆν 1 ἄνθρωπος νὰ τὸ κάμῃ· ἔπειτα 12 ἄνθρωποι θέλουν τὸ κάμειν εἰς $\frac{1}{12}$ τοῦ καιροῦ αὐτοῦ.

Ἀπ. 37 $\frac{1}{2}$ ἡμέρας.

12. Πόσα κομμάτια πραγματειῶν, πρὸς 20 $\frac{1}{2}$ σλ. τὸ ἐν, πρέπει νὰ δοθῶσι διὰ 240 κομμάτια, πρὸς 12 $\frac{1}{2}$ σλ. τὸ ἐν ;

Ἀπ. 149 $\frac{11}{12}$.

13. Ἐάν, ὅταν τὸ πλάτος ᾗναι $1\frac{1}{4}$ πχ., χρειάζεται μᾶκρος $20\frac{1}{2}$ πχ. δι' ἐν ἐπανωφόρεμα, πόσον μᾶκρος θέλει χρειάζεσθαι διὰ νὰ κάμωμεν τὸ αὐτὸ, ὅταν τὸ πλάτος ᾗναι $\frac{3}{4}$ πχ. ;

Ἀπ. $34\frac{1}{2}$ πχ.

14. Ἐάν 7 ἵπποι δαπανῶσι $2\frac{3}{4}$ τόνους ἀχύρων εἰς 6 ἐβδομάδας, πόσον θέλουν δαπανήσιν 12 ἵπποι εἰς 8 ἐβδομάδας ;

Ἄν ἤξεύραμεν πόσον ἐδαπάνᾳ 1 ἵππος εἰς 1 ἐβδομάδα, ἤθελεν εἶσθαι εὐκόλον νὰ εὕρωμεν πόσον 12 ἵπποι ἤθελαν δαπανήσιν εἰς 8 ἐβδομάδας.

$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ τόνοι. Ἄν 7 ἵπποι δαπανῶσιν $\frac{11}{4}$ τόνους εἰς 6 ἐβδομάδας, 1 ἵππος θέλει δαπανήσιν $\frac{1}{7}$ τοῦ $\frac{11}{4} = \frac{11}{28}$ ἐνὸς τόνου εἰς 6 ἐβδομάδας. ἔαν ὁ ἵππος δαπανᾷ $\frac{11}{28}$ τοῦ τόνου εἰς 6 ἐβδομάδας, θέλει δαπανήσιν $\frac{1}{6}$ τοῦ $\frac{11}{28} = \frac{11}{168}$ ἐνὸς τόνου εἰς 1 ἐβδομάδα. 12 ἵπποι θέλουν δαπανήσιν 12 φορές $\frac{11}{168} = \frac{132}{168}$ εἰς 1 ἐβδομάδα, ἔ εἰς 8 ἐβδομάδας θέλουν δαπανήσιν 8 φορές $\frac{132}{168} = \frac{132}{21} = 6\frac{2}{7}$ τόνους, Ἀπ.

15. Ἄνθρωπός τις ὁμοῦ μὲ τὴν οἰκογένειάν του, ἣτις ἐσύγκειτο ἀπὸ 5 ὑποκείμενα, ἔπινε $7\frac{1}{2}$ μέτρα κρασίου εἰς 1 ἐβδομάδα. πόσον θέλουν πίνειν εἰς $22\frac{1}{2}$ ἐβδομάδας, ὅταν 3 ἄλλα ὑποκείμενα προστεθῶσιν εἰς τὴν οἰκογένειαν ;

Ἀπ. $280\frac{1}{2}$ μέτρα.

16. Ἐάν 9 μαθηταὶ ἐξοδεύωσι $10\frac{1}{2}$ £. εἰς 18 ἡμέρας, πόσας θέλουν ἐξοδεύσειν 20 μαθηταὶ εἰς 30 ἡμέρας ; Ἀπ. 39 £. 18. σλ. $4\frac{20}{81}$ σδ.

ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ.

¶ 57. Ἰδᾶμεν, ὅτι ἀτομικὸν τι πρᾶγμα ἢ ἀριθμὸς δύναται νὰ διαιρεθῇ εἰς ὅποιονδήποτε

ἀριθμὸν ἴσων μερῶν, καὶ ὅτι τὰ μέρη ταῦτα λέγονται ἡμίση, τρίτα, τέταρτα, πέμπτα, ἕκτα, κτλ., κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν μερῶν, εἰς τὸν ὁποῖον τὸ πρᾶγμα ἢ ὁ ἀριθμὸς διαιρεθῇ· καὶ ὅτι ἕκαστον τῶν μερῶν τούτων δύναται πάλιν νὰ διαιρεθῇ εἰς ὅποιονδῆποτε ἄλλον ἀριθμὸν ἴσων μερῶν, καὶ οὕτω καθ'εξῆς. Τὰ τοιαῦτα ὀνομάζονται κοινὰ κλάσματα. Οἱ παρονομασταῖ των δὲν εἶναι μονοειδεῖς, ἀλλὰ διαφέρουν κατὰ τὰς διαφόρους διαιρέσεις τῆς μονάδος. Τοῦτο δὲ προσξενεῖ τὴν κορυφαίαν δυσκολίαν εἰς τὰς ἐπάνω αὐτῶν γινομένας ἐργασίας· διότι, ὅταν ἀριθμοὶ διαιρῶνται εἰς διάφορα εἶδη ἢ μέρη, δὲν ἐμποροῦν τόσον εὐκόλα νὰ συγκρίνονται. Πρὸς ἀποφυγὴν τῆς δυσκολίας ταύτης, ἐπενοήθησαν τὰ δεκαδικὰ κλάσματα, εἰς τὰ ὅποια ἀτομικὸν τι πρᾶγμα, ἢ ἀριθμὸς, ὑποτίθεται νὰ διαιρῇται πρῶτον εἰς δέκα ἴσα μέρη, τὰ ὅποια θέλουν εἶσθαι δέκατα· καὶ καθ'ὲν τῶν μερῶν τούτων νὰ μεταδιαιρῇται εἰς δέκα ἄλλα ἴσα μέρη, τὰ ὅποια θέλουν εἶσθαι ἑκατοστά· καὶ καθ'ὲν τῶν μερῶν τούτων νὰ διαιρῇται ἐπιπλέον εἰς δέκα ἄλλα ἴσα μέρη, τὰ ὅποια θέλουν εἶσθαι χιλιοστά· ἢ οὕτω καθ'εξῆς. Τοιαῦτα λέγονται κλάσματα δεκαδικὰ, ἐπειδὴ αὐξάνουν καὶ ὀλιγοστεύουν κατὰ δεκαπλάσιον ἀναλογίαν, ὥς οἱ ὀλόκληροι ἀριθμοί.

¶ 58. Κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον τοῦ διαιρεῖν μονάδα, φανερόν εἶναι, ὅτι ὁ παρονομαστής δεκαδικοῦ κλάσματος θέλει πάντοτε εἶσθαι 10, 100, 1000, ἢ 1 μ' ἀριθμὸν μηδενικῶν ἐπιφερομένων· ἀκολουθῶς, δὲν εἶναι χρεῖα νὰ ἐκφράζεται ὁ παρονομαστής δεκαδικοῦ κλάσματος, διότι ὁ ἀριθμητῆς μόνον, γραμμένος μὲ στιγμαὴν

ἐμπροσθέν του (·) ἥτις ὀνομάζεται ἡ διαστολή, ἀρχεῖ ἀφ' ἐαυτοῦ νὰ ἐκφράσῃ τὴν ἀληθινὴν ἀξίαν. Οὕτω,

$$\begin{array}{r} \frac{6}{10} \text{ γράφονται } '6. \\ \frac{27}{100} \text{ } '27. \\ \frac{685}{1000} \text{ } '685. \end{array}$$

Ὁ παρονομαστής δεκαδικοῦ κλάσματος, ἂν καὶ δὲν ἐκφράζεται, πάντοτε ὅμως ὑπονοεῖται, καὶ εἶναι 1 μὲ τόσα μηδενικά ἐπιφερόμενα, ὅσοι εἶναι οἱ εἰς τὸν ἀριθμητὴν τόποι. Οὕτω, '3765 εἶναι δεκαδικὸν συγκεῖμενον ἀπὸ τέσσαρας τόπους· ὅθεν, 1 μὲ τέσσαρα μηδενικά ἐπιφερόμενα (10000) εἶναι ὁ κύριός του παρονομαστής. Ὅποιονδήποτε δεκαδικὸν ἐμπορῶμεν νὰ ἐκφράσωμεν μὲ τὸ σχῆμα κοινοῦ κλάσματος, γράφοντες ὑποκάτω αὐτοῦ τὸν ἰδιὸν του παρονομαστήν. Οὕτω, '3765 ἐκφραζόμενον μὲ τὸ σχῆμα κοινοῦ κλάσματος, εἶναι $\frac{3765}{10000}$.

Ὅταν ὁλόκληροι ἀριθμοὶ ἢ δεκαδικὰ ἐκφράζωνται ὁμοῦ, εἰς τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὁ ἀριθμὸς λέγεται μικτός. Οὕτω, 25·63 εἶναι μικτὸς ἀριθμὸς· τὰ μὲν 25, ἢ ὅλα τὰ ψηφία τὰ ἐξ ἀριστερῶν τῆς δεκαδικῆς στιγμῆς, εἶναι ὁλόκληροι ἀριθμοί· '63 δὲ, ἢ ὅλα τὰ ψηφία τὰ ἐκ δεξιῶν τῆς δεκαδικῆς στιγμῆς, εἶναι δεκαδικά.

Τὰ ὀνόματα τῶν τόπων ἕως εἰς δεκακισεκατομμυριοστὰ, καὶ, γενικῶς, πῶς νὰ ἀναγινώσκωμεν ἢ νὰ γράφωμεν κλάσματα δεκαδικὰ, μᾶς δείχνει ὁ εἰς τὴν ἀκόλουθον σελίδα πίναξ.

στά νὰ κάμωσιν 1 ἑκατοστὸν, 10 ἑκατοστὰ νὰ κάμωσιν 1 δέκατον, καὶ 10 δέκατα νὰ κάμωσι 1 μονάδα, κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὡς χρειάζονται 10 μονάδες νὰ κάμωσι 1 δεκάδα, 10 δεκάδες νὰ κάμωσι 1 ἑκατοντάδα, κτλ. Ἀκολουθῶς, καὶ οἱ ὁλόκληροι ἀριθμοὶ καὶ τὰ δεκαδικὰ ἀρχίζουν ἀπὸ μονάδας· καὶ οἱ μὲν ὁλόκληροι ἀριθμοὶ αὐξάνου ν ἀδιακόπως κατὰ δεκαπλάσιον ἀναλογίαν ὅσον προβαίνουν εἰς τὰ ἀριστερά· τὰ δεκαδικὰ ὅμως ὀλιγοστεύου ν ἀδιακόπως κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν ὅσον προβαίνουν εἰς τὰ δεξιά. Ἀλλ' ἐπειδὴ τὰ δεκαδικὰ ὀλιγοστεύουν πρὸς τὰ δεξιά, ἐπεταὶ φυσικὰ, ὅτι αὐξάνουν πρὸς τὰ ἀριστερά, κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὡς ὁλόκληροι ἀριθμοί.

¶ 59. Ἐκάστου χαρακτηῆρος ἡ ἀξία διορίζεται ἀπὸ τὸν τόπον αὐτοῦ, καθόσον ὁ τόπος αὐτὸς ἀπέχει ἀπὸ τὰς μονάδας. Ἀκολουθῶς, μηδενικά, βαλμένα εἰς τὰ δεξιά τῶν δεκαδικῶν, δὲ ν ἀλλοιόνουν τὴν ἀξίαν των, ἐπειδὴ πᾶς σημαντικὸς χαρακτηῆρ ἐξακολουθεῖ νὰ κατέχη τὸν αὐτὸν τόπον ἀπὸ τὰς μονάδας. Οὕτω, '5, '50, '500 εἶναι ὅλοι τῆς αὐτῆς ἀξίας, ἕκαστος ἰσοδυναμῶν μὲ $\frac{5}{10}$, ἢ $\frac{1}{2}$.

Ἀλλὰ πᾶν μηδενικὸν, βαλμένον εἰς τὰ ἀριστερά δεκαδικῶν κλασμάτων, τὰ ὀλιγοστεύει δεκαπλασίως, ἀποκινῶν τοὺς σημαντικοὺς χαρακτηῆρας μακρύτερα ἀπὸ τὰς μονάδας, καὶ ἀκολουθῶς κάμνον ἕκαστον μέρος δεκάκις τόσον μικρόν. Οὕτω, '5, '05, '005, εἶναι διαφόρου ἀξίας· '5 ἰσοδυναμοῦν μὲ $\frac{5}{10}$, ἢ $\frac{1}{2}$ · '05 ἰσοδυναμοῦν μὲ $\frac{5}{100}$, ἢ $\frac{1}{20}$ · καὶ '005 ἰσοδυναμοῦν μὲ $\frac{5}{1000}$, ἢ $\frac{1}{200}$.

Δεκαδικὰ κλάσματα, ἔχοντα διαφόρους παρ-
ονομαστὰς, ἀνάγονται εὐκόλως εἰς κοινὸν παρ-
ονομαστήν, διὰ τῆς προσκολλήσεως μηδενικῶν
εἰς τὸ τέλος, ἕως νὰ ἔχωσι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν
τόπων. Οὕτω, '5, '06, '234 ἔμπορουν νὰ ἀ-
ναχθῶσιν εἰς '500, '060, '234, ἕκαστον ἐκ τῶν
ὁποίων ἔχει 1000 διὰ κοινὸν παρονομαστήν.

¶ 60. Τὰ δεκαδικὰ ἀναγινώσκωμεν κατὰ τὸν
αὐτὸν τρόπον ὡς ὁλοκλήρους ἀριθμοὺς, δίδοντες
τὸ ὄνομα τῆς μικροτάτης ὀνομασίας, ἢ τοῦ χα-
ρακτῆρος τῆς δεξιᾶς χειρὸς, εἰς τὸ ὅλον. Οὕ-
τω, '6853 (ἐπειδὴ ἡ μικροτάτη ὀνομασία, ἢ ὁ
χαρακτήρ τῆς δεξιᾶς χειρὸς, εἶναι μυριοστά)
ἀναγινώσκεται, 6853 μυριοστά.

Φανερόν εἶναι, ὅτι ὁποιοσδήποτε ἀριθμὸς ἔμ-
πορεῖ νὰ ἀναχθῇ εἰς δεκαδικὰ μέρη, ἡγουν, εἰς
δέκατα, ἑκατοστά, χιλιοστά, κτλ., διὰ τῆς προσ-
κολλήσεως μηδενικῶν εἰς τὸ τέλος. Οὕτω, 25
εἶναι 250 δέκατα, 2500 ἑκατοστά, 25000 χιλιο-
στά, κτλ. Ἀκολούθως, ὁποιονδήποτε μικτὸν
ἀριθμὸν δυνάμεθα νὰ ἀναγινώσκωμεν ὁμοῦ, δι-
δοντες εἰς αὐτὸν τὸ ὄνομα τῆς μικροτάτης ὀνομα-
σίας, ἢ τοῦ χαρακτῆρος τῆς δεξιᾶς χειρὸς. Οὕ-
τω, 25'63 ἔμπορεῖ νὰ ἀναγνωσθῇ, 2563 ἑκατο-
στά, καὶ τὸ ὅλον ἔμπορεῖ νὰ ἐκφρασθῇ με τὸ
σχῆμα κοινοῦ κλάσματος οὕτω, $\frac{2563}{100}$.

Τεσσαράκοντα ἕξ καὶ ἑπτὰ δέκατα = $46\frac{7}{10}$ = 46'7.

Γράψε τοὺς ἀκολουθούσους ἀριθμοὺς κατὰ τὸν
αὐτὸν τρόπον.

Δεκαοκτὼ καὶ τριάκοντα τέσσαρα ἑκατοστά.

Δεκαεννέα καὶ τετρακόσια ὀγδοήκοντα ἑπτὰ
χιλιοστά.

“Εν καὶ πέντε χιλιοστά.

135 καὶ 3784 μυριοστά.

320 καὶ 3 δέκατα, 4 ἑκατοστά, ἔ 2 χιλιοστά.

ΠΡΟΣΘΕΣΙΣ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ
ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

¶ 61. Ἐπειδὴ τῶν μερῶν ἡ ἀξία εἰς τὰ δεκαδικὰ κλάσματα ἀνῆλθει κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν ὡς μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες, κτλ., καὶ ἐμποροῦν νὰ ἀναγινώσκωνται ὁμοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ὡς ὀλοκληροὶ ἀριθμοὶ, διὰ τοῦτο, φανερὸν εἶναι ὅτι ὅλαι αἱ εἰς δεκαδικὰ κλάσματα ἐργασίαι ἐμποροῦν νὰ ἐκτελῶνται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὡς αἱ εἰς ὀλοκληροὺς ἀριθμοὺς. Ἡ μόνη δυσκολία εἶναι νὰ εὐρίσκωμεν, ποῦ πρέπει νὰ βάλλεται ἡ δεκαδικὴ στιγμὴ εἰς τὴν ἑκβασιν. Τοῦτο, εἰς τὴν πρόσθεσιν καὶ ἀφαιρέσιν, διορίζεται ἀπὸ τὸν αὐτὸν κανόνα· ὅθεν ἐμποροῦν νὰ παρουσιασθῶσιν ὁμοῦ.

1. Ἦγόρασέ τις ἄλευρον διὰ 8 φ., βούτυρον διὰ 3 φ. ἔ λπ. 50, σάκχαρον διὰ 83½ λπ., πιπέρι διὰ 6 λπ· πόσα ἐπλήρωσε δι' ὅλα ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

φ. 8' = 8000 χιλιοστά φοίνικος.

3'50 = 3500 χιλιοστά.

'835 = 835 χιλιοστά.

'06 = 60 χιλιοστά.

Ἀπ. 12'395 = 12395 χιλιοστά.

2. Ἀνθρωπὸς τις, χρεωστῶν 375 φ., ἐπλήρωσε 175'75 φ· πόσον ἐχρεώσται τότε ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Φ. 375' = 37500 λεπτά, ἡ ἑκατοστὰ φοίνικος.
 175'75 = 17575 λεπτά, ἡ ἑκατοστὰ φοίνικος,

Φ. 199'25 = 19925 λεπτά, ἡ ἑκατοστὰ.

Ἄν ἐξετάσῃ ὁ μαθητὴς τὰ δύο τοῦτα παραδείγματα, θέλει καταλάβειν ὅτι,—Εἰς τὴν πρόσθεσιν καὶ ἀφαιρέσιν τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων,—ἀκολουθοῦμεν τὸν ΚΑΝΟΝΑ τοῦτον· Γράψε τοὺς ἀριθμοὺς τὸν ἕνα ὑποκάτω τοῦ ἄλλου, δέκατα ὑπὸ δέκατα, ἑκατοστὰ ὑπὸ ἑκατοστὰ, κατὰ τὴν ἀξίαν τῶν τόπων των, καὶ ἀποχώρισε εἰς τὰς ἐκβάσεις τόσους τόπους διὰ δεκαδικὰ, ὅσοι ἐξισόνονται μὲ τὸν μεγαλήτερον ἀριθμὸν δεκαδικῶν τόπων εἰς ὁποιονδήποτε τῶν δομένων ἀριθμῶν.

3. Πόσα κοιλὰ εἶναι 13'25 κοιλὰ· 8'4 κοιλὰ· 23'051 κοιλὰ, 6 κοιλὰ, καὶ '75 τοῦ κοιλοῦ ;
 Ἀπ. 51'451 κοιλὰ.

4. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον τῶν 429, 21 ^{$\frac{37}{100}$} , 355 ^{$\frac{3}{1000}$} , 1 ^{$\frac{7}{100}$} καὶ 1 ^{$\frac{7}{10}$} ; Ἀπ. 808 ^{$\frac{143}{1000}$} , ἡ 808'143.

5. Ποῖον εἶναι τὸ κεφάλαιον 2 δεκάτων, 80 ἑκατοστῶν, 89 χιλιοστῶν, 6 χιλιοστῶν, 9 δεκάτων, καὶ 5 χιλιοστῶν ; Ἀπ. 2.

6. Ἀπὸ τριάκοντα πέντε χιλιάδας ἔπαρε τριάκοντα πέντε χιλιοστά. Ἀπ. 34999'965.

7. Ἀπὸ 480 ἔπαρε 245'0075.

Ἀπ. 234'9925.

8. Ἀπὸ 4 ^{$\frac{8}{100}$} ἔπαρε 2 ^{$\frac{1}{10}$} .

Ὑπόλοιπον, 1 ^{$\frac{98}{100}$} , ἡ 1'98.

ΠΟΛΥΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

¶ 62. 1. Πόσα ἄχυρα εἰς 7 φορτία, ἐκ τῶν ὁποίων ἕκαστον περιέχει 23,571 κνδ ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

$$\begin{array}{r} 23'571 \text{ κνδ.} \\ 7 \end{array} = \begin{array}{r} 23571 \text{ χιλιοστά τοῦ κνδ.} \\ 7 \end{array}$$

$$\text{Ἀπ. } 164'997 \text{ κνδ.} = 164997 \text{ χιλιοστά τοῦ κνδ.}$$

Ἐμποροῦμεν ἐδῶ (¶ 60) νὰ θεωρῶμεν τὸν πολυπλασιαστέον ὡς τόσα χιλιοστά τῆς κνδ., ἃ τότε φανερόν ὅτι τὸ παραγόμενον θέλει εἶσθαι χιλιοστά, καὶ θέλει ἀναχθῆναι εἰς μικτὸν ἢ ὀλόκληρον ἀριθμὸν, ἂν ἀποχωρίσωμεν 3 ψηφία, ἥγουν, τόσα ὅσα εὐρίσκονται εἰς τὸν πολυπλασιαστέον· καὶ ἐπειδὴ εἴτε ὁ ἕνας εἴτε ὁ ἄλλος παράγων δύναται νὰ γένη ὁ πολυπλασιαστής, διὰ τοῦτο, ἂν ἦσαν τὰ δεκαδικὰ εἰς τὸν πολυπλασιαστήν, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς τόπων ἔπρεπε ν' ἀποχωρισθῇ διὰ δεκαδικὰ. Ἐκ τούτου ἀκολουθεῖ, ὅτι πρέπει πάντοτε ν' ἀποχωρίζωμεν εἰς τὸ παραγόμενον τόσους τόπους διὰ δεκαδικὰ, ὅσοι εἶναι οἱ καὶ εἰς τοὺς δύο παράγοντας δεκαδικοὶ τόποι.

2. Πολυπλασίασε '75 μὲ '25.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

$$\begin{array}{r} '75 \\ '25 \\ \hline 375 \\ 150 \\ \hline \end{array}$$

'1875 Παραγόμενον.

Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο, ἔχομεν 4 δεκαδικοὺς τόπους ἃ εἰς τοὺς δύο παράγοντας· ἀνάγκη λοιπὸν ν' ἀποχωρίσωμεν 4 τόπους διὰ δεκα-

δικὰ εἰς τὸ παραγόμενον. Τὸ αἷτιον δὲ τοῦ ἀποχωρίζειν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον ἐμπορεῖ νὰ φανῇ ἐτι καθαρώτερα, ἂν θεωρήσωμεν τοὺς δύο παράγοντας ὡς κοινὰ κλάσματα. Οὕτω, '75 εἶ-

ναι $\frac{75}{100}$, καὶ '25 εἶναι $\frac{25}{100}$ · ἔπειτα, $\frac{75}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{1875}{10000} =$
'1875, Ἀπ. ἡ αὐτὴ ὡς πρότερον.

3. Πολυπλασίασε '125 μὲ '03.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

'125

'03

Ἐδῶ, ἐπειδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν
σημαντικῶν χαρακτήρων, τῶν
εἰς τὸ παραγόμενον, δὲν ἐξισό-
νεται μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν δεκα-

'00375 Παρ. δικῶν τῶν εἰς τοὺς παράγοντας,
χρεία νὰ ἀναπληρώσωμεν τὴν ἔλλειψιν, προτάσ-
σοντες μηδενικά, ἡγουν, βάλλοντες αὐτὰ ἐξ ἀρι-
στερῶν. Τοῦ κανόνος ἡ ὀρθότης ἐμπορεῖ νὰ
φανῇ οὕτω· '125 εἶναι $\frac{125}{1000}$, καὶ ὁ '03 εἶναι $\frac{3}{100}$ ·
ἔπειτα, $\frac{125}{1000} \times \frac{3}{100} = \frac{375}{100000} =$ '00375, τὸ αὐτὸ ὡς
πρότερον.

Ἀρκοῦν τὰ παραδείγματα τοῦτα νὰ στερεώ-
σωσι τὸν ἀκόλουθον

KANONA.

Εἰς τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων τὴν πολυπλα-
σίᾳσιν, πολυπλασίασε ὡς εἰς ὀλοκλήρους ἀριθ-
μοὺς, καὶ ἀπὸ τὸ παραγόμενον ἀποχώρισε τό-
σους χαρακτῆρας διὰ δεκαδικὰ, ὅσοι εἶναι οἱ
εἰς τὸν πολυπλασιαστέον καὶ εἰς τὸν πολυπλα-
σιαστήν δεκαδικοὶ τόποι ὁμοῦ ἀριθμοῦμενοι·
καὶ, ἂν δὲν ἦναι τόσοι χαρακτῆρες εἰς τὸ παρα-
γόμενον, ἀναπλήρωσε τὴν ἔλλειψιν, προτάσσων
μηδενικά.

4. Πρὸς 5'47 φ. τὸν πῆχυν, τί πρέπει νὰ
πληρώσω διὰ 8'3 πήχεις ; φ. 45'401.

5. Πολυπλασίασε πέντε ἑκατοστὰ μὲ ἐπτὰ
χιλιοστὰ. Παραγ. '00035.

6. Τί εἶναι '3 τοῦ 116 ; Ἀπ. 34'8.

7. Τί εἶναι '37 τοῦ '0563 ; Ἀπ. '020831,
15*

8. Πολυπλασίασε 572 με '58.

Παραγ. 331'76.

9. Πολυπλασίασε τεσσαράκοντα ἐπτά δέκατα με χίλια ὀγδοήκοντα ἐξ ἑκατοστὰ.

10. Ἐὰν ἀνθρώπου τινὸς ὁ μισθὸς ἦναι ἐβδομήκοντα πέντε ἑκατοστὰ τοῦ φοίνικος πᾶσαν ἡμέραν, πόσα θέλει κερδήσειν εἰς 4 εβδομάδας, τῶν Κυριακῶν ἐξαιρουμένων;

ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

¶ 63. Ὁ πολυπλασιασμὸς δοκιμάζεται μετὰ τὴν διαίρεσιν. Ἰδामεν, εἰς τὸν πολυπλασιασμὸν, ὅτι οἱ δεκαδικοὶ τόποι εἰς τὸ παραγόμενον πρέπει πάντοτε νὰ ἦναι ἴσοι μετὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν δεκαδικῶν τόπων εἰς τὸν πολυπλασιαστέον καὶ πολυπλασιαστήν, ὁμοῦ ἀριθμημένων. Ὁ πολυπλασιαστέος δὲ καὶ πολυπλασιαστής, ὅταν δοκιμάζεται ὁ πολυπλασιασμὸς, γίνονται ὁ διαιρέτης καὶ τὸ πηλίκον εἰς τὴν διαίρεσιν. Ὅθεν ἔπεται, ὅτι, εἰς τὴν διαίρεσιν, ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰς τὸν διαιρέτην καὶ τὸ πηλίκον δεκαδικῶν τόπων, ὁμοῦ ἀριθμημένων, πρέπει πάντοτε νὰ ἐξισώνεται μετὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰς τὸν διαιρετέον δεκαδικῶν τόπων. Τοῦτο θέλει φανῆν ἐπιπλέον ἀπὸ τὰ ἐξῆς παραδείγματα καὶ τοὺς ἐξῆς σαφηνισμοὺς.

1. Ἐὰν 6 σάκκοι κριθαρίου ἀξίζωσι 44'718 φ., πόσον ἔρχεται ὁ σάκκος;

Ἄν σηκώσωμεν τὴν δεκαδικὴν στιγμὴν, 44'718 = 44718 χιλιοστὰ, τὰ ὅποια, διαιρούμενα μετὰ 6, δίδουν πηλίκον 7453 χιλιοστὰ = 7'453 φ., ἢ Ἀπόκρισις.

Ἡ, φυλάττοντες τὴν δεκαδικὴν στιγμὴν, διαιροῦμεν ὥς εἰς ὀλοκλήρους ἀριθμοὺς.

ΕΡΓΑΣΙΑ
6)44·718

Απ. 7·453

Ἐπειδὴ τὰ εἰς τὸν διαιρέτην ἢ τὸ πηλίκον δεκαδικὰ μέρη ὁμοῦ ἀριθμοῦμενα, πρέπει νὰ ἐξισώνωνται μετὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰς τὸν διαιρετέον δεκαδικῶν τόπων, καθότι δὲν εἶναι δεκαδικὰ εἰς τὸν διαιρέτην, — διὰ τοῦτο ἀποχώρισε τρεῖς χαρακτῆρας διὰ δεκαδικὰ εἰς τὸ πηλίκον, ἴσα μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰς τὸν διαιρετέον δεκαδικῶν, τὸ ὅποιον μᾶς φέρει εἰς τὴν αὐτὴν ἔκβασιν ὡς πρότερον.

2. Πρὸς Φ. 4·75 τὸ μέτρον τοῦ κρασίς, πόσα μέτρα ἐμποροῦν ν' ἀγορασθῶσι διὰ 31 Φ. ;

Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο, εἶναι δεκαδικὰ εἰς τὸν διαιρέτην, καὶ κἀνὲν εἰς τὸν διαιρετέον. 4·75 Φ. = 475 λεπτά, καὶ 31 Φ. = 3100 λεπτά· ἡγουν, ἀνάγαγε τὸν διαιρετέον εἰς μέρη τῆς αὐτῆς ὀνομασίας μὲ τὸν διαιρέτην. Ἐπειτα, σαφὲς εἶναι ὅτι, ὅσάκις 475 λεπτά περιέχονται εἰς 3100 λεπτά, τόσα μέτρα δύνανται ν' ἀγορασθῶσι.

475)3100(^{6²⁵⁰}/₄₇₅ μέτρα, ἢ Ἀπόκρισις· ἡγουν, 6
2850 μέτρα καὶ ²⁵⁰/₄₇₅ ἐνὸς ἄλλου μέτρο.

— Ἀλλ' ἀντὶ νὰ ἐκφράσωμεν
250 τὸ ὑπόλοιπον, 250, μὲ τὸ σχῆμα
κοινοῦ κλάσματος, δυνά-

μεθα νὰ τὸ ἀνάξωμεν εἰς 10ατα, βάλλοντες εἰς τὸ τέλος μηδενικὸν, ἡγουν, κατ' ἀλήθειαν, πολυπλασιάζοντες αὐτὸ μὲ 10· ἔπειτα ἐξακολουθοῦμεν τὴν διαίρεσιν, βάλλοντες τὴν δεκαδικὴν στιγμὴν ὀπίσω τοῦ 6, ἢ τῶν ὁποίων ἤδη εὐρήκαμεν ἀκεραίων, διὰ νὰ τὸν διακρίνωμεν ἀπὸ τὰ μέλλοντα ν' ἀκολουθήσωσι δεκαδικὰ. Ἀπὸ τὸν διαιρέτην καὶ διαιρετέον εἶναι ἀδιάφορον ἂν ἐκβληθῶσιν αἱ στιγμαὶ ἢ ὄχι.

ΕΡΓΑΣΙΑ.

4'75)31'00(6'526 + μέτρα, ἢ Ἀπόκρισις· ἡ-
 2850 γουν, 6 μέτρα καὶ 526
 — χιλιοστὰ ἐνὸς ἄλλου μέ-
 2500 τρου.

2375 Βάλλοντες μηδενικὸν
 — εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου
 1250 ὑπολοίπου, καὶ οὕτω ἀ-
 950 νάγοντες αὐτὸ εἰς 10ατα,
 — ἔπειτα ἐξακολουθοῦντες
 3000 τὴν διαίρεσιν, εὐρίσκομεν
 2850 ἀπ' αὐτὸ '5, καὶ ἄλλο
 — ἔτι ὑπόλοιπον, 125, τὸ
 150 ὁποῖον, λαμβάνον εἰς τὸ
 τέλος ἄλλο μηδενικὸν, ἀ-

νάγεται εἰς 100στὰ, καὶ οὕτω καθ'εξῆς.

Τὸ τελευταῖον ὑπόλοιπον, 150, εἶναι $\frac{150}{47\frac{1}{2}}$ ἐνὸς
 χιλιοστημορίου ἐνὸς μέτρου, τοῦ ὁποῖου τόσον
 εἶναι οὐτιδανὴ ἢ ἀξία, ὥστε νὰ μὴ πρέπη κάμ-
 μία εἰς αὐτὸ προσοχή.

Ἄν ἀριθμήσωμεν τώρα τὰ εἰς τὸν διαιρετέον
 δεκαδικὰ, (διότι ἕκαστον μηδενικὸν βαλθὲν εἰς
 τὸ ὑπόλοιπον, φανερόν ὅτι πρέπει νὰ λογαρια-
 σθῇ δεκαδικὸν τοῦ διαιρετέου,) θέλομεν τὰ εὐ-
 ρεῖν πέντε, τὸ ὁποῖον ἀνταποκρίνεται μὲ τὸν
 ἀριθμὸν ὅλων ὁμοῦ τῶν δεκαδικῶν τόπων, τῶν
 εἰς τὸν διαιρέτην καὶ τὸ πηλίκον.

3. Ὑπὸ **Τ 62**, παράδ. 3, ἀπαιτήθη νὰ πο-
 λυπλασιάσωμεν '125 μὲ '03· τὸ παραγόμενον
 ἦτο '00375. Λαμβάνοντες τὸ παράδειγμα τῆ-
 το ὡς διαιρετέον, ἄς διαιρέσωμεν '00375 μὲ
 '125. Ἡ μία ἐργασία θέλει ἀποδείξῃ τὴν ἄλ-
 λην. Ἐξεύροντες ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰς τὸ πη-
 λίκον καὶ τὸν διαιρέτην δεκαδικῶν τόπων, ὁμοῦ

ἀριθμημένων, θέλει εἶσθαι ἴσος μὲ τοὺς εἰς τὸν διαιρετέον δεκαδικοὺς τόπους, ἐμποροῦμεν νὰ διαιρέσωμεν, ὡς εἰς ὁλοκλήρους ἀριθμοὺς, προσέχοντες νὰ φυλάττωμεν τὰς δεκαδικὰς στιγμας εἰς τοὺς ἰδίους αὐτῶν τόπους. Οὕτω,

ΕΡΓΑΣΙΑ.

$$\begin{array}{r} (125) \cdot 00375 (03 \\ 375 \\ \hline 000 \end{array}$$

Ὁ διαιρέτης, 125, εἰς 375 ὑπάγει 3 φορές, καὶ δὲν περισσεύει τίποτε. Ἐχομεν μόνον νὰ βάλωμεν τὴν δεκαδικὴν στιγμὴν εἰς τὸ πηλίκον, καὶ τὸ ἔργον εἶναι τε-

λειωμένον. Εἰς τὸν διαιρετέον εἶναι πέντε δεκαδικοὶ τόποι· ἀκολούθως, πρέπει νὰ ᾔηται πέντε εἰς τὸν διαιρέτην καὶ τὸ πηλίκον ὁμοῦ ἀριθμημένοι· ἐπειδὴ δὲ εἶναι τρεῖς εἰς τὸν διαιρέτην, πρέπει νὰ ᾔηται δύο εἰς τὸ πηλίκον· ἀλλὰ τὸ πηλίκον δὲν ἔχει παρὰ ἓνα χαρακτῆρα, — ἔλλειψις, τὴν ὁποίαν ἀναπληροῦμεν προτάσσοντες μηδενικόν.

Ἡ ἐργασία διὰ κοινῶν κλασμάτων θέλει μᾶς φέρειν εἰς τὴν αὐτὴν ἔκβασιν. Οὕτω, $(125 \text{ εἶναι } \frac{125}{1000}, \text{ καὶ } 00375 \text{ εἶναι } \frac{375}{100000} \cdot \text{ ἔπειτα, } \frac{375}{100000} \div \frac{125}{1000} = \frac{375000}{12500000} = \frac{3}{100} = 03, \text{ τὸ αὐτὸ ὡς πρότερον.}$

¶ 64. Τὰ προηγέμενα παραδείγματα καὶ παρατηρήσεις ἀρκοῦν νὰ στερεώσωσι τὸν ἀκόλουθον

ΚΑΝΟΝΑ.

Εἰς τὴν διαίρεσιν δεκαδικῶν κλασμάτων, διαίρεσε ὡς εἰς ὁλοκλήρους ἀριθμοὺς, καὶ ἀπὸ τὰ δεξιά τῆς πηλίκου ἀποχώρισε τόσους χαρακτῆρας διὰ δεκαδικὰ, ὅσους οἱ εἰς τὸν διαιρετέον δεκαδικοὶ χαρακτῆρες ὑπερβαίνουν τοὺς εἰς τὸν διαιρέτην, καὶ, ἂν δὲν ᾔηται τόσοι χαρακτῆρες εἰς τὸ πηλί-

κον, ἀναπλήρωσε τὴν ἔλλειψιν προτάσων μηδενικά.

Ἐὰν κάμυϊαν φορὰν ἦναι ὑπόλοιπον, ἢ ἂν οἱ εἰς τὸν διαιρετὴν δεκαδικοὶ χαρακτῆρες ὑπερβαίνωσι τοὺς εἰς τὸν διαιρετέον εὐρισκομένους, μηδενικά δύνανται νὰ προσκολληθῶσιν εἰς τὸ τέλος τοῦ διαιρετέου ἢ τοῦ ὑπολοίπου, καὶ τὸ πηλίκον οὕτω νὰ φερθῇ εἰς ὅποιονδήποτε ἀναγκαῖον βαθμὸν ἀκριβείας· ἀλλὰ τὰ προσκολλώμενα μηδενικά πρέπει νὰ λογαριάζωνται τόσα δεκαδικὰ τοῦ διαιρετέου.

4. Ἐὰν 472'875 φ. διαιρεθῶσιν ἐξίσου εἰς 13 ἀνθρώπους, πόσον θέλει λάβειν καθεὶς;

Ἀπ. 36'275 φ.

5. Διαιρέσε 2 μὲ 53'1. Πηλ. '037 +

6. Διαιρέσε '012 μὲ '005. Πηλ. 2'4.

7. Διαιρέσε τρία χιλιοστὰ μὲ τέσσαρα ἑκατοστὰ. Πηλ. '075.

8. Ποσάκις περιέχεται '17 εἰς 8;

ΑΝΑΓΩΓΗ ΚΟΙΝΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΕΙΣ
ΔΕΚΑΔΙΚΑ.

¶ 65. 1. Ἀνάγαγε $\frac{1}{2}$ εἰς δεκαδικὸν κλάσμα.

Ὅσάκις ὁ παρονομαστής κλάσματος περιέχεται εἰς τὸν ἀριθμητὴν, τόσοι ὁλόκληροι περιέχονται εἰς τὸ κλάσμα. Εἰς τὸ $\frac{1}{2}$ δὲν ἐμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν ὁλοκλήρους, ἐπειδὴ ὁ παρονομαστής δὲν περιέχεται εἰς τὸν ἀριθμητὴν. Δυνάμεθα ὁμως νὰ ἀνάξωμεν τὸν ἀριθμητὴν εἰς δέκατα, (¶ 63, παρὰδ. 2,) προσκολλῶντες εἰς τὸ τέλος αὐτοῦ μηδενικόν, (ἤγουν, κατ' ἀλήθειαν, πολυπλασιάζοντές τον μὲ 10,) κάμνοντες 40 δέκατα, ἢ 4'0. Ἐπειτα, ὁσάκις ὁ παρονομαστής, 5, περιέχεται

εἰς 40, τόσα δέκατα περιέχονται εἰς τὸ κλάσμα·
5 εἰς 40 ὑπάγει 8 φορές, χωρὶς κανέν ὑπόλοι-
πον. Ἀπ. 8.

2. Ἐκφρασε $\frac{3}{4}$ τοῦ φοίνικος μὲ δεκαδικὰ μέρη.
Ὁ ἀριθμητὴς, 3, φερμένος εἰς δέκατα, εἶναι
 $\frac{30}{10}$, 30, τὸ ὁποῖον, διαιρούμενον μὲ τὸν παρονο-
μαστήν, 4, δίδει πηλίκον 7 δέκατα, καὶ ὑπόλοι-
πον 2. Τὸ ὑπόλοιπον πρέπει τώρα νὰ ἀνάξω-
μεν εἰς ἑκατοστὰ, βάλλοντες εἰς τὸ τέλος αὐτοῦ
ἄλλο μηδενικόν, κάμνοντες 20 ἑκατοστὰ. Ἐπει-
τα, ὅσakis ὁ παρονομαστής, 4, περιέχεται εἰς
20, τόσα ἑκατοστὰ δύνανται νὰ εὐρεθῶσι. 4 εἰς
20 ὑπάγει 5 φορές, χωρὶς ὑπόλοιπον· ὅθεν, $\frac{3}{4}$
τοῦ φοίνικος, ἀναγόμενα εἰς δεκαδικὰ, εἶναι 7
δέκατα καὶ 5 ἑκατοστὰ, ἥγυν, 75 τοῦ φοίνικος.

Τὴν ἐργασίαν δυνάμεθα νὰ παρουσιάσωμεν
οὕτω·—

Ἀριθ.

Παρον. 4)30(75 τοῦ φοίνικος, ἢ Ἀπόκρισις.

28

—
20

20

3. Ἀνάγαγε $\frac{4}{100}$ εἰς δεκαδικὸν κλάσμα.

Ἀναγκαῖον εἶναι, προτοῦ ἢ διαίρεσις ἀρχίσῃ,
νὰ ἀνάξωμεν τὸν ἀριθμητὴν εἰς ἑκατοστὰ, βάλ-
λοντες δύο μηδενικά ὀπίσω του.

66)400(0606 +, ἢ Ἀπόκρισις.

396

Ἐπειδὴ δὲν ἐμποροῦν νὰ ᾔναι
δέκατα, μηδενικὸν πρέπει νὰ
βαλθῇ εἰς τὸ πηλίκον, εἰς τὸν
τόπον τοῦ δεκάτου.

—
400

396

—
4

Σ η μ ε ί ω σ ι ς. $\frac{1}{10}$ δὲν ἐμποροῦν νὰ ἀναχθῶσιν ἀκριβῶς· διότι, ὅσον μακρὰν ἐξακολουθήσωμεν τὴν διαίρεσιν, θέλει ἔτι εἶσθαι ὑπόλοιπον. Σπανίως χρειάζεται νὰ ἐκτείνωμεν τὸ δεκαδικὸν εἰς πλειότερους παρὰ τρεῖς ἢ τέσσαρας τόπους.

Ἀπὸ τὰ προηγουμένα παραδείγματα δυνάμεθα νὰ συνάξωμεν τὸν ἐπόμενον γενικὸν ΚΑΝΟΝΑ.— Διὰ νὰ ἀνάξῃς κοινὸν εἰς δεκαδικὸν κλάσμα, — Βάλε ὀπίσω τοῦ ἀριθμοῦ ἐν ἣ πλειότερα μηδενικά, ὅσα εἶναι ἀναγκαῖα, καὶ διαίρεσέ τον μὲ τὸν παρονομαστήν. Ἐὰν τότε ᾖναι ὑπόλοιπον, βάλε καὶ ἄλλο μηδενικόν, καὶ διαίρεσε ὡς πρότερον, καὶ οὕτω ἐξακολουθεῖ νὰ κάμνῃς, ἕωσοῦ ἐξακολουθεῖ νὰ ᾖναι ὑπόλοιπον, ἢ ἕωσοῦ νὰ ἀναχθῇ τὸ κλάσμα εἰς ὅποιονδήποτε ἀναγκαῖον βαθμὸν ἀκριβείας. Τὸ πηλίκον δὲ θέλ' εἶσθαι τὸ ζητούμενον δεκαδικόν, τὸ ὅποιον πρέπει νὰ σύγκειται ἀπὸ τόσας δεκαδικοὺς τόπους, ὅσα εἶναι τὰ εἰς τὸ τέλος τοῦ ἀριθμοῦ βαλθέντα μηδενικά· καὶ, ἂν δὲν ᾖναι τόσοι χαρακτιῆρες εἰς τὸ πηλίκον, χρειά νὰ ἀναπληρόνῃς τὴν ἔλλειψιν προτάσων μηδενικά.

4. Ἀνάγαγε $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{12}{480}$, καὶ $\frac{1}{1125}$ εἰς δεκαδικά.

Ἀπ. 5. 25. 00797 +.

5. Ἀνάγαγε $\frac{27}{35}$, $\frac{3}{1000}$, $\frac{5}{1785}$, καὶ $\frac{11}{60008}$ εἰς δεκαδικά.

Ἀπ. 692 +. 003. 0028 +. 000183 +.

6. Ἀνάγαγε $\frac{478}{962}$, $\frac{10}{367}$, $\frac{16}{8000}$ εἰς δεκαδικά.

7. Ἀνάγαγε $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{55}$, $\frac{8}{555}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{1}{509}$ εἰς δεκαδικά.

8. Ἀνάγαγε $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{1}{25}$, $\frac{3}{75}$ εἰς δεκαδικά.

ΑΝΑΓΩΓΗ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ.

¶ 66. Ἰδαμεν (¶ 54,) ὅτι τὰ κλάσματα, ὡς οἱ ἀκέραιοι, ἀνάγονται ἀπὸ χαμηλᾶς εἰς ὑψηλοτέρας ὀνομασίας διὰ τῆς διαιρέσεως, καὶ ἀπὸ ὑψηλᾶς εἰς χαμηλοτέρας διὰ τοῦ πολυπλασιασμοῦ.

Ἀναγωγὴ συν-
θέτου ἀριθμοῦ
εἰς δεκαδικὸν
τῆς ὑψηλοτάτης
ὀνομασίας.

1. Ἀνάγαγε 7 σλ. 6 σδ. εἰς τὸ δεκαδικὸν στηρίνης.

6 σδ., ἀναγόμενα εἰς τὸ δεκαδικὸν σιλλινίου, ἡγουν, διαιρούμενα μὲ 12, εἶναι 5 σλ., τὸ ὁποῖον, βαλλόμενον εἰς τὸ τέλος τοῦ 7 σλ., κάμνον 7 1/2 σλ., καὶ διαιρούμενον μὲ 20, εἶναι 375 £., ἢ Ἀπόκ.

Τὸν τρόπον δυνάμεθα νὰ παρουσιάσωμεν εἰς σχῆμα κανόνας, οὕτω. — Διαίρεσε τὴν κατωτάτην ἀπὸ τὰς δομένας ὀνομασίας, βάλλων εἰς τὸ τέλος αὐτῆς ἐν ἣ πλειότερα μηδενικά, ὅσα χρειάζονται, μὲ τὸν ἀριθμὸν ἐκεῖνον

Ἀναγωγὴ τοῦ
δεκαδικοῦ ἀνω-
τέρας ὀνομασί-
ας εἰς ἀκεραίους
κατωτέρων ὀνο-
μασιῶν.

2. Ἀνάγαγε 375 £. εἰς ἀκεραίους κατωτέρων ὀνομασιῶν.

375 £. ἀναγόμενα εἰς σιλλίνια, ἡγουν, πολυπλασιαζόμενα μὲ 20, εἶναι 7 1/2 σλ. ἔπειτα, τὸ κλασματικὸν μέρος, 1/2 σλ., ἀναγόμενον εἰς σόλδια, ἡγουν, πολυπλασιαζόμενον μὲ 12, εἶναι 6 σδ.

Ἀπ. 7 σλ. 6 σδ.

Δηλαδή, — Πολυπλασίασε τὸ δομένον δεκαδικὸν μὲ τὸν ἀριθμὸν ἐκεῖνον τῆς ἐξῆς κατωτέρας ὀνομασίας, ὅστις κάμνει ἐν τῆς ἀνωτέρας ταύτης, καὶ ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ παραγομένου ἀποχώρισε

αὐτῆς τῆς ἰδίας, ὅστις κάμνει ἔΝ τῆς ἐξῆς ἀνωτέρας ὀνομασίας, ἔβαλε τὸ πηλίκον, ὡς δεκαδικόν, εἰς τὸ τέλος τῆς ἀνωτέρας ἐκείνης ὀνομασίας· οὕτω ἐξακολουθεῖ νὰ κάμνης, ἕως νὰ ἀναχθῇ εἰς τὸ ζητούμενον δεκαδικόν.

3. Ἀνάγαγε 4 κνδ. 2₃ τρ. εἰς τὸ δεκαδικόν τόνου.

Σημείωσις. 2₃ = 2'6.

5. Ἀνάγαγε 17 ὤ. 6 λπ. 43 δεύ. εἰς τὸ δεκαδικόν ἡμέρας.

7. Ἀνάγαγε 21 σλ. 10 $\frac{1}{2}$ σδ. εἰς τὸ δεκαδικόν τῆς γινέας.

9. Ἀνάγαγε 3 κνδ. 0 τρ. 7 λπ. 8 ὀγ. εἰς τὸ δεκαδικόν τόνου.

τόσα ψηφία, διὰ δεκαδικὰ, ὅσα εἶναι τὰ εἰς τὸ δομένον δεκαδικόν ψηφία, καὶ οὕτω ἐξακολουθεῖ νὰ κάμνης εἰς ὅλας τὰς ὀνομασίας· οἱ διάφοροι δ' ἀριθμοὶ εἰς τὰ ἀριστερὰ τῶν δεκαδικῶν στιγμῶν, θέλουν εἶσθαι ἡ ἀξία τοῦ κλάσματος εἰς τὰς κυρίας ὀνομασίας.

4. Ποία εἶναι ἡ ἀξία '2325 ἐνὸς τόνου;

6. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ '713 μιᾶς ἡμέρας;

8. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τῆς '78125 μιᾶς γινέας;

10. Ποία εἶναι ἡ ἀξία τοῦ '15334821 ἐνὸς τόνου;

Τ Ο Κ Ο Σ .

¶ 67. Τόκος λέγεται τὸ πληρονόμενον ἀπὸ χρεωφειλέτην εἰς δανειστήν διὰ τὴν μεταχείρισιν ἀργυρίου. Λογαριάζεται πρὸς τόσα τάλ-λαρα τὸν χρόνον διὰ τὴν μεταχείρισιν πάσης

ἐκατοστῆς ταλλάρων, ἢ πρὸς τόσας στηρλίνας τὸν χρόνον διὰ τὴν μεταχείρισιν πάσης ἐκατοστῆς στηρλίνων, κτλ., καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν διὰ μεγαλητέραν ἢ μικροτέραν ποσότητα, ἢ διὰ μακρότερον ἢ βραχύτερον καιροῦ διάστημα.

Ὁ οὕτω πληρονόμενος, ἕκαστον ἔτος, ἀριθμὸς ταλλάρων διὰ τὴν μεταχείρισιν πάσης ἐκατοστῆς ταλλάρων, λέγεται ἡ τιμὴ τῶν ἐκατὸν, ἢ τὸ διὰ τὰ ἑκατὸν ποσό.

Εἰς τὴν Ἀγγλίαν ὁ νόμος δὲν συγχωρεῖ ὑπὲρ τὰ 5 τὰ ἑκατὸν· εἰς τὸ Νεοβόρακον τῆς Ἀμερικῆς συγχωροῦνται 7· καὶ εἰς τὴν Νέαν Ἀγγλίαν, 6. Ταύτης τὸν νόμιμον τόκον, ἡγοῦν 6, θέλομεν πάντοτε ἐννοεῖν εἰς τὸ παρὸν βιβλίον, ὅταν δὲν μνημονεύωμεν ἄλλον.

Ἀς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ δανεισθεῖσα ἢ ἡ χρηστονυμένη ποσότης, εἶναι 1 ₣.

Τὸ 100ον μέρος τοῦ 1 ₣., ἢ $\frac{1}{100}$ τοῦ φοίνικος, εἶναι 1 λεπτόν, καὶ $\frac{1}{100}$ τοῦ φοίνικος, ὁ νόμιμος τόκος, εἶναι 6 λεπτά, τὰ ὅποια, ὡς δεκαδικὸν κλάσμα γραμμένα, ἐκφράζονται οὕτω, - '06.

Οὕτω καὶ περὶ ὁποιασδήποτε ἄλλης τιμῆς τῶν ἐκατὸν.

1 τὰ ἑκατὸν, ἐκφραζόμενον ὡς κοινὸν κλάσμα, εἶναι $\frac{1}{100}$ δεκαδικῶς, - - - - '01.

$\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατὸν, εἶναι ἡμισὺ τοῦ 1 τὰ ἑκατὸν, ἡγοῦν, - - - - '005.

$\frac{1}{4}$ τὰ ἑκατὸν, εἶναι ἓν τέταρτον τοῦ 1 τὰ ἑκατὸν, ἡγοῦν, - - - - '0025.

$\frac{3}{4}$ τὰ ἑκατὸν εἶναι 3 φορές $\frac{1}{4}$ τὰ ἑκατὸν, ἡγοῦν, - - - - '0075.

Σημείωσις. Ἡ τιμὴ τῶν ἐκατὸν εἶναι δεκαδικὸν φθάνον ἕως εἰς δύο τοποῦς,

ἡγουν, ἕως εἰς ἑκατοστά· ὅλαι αἱ δεκαδικαὶ φράσεις, αἱ ἑκατοστῶν κατώτεραι, εἶναι μέρος τοῦ 1 τὰ ἑκατόν· $\frac{5}{8}$ τὰ ἑκατόν, παραδείγμα-
τος χάριν, εἶναι '625 τοῦ 1 τὰ ἑκατόν, ἡγουν,
'00625.

Γράψε $2\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν ὡς δεκαδικὸν κλάσμα.

2 τὰ ἑκατόν εἶναι '02, καὶ $\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν εἶ-
ναι '005. Ἀπ. '025.

Γράψε 4 τὰ ἑκατόν ὡς δεκαδικὸν κλάσμα.

— $4\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν. — $4\frac{3}{4}$ τὰ ἑκατόν. — 5
τὰ ἑκατόν. — $7\frac{1}{4}$ τὰ ἑκατόν. — 8 τὰ ἑκα-
τόν. — $8\frac{3}{4}$ τὰ ἑκατόν. — 9 τὰ ἑκατόν. —
 $9\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν. — 10 τὰ ἑκατόν. (10 τὰ ἑκα-
τόν $\frac{10}{100}$ · δεκαδικῶς, '10.) — $10\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν.
— 11 τὰ ἑκατόν. — $12\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν. —
15 τὰ ἑκατόν.

1. Ἐὰν ὁ τόκος ἐπὶ 1 φ., δι' ἓνα χρόνον,
ῆναι 6 λεπτά, πόσος θέλει εἰσθαι ὁ τόκος ἐπὶ
17 φ. διὰ τὸν αὐτὸν καιρὸν;

Θέλει εἰσθαι 17 φορές 6 λεπτά, ἢ 6 φορές
17, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ αὐτό. —

17 φ.

'06

1'02 Ἀπόκρ. ἡγουν, 1 φοῖνιξ καὶ 2 λεπτά.

Διὰ νὰ εὗρωμεν τὸν τόκον ἐπὶ ὁποιανδήποτε
ποσότητα δι' 1 ἔτος, φανερόν ὅτι ἀνάγκη νὰ
τὴν πολυπλασιάσωμεν μὲ τὴν τιμὴν τῶν ἑκα-
τόν γραμμένην ὡς δεκαδικὸν κλάσμα. Τὸ παρ-
αγόμενον δὲ, ἂν προσέχωμεν νὰ βάλλωμεν τὴν
στιγμὴν ὡς παραγγέλλεται εἰς τὸν πολυπλα-
σιασμὸν τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων, θέλει εἰ-
σθαι ὁ ζητούμενος τόκος.

Σημείωσις. Κεφάλαιον εἶναι τὸ χρεω-
στούμενον ἀργύριον, διὰ τὸ ὁποῖον πληρόνεται
τόκος. Τὸ κεφάλαιον δὲ καὶ τὸν τόκον, ὁμοῦ
προσθεμένα, δυνάμεθα νὰ καλέσωμεν τὸ ΣΥΜΠΟ-
ΣΟΥΜΕΝΟΝ.

2. Πόσος θέλει εἶσθαι ὁ τόκος τῶν 32·15 ₪.,
δι' ἓν ἔτος, πρὸς 4½ τὰ ἑκατόν ;

₪. 32·15 κεφάλαιον.

·045 τιμὴ τῶν ἑκατόν.

16075

12860

₪. 1·44675 Ἀπ.

Ἐπειδὴ εἰς
τὰς δύο παρὰ-
γοντας εἶναι
πέντε δεκα-
δικοὶ τόποι,
πέντε ψηφία
πρέπει ν' ἀπο-

χωρισθῶσι διὰ δεκαδικὰ ἀπὸ τοῦ παραγόμενου,
καὶ ἡ ἀπόκρισις ἀκολούθως εἶναι, — 1 φοῖνιξ,
44 λεπτά, καὶ $\frac{675}{1000}$ τοῦ λεπτοῦ. Μέρη τοῦ λε-
πτοῦ γενικῶς εἶναι παραπολὺ μικρά· ὁθεν, 1·44
εἶναι ἀρχετὰ ἀκριβὲς διὰ τὴν ἀπόκρισιν.

3. Πόσος θέλει εἶσθαι ὁ τόκος τοῦ 11·04 ₪.
δι' 1 ἔτος, πρὸς 3 τὰ ἑκατόν ; — πρὸς 5½ τὰ
ἑκατόν ; — πρὸς 6 τὰ ἑκατόν ; — πρὸς 7½ τὰ
ἑκατόν ; — πρὸς 8½ τὰ ἑκατόν ; — πρὸς 9½
τὰ ἑκατόν ; — πρὸς 10 τὰ ἑκατόν ; — πρὸς
10½ τὰ ἑκατόν ; — πρὸς 11 τὰ ἑκατόν ; —
πρὸς 11½ τὰ ἑκατόν ; — πρὸς 12½ τὰ ἑκατόν ;

4. Κωμόπολις τις χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ ὡς
φόρον \$ 1627·18, ἀπὸ τὰ ὁποῖα μέλλει νὰ λάβῃ
ὁ φορολόγος 2½ τὰ ἑκατόν διὰ τὸν κόπον τῆς
συνάξεως· πόσα θέλει λάβειν ;

Ἀπ. \$ 40·679.

Σημείωσις. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον
λογαριάζονται ἡ προμήθεια, ἡ ἀσφάλισις, ἡ ἀ-

γορά καὶ ἡ πώλησις κεφαλαίων, ἡ ζημία καὶ τὸ κέρδος, ἡ ὁτιδήποτε ἄλλο λογαριαζόμενον πρὸς τόσα τὰ ἑκατὸν, χωρὶς στοχασμὸν καὶ ὄ.

5. Πληρόνων τις \$ 0:37½ ἐπὶ ἐν τάλλαρον, πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ ἐπὶ χρέος συμποσούμενον εἰς \$ 132:25; Ἀπ. \$ 49:593.

6. Ἐμπορὸς τις, ἀγοράσας ὑπάρχοντα διὰ \$ 580, τὰ ἐπώλησεν ὥστε νὰ κερδήσῃ 12½ τὰ ἑκατόν· πόσον ἦτον ὅλον του τὸ κέρδος, καὶ πόσα ἔλαβεν ὅλα ὁμοῦ ἀπὸ τῶν ὑπαρχόντων τὴν πώλησιν;

Ἀπ. Ὅλον του τὸ κέρδος ἦτο \$ 72:50· ἔλαβεν ὅλα ὁμοῦ ἀπὸ τὴν πώλησιν \$ 652:50.

7. Ἠγόρασεν ἔμπορὸς τις ποσότητα ὑπαρχόντων διὰ \$ 763:37½· πόσα πρέπει νὰ τὰ πωλήσῃ, διὰ νὰ κερδήσῃ 15 τὰ ἑκατόν;

Ἀπ. \$ 877:881.

¶ 63. ΠΡΟΜΗΘΕΙΑ, ἢ ΠΡΟΞΕΝΗΤΙΚὸΝ, ἢ ΜΕΣΙΤΙΚὸΝ, λέγεται τὸ τὸ σον τὰ ἑκατὸν, τὸ ὁποῖον ἀφίνεται εἰς ὑποκείμενόν τι λεγόμενον ἀνταποκριτήν, προξενητήν, ἢ μεσίτην, διὰ τὸν κόπον του εἰς τὸ νὰ βοηθῇ ἐμπόρους καὶ ἄλλους εἰς τὸ ν' ἀγοράζωσι καὶ νὰ πωλῶσιν ἀγαθὰ.

8. Μὲ εἰδοποιεῖ ὁ ἀνταποκριτής μου ὅτι ἠγόρασεν ἀγαθὰ, ἀξίζοντα \$ 1286, διὰ λογαριασμόν μου· πόσον θέλει ἐλθεῖν ἡ προμήθειά του πρὸς 2½ τὰ ἑκατόν; Ἀπ. \$ 32:15.

9. Πόσον πρέπει ν' ἀφήσω τοῦ μεσίτου μου, διότι μοῦ ἐπώλησεν ὑπάρχοντα, συμποσούμενα εἰς \$ 2317:46, λογαριάζων τὸ μεσιτικὸν πρὸς 3¼ τὰ ἑκατόν; Ἀπ. \$ 75:317.

¶ 69. Ἰδᾶμεν πῶς λογαριάζεται ὁ τόκος ὅποιονδήποτε ποσότητος ἀργυρίου, ὅταν ὁ καιρὸς ᾖ ἔτος· ἀλλὰ χρειάζεται πολλάκις νὰ εὐρίσκωμεν τὸν τόκον διὰ μῆνας καὶ ἡμέρας.

Ἐπειδὴ ὁ τόκος ἐπὶ 1 φ. δι' 1 ἔτος, πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, εἶναι '06, ἀκολουθεῖ ὅτι εἶναι

'01 λεπτὸν ἢ ἑκατοστὸν διὰ 2 μῆνας,

'005 χιλιοστὰ (ἢ $\frac{1}{2}$ λεπτὸν) δι' 1 μῆνα 30 ἡμερῶν, (διότι οὕτω μετροῦμεν τὸν μῆνα ὅταν λογαριάζωμεν τόκον,) καὶ

'001 χιλιοστὸν διὰ κάθε 6 ἡμέρας· ἐπειδὴ 6 περιέχονται 5 φορές εἰς 30.

Ὅθεν, εὐκολώτατον εἶναι νὰ εὐρίσκωμεν εἰς τὸν νοῦν, τὸν τόκον ἐπὶ 1 φοίνικα, πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, δι' ὅποιονδήποτε δοθέντα καιρὸν. Φανερόν ὅτι τὰ μὲν λεπτὰ θέλουν εἶσθαι ἴσα μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ μεγίστου ζυγοῦ ἀριθμοῦ τῶν μηνῶν· τὰ δὲ χιλιοστὰ θέλουν εἶσθαι 5 διὰ τὸν ἄζυγον μῆνα, ἂν ᾖ ἡναί τις, καὶ 1 διὰ πᾶσαν φορὰν, τὴν ὁποίαν ὁ 6 περιέχεται εἰς τὸν δομένον ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν.

Ὑπόθετες ὅτι ἀπαιτεῖται ὁ τόκος 1 φ., πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, διὰ 9 μῆνας, καὶ 18 ἡμέρας. Ὁ μέγιστος ζυγὸς ἀριθμὸς τῶν μηνῶν εἶναι 8, τοῦ ὁποίου τὸ ἥμισυ θέλει δώσειν τὰ λεπτὰ, '04· τὰ χιλιοστὰ δὲ, βαλλόμενα 5 διὰ τὸν ἄζυγον μῆνα, καὶ 3 διὰ τὰς 18 (3 φορές 6 εἶναι = 18) ἡμέρας, θέλουν εἶσθαι '008, τὰ ὁποῖα, ἐνέμενα μὲ τὰ λεπτὰ, ('048,) δίδουν 4 λεπτὰ 8 χιλιοστὰ ὡς τὸν τόκον 1 φ. διὰ 9 μῆνας καὶ 18 ἡμέρας.

1. Πόσος θέλει εἶσθαι ὁ τόκος ἐπὶ 1 φ. διὰ 5 μῆνας 6 ἡμέρας; — 6 μῆνας 12 ἡμέρας; — 7 μῆνας; — 8 μῆνας 24 ἡμέρας; —

9 μῆνας 12 ἡμέρας ; — 10 μῆνας ; — 11 μῆνας 6 ἡμέρας ; — 12 μῆνας 18 ἡμέρας ; — 15 μῆνας 6 ἡμέρας ; — 16 μῆνας ;

ἜΑΖΥΓΟΙ ΗΜΕΡΑΙ. 2. Πόσος εἶναι ὁ τόκος 1 φ. διὰ 13 μῆνας 16 ἡμέρας ;

Τὰ λεπτὰ θέλουν εἶσθαι 6, καὶ τὰ χιλιοστὰ 5, διὰ τὸν ἄζυγον μῆνα, καὶ 2 διὰ 2 φορὰς $6 = 12$ ἡμέρας, καὶ περισσεύει 4 ἡμέραι, τῶν ὁποίων ὁ τόκος θέλει εἶσθαι τοῖστον μέρος 1 χιλιοστῆ, ὅποιον αἱ 4 ἡμέραι εἶναι τῶν 6 ἡμερῶν, ἤγουν, $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ἐνὸς χιλιοστοῦ.

Ἀπ. '067 $\frac{2}{3}$.

3. Πόσος θέλει εἶσθαι ὁ τόκος 1 φ. διὰ 1 μῆνα 8 ἡμέρας ; — 2 μῆνας 7 ἡμέρας ; — 3 μῆνας 15 ἡμέρας ; — 4 μῆνας 22 ἡμέρας ; — 5 μῆνας 11 ἡμέρας ; — 6 μῆνας 17 ἡμέρας ; — 7 μῆνας 3 ἡμέρας ; — 8 μῆνας 11 ἡμέρας ; — 9 μῆνας 2 ἡμέρας ; — 10 μῆνας 15 ἡμέρας ; — 11 μῆνας 4 ἡμέρας ; — 12 μῆνας 3 ἡμέρας ;

Σημείωσις. Ἄν δὲν ᾖναι ἄζυγος μῆν, καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν ᾖναι ὀλιγώτερος παρὰ 6, ὥστε νὰ μῆν ᾖναι χιλιοστὰ, φανερόν ὅτι μηδενικὸν πρέπει νὰ βαλθῇ εἰς τὸν τόπον τῶν χιλιοστῶν· οὕτω, εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα, — 12 μῆνας 3 ἡμέρας, — τὰ λεπτὰ θέλουν εἶσθαι '06, τὰ χιλιοστὰ 0, αἱ 3 ἡμέραι $\frac{1}{2}$ χιλιοστόν.

Ἀπ. '060 $\frac{1}{2}$.

4. Πόσος θέλει εἶσθαι ὁ τόκος 1 φ. διὰ 2 μῆνας 1 ἡμέραν ; — 4 μῆνας 6 ἡμέρας ; — 6 μῆνας 3 ἡμέρας ; — 8 μῆνας 4 ἡμέρας ; — 10 μῆνας 5 ἡμέρας ; — διὰ 3 ἡμέρας ; — διὰ 1 ἡμέραν ; — διὰ 2 ἡμέρας ; — διὰ 4 ἡμέρας ; — διὰ 5 ἡμέρας ;

5. Πόσος εἶναι ὁ τόκος 56'13 φ. διὰ 8 μην-
νας 5 ἡμέρας ;

Ὁ τόκος τοῦ 1 φ., διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν,
εἶναι '040². ὁθεν,

$\frac{1}{2}$) καὶ $\frac{1}{3}$) φ. 56'13 κεφάλαιον.

'040² τόκος τοῦ 1 φ. διὰ τὸν
δοθέντα καιρὸν.

224520 τόκος 8 μηνῶν.

2806 τόκος 3 ἡμερῶν.

1871 τόκος 2 ἡμερῶν.

2'29197, Ἀπ. 2'291 φ.

5 ἡμέραι = 3 ἡμέρας + 2 ἡμέρας. Ἐπειδὴ
ὁ πολυπλασιαστέος λαμβάνεται ἅπαξ διὰ κά-
θε 6 ἡμέρας, διὰ 3 ἡμέρας λάβε $\frac{1}{2}$, διὰ 2 ἡμέ-
ρας λάβε $\frac{1}{3}$, τοῦ πολυπλασιαστέου. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

Ὁμοιοτρόπως καὶ ἂν αἱ ἄξυγοι ἡμέραι ᾖναι 4
= 2 ἡμέρας + 2 ἡμέρας, λάβε $\frac{1}{3}$ τοῦ πολυπλα-
σιαστέου δὲ 5· διὰ 1 ἡμέραν, λάβε $\frac{1}{6}$.

Σημείωσις. Ἐν ἡ ποσότης, τῆς ὁποίας
ζητεῖται ὁ τόκος, ᾖναι μικροτέρα παρὰ 10 φ.,
ὁ τόκος, δι' ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν ἡμερῶν μι-
κρότερον παρὰ 6, θέλει εἶσθαι μικρότερος πα-
ρὰ 1 λεπτόν· ἀκολουθῶς, εἰς ἐμπορικὸν λογα-
ριασμὸν, ἂν ἡ ποσότης ᾖναι μικροτέρα παρὰ
10 φ., τοιαῦται ἡμέραι ἐμποροῦν νὰ παραβλέ-
πωνται.

Ἀπὸ τοὺς νῦν δοθέντας σαφηνισμοὺς γίνε-
ται φανερόν ὅτι,—Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν τόκον
ὁποιασδήποτε ποσότητος εἰς φοίνικας, λεπτά,
κτλ., πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, χρεῖα μόνον νὰ πολυπλα-
σιάσωμεν τὸ κεφάλαιον μὲ τὸν διὰ τὸν δοθέντα
καιρὸν τόκον τοῦ 1 φ., εὕρημένον ὡς ἀνωτέρω

ἐδιδάξαμεν, καὶ γραμμένον ὡς δεκαδικὸν κλάσμα, ἐνθυμούμενοι ν' ἀποχωρίζωμεν εἰς τὸ παραγόμενον τόσους τόπους διὰ δεκαδικὰ, ὅσοι εἶναι οἱ καὶ εἰς τοὺς δύο παράγοντας δεκαδικοὶ τόποι ὁμοῦ ἀριθμούμενοι.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

6. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 87'19 φ. δι' 1 ἔτος 3 μῆνας; Ἀπ. 6'539 φ.

7. Τόκος τῶν 116'08 φ. διὰ 11 μῆ. 19 ἡμ.; Ἀπ. 6'751 φ.

8. τῶν 200 φ. διὰ 8 μῆ. 4 ἡμ.; Ἀπ. 8'132 φ.

9. τῶν 0'85 φ. διὰ 19 μῆ.; '08 φ.

10. τῶν 8'50 φ. δι' 1 ἔτος 9 μῆ. 12 ἡμ.; Ἀπ. '909 φ.

11. τῶν 675 φ. δι' 1 μῆ. 21 ἡμ.; Ἀπ. 5'737 φ.

12. τῶν 8673 φ. διὰ 10 ἡμ.; Ἀπ. 14'455 φ.

13. τῶν 0'73 φ. διὰ 10 μῆ.; '036 φ.

14. τῶν 96 φ. διὰ 3 ἡμ.;

15. τῶν 73'50 φ. διὰ 2 ἡμ.;

16. τῶν 180'75 φ. διὰ 5 ἡμ.;

17. τῶν 15000 φ. διὰ 1 ἡμ.;

Σημείωσις. Ἐπειδὴ τοῦ 1 φ. ὁ τόκος δι' 6 ἡμέρας εἶναι 1 χιλιοστὸν, οἱ φοίνικες ἅφ' ἑαυτῶν ἐκφράζουσιν τὸν τόκον εἰς χιλιοστὰ δι' ἕξ ἡμέρας, ἐκ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ λάβωμεν μέρη.

Οὕτω, 6) 15000 χιλιοστὰ,

2'500, ἡγ8ν, 2'50 φ., Ἀπ. εἰς
τελ. ἔρ,

Ὅταν ἀπαιτῇται ὁ τόκος διὰ μέγαλον ἀριθμὸν ἐτῶν, θέλει μᾶς εἶσθαι εὐκολώτερον νὰ εὐρίσκωμεν τὸν τόκον δι' ἐν ἔτος, καὶ νὰ τὸν πολυπλασιάσωμεν μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐτῶν. Ὑπερον δὲ, εὗρισκε τὸν τόκον διὰ τοὺς μῆνας καὶ τὰς ἡμέρας, ἂν ᾦναι τοιαῦτα, κατὰ τὸ σῦνηθες.

18. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 1000 φ. διὰ 120 ἔτη; Ἀπ. 7200.

19. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 520·04 φ. διὰ 30 ἔτη καὶ 6 μῆνας; Ἀπ. 951·673 φ.

20. Πόσος εἶναι ὁ τόκος ἐπὶ 400 φ. διὰ 10 ἔτη 3 μῆνας καὶ 6 ἡμέρας; Ἀπ. 246·40 φ.

21. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 220 φ. διὰ 5 ἔτη; — διὰ 12 ἔτη; — 50 ἔτη;

Ἀπ. εἰς τελ. 660 φ.

22. Τί εἶναι τὸ συμποσοῦμενον τῶν 86 φ., 7 ἔτη βαλμένων εἰς τὸ διάφορον; Ἀπ. 122·12 φ.

23. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 36 £. 9 σλ. 6½ σδ. δι' 1 ἔτος;

Ἀνάγαγε τὰ σιλλίνια, σόλδια, κτλ., εἰς τὸ δεκαδικὸν στηρλίνης, (§ 66.) ἔπειτα πρᾶξε κατὰ πάντα ὡς νὰ ᾦσαν Ἑλληνικὰ νομίσματα. Ἀφοῦ δ' εὗρης τὸν τόκον, ἀνάσχεψε τὴν ἐργασίαν, καὶ ἀνάγαγε τὰ τρία πρῶτα δεκαδικὰ εἰς σιλλίνια, κτλ., (§ 66.) Ἀπ. 2 £. 3 σλ. 9 σδ.

24. Τόκος τῶν 36 £. 10 σλ. διὰ 18 μῆν. 20 ἡμ.; Ἀπ. 3 £. 8 σλ. 1½ σδ. Τόκος τῶν 95 £. διὰ 9 μῆ.; Ἀπ. 4 £. 5 σλ. 6 σδ.

25. Τί εἶναι τὸ συμποσοῦμενον τῶν 18 £. 12 σλ., βαλμένων εἰς τόκον 10 μῆνας 3 ἡμέρας; Ἀπ. 19 £. 10 σλ. 9¼ σδ.

26. Τί εἶναι τὸ συμποσοῦμενον τῶν 100 £. διὰ 8 ἔτη; Ἀπ. 148 £.

27. Τί εἶναι τὸ συμποσούμενον τῶν 400 £.
10 σλ. διὰ 18 μῆνας;

Ἀπ. 436 £. 10 σλ. 10 σδ. 3 φρ.

28. Τί εἶναι τὸ συμποσούμενον τῶν 640 £.
8 σλ. εἰς τόκον διὰ 1 ἔτος; — διὰ 2 ἔτη 6 μῆ-
νας; — διὰ 10 ἔτη;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. 1024 £. 12 σλ. 9 σδ.

¶ 70. 1. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 36 γοι-
νίκων διὰ 8 μῆνας, πρὸς $4\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατὸν;

Σημείωσις. Ὅταν ἡ τιμὴ ᾖναι ἄλλη
ὅποιαδήποτε παρὰ ἑξῆ τὰ ἑκατὸν, πρῶτον εἴρε
τὸν τόκον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, ἔπειτα διαίρεσε
τὸν οὕτω εὑρεθέντα τόκον μὲ μέρος τοιοῦτον,
ὅποῖον ὁ τόκος, πρὸς τὴν ἀπαιτουμένην
τιμὴν, εἶναι μεγαλύτερος ἢ μικρότερος ἀπὸ τὸν
τόκον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, καὶ τὸ πηλίκον, προσ-
θεμένον εἰς τὸν πρὸς τὰ 6 τὰ ἑκατὸν τόκον, ἢ
ἀφαιρεμένον ἀπ' αὐτὸν, ὥς ἡ χρεία τὸ καλῆ, θέ-
λει δώσειν τὸν τόκον πρὸς τὴν ἀπαιτουμένην
τιμὴν.

φ. 36

‘04

$\frac{1}{4}$) 144

‘36

$4\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατὸν εἶναι $\frac{3}{4}$ τοῦ 6 τὰ
ἑκατὸν· ὅθεν ἀπὸ τὸν πρὸς 6 τὰ
ἑκατὸν τόκον ἀφαίρεσε $\frac{1}{4}$ · τὸ ὑ-
πόλοιπον δὲ θέλει εἶσθαι ὁ τό-
κος πρὸς $4\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατὸν.

1·08 Ἀπ.

2. Τόκος τῶν 54·81 φ. διὰ 18 μῆ., πρὸς 5
τὰ ἑκατὸν;

Ἀπ. 4·11 φ.

3. Τόκος τῶν 500 φ. διὰ 9 μῆ. 9 ἡμ., πρὸς
8 τὰ ἑκατὸν;

Ἀπ. 31·00 φ.

4. Τόκος τῶν 62·12 φ. διὰ 1 μῆ. 20 ἡμ.,
πρὸς 4 τὰ ἑκατὸν;

Ἀπ. ‘345 φ.

5. Τόκος τῶν 85 φ. διὰ 10 μῆ. 15 ἡμ., πρὸς 12½ τὰ ἑκατὸν ; Ἀπ. 9'295 φ.

6. Τί εἶναι τὸ συμποσοῦμενον τῶν 53 φ. πρὸς 10 τὰ ἑκατὸν διὰ 7 μῆ. ; Ἀπ. 56'091 φ.

Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸ κεφάλαιον, ὅταν ᾖναι δομένα ὁ καιρὸς, ἡ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ τὸ συμποσοῦμενον.

¶ 71. 1. Ποία ποσότης ἀργυρίου, βαλμένη εἰς τόκον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, θέλει συμποσοῦσθαι εἰς 61'02 φ., εἰς 1 ἔτος 4 μῆνας ;

Τὸ συμποσοῦμενον τοῦ 1 φ., πρὸς τὴν δοθεῖσαν τιμὴν καὶ διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, εἶναι 1'08 φ. ὅθεν, $61'02 \text{ φ.} \div 1'08 \text{ φ.} = 56'50$, τὸ ζητούμενον κεφάλαιον. ἤγουν, — Εὗρε τὸ συμποσοῦμενον τοῦ 1 φ. πρὸς τὴν δοθεῖσαν τιμὴν καὶ διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, καὶ διαίρεσε μ' αὐτὸ τὸ δοθὲν συμποσοῦμενον. τὸ πηλίκον δὲ θέλει εἶσθαι τὸ ζητούμενον κεφάλαιον.

Ἀπ. 56'50 φ.

2. Ποῖον κεφάλαιον, πρὸς 8 τὰ ἑκατὸν, εἰς 1 ἔτος 6 μῆνας, θέλει συμποσοῦσθαι εἰς 85'12 φ. ;

Ἀπ. 76 φ.

3. Ποῖον κεφάλαιον, πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, εἰς 11 μῆνας 9 ἡμέρας, θέλει συμποσοῦσθαι εἰς 99'311 φ. ;

Σημείωσις. Ὁ τόκος τοῦ 1 φ., διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, εἶναι '056½. ἀλλ', εἰς τὰς περυστάσεις ταύτας, ὅταν ᾖναι ἡμέραι ἀνελκοῦ ἀντὶ νὰ γράφωμεν τὰ μέρη τοῦ χιλιοστοῦ ὡς κοινὸν κλάσμα, θέλει μᾶς εἶσθαι εὐκολώτερον νὰ τὰ γράφωμεν ὡς δεκαδικὸν, οὕτω, '0565. ἤγουν, ἔκτεινε τὸ δεκαδικὸν εἰς τέσσαρας τόπους.

Ἀπ. 94 φ.

4. Ἐλαβεν ἓνας προξενητῆς 988 φ. νὰ τοὺς

ἀγοράσῃ πραγματείας, μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ πρὸς 4 τὰ ἑκατὸν προξενητικοῦ του· πόσον θέλει μείναι νὰ ἐξοδευθῇ;

Φανερόν εἶναι ὅτι δὲν πρέπει νὰ λάβῃ προξενητικὸν ἐπὶ τὸ ἰδιό του ἀργύριον. Ὅθεν τὸ ζήτημα τοῦτο, κατ' ἀλήθειαν, δὲν διαφέρει ἀπὸ τὸ προηγούμενον.

Σημείωσις. Εἰς ὁμοια τούτου ζήτῃματα, ὅπου δὲν γίνεται στοχασμὸς τοῦ καιροῦ, (¶ 67, παρὰδ. 4, σημείωσις,) πρόσθετε τὴν τιμὴν εἰς τὸν 1 φ. Ἀπ. 950 φ.

5. Ἐλαβεν ἓνας προξενητῆς 1008 φ. νὰ τοὺς ἀγοράσῃ πραγματείας, μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ πρὸς 5 τὰ ἑκατὸν προξενητικοῦ του· εἰς τί συμποσοῦται τὸ προξενητικὸν του; Ἀπ. 48 φ.

ΥΦΑΙΡΕΣΙΣ. 6. Ὑπόθες ὅτι χρεωστῶ εἰς ἄνθρωπον τινὰ 397'50 φ., νὰ πληρωθῶσι μετὰ 1 ἔτος, χωρὶς τόκον, καὶ θέλω νὰ τὸν πληρώσω τώρα· πόσον πρέπει νὰ τὸν πληρώσω, λογαριάζων τὴν τιμὴν τῶν ἑκατὸν πρὸς 6;

Πρέπει νὰ τὸν πληρώσω τοιαύτην ποσότητα, ὁποία, βαλμένη εἰς τόκον, ἤθελεν, εἰς 1 ἔτος, συμποσωθῇν εἰς 397'50 φ. Τὸ ζήτημα λοιπὸν τοῦτο δὲν διαφέρει ἀπὸ τὸ προηγούμενον.

Ἀπ. 375 φ.

Σημείωσις. Τὸ ἐκπιπτόμενον διὰ τὴν πρὸ τῆς διορίας πλήρωσιν ὁποιασδήποτε ποσότητος ἀργυρίου, ὡς εἰς τὸ τελευταῖον παρὰδειγμα, λέγεται Ὑφαίρεσις.

Ἡ ποσότης ἡ ὁποία, θεμένη εἰς τόκον, ἤθελεν, εἰς τὸν καιρὸν καὶ πρὸς τὴν τιμὴν τῶν ἑκατὸν διὰ τὴν ὁποίαν μέλλει νὰ γένη ὑφαίρεσις, συμποσωθῇν εἰς τὴν δοθεῖσαν ποσότητα, ἡ χρεός, καλεῖται ἡ παροῦσα ἄξια.

7. Ποία εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία τῶν 83½ φ., πληρωτέων μετὰ ἔτος 1 μῆνας 7 καὶ ἡμέρας 6, ἂν ὑφαιρέσωμεν πρὸς 7 τὰ ἑκατόν; Ἀπ. 750 φ.

8. Ποία εἶναι ἡ ὑφαιρέσις ἐπὶ 321·63 φ., χρεωστούμενους μετὰ 4 ἔτη, ἂν ὑφαιρέσωμεν πρὸς 6 τὰ ἑκατόν; Ἀπ. 62·26 φ.

9. Πόσον ἀργύριον πρέπει νὰ πληρώσω εὐθὺς τώρα διὰ γραμματίον 18 φ., χρεωστούμενον μετὰ 15 μῆνας ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης, ὑφαιρῶν πρὸς 6 τὰ ἑκατόν; Ἀπ. 16·74½.

10. Ἐπώλησα ὑπάρχοντα διὰ 650 φ., πληρωτέους τὸ ἥμισυ εἰς 4 μῆνας, καὶ τὸ ἄλλο ἥμισυ εἰς 8 μῆνας· τί πρέπει νὰ ὑφαιρεθῇ διὰ νὰ πληρωθῶ τώρα; Ἀπ. 18·933 φ.

11. Ποία εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία τῶν 56·20 φ., πληρωτέων εἰς 1 ἔτος 8 μῆνας, ἂν ὑφαιρέσωμεν πρὸς 6 τὰ ἑκατόν; — πρὸς 4½ τὰ ἑκατόν; — πρὸς 5 τὰ ἑκατόν; — πρὸς 7 τὰ ἑκατόν; — πρὸς 7½ τὰ ἑκατόν; — πρὸς 9 τὰ ἑκατόν; Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. 48·869 φ.

Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸ κεφάλαιον, ὅταν ᾖναι δομένα ὁ καιρὸς, ἡ τιμὴ τῶν ἑκατόν, καὶ ὁ τόκος.

¶ 72. 1. Ποία ποσότης ἀργυρίου, βαλμένη εἰς τόκον 16 μῆνας, θέλει κερδήσειν 10·50 φ., πρὸς 6 τὰ ἑκατόν;

1 φ., πρὸς τὴν δοθεῖσαν τιμὴν καὶ διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, θέλει κερδήσειν 08· ὅθεν, $10·50 \text{ φ.} \div 08 \text{ φ.} = 131·25 \text{ φ.}$, τὸ ζητούμενον κεφάλαιον· ἡγουν, — Εὔρε τὸν τόκον τοῦ 1 φ. πρὸς τὴν δοθεῖσαν τιμὴν καὶ διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, καὶ διαίρεσε μ' αὐτὸν τὸ δοθὲν κέρδος, ἢ τόκον· τὸ πηλίκον δὲ θέλει εἶσθαι τὸ ζητούμενον κεφάλαιον. Ἀπ. 131·25 φ.

2. Ἐπλήρωσέ τις 4'52 φ. τόκον, πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, εἰς τὸ τέλος 1 ἔτους 4 μηνῶν· πόσον ἦτο τὸ κεφάλαιον ; Ἀπ. 56'50 φ.

3. Ἐλαβέ τις, διὰ τόκον ἐπὶ γραμματίων τι, εἰς τὸ τέλος τοῦ 1 ἔτους, 20 φ· πόσον ἦτο τὸ κεφάλαιον, τῆς τιμῆς τῶν ἑκατὸν λογαριαζομένης πρὸς 6 ; Ἀπ. 333'333½ φ.

Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὴν τιμὴν τῶν ἑκατὸν, ὅταν ᾖναι δομένα τὸ κεφάλαιον, ὁ τόκος, καὶ ὁ καιρὸς.

¶ 73. 1. Ἐὰν πληρόνω 3'78 φ. τόκον, διὰ τὴν μεταχείρισιν τῶν 36 φ. δι' 1 ἔτος καὶ 6 μῆνας, πόσον ἔρχεται ὁ εἰς τὰ ἑκατὸν τόκος ;

Ὁ τόκος ἐπὶ 36 φ., πρὸς ἓν τὰ ἑκατὸν, διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, εἶναι '54 φ· ὁθεν, 3'78 φ. ÷ '54 φ. = '07, τὴν ζητούμενην τιμὴν ἤγουν, — Εὗρε τὸν τόκον ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ποσότητα, πρὸς 1 τὰ ἑκατὸν, διὰ τὸν δοθέντα καιρὸν, καὶ διαίρεσε μὲ αὐτὸν τὸν δοθέντα τόκον· τὸ πηλίκον δὲ θέλει εἶσθαι ἡ τιμὴ, πρὸς τὴν ὁποίαν πληρόνεται ὁ τόκος. Ἀπ. 7 τὰ ἑκατὸν.

2. Ἐὰν πληρόνω 2'34 φ. διὰ τὴν μεταχείρισιν τῶν 468 φ., 1 μῆνα, ποία εἶναι ἡ τῶν ἑκατὸν τιμή ; Ἀπ. 6 τὰ ἑκατὸν.

3. Πρὸς 46'80 φ. διὰ τὴν μεταχείρισιν 520 φ., 2 ἔτη, ποία εἶναι ἡ τῶν ἑκατὸν τιμή ; Ἀπ. 4½ τὰ ἑκατὸν.

Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν πόσα τὰ ἑκατὸν ἐκερδήθησαν ἢ ἐχάθησαν, ὅταν ᾖναι δομέναί αἱ τιμαὶ, πρὸς τὰς ὁποίας ἡγοράσθησαν καὶ ἐπωλήθησαν τὰ ἀγαθά.

¶ 74. 1. Ἄν ἀγοράσω σῖτον πρὸς 1'10 φ. τὸ κοιλὸν, καὶ τὸν πωλήσω πρὸς 1'37½ τὸ κοιλὸν, πόσα τὰ ἑκατὸν θέλω κερδήσειν ;

Ἡ ἐρώτησις αὕτη δὲν διαφέρει οὐσιωδῶς ἀπὸ τὰς εἰς τὸν προηγούμενον παράγραφον. Ἀφαιρῶν ὅσον μοῦ ἦλθεν ἀπ' ὅσον τὸν ἐπώλησα, εὐρίσκω ὅτι κερδαίνω $27\frac{1}{2}$ λεπτά ἐπὶ ἓν κοιλόν, ἡγουν, $\frac{275}{110}$ τῆς πρώτης ἀξίας. $\frac{275}{110} = 25$ τὰ ἑκατὸν, ἢ Ἀπόκρισις. Ἦγουν, — Κάμε κοινὸν κλάσμα, γράφων τὸ κέρδος ἢ τὴν ζημίαν διὰ τὸν ἀριθμητήν, καὶ τὴν τιμὴν, πρὸς τὴν ὁποίαν τὸ πρᾶγμα ἡγοράσθη, διὰ τὸν παρονομαστήν· ἔπειτα ἀνάγαγέ τα εἰς δεκαδικόν.

2. Ἐμπορός τις ἀγοράζει ἀγαθὰ, τῶν ὁποίων ἡ ἀξία συμποσοῦται εἰς 550 φ· πόσα τὰ ἑκατὸν πρέπει νὰ ἐκβάλῃ, διὰ νὰ κερδήσῃ 66 φ. ;

Ἀπ. 12 τὰ ἑκατὸν.

3. — Πόσα τὰ ἑκατὸν πρέπει νὰ ἐκβάλῃ εἰς τὴν ἰδίαν ἀγοράν, διὰ νὰ κερδήσῃ 38'50 φ. ; — διὰ νὰ κερδήσῃ 24'75 φ. ; — διὰ νὰ κερδήσῃ 2'75 φ. ;

Σημείωσις. Τὸ τελευταῖον κέρδος δίδει διὰ πηλίκον '005, τὸ ὁποῖον εἶναι $\frac{1}{200}$ τὰ ἑκατὸν. Ἡ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, ὡς εἵπαμεν, (¶ 67, σημειώσεις,) εἶναι δεκαδικὸν μὲ δύο τόπους ἢ ἑκατοστά· ὅλαι αἱ ἑκατοστῶν χαμηλότεραι δεκαδικαὶ φράσεις εἶναι μέρη τοῦ 1 τὰ ἑκατὸν.

4. Ἠγόρασα 114 μέτρα οἶνου, πρὸς 96 λεπτά τὸ μέτρον, καὶ τὸν ἐμεταπώλησα πρὸς 1'0032 φ. τὸ μέτρον· πόσον ἦτο τὸ ὁλόκληρον κέρδος, καὶ πόσον ἦτο τὸ ἐπὶ τὰ ἑκατὸν κέρδος ;

Ἀπ. 4'924 φ., ὁλόκληρον κέρδος. $4\frac{1}{2}$ κέρδος τὰ ἑκατὸν.

5. Ἠγόρασεν ἔμπορός τις ποσότητα τινὰ τεῖ διὰ 365 φ., τὸ ὁποῖον, εὐρεθὲν βλαμμένον, τὸ ἐπώλησε διὰ 332'15 φ· πόσα τὰ ἑκατὸν ἐζημιώθη ;

Ἀπ. 9 τὰ ἑκατὸν.

6. Ἐν ἀγοράσῃ πανίον πρὸς 2 φ. τὸν πῆχυν, καὶ τὸ πωλήσῃ διὰ 2'50 φ. τὸν πῆχυν, τί πρόκειται νὰ κερδήσῃ ἀπὸ 100 φ. ἀγοράν;

Ἀπ. 25 φ.

7. Ἐγόρασθα μέλι πρὸς 1'20 φ. τὴν λίτραν, καὶ ἐπώλησθα τὸ αὐτὸ πρὸς 90 λεπτά τὴν λίτραν· πόσα τὰ ἑκατὸν ἐζημιώθηκα;

Ἀπ. 25 τὰ ἑκατόν.

8. Ἐγόρασθα 30 ἀσκούς ἐλαίου διὰ 600 φ. ἐπλήρωσα εἰς τὸ τελώνιον 20'66 φ. διὰ ναῦλον, 40'78 φ. διὰ μεταφοράν, 6'05 φ., καὶ δι' ἀσφάλισιν, 30'84 φ. ἔάν τοὺς πωλήσῃ πρὸς 26 φ. τὸν ἀσκόν, πόσα θέλω κερδήσειν τὰ ἑκατόν;

Ἀπ. 11'695 τὰ ἑκατόν.

Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸν καιρὸν, ὅταν ἦναι δομένα τὰ κεφάλαιον, ἢ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ ὁ τόκος.

¶ 75. 1. Ὁ τόκος ἐπὶ γραμμάτιον \$ 36, πρὸς 7 τὰ ἑκατόν, ἦτο \$ 3'78· πόσος ἦτον ὁ καιρὸς;

Ὁ τόκος ἐπὶ \$ 36, δι' 1 ἔτος, πρὸς 7 τὰ ἑκατόν, εἶναι \$ 2'52· ὁθεν, $\$ 3'78 \div \$ 2'52 = 1'5$ ἔτη, τὸν ζητούμενον καιρὸν· ἡγουν, — Εὗρε τὸν δι' 1 ἔτος τόκον τοῦ δοθέντος κεφαλαίου, πρὸς τὴν δοθεῖσαν τιμὴν, διὰ τοῦ ὁποίου διαίρεσε τὸν δοθέντα τόκον· τὸ πηλίκον δὲ θέλει εἶσθαι ὁ ζητούμενος καιρὸς, εἰς ἔτη καὶ δεκαδικὰ μέρη τοῦ ἔτους· τὰ δεύτερα ἐμποροῦν ἔπειτα νὰ ἀναχθῶσιν εἰς μῆνας καὶ ἡμέρας.

Ἀπ. 1 ἔτος 6 μῆνες.

2. Ἐάν \$ 31'71 τόκος πληρωθῶσιν ἐπὶ γραμμάτιον τῶν \$ 226'50, πόσος ἦτον ὁ καιρὸς, τῆς τιμῆς βαλλομένης 6 τὰ ἑκατόν;

Ἀπ. $2'33\frac{1}{2} = 2$ ἔτη 4 μῆνας.

3. Ἐπὶ γραμμάτιον \$ 600, ἐπλήρωσα τόκον \$ 20, πρὸς 8 τὰ ἑκατὸν· πόσος ἦτον ὁ καιρός;

Ἀπ. $416 \div 5 = 83$ μῆνας τόσον σιμὰ, ὥστε νὰ λέγωνται 5, καὶ ἤθελαν εἶσθαι ἀκριβῶς 5, ἂν ἐπροστίθετο τὸ χαμένον κλάσμα.

4. Ὁ τόκος ἐπὶ γραμμάτιον \$ 217·25, πρὸς 4 τὰ ἑκατὸν, ἦτο \$ 28·242· πόσος ἦτον ὁ καιρός;

Ἀπ. 3 ἔτη 3 μῆνες.

Σημείωσις. Ὅταν ἡ τιμὴ ἦναι 6 τὰ ἑκατὸν, ἐμποροῦμεν νὰ διαιρέσωμεν τὸν τόκον μὲ τὸ ἡμισυ τοῦ κεφαλαίου, μετακινοῦντες τὴν διαστολὴν δύο τόπους πρὸς τὰ ἀριστερὰ, καὶ τὸ πηλίκον θέλει εἶσθαι ἡ ἀπόκρισις εἰς μῆνας.

Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸν χρεωστούμενον ἐπὶ γραμμάτια τόκον, κτλ., ὅταν ἔγιναν πληρωμαὶ κατὰ μέρος.

¶ 76. Εἰς ἐπικρατείας τινὰς εἶναι νομοθετημένον, νὰ χρησιμεύωσιν αἱ πληρωμαὶ εἰς ἐξάλειψιν τοῦ τόκου, καὶ μὴτε τόκος μὴτε πληρωμὴ νὰ σύρῃ ποτὲ τόκον. Ὅθεν, ἂν ἡ καθ' ὁποιονδήποτε καιρὸν πληρωμὴ ὑπερβαίῃ τὸν τόκον μέχρι τοῦ αὐτοῦ καιροῦ λογαριασμένον, τὸ περιπλεόν αὐτὸ ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ κεφάλαιον· ἀλλ' ἐάν ἡ πληρωμὴ ἦναι ὀλιγωτέρα ἀπὸ τὸν τόκον, τὸ κεφάλαιον μένει ἀναλλοίωτον. Ἐχομεν λοιπὸν τὸν ΚΑΝΟΝΑ ΤΟΥΤΟΝ· — Λογαρίασε τὸν τόκον μέχρι τοῦ πρώτου καιροῦ, κατὰ τὸν ὁποῖον ἔγινε πληρωμὴ, ἥτις, εἴτε μόνη, εἴτε ὁμοῦ μὲ τὰς προλαβούσας πληρωμας, ἂν ὑπάρχῃ τις, ὑπερβαίνει τὸν τότε χρεωστούμενον τόκον· πρόσθεσε τὸν τόκον αὐτὸν εἰς τὸ κεφάλαιον, καὶ ἀπὸ τὸ συμποσούμενον ἀφαίρεσε τὴν πληρωμὴν, ἢ τὸ ἄθροισμα τῶν πληρωμῶν, τῶν γενομένων ἐντὸς τοῦ καιροῦ διὰ

τὸν ὅποιον ὁ τόκος ἐλογαριάσθη, καὶ τὸ ὑπόλοιπον θέλει εἶσθαι νέον κεφάλαιον, μὲ τὸ ὅποιον πράξε ὡς μὲ τὸ πρῶτον.

1. Ὑπόσχομαι νὰ πληρώσω εἰς τὸν Ἰάκωβον Φιλόπονον, ἡ διαταγὴν, ἑκατὸν δεκαεὺς τάλλαρα ἐξηκοντὰ ἐξ ἑκατοστημόρια καὶ ἐξ χιλιοστημόρια, μὲ τόκον. Μαΐου 1, 1822.

\$ 116'666

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ.

Εἰς τὸ γραμμάτιον τοῦτο ἦσαν ἐπιγραμμένα τὰ ἐξῆς·

Δεκ.	25, 1822, ἔλαβα	\$ 16'666	} Διὰ νὰ εὐ- ρης τὰς και- ρὺς, ὥς νὰ λογαριάσῃς τὸν τόκον, συμβλεύσῃς ¶ 32.
Ἰουλ.	10, 1823,	\$ 1'666	
Σεπτ.	1, 1824,	\$ 5'000	
Ἰαν.	14, 1825,	\$ 33'333	
Ἀπρ.	15, 1826,	\$ 62'000	

Τί ἐχρεωστεῖτο Αὐγούστῃ 3, 1827 ;

Ἀπ. \$ 23'775.

Τὸ πρῶτον κεφάλαιον τὸ θεμένον εἰς τόκον ἀπὸ
Μαΐου 1, 1822, - - - - - \$ 116'666

Τόκος μέχρι Δεκ. 25, 1822, τῆς καὶροῦ
τῆς πρώτης πληρωμῆς, (7 μῆνες 24
ἡμέραι,) - - - - - 4'549

Συμποσούμενον, \$ 121'215

Πληρωμὴ, Δεκ. 25, ὑπερβαίνουσα τὸν
τότε χρεωστούμενον τόκον, - - - 16'666

Ὑπόλοιπον διὰ νέον κεφάλαιον, - 104'549

Τόκος ἀπὸ Δεκ. 25, 1822, μέχρι Ἰαν- }
νίος 14, 1825, (29 μῆνες 19 ἡμέραι,) } 15'490

Συμποσούμενον νὰ μεταφερθῇ, \$ 120'039

Συμποσούμενον μεταφερόμενον, \$ 120'039	
Πληρωμή, 'Ιουλίου 10, 1823,	
ὀλιγωτέρα τοῦ τότε χρεω-	
στουμένου τόκου, - -	\$ 1'666
Πληρωμή, Σεπτ. 1, 1824, ὀ-	
λιγωτέρα τοῦ τότε χρεω-	
στουμένου τόκου, - -	5'000
Πληρωμή, 'Ιανίῃ 14, 1825,	
ὑπερβαίνουσα τὸν τότε χρεω-	
στούμενον τόκου, - -	33'333
	\$ 39'999

'Υπόλοιπον διὰ νέον κεφάλαιον, ('Ιου-	
νίου 14, 1825,) - - - -	80'040
Τόκος ἀπὸ 'Ιανίου 14, 1825, μέχρι	
'Απριλ. 15, 1826, (10 μῆνες 1 ἡμέ-	
ρα,) - - - - -	4'015

Συμποσούμενον, \$ 84'055	
Πληρωμή, 'Απριλ. 15, 1825, ὑπερ-	
βαίνουσα τὸν τότε χρεωστούμενον	
τόκου, - - - - -	62'000
'Υπόλοιπον διὰ νέον κεφάλαιον, ('Α-	
πριλ. 15, 1826,) - - - -	\$ 22'055
Τόκος χρεωστούμενος Αὐγ. 3, 1827,	
ἀπὸ 'Απριλ. 15, 1826, (15 μῆνες	
18 ἡμέραι,) - - - - -	1'720

Περιπλέον χρεωστέμενον Αὐγ. 3, 1827, \$ 23'775

2. 'Υπόσχομαι νὰ πληρώσω εἰς τὸν 'Ιωάννην
'Εργάτην, ἡ διαταγὴν, ὀκτακόσια ἐξηκονταε-
πτὰ τάλλαρα ἔ τριάκοντα τρία ἑκατοστημόρια,
μὲ τόκον. 'Ιαν. 6, 1820.

\$ 867'33

ΠΕΤΡΟΣ ΔΙΚΑΙΟΣ,

Ἐπάνω εἰς τὸ γραμματίον τοῦτο ἦσαν αἱ ἐξῆς ἐπιγραφαὶ, δηλαδή,

Ἀπριλ. 16, 1823, ἔλαβα \$ 136'44.

Ἀπριλ. 16, 1825, \$ 319.

Ἰαν. 1, 1826, \$ 518'68.

Τί ἔμενε χρεωστούμενον Ἰουλίου 11, 1827 ;

Ἀπ. \$ 215'103.

ΤΟΚΟΣ ΣΥΝΘΕΤΟΣ.

¶ 77. Ὑπόσχεται ὁ *A* νὰ πληρώσῃ εἰς τὸν *B* \$ 256 εἰς 3 ἔτη, μὲ τόκον χρονικῶς· ἀλλ' εἰς τὸ τέλος τοῦ 1 ἔτους, μὴ δυνάμενος νὰ πληρώσῃ τὸν τόκον, στέργει νὰ πληρόνῃ τόκον ἐπὶ τὸν τόκον ἀπὸ τὸν καιρὸν ἐκεῖνον, τὸν αὐτὸν ὡς ἐπὶ τὸ κεφάλαιον.

Σημείωσις. Τόκος ἀπλοῦς εἶναι ὁ πληρονόμενος διὰ τὸ κεφάλαιον μόνον· τόκος δὲ σύνθετος εἶναι ὁ πληρονόμενος καὶ διὰ τὸ κεφάλαιον καὶ διὰ τὸν τόκον, ὅταν οὗτος δὲν πληρόνεται εἰς τὸν καιρὸν, ὅτε ἀρχίζει νὰ χρεωστῇται.

Τὸν σύνθετον τόκον λογαριάζομεν συνάπτοντες τὸν τόκον μὲ τὸ κεφάλαιον εἰς τὸ τέλος καθενὸς ἔτους, καὶ κάμνοντες τὸ συμπόσιον μὲν οὖν τὸ κεφάλαιον διὰ τὸ ἐξῆς διαδεχόμενον ἔτος.

1. Πόσος εἶναι ὁ σύνθετος τόκος τῶν \$ 256 διὰ 3 ἔτη, πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν ;

\$ 256 δοθείσα ποσότης, ἡ πρῶτον κεφάλαιον.

06

15'36	τόκος,	}	νὰ συναφθῶσι.
256'00	κεφάλαιον,		

271'36

συνποσούμενον ἢ κεφάλαιον διὰ 2ον ἔτος.

06

16'2816	σύνθετος τόκος, 2ον ἔτος,	}	νὰ συναφθῶσι.
271'36	κεφάλαιον, ὁμοίως,		

287'6416

συνποσούμενον, ἢ κεφάλαιον διὰ 3ον ἔτος.

06

17'25846	σύνθετος τόκος, 3ον ἔτος,	}	νὰ συναφθῶσι.
287'641	κεφάλαιον, ὁμοίως,		

304'899

συνποσούμενον.

256

πρῶτον κεφάλαιον νὰ ἀφαιρῇ.

Ἀπ. \$ 48'899 σύνθετος τόκος διὰ 3 ἔτη.

2. Πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, πόσος θέλει εἶσθαι ὁ σύνθετος τόκος, καὶ τί τὸ συνποσούμενον, τοῦ \$ 1 διὰ 2 ἔτη; — τί τὸ συνποσούμενον διὰ 3 ἔτη; — διὰ 4 ἔτη; — διὰ 5 ἔτη; — διὰ 6 ἔτη; — διὰ 7 ἔτη; — διὰ 8 ἔτη;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. \$ 1'593 +.

Φανερόν εἶναι ὅτι τὸ συνποσούμενον τῶν \$ 2, δι' ὅποιονδήποτε δοθέντα καιρὸν, θέλει εἶσθαι δύο φορὰς ὅσον τὸ συνποσούμενον τοῦ \$ 1· τὸ συνποσούμενον τῶν \$ 3 θέλει εἶσθαι 3 φορὰς τόσον, κτλ.

Ὅθεν, ἐμποροῦμεν νὰ σχηματίσωμεν τὰ συνποσούμενα τοῦ \$ 1, διὰ διάφορα ἔτη, εἰς πίνα-

κα πολυπλασιαστων, διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸ συμποσοούμενον ὅποιασδήποτε ποσότητος διὰ τὸν αὐτὸν καιρόν.

ΠΙΝΑΞ.

Δείχνων τὸ συμποσοούμενον τοῦ \$ 1, 1 φ., 1 £., κτλ., δι' ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν ἔτων, μὴν ὑπερβαίνοντα 24, πρὸς 5 καὶ 6 τὰ ἑκατόν, κατὰ τόκον σύνθετον.

Ἔτη.	5 τὰ ἑκατόν.	6 τὰ ἑκατόν.	Ἔτη.	5 τὰ ἑκατόν.	6 τὰ ἑκατόν.
1	1'05	1'06	13	1'88564+	2'13292+
2	1'1025	1'1236	14	1'97993+	2'26090+
3	1'15762+	1'19101+	15	2'07892+	2'39655+
4	1'21550+	1'26247+	16	2'18287+	2'54035+
5	1'27628+	1'33822+	17	2'29201+	2'69277+
6	1'34009+	1'41851+	18	2'40661+	2'85433+
7	1'40710+	1'50363+	19	2'52695	3'02559+
8	1'47745+	1'59384+	20	2'65329+	3'20713+
9	1'55132+	1'68947+	21	2'78596+	3'39956+
10	1'62889+	1'79084+	22	2'92526+	3'60353+
11	1'71033+	1'89829+	23	3'07152+	3'81974+
12	1'79585+	2'01219+	24	3'22509+	4'04893+

Σημείωσις 1. Ἀρκετὰ ἀκριβεῖς θέλουν εἶσθαι οἱ πλείότεροι λογαριασμοί, ἂν μεταχειριζόμεθα τέσσαρα μόνον δεκαδικὰ τῶν ἀνωτέρω ἀριθμῶν.

Σημείωσις 2. Ὅταν ᾖναι μῆνες καὶ ἡμέραι, δύνασαι πρῶτον νὰ εὕρῃς τὸ συμποσοούμενον διὰ τὰ ἔτη, καὶ ἀπὸ τὸ συμποσοούμενον αὐτὸ λογαρίασῃς τὸν τόκον διὰ τοὺς μῆνας καὶ τὰς ἡμέρας· τοῦτο δὲ, εἰς τὸ συμποσοούμενον προσθεμένον, θέλει δώσῃν τὴν ἀπόκρισιν.

3. Τί εἶναι τὸ συμποσοούμενον τῶν \$ 600'50 διὰ 20 ἔτη, πρὸς 5 τὰ ἑκατόν, κατὰ σύνθετον τόκον ; — πρὸς 6 τὰ ἑκατόν ;

§ 1 πρὸς 5 τὰ ἑκατὸν, κατὰ τὸν πίνακα, εἶναι
 \$ 2'65329. ὁθεν, $2'65329 \times 600'50 = \$ 1593$
 '30 + 'Απ. πρὸς 5 τὰ ἑκατὸν· καὶ $3'20713 \times$
 $600'50 = \$ 1925'881 +$ 'Απ. πρὸς 6 τὰ ἑκα-
 τόν.

4. Τί εἶναι τὸ συμποσούμενον τῶν \$ 40'20
 πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, κατὰ σύνθετον τόκον, διὰ 4
 ἔτη; — διὰ 10 ἔτη; — διὰ 18 ἔτη; —
 διὰ 12 ἔτη; — διὰ 3 ἔτη, καὶ 4 μῆνας; —
 διὰ 24 ἔτη, 6 μῆνας, καὶ 18 ἡμέρας;
 'Απ. εἰς τελ. ἔρ. \$ 168'137.

Σ η μ ε ί ω σ ι ς. Ὅποιαδήποτε ποσότης εἰς
 σύνθετον τόκον θέλει διπλωθῇν εἰς 11 ἔτη, 10
 μῆνας, καὶ 22 ἡμέρας.

'Απὸ τὰ ἤδη φερθέντα εἰς μέσου συνάγομεν
 τὸν ἐξῆς γενικὸν

KANONA.

Α'. Διὰ νὰ εὕρῃς τὸν τόκον, ὅταν ὁ καιρὸς
 ᾗναι 1 ἔτος, ἢ νὰ εὕρῃς πόσον χρεωστεῖς νὰ
 πληρώσῃς πρὸς τόσα τὰ ἑκατὸν δι' ὅποιανδή-
 ποτε ποσότητα ἀργυρίᾳ, χωρὶς στοχασμὸν και-
 ροῦ, ὡς τὴν προμήθειαν, κτλ., — Πολυπλα-
 σίασε τὸ κεφάλαιον, ἢ τὴν δοθεῖσαν ποσότητα,
 μὲ τὴν τιμὴν τῶν ἑκατὸν, γραμμένην ὡς δεκαδι-
 κὸν κλάσμα· τὸ παραγόμενον δὲ, ἀφοῦ ἀποκό-
 ψῃς τόσους τόπους διὰ δεκαδικὰ, ὅσα εἶναι τὰ
 καὶ εἰς τοὺς δύο παράγοντας δεκαδικὰ, θέλει
 εἶσθαι ὁ ζητούμενος τόκος, κτλ.

Β'. Ὅταν εἰς τὸν δοθέντα καιρὸν ᾗναι μῆνες
 καὶ ἡμέραι, διὰ νὰ εὕρῃς τὸν τόκον ὅποιασδή-
 ποτε ποσότητος ἀργυρίου πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν,
 — Πολυπλασίασε τὸ κεφάλαιον μὲ τὸν διὰ
 τὸν δοθέντα καιρὸν τόκον τοῦ 1 φ., εὕρημένον

εἰς τὸν νοῦν σου, καὶ τὸ παραγόμενον, ὡς ἀρχήτερα, θέλει εἶσθαι ὁ ζητούμενος τόκος.

Γ'. Διὰ τὰ εὔρης τοῦ 1 φ. τὸν τόκον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, δι' ὅποιονδήποτε δοθέντα καιρὸν, εἰς τὸν νοῦν σου, — Χρειάζεται μόνον τὰ στοχασθῆς, ὅτι τὰ λεπτά θέλουν εἶσθαι ἴσα μὲ τὸ ἡμῖσι τοῦ μεγίστου ζυγοῦ ἀριθμοῦ τῶν μηνῶν καὶ τὰ χιλιοστὰ θέλουν εἶσθαι 5 διὰ τὸν ἄξυγον μῆνα, (ἂν ᾖ τινες,) καὶ 1 διὰ κάθε 6 ἡμέρας.

Δ'. Ἄν ἡ δοθεῖσα ποσότης ᾖται εἰς στηλίνια, σιλλίνια, σολδία, καὶ φαρδίγγια, — Ἀνάγαγε τὰ σιλλίνια, κτλ., εἰς τὸ δεκαδικὸν στηλίνης, (§ 66) ἔπειτα πράξε κατὰ πάντα ὡς τὰ ἦσαν Ἑλληνικὰ νομίσματα. Ἀφοῦ δ' εὔρης τὸν τόκον, τὸ δεκαδικὸν μέρος, διὰ τῆς ἀναστροφῆς τῆς ἐργασίας, δύναται τὰ φερθῆναι ὀπίσω εἰς σιλλίνια, σολδία, καὶ φαρδίγγια.

Ε'. Ἄν ὁ ζητούμενος τόκος ᾖται πρὸς ἄλλην ὅποιονδήποτε τιμὴν παρὰ πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, (ἂν ᾖται μῆνες, ἢ μῆνες καὶ ἡμέραι, εἰς τὸν δοθέντα καιρὸν,) — Εὔρε πρώτα τὸν τόκον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν· ἔπειτα διαίρεισε τὸν οὕτω εὔρεθέντα τόκον μὲ τοιοῦτον μέρος, ἢ μέρη, ὅποιον ὁ τόκος, πρὸς τὴν ἀπαιτούμενην τιμὴν, εἶναι μεγαλύτερος ἢ μικρότερος ἀπὸ τὸν τόκον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, καὶ τὸ πηλίκον, ἢ τὰ πηλικά, προσθεμένον εἰς τὸν πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν τόκον, ἢ ἀφηρημένον ἀπ' αὐτόν, ὡς ἡ χρεία τὸ καλῆ, θέλει δώσειν τὸν τόκον πρὸς τὴν ἀπαιτούμενην τιμὴν.

Σημείωσις. Τὸν τόκον ὅποιονδήποτε ἀριθμοῦ φοινίκων, δι' 6 ἡμέρας, πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, εὐρίσκομεν εὐκολα, ἀποκόπτοντες τὴν μονάδα ἢ τὸν χαρακτῆρα τῆς δεξιᾶς χειρός· οἱ εἰς

τὰ ἀριστερὰ δὲ χαρακτῆρες θέλουν δείχνειν τὸν τόκον εἰς λεπτὰ δι' 6 ἡμέρας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν \$ 1600 δι' 1 ἔτος καὶ 3 μῆνας; Ἀπ. \$ 120.

2. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν \$ 5'811, δι' 1 ἔτος 11 μῆνας; Ἀπ. \$ '668.

3. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν \$ 2'29, δι' 1 μῆνα 19 ἡμέρας, πρὸς 3 τὰ ἑκατόν; Ἀπ. \$ '009.

4. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 18 φ., διὰ 2 ἔτη 14 ἡμέρας, πρὸς 7 τὰ ἑκατόν; Ἀπ. 2'569 φ.

5. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 17'68 φ., διὰ 11 μῆνας, 28 ἡμέρας; Ἀπ. 1'054 φ.

6. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 200 φ. διὰ 1 ἡμέραν; — 2 ἡμέρας; — 3 ἡμέρας; — 4 ἡμέρας; — 5 ἡμέρας;

Ἀπ. διὰ 5 ἡμέρας, 0'166 φ.

7. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τοῦ ἡμίσεως χιλιοσημορίου ἐνὸς φοίνικος διὰ 567 ἔτη;

Ἀπ. 0'017 φ.

8. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 81 φ., διὰ 2 ἔτη 14 ἡμέρας, πρὸς $\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν; — $\frac{3}{4}$ τὰ ἑκατόν; — $\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν; — 2 τὰ ἑκατόν; — 3 τὰ ἑκατόν; — $4\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν; — 5 τὰ ἑκατόν; — 6 τὰ ἑκατόν; — 7 τὰ ἑκατόν; — $7\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν; — 8 τὰ ἑκατόν; — 9 τὰ ἑκατόν; — 10 τὰ ἑκατόν; — 12 τὰ ἑκατόν; — $12\frac{1}{2}$ τὰ ἑκατόν; Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. 20'643 φ.

9. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 9 λεπτῶν διὰ 45 ἔτη, 7 μῆνας, 11 ἡμέρας; Ἀπ. 0'246 φ.

10. Τοῦ Α τὸ γραμματίον \$ 56'75 ἐδόθη Ἰουνίου 6, 1801, μὲ συμφωνίαν ν' ἀρχίσῃ νῦν

τρέχη ὁ τόκος μετὰ 90 ἡμέρας· πόσον ἐχρεω-
στεῖτο Φεβ. 9, 1802; Ἀπ. \$ 58'19.

11. Τοῦ Β τὸ γραμματίον \$ 365'37 ἐδόθη
Δεκ. 3, 1797· Ἰουν. 7, 1800, ἐπλήρωσε \$ 97'16·
τί ἐχρεωστεῖτο Σεπτ. 11, 1800;

Ἀπ. \$ 328'32.

12. Ἄν ὑποθέσωμεν γραμματίον \$ 317'92,
μηνολογημένον Ἰουλ. 5, 1797, ἐπάνω τοῦ ὁποῖα
ἦσαν ἐπιγραμμέναι αἱ ἐξῆς πληρωμαὶ, δηλαδή,
Σεπτ. 13, 1799, \$ 208'04· Μαρτ. 10, 1800,
\$ 76· τί ἐχρεωστεῖτο Ἰαν. 1, 1801;

Ἀπ. \$ 83'991.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ ΤΟΥ ΤΟΚΟΥ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί λέγεται τόκος; 2. Πῶς λογαριάζεται;
3. Τί ἐννοῶμεν διὰ τῆς τιμῆς τῶν ἐκατὸν; 4.
—— διὰ τοῦ κεφαλαίου; 5. —— διὰ τοῦ συμ-
ποσουμένων; 6. —— διὰ τοῦ νομίμου τόκου; 7.
—— διὰ τῆς προμηθείας, ἢ τοῦ προξενητικοῦ;
8. Ἡ τιμὴ τῶν ἐκατὸν εἶναι δεκαδικόν, φθά-
νον ἕως εἰς πόσους τόπους; 9. Τί εἶναι αἱ
δεκαδικαὶ φράσεις, αἱ ἐκατοστῶν κατώτεραι; 10.
Πῶς εὐρίσκεται ὁ τόκος, (ὅταν ὁ καιρὸς ᾗναι 1
ἔτος,) ἢ προμήθεια, ἢ ὁ,τιδήποτε ἄλλο λογαρια-
ζόμενον πρὸς τόσα τὰ ἐκατὸν χωρὶς στοχα-
σμόν καιροῦ; 11. Ὅταν ᾗναι ἡ τιμὴ 1 τὰ ἐ-
κατὸν ἢ ὀλιγώτερον, πῶς δύναται νὰ συσταλθῇ
ἡ ἐργασία; 12. Πῶς εὐρίσκεται εἰς τὸν νοῦν ὁ
τόκος 1 φ., πρὸς 6 τὰ ἐκατὸν, δι' ὁποιονδήποτε
δοθέντα καιρόν; 13. Πῶς λογαριάζεται ὁ τό-
κος πρὸς 6 τὰ ἐκατὸν, ὅταν ᾗναι μῆνες καὶ ἡ-

μέραι εἰς τὸν δοθέντα καιρὸν ; 14. Ὃταν ὁ δομένος καιρὸς ᾦναι ὀλιγώτερος ἀπὸ 6 ἡμέρας, πῶς εὐρίσκεται ὁ τόκος εὐκολώτερα ; 15. Ἄν ἡ δομένη ποσότης ᾦναι εἰς στηρλίνας, σιλλίνια, κτλ., πῶς λογαριάζεται ὁ τόκος ; 16. Ὃταν ἡ τιμὴ ᾦναι ἄλλη ὅποιαδήποτε παρὰ 6 τὰ ἑκατὸν, ἂν ᾦναι μῆνες καὶ ἡμέραι εἰς τὸν δοθέντα καιρὸν, πῶς εὐρίσκεται ὁ τόκος ; 17. Ποῖος εἶναι ὁ κανὼν διὰ νὰ εὐρίσκωμεν τὸν τόκον γραμματίων, κτλ., ὅταν ἔγιναν πληρωμαὶ κατὰ μέρος ; 18. Πῶς δύναται τις νὰ εὕρῃ τὸ κεφάλαιον, ὅταν ᾦναι δομένα ὁ καιρὸς, ἡ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ τὸ συμποσούμενον ; 19. Τί λέγεται ὑφαίρεσις ; 20. — παροῦσα ἀξία ; 21. Πῶς εὐρίσκεται τὸ κεφάλαιον, ὅταν ᾦναι δομένα ὁ καιρὸς, ἡ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ ὁ τόκος ; 22. Πῶς εὐρίσκεται ἡ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, ὅταν ᾦναι δομένα τὸ κεφάλαιον, ὁ τόκος, καὶ ὁ καιρὸς ; 23. Πῶς εὐρίσκεται ὁ καιρὸς, ὅταν ᾦναι δομένα τὸ κεφάλαιον, ἡ τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ ὁ τόκος ; 24. Ποῖος λεγεται τόκος ἀπλῆς ; 25. — τόκος σύνθετος ; 26. Πῶς λογαριάζεται ὁ σύνθετος τόκος ;

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ.

1. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν \$ 273'51 δι' 1 ἔτος 10 ἡμέρας, πρὸς 7 τὰ ἑκατὸν ; Ἀπ. \$ 19'677.

2. Πόσος εἶναι ὁ τόκος τῶν 486 φ. δι' 1 ἔτος 3 μῆνας, 19 ἡμέρας, πρὸς 8 τὰ ἑκατὸν ; Ἀπ. 50'652.

3. Τοῦ Δ τὸ γραμματίον ἀπὸ \$ 203'17 ἐδόθη Ὁκτ. 5, 1808, ν' ἀρχίσῃ ὁ τόκος μετὰ τρεῖς μῆνας. Ἰαν. 5, 1809, ἐπλήρωσε \$ 50· τί ἐχρεωστεῖτο Μαΐς 2, 1811 ; Ἀπ. \$ 174'53.

4. Τοῦ Ε τὸ γραμμάτιον ἀπὸ \$ 870·05 ἐδόθη Νοεμ. 17, 1800, ν' ἀρχίσῃ ὁ τόκος μετὰ 90 ἡμέρας· Φεβ. 11, 1805, ἐπλήρωσε \$ 186·06· τί ἐχρεωστεῖτο Δεκ. 23, 1807; Ἀπ. \$ 1045·34.

5. Συμφωνήσας τις με τοὺς δανειστάς του νὰ τοὺς πληρώσῃ πρὸς 62½ λεπτὰ ἐπὶ καθένα φοῖνικα, πόσα πρέπει νὰ πληρώσῃ ἐπὶ χρέος 137·46 ₣; Ἀπ. 85·912 ₣.

6. Ποῖον κεφάλαιον πρὸς 7 τὰ ἑκατὸν, θέλει, εἰς 9 μῆνας 18 ἡμέρας, συμποσωθῇν εἰς \$ 422·40; Ἀπ. \$ 400.

7. Ποία εἶναι ἡ παροῦσα ἀξία τῶν \$ 426, πληρωτέων εἰς 4 ἔτη καὶ 12 ἡμέρας, ἂν ὑφαιρέσωμεν πρὸς 5 τὰ ἑκατὸν;

Εἰς μεγάλας ποσότητας, διὰ νὰ ἐκβάλωμεν ὁρθὰ τὰ ἑκατοστημόρια, θέλει κάποτε εἶσθαι ἀναγκαῖον νὰ ἐκτείνωμεν τὸ εἰς τὸν διαιρέτην δεκαδικὸν εἰς πέντε τόπους. Ἀπ. \$ 354·506.

8. Ὑγόρασεν ἔμπορός τιςπραγματείας διὰ \$ 250 μετρητὰ, καὶ τὰς ἐμεταπώλησε διὰ \$ 300, πληρωτέα εἰς 9 μῆνας· τί ἐκέρδησεν, ἂν ὑφαιρέσωμεν πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν; Ἀπ. \$ 37·081.

9. Ἐπώλησα πραγματείας διὰ \$ 3120, νὰ πληρωθῶσι, τὸ ἥμισυ εἰς 3 μῆνας, καὶ τὸ ἄλλο ἥμισυ εἰς 6 μῆνας· πόσον πρέπει νὰ ὑφαιρεθῇ διὰ νὰ πληρωθῶ τώρα; Ἀπ. \$ 68·492.

10. Ἄν πληρόνῃ \$ 15·52 τόκον διὰ τὴν μεταχείρισιν τῶν \$ 500, 9 μῆνας καὶ 9 ἡμέρας, ποία εἶναι ἡ τῶν ἑκατὸν τιμὴ;

11. Ὑγόρασα σκιάδια πρὸς 4 σλ. τὸ ἓν, καὶ τὰ ἐμεταπώλησα πρὸς 4 σλ. 9 σδ· πόσον ἐκέρδησα πραγματευθεὶς 100 £.; Ἀπ. 18 £. 15 σλ.

12. Ὑγόρασα ὑφασμά πρὸς \$ 4·48 τὸν πηχυν· πῶς πρέπει νὰ τὸ πωλήσω διὰ νὰ κερδήσω 12½ τὰ ἑκατὸν; Ἀπ. \$ 5·04.

13. Ἠγόρασα ἐλάδιον διὰ 4 £· πόσα πρέπει νὰ τὸ πωλήσω, νὰ ζημιωθῶ 10 τὰ εκατόν;

Ἀπ. 3 £. 12 σλ.

14. Ἠγόρασα ὕφασμα πρὸς 15 σλ. τὸν πῆχυν, τὸ ὁποῖον ἐπειδὴ δὲν ἐκβῆκε τόσον καλὸν ὅσον ἐπρόσμενα, εὐχαριστῶμαι νὰ χάσω $17\frac{1}{2}$ τὰ εκατόν· πόσα πρέπει νὰ τὸ πωλήσω τὸν πῆχυν;

Ἀπ. 12 σλ. $4\frac{1}{2}$ σδ.

ΠΑΗΡΩΜΩΝ ΕΞΙΣΩΣΙΣ.

¶ 78. Πληρωμῶν ἐξίσωσις εἶναι ἡ μέθοδος τοῦ εὐρίσκειν τὸν μέσον καιρὸν διὰ τὴν πληρωμὴν διαφόρων χρεῶν, χρεωστούμενων εἰς διαφόρους καιροὺς.

1. Εἰς πόσους μῆνας θέλει κερδήσειν 1 φ. ὅσον κερδαίνουν 5 φ. εἰς 6 μῆνας;

2. Εἰς πόσους μῆνας θέλει κερδήσειν 1 φ. ὅσον 40 φ. κερδαίνουν εἰς 15 μῆνας;

Ἀπ. 600.

3. Εἰς πόσους μῆνας θέλει ἡ 5 φ. μεταχειρίσις ἀξίζειν ὅσον ἡ 1 φ. μεταχειρίσις διὰ 40 μῆνας;

4. Ἐδανείσθηκα ἀπὸ φίλον \$ 1 διὰ 20 μῆνας· ἔπειτα τὸν ἐδάνεισα \$ 4· πόσον καιρὸν πρέπει νὰ τὰ κρατῇ, ὥστε ν' ἀποζημιωθῇ διὰ τὴν τοῦ \$ 1 μεταχείρισιν;

5. Ἐχω τρεῖς ὁμολογίας ἀπὸ ἀνθρώπον τινά· μία \$ 12, χρεωστούμενη εἰς 3 μῆνας· μία \$ 9, χρεωστούμενη εἰς 5 μῆνας· καὶ ἡ ἄλλη \$ 6, χρεωστούμενη εἰς 10 μῆνας· ὁ ἄνθρωπος θέλει νὰ τὰς πληρώσῃ ὅλας ἐνταυτῷ· ποῖον καιρὸν πρέπει νὰ τὰς πληρώσῃ;

\$ 12 διὰ 3 μῆνας εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ \$ 1 διὰ 36 μῆνας, καὶ
 \$ 9 διὰ 5 μῆνας εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ \$ 1 διὰ 45 μῆνας, καὶ
 \$ 6 διὰ 10 μῆνας εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ \$ 1 διὰ 60 μῆνας.

27

141

Ἡδύνατο λοιπὸν, νὰ κρατῇ \$ 1 141 μῆνας, καὶ ἐμπορεῖ νὰ κρατῇ 27 τάλλαρα $\frac{1}{27}$ μέρος τοῦ τοσοῦτου καιροῦ· δηλαδή, $\frac{141}{27} = 5$ μῆνας + 6 ἡμέρας, Ἀπόκρισις.

“Οθεν, Διὰ νὰ εὕρῃς τὸν μέσον καιρὸν διὰ πληρωμὰς διαφόρους, — ΚΑΝΩΝ. — Πολυπλασίασε ἐκάστην ποσότητα μὲ τὸν καιρὸν τῆς πληρωμῆς της, καὶ διαίρεσε τῶν παραγομένων τὸ κεφάλαιον, μὲ τὸ κεφάλαιον τῶν πληρωμῶν, καὶ τὸ πηλίκον θέλει εἶσθαι ἡ ἀπόκρισις.

6. Χρεωστοῦνται εἰς ἔμπορον τινὰ \$ 300, νὰ πληρωθῶσι κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον· \$ 50 εἰς 2 μῆνας, \$ 100 εἰς 5 μῆνας, καὶ τὰ ἐπίλοιπα εἰς 8 μῆνας· ἐσυμφωνήθη δὲ νὰ πληρωθῶσιν ὅλα ὁμοῦ· πότε πρέπει νὰ γένη ἡ πληρωμή;

Ἀπ. εἰς 6 μῆνας.

7. Χρεωστεῖ ὁ Α εἰς τὸν Β \$ 136, νὰ πληρωθῶσιν εἰς 10 μῆνας· \$ 96, νὰ πληρωθῶσιν εἰς 7 μῆνας· καὶ \$ 260 νὰ πληρωθῶσιν εἰς 4 μῆνας· ποῖος εἶναι ὁ ἐξισωμένος καιρὸς διὰ τοῦ ὅλου τὴν πλήρωσιν;

Ἀπ. 6 μῆνες, 7 ἡμέραι +.

8. Χρεωστεῖ ὁ Α εἰς τὸν Β \$ 600, ἐκ τῶν ὁποίων \$ 200 ἔχουν νὰ πληρωθῶσι τὸν παρόντα καιρὸν, 200 εἰς 4 μῆνας, καὶ 200 εἰς 8 μῆνας· ποῖος εἶναι ὁ ἐξισωμένος καιρὸς διὰ τοῦ ὅλου τὴν πλήρωσιν;

Ἀπ. 4 μῆνες.

9. Χρεωστεῖ ὁ Α εἰς τὸν Β \$ 300, νὰ πληρωθῶσιν ὡς ἀκολούθως· $\frac{1}{3}$ εἰς 3 μῆνας, $\frac{1}{4}$ εἰς 4 μῆνας, καὶ τὸ ὑπόλοιπον εἰς 6 μῆνας· ποῖος εἶναι ὁ ἐξισωμένος καιρὸς;

Ἀπ. $4\frac{1}{2}$ μῆνες.

ΛΟΓΟΣ,

ἦτοι

Η ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΧΕΣΙΣ.

¶ 79. 1. Τί μέρος 5 κοιλῶν εἶναι 12 κοιλά ;

Τὸ νὰ εὐρίσκωμεν ποῖον μέρος ἀριθμοῦ τινὸς εἶναι ἄλλος τις ἀριθμὸς, εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ νὰ εὐρίσκωμεν τὸν καλούμενον λόγον, ἦτοι σκέσιν ἀριθμοῦ τινὸς πρὸς ἄλλον· οὕτω, ἡ ἐρώτησις, Τί μέρος 5 κοιλῶν εἶναι 12 κοιλά ; εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ, Ποῖος εἶναι ὁ λόγος 5 κοιλῶν πρὸς 12 κοιλά ; Ἡ Ἀπόκρισις εἶναι $\frac{5}{12} = 2\frac{1}{2}$.

Ὁθεν λόγος δύναται νὰ ὀρισθῇ, ὁ ἀριθμὸς τῶν φορῶν, τὸν ὁποῖον ἀριθμὸς τις περιέχεται εἰς ἄλλον· ἢ, ὁ ἀριθμὸς τῶν φορῶν, τὸν ὁποῖον μία ποσότης περιέχεται εἰς ἄλλην τοῦ αὐτοῦ εἴδους ποσότητα.

2. Τί μέρος τῶν 8 πήχεων εἶναι 13 πήχεις ; ἢ, Ποῖος εἶναι ὁ λόγος τῶν 8 πήχεων πρὸς 13 πήχεις ;

13 πήχεις εἶναι $\frac{13}{8}$ τῶν 8 πήχεων, ὅταν ἡ διαίρεσις ἐκφράζεται κλασματικῶς. Ἐὰν δ' ἐκτελέσωμεν τὴν διαίρεσιν, ἔχομεν διὰ τὸν λόγον $1\frac{5}{8}$ · ἡγουν, 13 πήχεις εἶναι 1 φορὰν 8 πήχεις, καὶ $\frac{5}{8}$ μιᾶς ἄλλης φορᾶς.

Ἰδαμεν, (¶ 15, σημεῖον,) ὅτι ἡ διαίρεσις ἐμπορεῖ νὰ ἐκφράζεται κλασματικῶς. Οὕτω καὶ ὁ λόγος ἀριθμοῦ τινὸς πρὸς ἄλλον ἀριθμὸν, ἢ τὸ μέρος τὸ ὁποῖον ἀριθμὸς τις εἶναι ἄλλου, ἐμπορεῖ νὰ ἐκφράζεται κλασματικῶς· τὸ ὁποῖον διὰ νὰ γένη, κάμε τὸν ἀριθμὸν ὅστις καλεῖται τὸ μέρος, εἴτε ὁ μικρότερος εἶναι εἴτε ὁ με-

γαλήτερος ἀριθμὸς, τὸν ἀριθμητὴν κλάσματος, ὑποκάτω τοῦ ὁποίου γράψῃ τὸν ἄλλον ἀριθμὸν διὰ παρονομαστήν. Ὅταν ἡ ἐρώτησις ᾖ ἡναι, Ποῖος εἶναι ὁ λόγος, κτλ., ὁ τελευταῖον ὀνομαζόμενος ἀριθμὸς εἶναι τὸ μέρος· ὅθεν πρέπει νὰ γίνεταί ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος, ἢ ὁ πρῶτον ὀνομαζόμενος ἀριθμὸς ὁ παρονομαστής.

3. Τί μέρος τῶν 12 ταλλάρων εἶναι 11 τάλλαρα; ἢ, 11 τάλλαρα εἶναι ποῖον μέρος τῶν 12 ταλλάρων; 11 εἶναι ὁ ἀριθμὸς ὅστις ἐκφράζει τὸ μέρος. Διὰ νὰ βάλωμεν δὲ τὴν ἐρώτησιν ταύτην εἰς τὸ ἄλλο σχῆμα, δηλαδή, Ποῖος εἶναι ὁ λόγος, κτλ.; ὡς ὀνομασθῇ ὁ ἀριθμὸς, ὅστις ἐκφράζει τὸ μέρος, τελευταῖον· οὕτω, Ποῖος εἶναι ὁ λόγος τῶν 12 ταλλάρων πρὸς 11 τάλλαρα; Ἀπ. $\frac{11}{12}$.

4. Τί μέρος τῆς 1 £. εἶναι 2 σλ. 6 σδ.; ἢ, Ποῖος εἶναι ὁ λόγος τῆς 1 £. πρὸς 2 σλ. 6 σδ.; 1 £. = 240 σολδία, καὶ 2 σλ. 6 σδ. = 30 σολδία· ὅθεν, $\frac{30}{240} = \frac{1}{8}$, εἶναι ἡ Ἀποκρισις.

ΑΝΑΛΟΓΙΑ,

ἥτοι

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ.

¶ 80. 1. Ἐὰν κομμάτιον ὑφάσματος, 4 πήχεις μακρὸν, ἀξίῃ 12 τάλλαρα, πόση θέλει εἶσθαι ἡ ἀξία κομματίος τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος 7 πήχεις μακροῦ;

Ἐὰν τὸ κομμάτιον τοῦτο ἐπεριεῖχε δις τόσους πήχεις ὅσους τὸ πρῶτον κομμάτιον, φανερόν ὅτι ἡ τιμὴ ἤθελεν εἶσθαι δις τόση· ἐὰν ἐπεριεῖχε

τρὶς τόσους πήχεις, ἢ τιμὴ ἡθέλεν εἶσθαι τρεῖς τόσῃ· ἢ ἂν ἐπεριεῖχε τὸ ἡμῖσις μόνον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν εἰς τὸ πρῶτον περιεχομένων πήχεων, ἢ τιμὴ ἡθέλεν εἶσθαι μόνον ἢ ἡμίσεια· ἢ γουν, τῶν 7 πήχεων ἢ ἁξία θέλει εἶσθαι τοιοῦτον μέρος τῶν 12 ταλλάρων, ὅποιον μέρος οἱ 7 πήχεις εἶναι τῶν 4 πήχεων. 7 πήχεις εἶναι $\frac{7}{4}$ τῶν 4 πήχεων· ἀκολουθῶς, τῶν 7 πήχεων ἢ τιμὴ πρέπει νὰ ἦναι $\frac{1}{4}$ τῆς τιμῆς τῶν 4 πήχεων, ἢ $\frac{1}{4}$ τῶν 12 ταλλάρων. $\frac{1}{4}$ τῶν 12 ταλλάρων, ἢ γουν, $12 \times \frac{1}{4} = \frac{84}{4} = 21$ τάλλαρα, Ἀπόκρισις.

2. Ἐὰν ἵππος τις ὁδοιπορῇ 30 μίλια εἰς 6 ὥρας, πόσα μίλια θέλει ὁδοιπορήσειν εἰς 11 ὥρας;

11 ὥραι εἶναι $\frac{11}{6}$ τῶν 6 ὥρων, ἢ γουν, 11 ὥραι εἶναι 1 φορὰν 6 ὥραι, καὶ $\frac{5}{6}$ μιᾶς ἄλλης φορᾶς· ἀκολουθῶς, θέλει ὁδοιπορήσειν, εἰς 11 ὥρας, 1 φορὰν 30 μίλια, καὶ $\frac{5}{6}$ μιᾶς ἄλλης φορᾶς, ἢ γουν, ὁ λόγος μεταξὺ τῶν διαστημάτων θέλει εἶσθαι ἴσος μὲ τὸν λόγον μεταξὺ τῶν καιρῶν.

$\frac{11}{6}$ τῶν 30 μιλίων, δηλαδή, $30 \times \frac{11}{6} = \frac{330}{6} = 55$ μίλια. Ἐὰν, λοιπὸν, δὲν ἔγινε σφάλμα τι, 55 μίλια πρέπει νὰ ἦναι $\frac{11}{6}$ τῶν 30 μιλίων. Τοῦτο πραγματικῶς ἀληθεύει· διότι $\frac{55}{30} = \frac{11}{6}$.

Ἀπ. 55 μίλια.

Ποσότητες, αἵτινες ἔχουν τὸν αὐτὸν λόγον μεταξὺ των, ὀνομάζονται ἀνάλογοι. Οὕτω, αἱ τέσσαρες αὗται ποσότητες,

ὥραι. ὥραι. μίλια. μίλια.

6, 11, 30, 55,

κατὰ τὴν τάξιν ταύτην γραμμέναι, οὔσαι τοιαῦται, ὥστε ἡ δευτέρα περιέχει τὴν πρώτην, ὁσάκις ἡ τετάρτη περιέχει τὴν τρίτην, ἢ γων, ἐπιδῆ ὁ μεταξὺ τῆς τρίτης καὶ τετάρτης λόγος εἶναι ἴσος μὲ τὸν μεταξὺ τῆς πρώτης καὶ δευτέ-

ρας λόγον, συγκροτοῦν τὴν λεγομένην ἀναλογίαν.

Ἀκολουθεῖ ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι ἡ ἀναλογία εἶναι συνδυασμὸς δύο ἴσων λόγων. Ὁ μὲν λόγος ὑπάρχει μεταξὺ δύο ἀριθμῶν· ἡ δὲ ἀναλογία ἀπαιτεῖ τοῦλάχιστον τρεῖς.

Διὰ τὰ φανερώσωμεν ὅτι ὑπάρχει ἀναλογία μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν 6, 11, 30, καὶ 55, τοὺς γράφομεν οὕτω—

$$6 : 11 :: 30 : 55$$

τὸ ὁποῖον ἀναγινώσκεται, 6 εἶναι πρὸς 11 ὡς 30 εἶναι πρὸς 55· ἤγουν, 6 εἶναι τὸ αὐτὸ μέρος τοῦ 11, τὸ ὁποῖον 30 εἶναι τοῦ 55· ἢ, 6 περιέχεται εἰς 11 ὡςάκις 30 περιέχεται εἰς 55· ἢ, τελευταῖον, ὁ λόγος ἢ σχέσις τοῦ 11 πρὸς 6 εἶναι ἡ αὐτὴ ὡς ἡ τοῦ 55 πρὸς 30.

¶ 81. Ὁ πρῶτος ὅρος λόγου ἢ σχέσεως, καλεῖται ὁ ἡγούμενος, καὶ ὁ δεύτερος ὁ ἐπόμενος. Εἰς μίαν ἀναλογίαν εἶναι δύο ἡγούμενοι καὶ δύο ἐπόμενοι, δηλαδή, ὁ ἡγούμενος τοῦ πρώτου λόγου, καὶ ὁ τοῦ δευτέρου· ὁ ἐπόμενος τοῦ πρώτου λόγου, καὶ ὁ τοῦ δευτέρου. Εἰς τὴν ἀναλογίαν $6 : 11 :: 30 : 55$, οἱ ἡγούμενοι εἶναι 6, 30· οἱ ἐπόμενοι, 11, 55.

Ὁ ἐπόμενος, ὡς εἰδείξαμεν ἤδη, λαμβάνεται διὰ τὸν ἀριθμητὴν, καὶ ὁ ἡγούμενος διὰ τὸν παρονομαστήν τοῦ κλάσματος, τοῦ ἐκφράζοντος τὸν λόγον ἢ τοι σχέσιν. Οὕτω, ὁ πρῶτος λόγος εἶναι $\frac{11}{6}$, ὁ δεύτερος $\frac{55}{30} = \frac{11}{6}$ · ὅτι δὲ οἱ δύο οὗτοι λόγοι εἶναι ἴσοι, τὸ ἐξεύρομεν, ἐπειδὴ τὰ κλάσματα εἶναι ἴσα.

Ἐπειδὴ τὰ δύο κλάσματα $\frac{11}{6}$ καὶ $\frac{55}{30}$ εἶναι ἴσα, ἔπεται ὅτι, ἐὰν τὰ ἀνάξωμεν εἰς κοινὸν παρονομαστήν, τοῦ ἐνὸς ὁ ἀριθμητὴς θέλει γένειν ἴσος

μέ τὸν ἀριθμητὴν τοῦ ἄλλου, καὶ, ἀκολούθως, ὅτι ὁ 11 πολυπλασιαζόμενος μὲ 30 θέλει δώσῃ τὸ αὐτὸ παραγόμενον, ὅποιον ὁ 55 πολυπλασιαζόμενος μὲ 6. Τοῦτο πραγματικῶς ἀληθεύει· διότι $11 \times 30 = 330$, καὶ $55 \times 6 = 330$.
 Ὄθεν ἐπεται,—Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ᾗναι ἀνάλογοι, τὸ παραγόμενον τοῦ πρώτου καὶ τελευταίῃς ἢ τῶν δύο ἄκρων, εἶναι ἴσον μὲ τὸ παραγόμενον τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, ἢ τῶν δύο μέσων.

Ὄθεν εὐκόλως δυνάμεθα, ἔχοντες τρεῖς ὅρους τῆς ἀναλογίας δομένους, νὰ εὐρίσκωμεν τὸν τέταρτον. Λάβε τὸ τελευταῖον παράδειγμα. Ἐξεύροντες ὅτι τὰ ὁδοιπορηθέντα διαστήματα εἶναι κατ' ἀναλογίαν τῶν εἰς τὴν ὁδοιπορίαν δαπανηθέντων καιρῶν ἢτοι ὥρῶν, γράφομεν τὴν ἀναλογίαν οὕτω—

ὥραι. ὥραι. μίλια. μίλια.

6 : 11 :: 30

Ἐπειδὴ δὲ τὸ παραγόμενον τῶν ἄκρων εἶναι ἴσον μὲ τὸ παραγόμενον τῶν μέσων, πολυπλασιάζομεν ὁμοῦ τὰ δύο μέσα, 11 ἔ 30, τὸ ὅποιον κάμνει 330, καὶ διαιροῦντες τὸ παραγόμενον τοῦτο μὲ τὸ γνωστὸν ἄκρον, 6, εὐρίσκομεν ὡς τὴν ἐκβασιν 55, ἡγουν, 55 μίλια, τὸ ὅποιον εἶναι τὸ ἄλλο ζητούμενον ἄκρον, ἢτοι ὅρος.

3. Πρὸς \$ 54 διὰ 9 σάκκους σιταρίῃς, πόσοι σάκκοι δύνανται ν' ἀγορασθῶσι διὰ \$ 186;

Εἰς τὸ ζήτημα τοῦτο, ἡ ἄγνωστος ποσότης εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγορασθέντων διὰ \$ 186 σάκκων, ἥτις ἀνάγκη νὰ περιέχῃ τοὺς 9 σάκκους ὁσάκις \$ 186 περιέχει \$ 54· ἔχομεν οὕτω τὴν ἐξῆς ἀναλογίαν.

τάλλαρα. τάλλαρα. σάχκοι. σάχκοι.

54 : 186 :: 9 :

9

. 54)1674(31 σάχκοι, ἡ Ἀπ.

162

54

54

—

Τὸ παραγόμε-
νον, 1674, τῶν
δύο μέσων, διαι-
ρούμενον μὲ 54,
τὸ γνωστὸν ἄ-
κρον, δίδει 31
σάχκους διὰ τὸ
ἄλλο ἄκρον, τὸ ὁ-
ποῖον εἶναι ὁ ζη-
τούμενος ὅρος, ἡ-
τοι Ἀπόκρισις.

Ὅταν ἦναι δομένοι ὅποιοιδήποτε τρεῖς ὅροι
μίας ἀναλογίας, ἡ πρῶξις, διὰ τῆς ὁποίας εὐρί-
σκομεν τὸν τέταρτον, καλεῖται ἡ Μέθοδος ἡ ὁ
Κανὼν τῶν Τριῶν. Διὰ τὴν λύεται δὲ τὸ ζήτημα
ὀρθῶς, ἀνάγκη κάποτε νὰ μεταβάλλεται ἡ τάξις
τῶν ὁρῶν τῆς ἀναλογίας. Τοῦτο ἐμπορεῖ νὰ
γίνεται, ἂν οἱ ὅροι βάλλωνται οὕτω, ὥστε τὸ παρ-
αγόμενον τῶν ἄκρων νὰ ἦναι ἴσον μὲ τὸ τῶν
μέσων.

4. Ἐὰν 3 ἄνθρωποι τελειόνωσιν ἔργον τι εἰς
10 ἡμέρας, εἰς πόσον καιρὸν θέλουν κάμειν τὸ
αὐτὸ ἔργον 6 ἄνθρωποι ;

Ἐπειδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν, εἰς τὸν ὁποῖ-
ον 6 ἄνθρωποι θέλουν κάμειν τὸ ἔργον, εἶναι ὁ
ζητούμενος ὅρος, ὁ γνωστὸς ὅρος τοῦ αὐτοῦ εἰ-
δους, δηλαδή, 10 ἡμέραι, γίνεται ὁ τρίτος ὅρος.
Οἱ δύο μένοντες ὅροι εἶναι 3 ἄνθρωποι καὶ 6
ἄνθρωποι, τῶν ὁποίων ὁ λόγος εἶναι $\frac{3}{6}$. Ἀλλ'
ὅσον πλείότεροι ἄνθρωποι ἀσχολοῦνται εἰς τὸ
ἔργον, τόσον ὀλιγώτερος καιρὸς θέλει ἀπαιτεῖ-
σθαι νὰ τὸ ἐκτελέσωσιν· ἀκολούθως, αἱ ἡμέραι
θέλουν εἶσθαι ὀλιγώτεραι, καθόσον ὁ ἀριθμὸς
τῶν ἀνθρώπων εἶναι μεγαλήτερος. Εἶναι μὲν
ἐτι ἀναλογία εἰς τὴν περίστασιν ταύτην, ἀλλὰ

τῶν ὄρων ἡ τάξις ἀναστρέφεται· διότι ὁ ἀριθμὸς τῶν εἰς τὴν δευτέραν συντροφίαν ἀνθρώπων, ὢν διπλῆς τῶν εἰς τὴν πρώτην, θέλει ἀπαιτεῖν μόνον τὸ ἡμισυ τῆς καιροῦ. Διό, ὁ πρῶτος ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν ἀνάγκη νὰ περιέχῃ τὸν δεύτερον, ὅσκις ὁ δεύτερος ἀριθμὸς τῶν ἀνθρώπων περιέχει τὸν πρῶτον. Ἐπειδὴ δὲ τῶν ὄρων ἡ τάξις αὕτη εἶναι ἡ ἀντίστροφος τῆς ἀποδιδομένης εἰς αὐτοῦς εἰς τοῦ ζητήματος τὴν ἀγγελίαν, λέγομεν, ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀνθρώπων εἶναι κατὰ λόγον ἀναστρόφον τῆς ἀριθμῆς τῶν ἡμερῶν. Ὅθεν, μὲ σκοπὸν νὰ λύσωμεν ὁρθὰ τὸ ζήτημα, ἀντιστρέφουμεν τὴν τάξιν τῶν δύο πρῶτων ὄρων, (κάμνοντες τὸ ὅποιον, ἀναστρέφουμεν τὸν λόγον,) καὶ, ἀντὶ νὰ γράψωμεν τὴν ἀναλογίαν, 3 ἄνθρωποι : 6 ἀνθρώπους, ($\frac{1}{2}$) τὴν γράφουμεν, 6 ἄνθρωποι : 3 ἀνθρώπους, ($\frac{1}{2}$) ἡγουν,

ἄνθρωποι. ἄνθρωποι. ἡμέραι. ἡμέραι.

$$6 : 3 :: 10 \dots\dots$$

Σημείωσις. Ἀναστρέφουμεν τὸν λόγον ὅταν ἀντιστρέφωμεν τὴν τάξιν τῶν εἰς τὴν ἀναλογίαν ὄρων, διότι τότε ὁ ἡγουμένος λαμβάνει τὸν τόπον τοῦ ἐπομένου, καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν τοῦ ἡγουμένου· ἀκολουθῶς, τοῦ κλάσματος οἱ ὄροι, οἱ ἐκφράζοντες τὸν λόγον, ἀναστρέφονται· δια τοῦτο ἀναστρέφεται καὶ ὁ λόγος. Ὅτε, ὁ λόγος ὁ ἐκφραζόμενος διὰ τοῦ $\frac{1}{2} = 2$, ἀνέστραμμένος, εἶναι $\frac{2}{1} = 2$.

Καταγράψαντες τὴν ἀναλογίαν ὡς ἀνωτέρω, διαιροῦμεν τὸ παραγόμενον τῶν μέσων, ($10 \times 3 = 30$), μὲ τὸ γνωστὸν ἄκρον, 6, τὸ ὅποιον δίδει 5, ἡγουν, 5 ἡμέρας, διὰ τὸ ἄλλο ἄκρον, ἥτοι ζητούμενον ὄρον. Ἀπ. 5 ἡμέρας.

Ἀπὸ τὰ νῦν δοθέντα παραδείγματα καὶ σαφηνισμοὺς συνάγομεν τὸν ἐξῆς γενικόν

Αν

ΚΑΝΟΝΑ.

Ἀπὸ τοὺς τρεῖς δομένους ἀριθμοὺς, κάμε
ἐκεῖνον τὸν τρίτον ὅρον, ὅστις εἶναι τοῦ αὐτοῦ
εἶδους μὲ τὴν ζητουμένην ἀπόκρισιν. Ἐπειτα
στοχάσου, ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ζητήματος, ἂν ἡ
ἀπόκρισις θέλῃ εἶσθαι μεγαλητέρα ἢ μικροτέρα
ἀπὸ τὸν ὅρον τοῦτον. Ἐὰν ἡ ἀπόκρισις μέλ-
λῃ νὰ ᾖναι μεγαλητέρα, βάλε τὸν μεγαλήτερον
ἀπὸ τοὺς δύο μένοντας ἀριθμοὺς διὰ τὸν δεύ-
τερον ὅρον, καὶ τὸν μικρότερον ἀριθμὸν διὰ τὸν
πρῶτον ὅρον· ἀλλ' ἐὰν μέλλῃ νὰ ᾖναι μικροτέρα,
βάλε τὸν μικρότερον ἀπὸ τοὺς δύο μένοντας
ἀριθμοὺς διὰ τὸν δεύτερον ὅρον, καὶ τὸν μεγα-
λήτερον διὰ τὸν πρῶτον· καὶ, τόσον εἰς ταύτην
ὅσον καὶ εἰς ἐκείνην τὴν περίστασιν, πολυπλα-
σίασε ὁμοῦ τὸν δεύτερον καὶ τρίτον ὅρον, καὶ
διαίρεσε τὸ παραγόμενον μὲ τὸν πρῶτον διὰ τὴν
ἀπόκρισιν, ἣτις θέλει πάντοτε εἶσθαι τῆς αὐ-
τῆς ὀνομασίας μὲ τὸν τρίτον ὅρον.

Σημείωσις 1. Ἐὰν εἰς τὸν πρῶτον καὶ
δεύτερον ὅρον περιέχωνται διὰ φοροὶ ὀνο-
μασίαι, ἀνάγκη καὶ οἱ δύο νὰ ἀναχθῶσιν εἰς
τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν· καὶ ἂν ὁ τρίτος ὅρος
ᾖναι σύνθετος ἀριθμὸς, χρειᾷ ἢ νὰ ἀνα-
χθῇ εἰς ἀκεραίους τῆς χαμηλοτάτης ὀνομασίας,
ἢ αἱ χαμηλαὶ ὀνομασίαι νὰ ἀναχθῶσιν εἰς κλά-
σμα τῆς εἰς αὐτὸν περιεχομένης ὑψηλοτάτης
ὀνομασίας.

Σημείωσις 2. Ὁ αὐτὸς κανὼν δύνα-
ται νὰ ἐφαρμοσθῇ, ὅποια καὶ ἂν ᾖναι αἱ δο-
μέναι ποσότητες, ἀκέραιοι, κλασματικοί, ἢ δε-
καδικοί.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

5. Ἐάν 6 ἵπποι δαπανῶσι 21 κοιλὰ κριθαρίου εἰς 3 ἐβδομάδας, πόσα κοιλὰ θέλουν ἀρχέσειν 20 ἵππους τὸν αὐτὸν καιρὸν ;

Ἀπ. 70 κοιλὰ.

6. Ἡ προηγουμένη ἐρώτησις ἀντεστραμμένη. Ἐάν 20 ἵπποι δαπανῶσι 70 κοιλὰ κριθαρίου εἰς 3 ἐβδομάδας, πόσα κοιλὰ θέλουν ἀρχέσειν 6 ἵππους τὸν αὐτὸν καιρὸν ;

Ἀπ. 21 κοιλὰ.

7. Ἐάν ἡ σελήνη κινῆται 13° 10' 35" εἰς 1 ἡμέραν, εἰς πόσον καιρὸν τελειώνει μίαν περιστροφὴν ; Ἀπ. 27 ἡμέρας, 7 ὥ. 43 λπ.

8. Ἐάν ἀγοράζω 7 λτ. σακχάρου διὰ 75 λεπτά, πόσας λίτρας δύναμαι ν' ἀγοράσω διὰ 6 φ. ;

Ἀπ. 56 λτ.

9. Ἐάν 2 λτ. σακχάρου μοῦ ἔρχονται 25 λεπτά, πόσον θέλουν μοῦ ἐλθεῖν 100 λτ. καφέ, ἂν 8 λτ. σακχάρου ἀξίζωσι 5 λτ. καφέ. ;

Ἀπ. 20 φ.

10. Δεξαμενὴ τις ἔχει 4 σωλῆνας· ὁ πρῶτος πλὴν γεμίζει εἰς 10 λεπτά, ὁ δεῦτερος εἰς 20 λεπτά, ὁ τρίτος εἰς 40 λεπτά, καὶ ὁ τέταρτος εἰς 80 λεπτά· εἰς πόσον καιρὸν θέλουν τὴν γεμίσειν καὶ οἱ τέσσαρες, τρέχοντες ἐντάμια ;

$\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{80} = \frac{15}{80}$ τῆς δεξαμενῆς εἰς 1 λεπτόν.

Ἀπ. $5\frac{1}{3}$ λεπτά.

11. Ἐάν οἰκογένεια ἀπὸ 10 πρόσωπα δαπανᾷ 3 κοιλὰ σιταρίου εἰς ἓνα μῆνα, πόσα κοιλὰ θέλουν τοὺς ἀρχέσειν, ὅταν ἦναι 30 εἰς τὴν οἰκογένειαν ;

Ἀπ. 9 κοιλὰ.

Σημείωσις. Ὁ κανὼν τῆς ἀναλογίας, ἂν καὶ τὸν μεταχειρίζομεθα συχνά, δὲν εἶναι

ἀπαραιτήτως ἀναγκαῖος· διότι ὅλα τὰ ὑπ' αὐ-
τὸν ζητήματα δύνανται νὰ λυθῶσι καὶ δι' ἀνα-
λύσεως, ὡς ἐδείξαμεν ἤδη, ¶ 56, παράδ. 1.

Ὅβτω, εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, — Ἐὰν 10
πρόσωπα δαπανῶσι 3 κοιλὰ, 1 πρόσωπον, εἰς
τὸν αὐτὸν καιρὸν, ἤθελε δαπανῆτειν $\frac{1}{10}$ τῶν 3
κοιλῶν, ἤγουν, $\frac{1}{10}$ τοῦ κοιλοῦ· καὶ 30 πρόσωπα
ἤθελαν δαπανῆτειν 30 φορὰς τόσον, ἤγουν,
 $3 = 9$ κοιλὰ, ὡς πρότερον.

12. Ἐὰν ῥάβδος, 5 πδ. 8 δκ. μακρὰ, ῥίπτῃ
σκιὰν 6 ποδῶν, πόσον ὑψηλὸν εἶναι τὸ κωδω-
νοστάσιον, τοῦ ὁποῖου ἡ σκιὰ ἔχει 153 ποδῶν
μάκρος; Ἀπ. $144\frac{1}{2}$ πόδας.

13. Τὸ αὐτὸ δι' ἀναλύσεως. Ἐὰν 6 πδ. σκιᾶς
χρειάζονται ῥάβδον 5 πδ. 8 δκ. = 68 δκ., 1
πούς σκιᾶς θέλει χρειάζεσθαι ῥάβδον τοῦ $\frac{1}{6}$ τῶν
68 δκ. ἢ $\frac{68}{6}$ δκ. ἔπειτα, 153 πδ. σκιᾶς θέλουν
χρειάζεσθαι 153 φορὰς τοσοῦτον· ἤγουν, $\frac{68}{6} \times$
 $153 = \frac{10404}{6} = 1734$ δκ. = $144\frac{1}{2}$ πδ., ὡς πρότερον.

14. Ὑπόθεσ ὅτι 2000 στρατιῶται εἶχαν ἀνα-
πληρωθῇν μὲ ἄρτον ἱκανὸν νὰ τοὺς βαστάξῃ 12
ἐβδομάδας, πρὸς 14 ὀγγίας τὴν ἡμέραν εἰς τὸν
καθεῖνα· ἀλλ' ἐξετάσαντες, εὗρηκαν 105 βαρέ-
λια, περιέχοντα 200 λτ. καθεῖν, διόλου χαλα-
σμένα· πόσον πρέπει νὰ λαμβάνῃ καθεῖς, διὰ
νὰ τοὺς ἀρκέσῃ τὸ ὑπόλοιπον τὸν αὐτὸν και-
ρὸν; Ἀπ. 12 ὀγ. καθημέραν.

15. Κτίριόν τι ἀνηγέρθη εἰς 8 μῆνας ἀπὸ
120 ἐργάτας· ἀλλὰ τὸ αὐτὸ, καθαιρεθὲν, χρειά-
ζεται νὰ μετακτισθῇ εἰς 2 μῆνας· θέλω νὰ μά-
θω πόσους ἀνθρώπους πρέπει ν' ἀσχολήσω πε-
ρὶ αὐτό; Ἀπ. 480 ἀνθρώπους.

16. Δεξαμενὴ τις ἔχει σωλῆνα, ὅστις τὴν κε-
κόνει εἰς 10 ὥρας· πόσοι σωλῆνες τῆς αὐτῆς

ικανότητος θέλουν τὴν κενώσκειν εἰς εἰκοσιτέσσαρα λεπτά ; Ἀπ. 25 σωλῆνες.

17. Φρουρά τις ἀπὸ 1200 ἄνδρας ἔχει ζωοτροφίας διὰ 9 μῆνας, πρὸς 14 ὀγ. τὴν ἡμέραν· πόσον καιρὸν θέλουν ἀρκέσειν αἱ ζωοτροφίαι κατὰ τὴν αὐτὴν δόσιν, ἐὰν ἡ φρουρά δυναμωθῇ ἀπὸ 400 ἄνδρας ; Ἀπ. $6\frac{3}{4}$ μῆνας.

18. Ἐὰν τελειόνη τις ὁδοιπορίαν εἰς 15 ἡμέρας, ὅταν αἱ ἡμέραι ᾖναι 12 ὥρας μακραί, εἰς πόσας θέλει τὴν κάμειν, ὅταν αἱ ἡμέραι ᾖναι μόνον 10 ὥρας μακραί ; Ἀπ. 18 ἡμέρας.

19. Ἐὰν ἀγρός τις τρέφῃ 6 ἀγελάδας 91 ἡμέρας, πόσον καιρὸν θέλει τρέφειν 21 ἀγελάδας ; Ἀπ. 26 ἡμέρας.

20. Ἐὰν $\frac{11}{12}$ λτ. σακχάρου ἀξίζωσιν $\frac{1}{12}$ ἐνὸς σιλλινίου, πόσον θέλουν ἀξίζειν $\frac{32}{43}$ μιᾶς λίτρας ; Ἀπ. 4 σδ. $3\frac{4271}{7055}$ φρ.

Σημείωσις. Ἰδὲ ¶ 56, παράδ. 1, ὅπερ τὸ προηγούμενον ζήτημα λύεται δι' ἀναλύσεως. Τὰ ἐπόμενα ὁκτώ εἶναι τὰ ἐξῆς διαδεχόμενα παραδείγματα εἰς τὸν αὐτὸν ¶.

21. Ἐὰν 7 λτ. σάκχαρον τιμῶνται $\frac{3}{4}$ ἐνὸς ταλλάρου, πόσον τιμῶνται αἱ 12 λίτραι ; Ἀπ. \$ 1 $\frac{1}{4}$.

22. Ἐὰν $6\frac{1}{2}$ πχ. ὑφάσματος τιμῶνται 3 φ., πόσον τιμῶνται $9\frac{1}{4}$ πχ. ; Ἀπ. 4·269 φ.

23. Ἐὰν $\frac{1}{2}$ λτ. παρὰ $\frac{1}{2}$ ἀξίζῃ 13 $\frac{1}{2}$ σδ., τί ἀξίζεν 14 λτ. παρὰ $\frac{1}{2}$ τῶν 2 λιτρῶν ; Ἀπ. 4 £. 9 σλ. 9 $\frac{3}{8}$ σδ.

24. Ἐὰν $\frac{2}{3}$ πχ. τιμῶνται $\frac{1}{3}$ φ., πόσον ἔρχονται 40 $\frac{1}{2}$ πχ. ; Ἀπ. 59·062 φ.

25. Ἐὰν $\frac{1}{16}$ ἐνὸς πλοιαρίου ἀξίζωσι 251 φ., πόσον εἶναι τὰ $\frac{3}{32}$ τῆς ἀξίας τε ; Ἀπ. 53·785 φ.

26. Πρὸς 3 $\frac{1}{2}$ £. τὸ κνδ., τί θέλουν ἀξίζειν 9 $\frac{3}{8}$ λτ. ; Ἀπ. 6 σλ. 3 $\frac{5}{8}$ σδ.

27. "Εμπορός τις, ἐξισιάζων $\frac{1}{2}$ ἐνός πλοιαρίου, ἐπώλησε $\frac{2}{3}$ τοῦ μεριδίου του διὰ 957 φ. τί ἤξιζε τὸ πλοιάριον; 'Απ. 1794375 φ.

28. "Εμπορός τις ἠγόρασεν ἀριθμὸν τινὰ κομματίων βελούτου, ἐκ τῶν ὁποίων καθὲν ἐπεριεῖχεν 129 $\frac{1}{2}$ πήχεις, πρὸς \$7 διὰ 5 πήχεις, καὶ, πωλήσας τα πρὸς \$11 διὰ 7 πήχεις, ἐκέρδησε \$200 ἀπὸ τὴν ληψοδοσίαν. πόσα κομμάτια ἦσαν; 'Απ. 9 κομμάτια.

29. Πρὸς \$33 διὰ 6 σάκκους σιταρίου, τί πρέπει νὰ πληρωθῇ διὰ 178 σάκκους; 'Απ. \$979.

30. Πρὸς \$2.25 διὰ 3.17 κνδ. ἀχύρων, πόσον ἔρχεται ὁ τόνος; 'Απ. \$14.195.

ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΣΥΝΘΕΤΟΣ.

¶ 82. Συμβαίνει πολλάκις, καὶ ἡ σχέσις τῆς ἀπαιτουμένης ποσότητος πρὸς τὴν δοθεῖσαν τοῦ αὐτοῦ εἵδους ποσότητα κρέμεται ἀπὸ διαφόρους περιστάσεις συνενωμένας· λέγεται δὲ τότε Ἀναλογία Συνθετος, ἢ Διπλῇ Μέθοδος τῶν Τριῶν.

1. Ἐὰν ὁδοιπορῇ τις 273 μίλια εἰς 13 ἡμέρας, ὁδοιπορῶν μόνον 7 ὥρας καθ'ἡμέραν, πόσα μίλια θέλει ὁδοιπορήσῃ εἰς 12 ἡμέρας, ἂν ὁδοιπορῇ 10 ὥρας τὴν ἡμέραν;

Κατὰ διαφόρους τρόπους δύναται νὰ λυθῇ τὸ ζήτημα τοῦτο. Πρῶτον, δι' ἀναλύσεως—

"Αν ἤξεύραμεν πόσα μίλια ὁδοιποροῦσεν ὁ ἄνθρωπος εἰς 1 ὥραν, φανερόν εἶναι ὅτι ἠμπορούσαμεν καὶ λάβωμεν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον 10 φορὰς, ὅστις ἤθελε τότε εἶσθαι ὁ ἀριθμὸς τῶν

μιλίων, τὰ ὅποια ἤθελεν ὁδοιπορήσειν εἰς 10 ὥρας, ἢ εἰς 1 τῶν μακρῶν τούτων ἡμερῶν, καὶ οὗτος πάλιν, λαμβανόμενος 12 φορὰς, ἤθελεν εἰσθαι ὁ ἀριθμὸς τῶν μιλίων, τὰ ὅποια ἤθελεν ὁδοιπορήσειν εἰς 12 ἡμέρας, ὁδοιπορῶν 10 ὥρας καθ' ἡμέραν.

Ἐὰν ὁδοιπορῇ 273 μίλια εἰς 13 ἡμέρας, θέλει ὁδοιπορήσειν $\frac{1}{13}$ τῶν 273 μιλίων, δηλαδή, $\frac{273}{13}$ μίλια εἰς 1 ἡμέραν τῶν 7 ὥρῶν· καὶ $\frac{1}{7}$ τῶν $\frac{273}{13}$ μιλίων εἶναι $\frac{73}{51}$ μίλια, τὸ εἰς 1 ὥραν ὁδοιπορούμενον διάστημα· ἔπειτα, 10 φορὰς $\frac{273}{51} = \frac{2730}{51}$ μίλια, τὸ εἰς 10 ὥρας ὁδοιπορούμενον διάστημα· καὶ 12 φορὰς $\frac{2730}{51} = \frac{32760}{51} = 360$ μίλια, τὸ εἰς 12 ἡμέρας ὁδοιπορούμενον διάστημα, ὅταν ὁδοιπορῇ 10 ὥρας τὴν ἡμέραν. Ἀπ. 360 μίλια.

Ἀλλ' ἀνάγκη νὰ δείξωμεν πῶς ἐμπορεῖ τὸ ζήτημα νὰ λυθῇ δι' ἀναλογίας.—

Πρῶτον· πρέπει νὰ στοχασθῶμεν ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν μιλίων, τὰ ὅποια θέλει ὁδοιπορήσειν, κρέμεται ἀπὸ δύο περιστάσεις, ἡγουν, τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν ὅσας ὁ ἀνθρώπος ὁδοιπορεῖ, καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὥρῶν ὅσας ὁδοιπορεῖ πᾶσαν ἡμέραν.

Τὴν ἐσχάτην ταύτην περίστασιν δὲν θέλομεν στοχασθῇν κατὰ πρῶτον, ἀλλ' ὑποθέσειν ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν ὥρῶν εἶναι ὁ αὐτὸς καὶ εἰς τὰς δύο περιστάσεις· ἡ ἐρώτησις θέλει τότε εἶσθαι,— Ἐὰν ὁδοιπορῇ 273 εἰς 13 ἡμέρας, πόσα μίλια θέλει ὁδοιπορήσειν εἰς 12 ἡμέρας; Τοῦτο θέλει δώσειν τὴν ἐξῆς ἀναλογίαν.—

13 ἡμέραι : 12 ἡμέρας :: 273 μίλια : μίλια

ἐκ τῆς ὁποίας εὐρίσκομεν διὰ τὸν τέταρτον ὅρον, ἥτοι ἀπόκρισιν, 252 μίλια.

Στοχαζόμενοι τώρα τὴν ἄλλην περίστασιν, ἢ

τὴν τῶν ὥρῶν, πρέπει νὰ εἰπωμεν, — Ἐὰν ἄνθρω-
 πός τις, ὁδοιπορῶν 7 ὥρας καθεμέραν δι' ἀριθ-
 μὸν τινὰ ἡμερῶν, ὁδοιπορῇ 252 μίλια, ἕως ποῦ
 θέλει ὁδοιπορήσῃ κατὰ τὸν αὐτὸν καιρὸν, εἰάν
 ὁδοιπορῇ 10 ὥρας τὴν ἡμέραν; Τοῦτο μᾶς
 φέρει εἰς τὴν ἐξῆς ἀναλογίαν. —

$$7 \text{ ὥραι} : 10 \text{ ὥρας} :: 252 \text{ μίλια} \cdot \dots \text{ μίλια.}$$

Αὕτη δίδει διὰ τὸν τέταρτον ὅρον, ἥτοι ἀπό-
 κρισιν, 360 μίλια.

Βλέπομεν, λοιπὸν, ὅτι ὁ ὅρος 273 μίλια ἔχει
 πρὸς τὸν τέταρτον ὅρον, ἢ τὴν ἀπόκρισιν, τὴν
 αὐτὴν ἀναλογίαν, τὴν ὁποίαν ὁ ὅρος 13 ἡμέραι
 ἔχει πρὸς 12 ἡμέρας, καὶ τὴν ὁποίαν ὁ ὅρος 7
 ὥραι ἔχει πρὸς 10 ὥρας. Καταγράφοντες δὲ
 τοῦτο εἰς τὸ σχῆμα ἀναλογίας, ἔχομεν

$$\left. \begin{array}{l} 13 \text{ ἡμέραι} : 12 \text{ ἡμέρας} \\ 7 \text{ ὥραι} : 10 \text{ ὥρας} \end{array} \right\} :: 273 \text{ μίλια} \cdot \dots \text{ μίλια}$$

ἐκ τοῦ ὁποίου φαίνεται, ὅτι 273 πρέπει νὰ πο-
 λυπλασιασθῇ καὶ μὲ τὸ 12 καὶ μὲ τὸ 10· δηλα-
 δὴ, 273 πρέπει νὰ πολυπλασιασθῇ μὲ τὸ παρ-
 αγόμενον τοῦ 12×10 , καὶ νὰ διαιρεθῇ μὲ τὸ
 παραγόμενον τοῦ 13×7 , τὸ ὁποῖον, γενόμενον,
 δίδει 360 μίλια διὰ τὸν τέταρτον ὅρον, ἥτοι
 ἀπόκρισιν, ὡς ἀρχήτερα.

Ὁμοιοτρόπως δύναται νὰ καταγραφῇ καὶ νὰ
 λυθῇ ὁποιονδήποτε ζήτημα ἀναφερόμενον εἰς
 τὴν ἀναλογίαν, ὅσον καὶ ἂν ᾖ περιπλεγμένον.

2. Ἐὰν 218 ἄνδρες δύνανται, εἰς 5 ἡμέρας,
 11 ὥρῶν καθεμίαν, νὰ σκάψωσι χάνδακα 230
 πήχεις μακρὸν, 3 πλατύν, καὶ 2 βαθύν, εἰς πό-
 σας ἡμέρας, 9 ὥρῶν καθεμίαν, θέλῃν 24 ἄνδρες
 σκάψειν χάνδακα 420 πήχεις μακρὸν, 5 πλατύν,
 καὶ 3 βαθύν;

Ἐδὼ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν, εἰς τὰς ὁποίας δύναται νὰ τελειωθῇ τὸ προβληθέν ἔργον, κρέμεται ἀπὸ πέντε περιστάσεις, δηλαδή, τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰς αὐτὸ ἀσχολημένων ἀνθρώπων, τὸν ἀριθμὸν τῶν ὥρῶν ὅσας ἐργάζονται πᾶσαν ἡμέραν, τὸ μᾶκρος, πλάτος, καὶ βάθος τοῦ χάνδακος. Τὸ ζήτημα θέλομεν τώρα στοχασθῇν σχετικῶς πρὸς ἐκάστην τῶν περιστάσεων τούτων, ἀκολουθῶντες τὴν τάξιν κατὰ τὴν ὁποίαν ὠνομάσθησαν.

1ον. Ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐνασχολημένων ἀνθρώπων. Ἐὰν ὅλα ἦσαν ὅμοια εἰς τὰς δύο περιστάσεις, ἔξω ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀνθρώπων καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, τὸ ζήτημα ἤθελε στέκειν μόνον εἰς τὸ νὰ εὗρωμεν, εἰς πόσας ἡμέρας 24 ἀνθρώποι ἤθελαν τελειώσῃν τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον 248 ἀνθρώποι εἶχαν τελειώσῃν εἰς 5 ἡμέρας· τότε δὲ ἠθέλαμεν ἔχειν

24 ἀνθρώποι : 248 ἀνθρώπους :: 5 ἡμέραι : ἡμέρας.

2ον. Ὡραι τὴν ἡμέραν. Ἀλλ' οἱ μὲν πρῶτοι ἐργάται ἐδούλευσαν 11 ὥρας τὴν ἡμέραν, οἱ δεύτεροι δὲ μόνον 9· καὶ ὀλιγώτεραι ὥραι ἀπαιτοῦν πλειότερας ἡμέρας· ὅθεν ἔχομεν

9 ὥραι : 11 ὥρας :: 5 ἡμέραι : ἡμέρας.

3ον. Μᾶκρος τῶν χανδάκων. Ἐπειδὴ οἱ χάνδακες εἶναι ἄνισοι τὸ μέγεθος, τόσον πλειότεραι ἡμέραι θέλουν εἶσθαι ἀναγκαῖαι, ὅσον ὁ δεύτερος εἶναι μακρότερος τῇ πρώτῃ· ὅθεν θέλομεν ἔχειν

230 μᾶκρος : 420 μᾶκρος :: 5 ἡμέραι : ἡμέρας.

4ον. Πλάτος. Θεωροῦντες τὸ πλάτος αὐτῶν, τὸ ὁποῖον διαφέρει, ἔχομεν

3 πλάτος : 5 πλάτος :: 5 ἡμέραι : ἡμέρας.

5ον. Βάθος. Τελευταῖον, ἵπαιδὴ τὰ βάθη εἶναι διάφορα, ἔχομεν

2 βάθος : 3 βάθος :: 5 ἡμέραι : ἡμέρας.

Φαίνεται ἐκ τούτων, ὅτι ὁ ὅρος 5 ἡμέραι ἔχει πρὸς τὸν τέταρτον ὅρον, ἥτοι ἀπόκρισιν, τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν

τὴν ὁποίαν ὁ 24 ἄνθρωποι ἔχει πρὸς 248 ἀνθρώπους, τῶν ὁποίων ὁ λόγος εἶναι $\frac{248}{24}$,
 τὴν ὁποίαν ὁ 9 ὥραι ἔχει πρὸς 11 ὥρας, τῶν ὁποίων ὁ λόγος εἶναι $\frac{11}{9}$,
 τὴν ὁποίαν ὁ 230 μάκρος ἔχει πρὸς 420 μάκρους, $\frac{420}{230}$,
 τὴν ὁποίαν ὁ 3 πλάτος ἔχει πρὸς 5 πλάτος, $\frac{5}{3}$,
 τὴν ὁποίαν ὁ 2 βάθος ἔχει πρὸς 3 βάθος, $\frac{3}{2}$.
 τὰ ὁποῖα ἂν τὰ καταγράψωμεν ὅλα εἰς ἀναλογίας σχῆμα, ἔχομεν

Ἀνθρώποι,	24 : 248	} :: 5 ἡμέρας : ἡμέρας.
Ὡραι,	9 : 11	
Μάκρος,	230 : 420	
Πλάτος,	3 : 5	
Βάθος,	2 : 3	

κοινὸς ὅρος.

¶ 83. Τὸ συνεχές παραγόμενον ὅλων τῶν δευτέρων ὁρῶν $248 \times 11 \times 420 \times 5 \times 3$, πολυπλασιαζόμενον μὲ τὸν τρίτον ὅρον, 5 ἡμέρας, δίδει 85932000· τὸ παραγόμενον δὲ τοῦτο, διαιρούμενον μὲ τὸ συνεχές παραγόμενον τῶν πρώτων ὁρῶν, $24 \times 9 \times 230 \times 3 \times 2$, δίδει $288\frac{84960}{298080}$ ἡμέρας διὰ τὸν τέταρτον ὅρον, ἥτοι ἀπόκρισιν. $288\frac{59}{207}$.

Ἄλλ' οἱ πρώτοι καὶ δεύτεροὶ ὅροι εἶναι τὰ κλάσματα $\frac{248}{24}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{420}{230}$, $\frac{5}{3}$ καὶ $\frac{3}{2}$, ἐκφράζοντα τὰς λόγους τῶν ἀνθρώπων, καὶ τῶν ὥρῶν, τοῦ μάκρους, πλάτους, καὶ βάθους τῶν δύο χανδάκων. Ἐντεῦθεν ἐπεταί, ὅτι ὁ λόγος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δομένων πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ζητουμένων ἡμερῶν, εἶναι ἴσος μὲ τὸ παραγόμενον ὅλων τῶν

λόγων, οἵτινες προκύπτουν ἀπὸ σύγκρισιν τῶν ὄρων, τῶν ἀναφερομένων εἰς ἕκαστον περιστατικὸν τοῦ ζητήματος.

Τὸ παραγόμενον δὲ ὅλων τῶν λόγων εὐρίσκομεν πολυπλασιάζοντες ὁμοῦ τὰ ἐκφράζοντα αὐτοὺς κλάσματα, οὕτω, $\frac{248 \times 11 \times 420 \times 5 \times 3}{24 \times 9 \times 230 \times 3 \times 2} =$
 $\frac{17186400}{298080}$, καὶ τὸ κλάσμα τοῦτο, $\frac{17186400}{298080}$, παραστένει τὸν λόγον τῆς ζητουμένης ποσότητος πρὸς τὴν δομένην ποσότητα τοῦ αὐτοῦ εἵδους. Λόγος οὕτω προκύπτων, ἀπὸ τὸν πολυπλασιασμὸν διαφόρων λόγων, καλεῖται λόγος σὺ ν θ ε τ ο ς.

Ἀπὸ τὰ νῦν δοθέντα παραδείγματα καὶ σαφηνισμοὺς συνάγομεν τὸν ἐξῆς γενικὸν

ΚΑΝΟΝΑ

διὰ νὰ λύωμεν ζητήματα τῆς συνθέτου ἀναλογίας, ἥτοι διπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν, ἔχουν· — Κάμε τὸν ἀριθμὸν ἐκεῖνον, ὅστις εἶναι τοῦ αὐτοῦ εἵδους μὲ τὴν ζητουμένην ἀπόκρισιν, τὸν τρίτον ὄρον· ἀπὸ τοὺς μένοντας δὲ ἀριθμοὺς, λάβε ὅποιονδήποτε δύο οἵτινες εἶναι τοῦ αὐτοῦ εἵδους, καὶ διάταξέ τους ὡς ἐδιδάξαμεν εἰς τὴν ἀπλὴν ἀναλογίαν· ἔπειτα, ὁποιοῦσδήποτε ἄλλους δύο τοῦ αὐτοῦ εἵδους, καὶ οὗτα καθεξῆς, ἕως νὰ τοὺς μεταχειρισθῇς ὅλους.

Τελευταῖον, πολυπλασίασε τὸν τρίτον ὄρον μὲ τὸ συνεχές παραγόμενον τῶν δευτέρων ὄρων, καὶ διαίρεσε τὸ γινόμενον μὲ τὸ συνεχές παραγόμενον τῶν πρώτων ὄρων, καὶ τὸ πηλίκον θέλει εἶσθαι ὁ τέταρτος ὄρος, ἥτοι ἡ ζητουμένη ἀπόκρισις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑ ΓΥΜΝΑΣΙΝ.

1. Ἐὰν 6 ἄνθρωποι κτίζωσι τοῖχον 20 πδ. μακρὸν, 6 πδ. ὑψηλόν, καὶ 4 πδ. παχὺν, εἰς 16 ἡμέρας, εἰς πόσον καιρὸν θέλουν 24 ἄνθρωποι

κτίσειν τοῖχον 200 πδ. μακρὸν, 8 πδ. ὑψηλόν, καὶ 6 πδ. παχύν; Ἀπ. 80 ἡμέρας.

2. Ἐὰν 56 λτ. ψωμίου ἀρχῶσιν 7 ἀνθρώπους 14 ἡμέρας, πόσον ψωμίων θέλει ἀρχέσειν 21 ἀνθρώπους 3 ἡμέρας; Ἀπ. 36 λτ.

3. Ἐὰν 4 θερίσται λαμβάνωσι \$11·04 διὰ τρία ἡμεροκάματα, πόσοι ἀνθρωποι δύνανται νὰ μισθωθῶσι 16 ἡμέρας διὰ \$103·04;

Ἀπ. 7 ἀνθρωποι.

4. Ἐὰν \$100 κερδαίνωσι \$6 εἰς 1 ἔτος, πόσα θέλουν κερδήσειν τὰ \$400 εἰς 9 μῆνας;

Σημείωσις. Τοῦτο καὶ τὰ ἐξῆς τρία παραδείγματα ἀμοιβαίως δοκιμάζουν ἀλλήλα.

5. Ἐὰν \$100 κερδαίνωσι \$6 εἰς 1 ἔτος, εἰς πόσον καιρὸν θέλουν κερδήσειν \$18 τὰ \$400;

6. Ἐὰν \$400 κερδαίνωσι \$18 εἰς 9 μῆνας, πόση εἶναι ἡ κατ' ἔτος τιμὴ τῶν ἑκατὸν;

7. Ποῖον κεφάλαιον πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν τὸν χρόνον, θέλει κερδήσειν \$18 εἰς 9 μῆνας;

8. Ἐβαλεν ἓνας τοκιστὴς \$75 εἰς τόκον, καὶ, εἰς τὸ τέλος τῶν 3 μηνῶν, ἔλαβε, διὰ κεφάλαιον καὶ τόκον, \$79· ἐρωτῶ πόσα τὰ ἑκατὸν ἔλαβε;

Ἀπ. 8 τὰ ἑκατὸν.

9. Ἐὰν 3 ἀνθρωποι λαμβάνωσι 8½ £. διὰ 19½ ἡμεροκάματα, πόσον πρέπει νὰ λάβωσιν 20 ἀνθρωποι διὰ 100½ ἡμεροκάματα;

Ἀπ. 305 £. 0 σλ. 8 σδ.

ΑΝΑΠΑΗΡΩΜΑ ΤΗΣ ΑΠΑΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί εἶναι ἡ ἀναλογία;
2. Πόσοι ἀριθμοὶ ἀπαιτοῦνται διὰ νὰ σχηματίσωσι λόγον;
3. Πόσοι διὰ νὰ σχηματίσωσιν ἀναλογίαν;
4. Τί ὀνομάζεται ὁ πρῶτος ὅρος τοῦ λόγου;
- 5.

— ὁ δεύτερος; 6. Ποῖος λαμβάνεται ὡς ὁ ἀριθμητής; καὶ ποῖος ὡς ὁ παρονομαστής τοῦ ἐκφράζοντος τὸν λόγον κλάσματος; 7. Πῶς δύναται νὰ γνωρισθῇ ἂν ἦναι τέσσαρες ἀριθμοὶ εἰς ἀναλογίαν; 8. Ὅταν ἦναι τρεῖς ὅροι τῆς ἀναλογίας δομένοι, πῶς δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸν τέταρτον; 9. Πῶς ὀνομάζεται ἡ ἐσχασία, διὰ τῆς ὁποίας εὕρισκεται ὁ τέταρτος ὅρος; 10. Πῶς ἀναστρέφεται ὁ λόγος; 11. Ποῖος εἶναι ὁ εἰς τὴν ἀναλογίαν κανὼν; 12. Εἰς ποίαν ὀνομασίαν θέλει εἶσθαι ὁ τέταρτος ὅρος, ἢ ἡ ἀπόκρισις; 13. Ἐὰν ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος ὅρος περιέχωσι διαφόρους ὀνομασίας, τί πρέπει νὰ γένη; 14. Τί εἶναι ἡ σύνθετος ἀναλογία, ἥτοι ἡ διπλῇ μέθοδος τῶν τριῶν; 15. Κανὼν;

ΓΥΜΝΑΣΜΑΤΑ.

1. Φρουρά τις εἶχε ζωοτροφίας διὰ 8 μῆνας, πρὸς 15 ὀγγίας τὴν ἡμέραν εἰς καθένα στρατιώτην· πόσον πρέπει νὰ λαμβάνῃ καθεὶς τὴν ἡμέραν, διὰ ν' ἀρκέσωσιν αἱ ζωοτροφίαι 9½ μῆνας; Ἀπ. 12½ ὀγ.

2. Πόση γῆ, πρὸς \$ 2·50 τὴν ὀργυιάν, πρέπει νὰ δοθῇ εἰς ἀνταλλαγὴν διὰ 360 ὀργυιάς, πρὸς \$ 3·75 τὴν ὀργυιάν; Ἀπ. 540 ὀργυιαί.

3. Ἐδανείσθηκα 185 τέταρτα σιταρίσ, ὅταν ἦτον ἡ τιμὴ 19 σλ· πόσον πρέπει νὰ πληρώσω, ὅταν ἦναι ἡ τιμὴ 17 σλ. 4 σδ; Ἀπ. 202½.

4. Ἐξουσιάζων τις ¾ μεταλλείου τινὸς, πωλεῖ ¾ τῆς μερίδος του διὰ 171 £· πόσον ἀξίζει ὅλον τὸ μεταλλεῖον; Ἀπ. 380 £.

5. Πρὸς 1½ £. τὸ κανδάριον, τί ἀξίζεν 3½ λτ; Ἀπ. 10½ σδ.

6. Ἐὰν 4½ κνδ. δύνανται νὰ κοβαληθῶσι 36

μίλια διὰ 35 σιλλίνια, πόσαι λήτραι δύνανται
νὰ κοβαληθῶσιν 20 μίλια διὰ τὸ αὐτὸ ἀργύριον ;
Ἀπ. 907½ λτ.

7. Ἐὰν ὁ ἥλιος φαίνεται νὰ κινῆται ἐξ ἀνα-
τολῶν εἰς δυσμὰς 360 βαθμοῦς εἰς 24 ὥρας,
πόσον κινεῖται κάθε ὥραν ; — κάθε λεπτόν ;
— κάθε δεύτερον ;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. 15" βαθμοῦ.

8. Ἐὰν οἰκογένεια ἀπὸ 9 πρόσωπα ἐξοδεύη
\$450 εἰς 5 μῆνας, πόσα ἤθελαν εἰσθαι ἀρκετὰ
νὰ τοὺς ζωοτροφήσωσιν 8 μῆνας, ἐὰν ἄλλοι 5
ἐπροστίθεντο εἰς τὴν οἰκογένειαν ;

Ἀπ. \$ 1120.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ.

¶ 84. 1. Ἀγρός τις ἀνήκει εἰς δύο ἀνθρώ-
πους· εἰς τὸν πρῶτον $\frac{1}{4}$, καὶ εἰς τὸν δεύτερον $\frac{3}{4}$
αὐτοῦ· πωλεῖται ὁ ἀγρός 40 τάλλαρα· πόσον
τοῦ ἀργυρίου ἀναλογεῖ εἰς καθένα ;

2. Ἠγόρασαν ὁ Α καὶ ὁ Β ποσότητα τινὰ
βαμβάκι· ὁ μὲν Α ἐπλήρωσεν 100 τάλλαρα· ὁ
δὲ Β 200 τάλλαρα· τὸ ἐπώλησαν ὥστε νὰ κερ-
δήσωσι 30 τάλλαρα· πόσον ἐκέρδησε καθεὶς ;

Ὁ τρόπος τοῦ ἐξακριβόνειν πόσον κερδαίνει
ἢ ζημιοῦται καθεὶς τῶν εἰς τὸ αὐτὸ ἐμπόριον
ἐνασχολημένων, λέγεται ἡ Μέθοδος τῆς Ἐται-
ρείας.

Τὸ ἀργύριον, ἢ ἡ ἀξία τῶν εἰς τὸ ἐμπόριον
μεταχειριζομένων πραγμάτων, λέγεται τὸ Κεφά-
λαιον· τὸ δὲ κέρδος ἢ ἡ ζημία, ἣτις ἔχει νὰ μοι-
ρασθῇ, λέγεται ὁ Διαιρετέος.

Προφανές εἶναι, ὅτι τὸ κέρδος ἢ ἡ ζημία ἐκά-
στου ἀνθρώπου πρέπει νὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν σχέ-

σιν πρὸς τὸ ὅλον κέρδος ἦτοι ζημίαν, τὴν ὁποίαν ἡ αὐτοῦ μερίς τοῦ κεφαλαίου ἔχει πρὸς τὸ ὅλον κεφάλαιον.

Ὁθεν ἔχομεν τὸν ΚΑΝΟΝΑ τοῦτον. — Ὡς πρὸ ὁλόκληρον κεφάλαιον : εἰς καθενὸς ἀνθρώπου μερίδα τοῦ κεφαλαίου :: οὕτω τὸ ὁλόκληρον κέρδος ἦτοι ζημία : εἰς τὴν ἐκ τοῦ κέρδους ἢ τῆς ζημίας μερίδα του.

3. Δύο τινὲς ἀνθρώποι πραγματεύονται ὁμοῦ. ὁ Α ἔβαλε \$ 250, καὶ ὁ Β \$ 350. κερδαίνουν \$ 400. πόσον ἐκ τοῦ κέρδους ἀναλογεῖ εἰς καθένα ;

ΕΡΓΑΣΙΑ.

Τοῦ Α τὸ κεφάλαιον,	\$ 250	} Ἐπεὶτα	600 : 250 :: 400 : 166'666 $\frac{2}{3}$
Τοῦ Β τὸ κεφάλαιον,	\$ 350		
Ὁλόκληρον κεφάλαιον,	\$ 600		τάλ. τοῦ Α τὸ κέρδος.
		} 600 : 350 :: 400 : 233'333 $\frac{1}{3}$	τάλ. τοῦ Β τὸ κέρδος.

Εὐκόλα κατανοεῖ ὁ μαθητὴς, ὅτι τὸ ἔργον δύναται νὰ συσταθῇ διὰ τῆς ἀποκοπῆς ἴσου ἀριθμοῦ μηδενικῶν ἀπὸ τὸν πρῶτον καὶ δεύτερον, ἢ πρῶτον καὶ τρίτον ὅρον. οὕτω, 6 : 250 :: 4 : 166'666 $\frac{2}{3}$, κτλ.

Φανερόν εἶναι ὅτι δυνάμεθα νὰ ἐξακριβώσωμεν τοῦ ἔργου τὴν ὀρθότητα, εὐρίσκοντες ἐὰν τὰ κεφάλαια τῶν τοῦ κέρδους μερίδων ἦναι ἴσα μὲ τὸ ὁλόκληρον κέρδος. οὕτω, \$ 166'666 $\frac{2}{3}$ + \$ 233'333 $\frac{1}{3}$ = \$ 400, ὁλόκληρον κέρδος.

4. Ὁ Α, ὁ Β, καὶ ὁ Γ ἐμπορεύονται συντροφικῶς. τοῦ Α τὸ κεφάλαιον ἦτο \$ 175, τὸ τοῦ Β \$ 200, καὶ τὸ τοῦ Γ \$ 500. χάνουν κατὰ δυστυχίαν \$ 250. πόσον μέρος τῆς ζημίας ἀναλογεῖ εἰς καθένα ;

$\begin{aligned} &\$ 50, \text{ ἢ τοῦ } A \text{ ζημία.} \\ \text{'Απ. } \left\{ \begin{aligned} &\$ 57 \cdot 142\frac{6}{7}, \text{ ἢ τοῦ } B \text{ ζημία.} \\ &\$ 142 \cdot 857\frac{1}{7}, \text{ ἢ τοῦ } \Gamma \text{ ζημία.} \end{aligned} \right. \end{aligned}$

5. Διαίρεσε \$ 600 εἰς 3 ἀνθρώπους, οὕτω ὥστε τὰ μερίδιά των νὰ ἦναι πρὸς ἀλλήλα ὡς 1, 2, 3. 'Απ. \$ 100, \$ 200, καὶ \$ 300.

6. Δυο ἔμποροι, ὁ A καὶ ὁ B, ἐφόρτωσαν πλοῖόν τι μὲ 500 ἀσκούς οἴνου· ὁ A ἐφόρτωσε 350 ἀσκούς, καὶ ὁ B τοὺς λοιπούς· εἰς ἀνεμοζάλην δὲ τινὰ, ὑπεχρεώθησαν οἱ ναῦται νὰ ῥίψωσιν εἰς τὴν θάλασσαν 100 ἀσκούς· πόσον ἐκ τῆς ζημίας χρεωστεῖ νὰ ὑποφέρει ἕκαστος;

'Απ. ὁ A 70, καὶ ὁ B 30 ἀσκούς.

7. Ὁ A καὶ ὁ B ἐσυντρόφευσαν· ὁ A ἔβαλε \$ 45, ἔπῃρε $\frac{2}{3}$ τοῦ κέρδους· πόσον ἔβαλεν ὁ B;

'Απ. \$ 30.

Σημείωσις. Ἐπῆραν κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν ὡς ἔβαλαν· εἰάν 3 πέμπτα τοῦ κεφαλαίου ἦναι \$ 45, πόσον εἶναι 2 πέμπτα αὐτοῦ;

8. Ὁ A καὶ ὁ B ἐσυντρόφευσαν, καὶ πραγματεύονται μ' ἐνωμένον κεφάλαιον \$ 400· ὁ A λαμβάνει διὰ τὸ τοῦ κέρδους μερίδιόν του ἡμισυ ὅσον ὁ B· πόσον ἦτο τὸ μερίδιον ἑκάστου;

'Απ. $\left\{ \begin{aligned} &\$ 133 \cdot 333\frac{1}{3}, \text{ τὸ τῆ } A \text{ κεφάλαιον.} \\ &\$ 266 \cdot 666\frac{2}{3}, \text{ τὸ τῆ } B \text{ κεφάλαιον.} \end{aligned} \right.$

9. Χρεωκόπος τις χρεωστεῖ εἰς τὸν A \$ 780, εἰς τὸν B \$ 460, καὶ εἰς τὸν Γ \$ 760· ἡ κατάστασις του τιμᾶται μόνον \$ 600· πῶς πρέπει νὰ διαιρεθῇ;

Σημείωσις. Φανερόν εἶναι ὅτι τὸ ζήτημα τοῦτο περιλαμβάνει τὰς ἀρχὰς τῆς μεθόδου τῆς εταιρείας, ἣ δύνανται νὰ πραχθῇ δι' αὐτῆς.

'Απ. A \$ 234, B \$ 138, ἔ Γ \$ 228.

10. Ὁ A καὶ ὁ B, μὲ ἴσα κεφάλαια ἐμπορεύμενοι, ἐκκαθαρίζουν \$ 164· κατὰ τὴν συμ-

φωνίαν των δὲ ὁ μὲν *A* ἔπρεπε νὰ λάβῃ 5 τὰ ἑκατὸν ἀπὸ τῶν κέρδων, ἐπεὶ δὲ ἐπεστατοῦσεν εἰς τὰς ὑποθέσεις· ὁ δὲ *B* ἔπρεπε νὰ λάβῃ μόνον 2 τὰ ἑκατὸν· πόσον ἦτον ἐκάστου τὸ κέρδος; καὶ πόσον ἔλαβεν ὁ *A* διὰ τὸν κόπον του;

Ἀπ. Τὸ κέρδος τοῦ *A* ἦτο \$117·142½, καὶ τὸ τοῦ *B* \$46·857½, καὶ ὁ *A* ἔλαβε διὰ τὸν κόπον του \$70·285½.

11. Βαμβακεργεῖόν τι, ἐκτιμώμενον \$12000, εἶναι διηρημένον εἰς 100 ἴσας μερίδας· ἐὰν τὰ κέρδη συμποσῶνται εἰς 15 τὰ ἑκατὸν ἐτησίως, πόσον θέλει εἶσθαι τὸ κέρδος 1 μερίδος; — 2 μερίδων; — 5 μερίδων; — 25 μερίδων;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. \$450.

12. Εἰς τὸ ἄνω εἰρημένον βαμβακεργεῖον, ἔχον νὰ γένωσι διορθώσεις, αἵτινες θέλουν ἐλθεῖν \$340· πόσον χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ ἐκάστη μερίς, διὰ νὰ συναχθῇ ἡ ποσότης; — αἱ 2 μερίδες; — αἱ 3 μερίδες; — αἱ 10 μερίδες;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. \$34.

13. Ἐν κωμόπολιν τις πληρόνη δόσιμον ἀπὸ \$1850, καὶ ἡ κωμόπολις ὅλη τιμᾶται \$37000, πόσον εἶναι τὸ ἐπὶ \$1 δόσιμον; Τί δόσιμον χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ ὁ ἄνθρωπος, τοῦ ὁποίου ἡ ιδιοκτησία τιμᾶται \$1780;

Ἀπ. \$·05 ἐπὶ 1 τάλλαρον, ἢ \$89 ἐπὶ \$1780.

¶ 85. Ἀναγκαῖον εἶναι, εἰς τὴν ἐπίθεσιν τῶν φόρων, νὰ ἔχωμεν καταγραφὴν τῆς ιδιοκτησίας ἢ ἀκινήτης ἢ κινητῆς, ὅλων τῶν πολιτῶν, ἢ προσέτι τῶν ὀλοκλήρου ἀριθμῶν τῶν κεφαλῶν· ἐπεὶ δὲ αἱ κεφαλαὶ λογαριάζονται πρὸς τόσον ἐκάστη, πρέπει πρῶτον νὰ ἐκβάλωμεν ἀπὸ τὸν ὀλόκληρον φόρον τὸ ὅλον τοῦ κεφαλικοῦ δοσίματος, τὸ δὲ ὑπόλοιπον νὰ ἐπιθέσωμεν εἰς τὴν ιδιοκτησίαν.

Ὅθεν ἐμπορῶμεν νὰ εὕρωμεν τὸν φόρον ἐπὶ 1 ₪.

ὅς νὰ κάμωμεν πίνακα περιέχοντα τοὺς φόρους ἐπὶ 1 2, 3, κτλ., ἕως 10 φοίνικας· ἔπειτα ἐπὶ 20, 30, κτλ., ἕως 100 φοίνικας· ὅς ἔπειτα ἐπὶ 100, 200, κτλ., ἕως 1000 φοίνικας. Ἐξεύροντες τότε τὴν περιουσίαν ὁποιουδήποτε ἀτόμου, θέλει μᾶς εἶσθαι εὐχολον νὰ εὐρίσκωμεν τὸν ὅποιον χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ φόρον.

14. Πόλις τις, τιμωμένη 64530 ₪., πληρόνει δόσιμον 2259·90 ₪. εἰς αὐτὴν εἶναι 540 κεφαλαι, πληρόνουσαι ἐκάστη 60 ₪. ποῖον εἶναι τὸ ἐπὶ ἓνα φοίνικα δόσιμον, καὶ πόσον θέλει εἶσθαι τοῦ Α τὸ δόσιμον, τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκίνητος κατάστασις τιμᾶται 1340 ₪., ἡ κινήτῃ του περιουσία 874 ₪., καὶ ὅστις πληρόνει διὰ 2 κεφαλᾶς;

$540 \times 60 = 324$ ₪., τὸ ὅλον τῶν κεφαλαικῶν δοσιμάτων, καὶ $2259·90 - 324$ ₪. = $1935·90$, νὰ ἐπιβαλθῶσιν εἰς ἰδιοκτησίαν. ₪. 64530 : ₪. 1935·90 :: ₪. 1 : 03· ἢ, $\frac{1935·90}{64530} = 03$, δόσιμον ἐπὶ 1 ₪.

ΠΙΝΑΞ.

φοίν.	φοίν.	φοίν.	φοίν.	φοίν.	φοίν.
Φόρος ἐπὶ 1 εἶναι	03	Φόρος ἐπὶ 10 εἶναι	30	Φόρος ἐπὶ 100 εἶναι	30
..... 2 ..	06	 20 ..	60	 200 ..	60
..... 3 ..	09	 30 ..	90	 300 ..	90
..... 4 ..	12	 40 ..	120	 400 ..	120
..... 5 ..	15	 50 ..	150	 500 ..	150
..... 6 ..	18	 60 ..	180	 600 ..	180
..... 7 ..	21	 70 ..	210	 700 ..	210
..... 8 ..	24	 80 ..	240	 800 ..	240
..... 9 ..	27	 90 ..	270	 900 ..	270
				 1000 ..	300

Διὰ νὰ εὕρω τώρα τοῦ Α τὸ δόσιμον, τοῦ ὁποῖου ἡ ἀκίνητος κατάστασις εἶναι 1340 ₪., εὐρίσκω διὰ τοῦ πίνακος, ὅτι

Ο φόρος ἐπὶ	- - -	1000 ₪.	- εἶναι	-	30' ₪.
Ο φόρος ἐπὶ	- - -	300	- - - - -	-	9'
Ο φόρος ἐπὶ	- - -	40	- - - - -	-	1'20

Φόρος ἐπὶ τὴν ἀκίνητον αὐτῆ κα-	}	40'20 ₪.
τάστασιν, - - - - -		
Ομοιοτρόπως εὐρίσκω τὸν ἐπὶ τὴν	}	26'22
κινήτην αὐτοῦ ιδιοκτησίαν φόρον, -		
2 κεφαλαί, πρὸς '60 ἐκάσῃ, εἶναι		1'20

Κεφάλαιον, 67'62 ₪.

15. Εἰς τί θέλει συμποσωθῇν ὁ φόρος 18 B, ὅστις ἔχει 874 φοινίκων ἀκίνητον κατάστασιν, καὶ 210 φοινίκων κινήτην κατάστασιν, ἧ ὅστις πληρῶνει διὰ 3 κεφαλὰς; Ἀπ. 34'32 ₪.

16. Πόσος θέλει εἶσθαι ὁ φόρος ἀνθρώπου τινός, πληρῶνοντος διὰ 1 κεφαλὴν, τοῦ ὁποίου ἡ ιδιοκτησία τιμᾶται 3482 ₪.; — 768 ₪.; — 940 ₪.; — 4657 ₪.;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ. 140'31 ₪.

17. Δύο ἄνθρωποι ἐπλήρωσαν 10 τάλλαρα διὰ τὴν μεταχείρισιν βοσκῆς τινός· ὁ μὲν A ἔτρεφεν εἰς αὐτὴν 24 ἀγελάδας, ὁ δὲ B 16 ἀγελάδας· πόσον χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ ἕκαστος;

18. Δύο ἄνθρωποι ἐμίσθωσαν βοσκὴν τινὰ διὰ \$ 10· ὁ μὲν A ἔβοσκεν εἰς αὐτὴν 8 ἀγελάδας 3 μῆνας, ὁ δὲ B ἔβοσκεν εἰς αὐτὴν 4 ἀγελάδας 4 μῆνας· πόσον χρεωστεῖ νὰ πληρώσῃ καθεὶς;

¶ 86. Ἡ 8 ἀγελάδων βόσκησις διὰ 3 μῆνας εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ ἡ 24 ἀγελάδων διὰ 1 μῆνα, ἢ ἡ 4 ἀγελάδων βόσκησις διὰ 4 μῆνας εἶναι τὸ αὐτὸ καὶ ἡ 16 ἀγελάδων διὰ 1 μῆνα. Ὅθεν αἱ τοῦ A ἢ B μερίδες εἶναι 24 πρὸς 16, ὡς εἰς τὸ πρότερον παράδειγμα. Ἐπεταὶ ἐκ τούτων ὅτι, ὅταν σοχαζώμεθα καιρὸν εἰς τῆς εταιρείας τὴν μέθοδον,—Πολυπλασιάζομεν ἐκάστου τὸ κεφά-

λαιον μὲ τὸν καιρὸν ὅσον τὸ κρατῆ εἰς τὸ ἐμπόριον, καὶ μεταχειριζόμεθα τὸ παρ' αὐτοῦ διὰ τὴν μερίδα του. Τοῦτο καλεῖται Διπλῇ Μέθοδος τῆς Ἑταιρείας.

Ἀπ. A 6 τάλλαρα, καὶ B 4 τάλλαρα.

19. Ὁ A καὶ ὁ B κάμνουν συντροφίαν· ὁ A καταβάλλει \$ 100 6 μῆνας, καὶ τότε καταβάλλει ἀκόμη \$ 50· ὁ B καταβάλλει \$ 200 4 μῆνας, καὶ τότε ἐπαίρνει \$ 80· εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου εὐρίσκουν ὅτι ἔχουν κερδημένα \$ 95· πῶς εἶναι τὸ κέρδος καθενός;

Ἀπ. $\left\{ \begin{array}{l} \$ 43.711, \text{ τὸ τοῦ } A \text{ μερίδιον.} \\ \$ 51.288, \text{ τὸ τοῦ } B \text{ μερίδιον.} \end{array} \right.$

20. Ὁ A , μὲ κεφάλαιον \$ 500, ἤρχισεν ἐμπόριον Ἰαν. 1, 1826, καὶ, εὐτυχήσας, ἔλαβε τὸν B σύντροπον, μὲ κεφάλαιον \$ 600, τὴν πρῶτην τοῦ ἀκολούθου Μαρτίου· μετὰ 4 μῆνας λαμβάνουν τὸν Γ ὡς σύντροπον, ὅστις ἔφερε \$ 800 κεφάλαιον· εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου, εὐρίσκουν τὸ κέρδος των \$ 700· πῶς πρέπει νὰ διαιρεθῇ μετὰ τῶν συντρόφων;

Ἀπ. $\left\{ \begin{array}{l} \$ 250, \text{ ἡ τοῦ } A \text{ μερίς.} \\ \$ 250, \text{ ἡ τοῦ } B \text{ μερίς.} \\ \$ 200, \text{ ἡ τοῦ } \Gamma \text{ μερίς.} \end{array} \right.$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Τί λέγεται μέθοδος τῆς ἐταιρείας; 2. Ποῖος εἶναι ὁ διὰ τὸ ἐργάζεσθαι κανὼν; 3. Ὄταν στοχαζώμεθα καιρὸν εἰς τὴν ἐταιρείαν, τί ὀνομάζεται; 4. Ποῖος εἶναι ὁ τρόπος τοῦ ἐργάζεσθαι εἰς τὴν διπλῇ μέθοδον τῆς ἐταιρείας; 5. Πῶς ἐπιβάλλονται οἱ φόροι; 6. Πῶς δοκιμάζεται ἡ μέθοδος τῆς ἐταιρείας;

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΜΙΞΕΩΣ.

¶ 87. Τὰ ζητήματα, ὅσα ἀνήκουν εἰς τὴν Μέθοδον τῆς Μίξεως, εἶναι δύο λογῶν.

Α'. Ὅταν μᾶς δοθῶσιν αἱ ποσότητες καὶ αἱ τιμαὶ διαφόρων συνθεμένων πραγμάτων, ἤτοι εἰδῶν, διὰ τὰ εὐρωμεν τὴν μέσῃν τιμὴν τοῦ ἐξ αὐτῶν συνθεμένου μίγματος.

1. Ἐμῖξε γεωργὸς τις 4 μέτρα σιταρίου, ἀξίζοντα 150 λεπτά τὸ μέτρον, 3 μέτρα κριθαρίου, ἀξίζοντα 70 λεπτά τὸ μέτρον, καὶ 2 μέτρα βρόμης, ἀξίζοντα 50 λεπτά τὸ μέτρον· πόσον ἀξίζει ἐν μέτρον τοῦ μίγματος;

Σαφὲς εἶναι, ὅτι τοῦ ὅλου ἡ ἀξία, διηρημένη μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν μέτρων, θέλει δώσειν τὴν τιμὴν ἐνὸς μέτρου.

4 μέτρα, πρὸς 150 λεπτά, ἀξίζουν 600 λεπτά.

3 πρὸς 70 210

2 πρὸς 50 100 $\frac{910}{9} = 101\frac{1}{9}$ λπ. Ἀπ.

9 μέτρα ἀξίζουν 910 λεπτά.

2. Ἐμῖξέ τις 5 λτ. σακχάρου, ἀξιζούσας 10 λεπτά τὴν λίτραν, 8 λτ. ἀξιζούσας 12 λεπτά, 20 λτ. ἀξιζούσας 14 λεπτά· τί ἀξίζει μία λίτρα τοῦ μίγματος; Ἀπ. 12 $\frac{10}{11}$.

3. Οἰνοπώλης τις ἔβαλε 6 μέτρα νεροῦ εἰς ἀσκὸν περιέχοντα 40 μέτρα οἴνου, ἀξίζοντος 42 λεπτά τὸ μέτρον· πόσον ἀξίζει ἐν μέτρον τοῦ οἴνου; Ἀπ. 36 $\frac{13}{11}$ λεπτά.

4. Μίαν τῶν ἡμερῶν ὁ ὑδράργυρος ἐπαρατηρήθη νὰ στέκη εἰς τὸ θερμόμετρον ὡς ἀκολούθως· 5 ὥρας τῆς ἡμέρας, ἔστεκεν εἰς 64 βαθμούς· 4 ὥρας, εἰς 70 βαθμούς· 2 ὥρας, εἰς 75 βαθμούς, καὶ 3 ὥρας, εἰς 73 βαθμούς· ποία ἦτον ἡ μέση θερμότης κατὰ τὴν ἡμέραν ἐκείνην;

Φανερόν εἶναι ὅτι τὸ ζήτημα τοῦτο δὲν διαφέρει ἀπὸ τὸ προηγούμενον, εἰς τῆς ἐργασίας αὐτοῦ τὸν τρόπον. Ἀπ. 69^α βαθμοί.

¶ 88. β'. "Οταν μᾶς δοθῇ ἡ μέση τιμή, καὶ αἱ τιμαὶ τῶν διαφόρων πραγμάτων ἦτοι εἰδῶν ὅσα μέλλουν νὰ συντεθῶσι, διὰ νὰ εὕρωμεν τὰς ἀναλογίας ἦτοι ποσότητες ἐκάστου πράγματος ἢ εἶδους.

Σημείωσις. Ὁ τρόπος τοῦ ζήτηματα ὑπαγόμενα εἰς τὴν τελευταίαν περιστάσιν εἶναι ὁ ἀντίστροφος τοῦ πρώτου· ὅθεν ἐμπορεῖ νὰ δοκιμάζεται δι' ἐκείνου.

1. Ἐχει τις βρόμην ἀξίζουσαν 40 λεπτὰ τὸ μέτρον, τὴν ὁποίαν θέλει νὰ μίξῃ με κριθάριον ἀξίζον 50 λεπτὰ τὸ μέτρον, ὥστε ν' ἀξίξῃ τὸ μίγμα 42 λεπτὰ τὸ μέτρον· ποίας ἀναλογίας ἢ ποσότητος ἐκάστου χρεωστεῖ νὰ λάβῃ;

Ἐὰν ἡ τοῦ ζητουμένου μίγματος τιμὴ ἦτο μεγαλητέρα ἀπὸ τὴν τιμὴν τῆς βρόμης ἀκριβῶς τόσον, ὅσον ἦτο μικροτέρα ἀπὸ τὴν τιμὴν τοῦ κριθαρίου, φανερόν εἶναι ὅτι ἔπρεπε νὰ λάβῃ ἴσας ποσότητας βρόμης καὶ κριθαρίου· ἐὰν δὲ ἡ τοῦ μίγματος τιμὴ ἦτο μεγαλητέρα ἀπὸ τὴν τιμὴν τῆς βρόμης μόνον $\frac{1}{2}$ τόσον, ὅσον ἦτο μικροτέρα ἀπὸ τὴν τιμὴν τοῦ κριθαρίου, τὸ σύνθετον ἤθελε χρειάζεσθαι δις τόσην βρόμην ὅσον κριθάριον· καὶ εἰς ὅλας δὲ τὰς περιστάσεις, ὅσον μικροτέρα ἢ διαφορὰ μεταξὺ τῆς τοῦ μίγματος τιμῆς καὶ τῆς τιμῆς ἐνὸς τῶν εἰσερχομένων εἰς τὴν μίξιν εἰδῶν, τόσον μεγαλητέρα πρέπει νὰ ᾖναι ἡ ποσότης τοῦ εἶδους ἐκείνου, κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὸ ἄλλο· ἡγουν, αἱ ποσότητες τῶν εἰς τὴν μίξιν εἰσερχομένων εἰδῶν πρέπει νὰ ᾖναι ἀνάστροφα ὡς αἱ τῶν τιμῶν τῶν διαφοραὶ ἀπὸ τὴν τοῦ μίγματος τιμὴν· ὅθεν,

ἂν αἱ διαφοραὶ αὗται ἀλλαχθῶσιν ἀμοιβαίως, θέλουν, κατευσθεῖαν, ἐκφράσειν τὰς σχετικὰς ποσότητας ἐκάστου ἀπλοῦ εἶδους, τὰς ἀναγκαίας νὰ συγκροτήσωσι τὸ ζητούμενον σύνθετον. Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, ἡ τιμὴ τοῦ μίγματος εἶναι 42 λεπτά, καὶ ἡ τιμὴ τῆς βρόμης εἶναι 40 λεπτά· ἀκολουθῶς, ἡ διαφορὰ τῶν τιμῶν των εἶναι 2 λεπτά· ἡ τιμὴ τοῦ κριθαρίου εἶναι 50 λεπτά, ἥτις διαφέρει ἀπὸ τῆς τιμῆς τοῦ μίγματος 8 λεπτά. Διὰ τοῦτο, ἀλλάζοντες τὰς διαφορὰς ταύτας, ἔχομεν 8 μέτρα βρόμης πρὸς 2 μέτρα κριθαρίου, διὰ τὴν ζητούμεν ἄναλογίαν.

Ἀπ. 8 μέτρα βρόμης πρὸς 2 μέτρα κριθαρίου, ἢ κατ' αὐτὴν τὴν ἀναλογίαν.

Τῆς ἐκβάσεως τὴν ὀρθότητα δυνάμεθα τώρα νὰ ἐξακριβώσωμεν διὰ τοῦ τελευταίου κανόνος οὕτω, ἡ ἀξία 8 μέτρων βρόμης, πρὸς 40 λεπτά, εἶναι 320 λεπτά· καὶ 2 μέτρα κριθαρίου, πρὸς 50 λεπτά, εἶναι 100 λεπτά· ἔπειτα, $320 + 100 = 420$, καὶ 420, διαιρούμενα μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν μέτρων, $(8 + 2) = 10$, δίδει 42 λεπτά διὰ τὴν τιμὴν τοῦ μίγματος.

2. Ἐχει ἔμπορος τις διαφορῶν λογῶν τέτ· ἐν εἶδος πρὸς 8 σιλλίνια, ἄλλο πρὸς 9 σιλλίνια, ἄλλο πρὸς 11 σιλλίνια, καὶ ἄλλο πρὸς 12 σιλλίνια τὴν λίτραν· ποίας ἀναλογίας ἐκάστου πρέπει νὰ μίξη, διὰ νὰ πωλήσῃ τὸ σύνθετον πρὸς 10 σιλλίνια τὴν λίτραν;

Ἐδῶ ἔχομεν 4 εἶδη νὰ βαλθῶσιν ὁμοῦ· ἀλλὰ φανερόν εἶναι, ὅτι τὸ ἴδιον ἀποδειχθὲν περὶ δὲ οὗ ἀρμόζει ἐξίσου εἰς ὅποιονδήποτε ἀριθμὸν ζυγῶν, ἂν εἰς ἐκάστην ζυγὴν ἡ τιμὴ ἐνὸς εἶδους ᾖναι μεγαλητέρα, καὶ ἡ τοῦ ἄλλου μικροτέρα,

παρὰ τὴν τιμὴν τοῦ ζητούμενου μίγματος. Ὅθεν ἔχομεν τὸν ἑξῆς

ΚΑΝΟΝΑ.

Ἀφοῦ ἡ μέση τιμὴ καὶ αἱ διάφοροι τιμαὶ ἀναχθῶσιν εἰς τὴν αὐτὴν ὀνομασίαν, — Σύνδεσε μὲ συνεχῇ γραμμὴν ἐκάστην τιμὴν, ἥτις εἶναι μικροτέρα τῆς μέσης τιμῆς, μὲ μίαν, ἢ πλειοτέρας, ἥτις εἶναι μεγαλητέρα, καὶ ἐκάστην τιμὴν μεγαλητέραν τῆς μέσης τιμῆς μὲ μίαν, ἢ πλειοτέρας, ἥτις εἶναι μικροτέρα.

Γράψε τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῆς μέσης τιμῆς καὶ τῆς τιμῆς ἐκάστου εἰδούς, ἀντικρὺ τῆς τιμῆς, μὲ τῇ ὁποίαν αὕτη εἶναι συνδεμένη· (οὕτω ἡ διαφορὰ τῶν δύο τιμῶν εἰς ἐκάστην ζυγὴν θέλει ἀμοιβαίως ἀλλαχθῇν.) Ἐπειτα τὸ κεφάλαιον τῶν διαφορῶν, τῶν γραμμένων ἀντικρὺ ὁποιασδήποτε τιμῆς, θέλει φανερόναι τὴν σχετικὴν ποσότητα, ἥτις πρέπει νὰ ἐπαρθῇ ἀπ' αὐτὴν τὴν τιμὴν.

Προσεκτικὰ θεωρῶν τὸν κανόνα ὁ μαθητὴς θέλει κατανοήσῃ, ὅτι ἐμποροῦν νὰ ᾔναι τόσοι διάφοροι τρόποι τοῦ μιγνύειν τὰ συνθετικὰ εἶδη, καὶ ἀκολουθῶς τόσοι διάφοροι ἀποκρίσεις, ὅσαι εἶναι αἱ διάφοροι μέθοδοι τοῦ συνδέειν τὰς διαφορὰς τιμὰς.

Θέλομεν ἐφαρμόσειν τῶρα τὸν κανόνα διὰ νὰ λύσωμεν τὸ τελευταῖον ζήτημα:—

ΕΡΓΑΣΙΑΙ.

$$\begin{array}{rcl}
 & & \lambda\tau. \\
 10 \text{ σλ.} & \left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ σλ.} \text{---} \text{---} 2 \\ 9 \text{ σλ.} \text{---} \text{---} 1 \\ 11 \text{ σλ.} \text{---} \text{---} 1 \\ 12 \text{ σλ.} \text{---} \text{---} 2 \end{array} \right. & \text{, } \text{Απ.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{H,} \\
 10 \left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ --- } 2+1=3 \\ 9 \text{ --- } 1 = 1 \\ 11 \text{ --- } 1+2=3 \\ 12 \text{ --- } 2 = 1 \end{array} \right\} \text{ 'Απ.}
 \end{array}$$

Ἐδῶ καταστρώνομεν τὰς τιμὰς τῶν συνθε-
τικῶν εἰδῶν, τὴν μίαν κατευθεῖαν ὑποκάτω τῆς
ἄλλης, κατὰ τάξιν, ἀπὸ τὴν μικροτάτην εἰς τὴν
μεγαλωτάτην, ἐπεὶ τοῦτο εἶναι εὐκολώτερον,
καὶ γράφομεν τὴν μέσην τιμὴν, (10 σλ.) εἰς τὰ
ἀριστερά. Κατὰ μὲν τὸν πρῶτον τρόπον τοῦ
συνδέειν, εὐρίσκουμεν, ὅτι δυνάμεθα νὰ λάβω-
μεν κατ' ἀναλογίαν 2 λίτρων ἀπὸ τὰ ἀξίζοντα
8 καὶ 12 σλ. εἶδη τοῦ τεῖε πρὸς 1 λίτραν ἀπὸ
τὰ ἀξίζοντα 9 καὶ 11 σλ. Κατὰ δὲ τὸν δεύτε-
ρον τρόπον, εὐρίσκουμεν διὰ τὴν ἀπόκρισιν, 3
λίτρας ἀπὸ 8 καὶ 11 σλ. πρὸς 1 λίτραν ἀπὸ 9
καὶ 12 σλ.

3. Ποῖαι ἀναλογίαι σακχάρου, πρὸς 8 λε-
πτὰ, 10 λεπτὰ, ἢ 14 λεπτὰ τὴν λίτραν, θέλουν
συνθέσειν μίγμα ἀξίζον 12 λεπτὰ τὴν λίτραν;

'Απ. Κατὰ τὴν ἀναλογίαν 2 λίτρων πρὸς 8
καὶ 10 λεπτὰ εἰς 6 λίτρας πρὸς 14 λεπτὰ.

Σημείωσις. Ἐπεὶ αἱ ποσότητες αὐ-
ται ἐκφράζουν μόνον τὰς ἀναλογίας ἐκάστου
εἶδους, φανερόν εἶναι, ὅτι σύνθετον τῆς αὐτῆς
μέσης τιμῆς θέλει σχηματισθῆν, ἐὰν λάβωμεν 3
φοράς, 4 φοράς, ἡμισυ, ἢ ὅποιανδῆποτε ἀναλο-
γίαν, ἐκάστης ποσότητος. Ὅθεν,

Ὅταν ᾖναι δομένη ἡ ποσότης ἐνὸς συνθετι-
κοῦ εἶδους, ἀφοῦ εὕρωμεν τὰς ἀναλογικὰς πο-
σότητας, διὰ τοῦ ἀνωτέρω κανόνος, δυνάμεθα
νὰ εἰπώμεν, Ὡς ἡ ἀναλογικὴ ποσότης:
εἶναι πρὸς τὴν δομένην ποσότητα:: οὕτω
εἶναι ἐκάστη τῶν ἄλλων ἀναλογικῶν πο-

σοτήτων : πρὸς τὰς ἀπαιτοῦν μῆνας πο-
σότητας ἐκάστου εἶδους.

4. Ἐὰν θέλῃ τις νὰ μίξῃ 1 μέτρον ῥακίης ἀξί-
ζον 16 σλ. μὲ ροῦμι πρὸς 9 σλ. τὸ μέτρον, ὥστε
ν' ἀξίζῃ τὸ μέτρον 11 σλ., πόσον ροῦμι πρέπει
νὰ μεταχειρισθῇ ;

Λαμβάνοντες τὰς διαφορὰς ὡς ἀνωτέρω, εὐ-
ρίσκουμεν ὅτι αἱ ἀναλογίαι εἶναι 2 ῥακίης πρὸς 5
ροῦμιον· ἀκολούθως, 1 μέτρον ῥακίου θέλει χρει-
άζεσθαι $2\frac{1}{2}$ μέτρα ροῦμιου. Ἀπ. $2\frac{1}{2}$ μέτρα.

5. Ἐχει ἔμπορός τις σάκχαρον ἀξίζον 7 λε-
πτὰ, ἄλλο 9 λεπτὰ, καὶ ἄλλο 12 λεπτὰ τὴν λί-
τραν, τὰ ὅποια θέλει νὰ μίξῃ οὕτω, ὥστε νὰ
κάμῃ σύνθετον ἀξίζον 10 λεπτὰ τὴν λίτραν·
τίνες πρέπει νὰ ἦναι αἱ καθενὸς ἀναλογίαι ;

Ἀπ. 2 λτ. τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου πρὸς
4 λτ. τοῦ τρίτου εἶδους.

6. Ἐὰν μεταχειρισθῇ 1 λτ. τοῦ πρώτου εἶδους,
πόσον πρέπει νὰ λάβῃ ἀπὸ τὰλλα ; — ἐὰν 4
λτ., πόσον ; — ἐὰν 6 λτ., πόσον ; — ἐὰν
10 λτ., πόσον ; — ἐὰν 20 λτ., πόσον ;

Ἀπ. εἰς τελ. ἔρ., 20 λτ. τοῦ δευτέρου, καὶ 40
τοῦ τρίτου.

7. Ἀρωματοπώλης τις ἔχει ἀρώματα πρὸς
16 σδ. 20 σδ. καὶ 32 σδ. τὴν λίτραν· θέλει νὰ
μίξῃ 5 λίτρας τοῦ πρώτου εἶδους μὲ τὰ ἄλλα,
ὥστε νὰ σχηματίσῃ σύνθετον ἀξίζον 24 σδ. τὴν
λίτραν· πόσον πρέπει νὰ μεταχειρισθῇ ἀπὸ κα-
θὲν εἶδος ;

Ἀπ. 5 λτ. τοῦ δευτέρου, καὶ $7\frac{1}{2}$ λτ. τῆς τρίτης.

8. Πόσα μέτρα ὕδατος, κάμμιᾶς ἀξίας, πρέ-
πει νὰ μιχθῶσι μὲ 60 μέτρα οἴνου ἀξίζοντος 80
λεπτὰ τὸ μέτρον, διὰ νὰ καταβασθῇ ἡ ἀξία
του εἰς 70 λεπτὰ τὸ μέτρον ; Ἀπ. $8\frac{1}{2}$ μέτρα.

9. Θέλει τις νὰ μίξῃ 4 κοιλὰ σιταρίαι, πρὸς
\$ 1'50 τὸ κοιλὸν, βρίζαν πρὸς \$ 1'16, μωρεοσί-

ταρον πρὸς \$ '75, καὶ χρυσάριον πρὸς \$ '50, ὥστε νὰ πωλήσῃ τὸ μίγμα πρὸς \$ '84 τὸ κοιλόν· πόσον ἐκάστου πρέπει νὰ μεταχειρισθῇ ;

10. Χρυσοχόος τις θέλει νὰ μίξῃ χρυσὸν τῶν 17 καρατίων, μὲ ἄλλον τῶν 19, 21, καὶ 24 καρατίων, ὥστε νὰ γένη τὸ μίγμα τῶν 22 καρατίων· ποίας ἀναλογίας ἐκάστου πρέπει νὰ μεταχειρισθῇ ;

Ἀπ. 2 τῶν 3 πρώτων εἰδῶν πρὸς 9 τοῦ τελευταίου.

11. Ἐὰν μεταχειρισθῇ 1 ὀγ. τοῦ πρώτου εἶδους, πόσον πρέπει νὰ μεταχειρισθῇ ἀπὸ τὰ ἄλλα ; Ποία ἤθελεν εἶσθαι ἡ ποσότης τοῦ συνθέτου ; Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ., $7\frac{1}{2}$ ὀγγίαι.

12. Ἐὰν θέλῃ νὰ σύγκειται ὅλον τὸ σύνθετον ἀπὸ 15 ὀγ., πόσον πρέπει νὰ μεταχειρισθῇ ἀπὸ καθέν εἶδος ; — εἰάν ἀπὸ 30 ὀγ., πόσον ἀπὸ καθέν εἶδος ; — εἰάν ἀπὸ $37\frac{1}{2}$ ὀγ., πόσον ;

Ἀπ. εἰς τελ. ἐρ., 5 ὀγ. τῶν 3 πρώτων, καὶ $22\frac{1}{2}$ ὀγ. τοῦ τελευταίου.

Ὅθεν, ὅταν ἦναι δομένη τοῦ συνθέτου ἡ ποσότης, δυνάμεθα νὰ λέγωμεν, Ὡς τὸ κεφάλαιον τῶν ἀναλογικῶν ποσοτήτων, εὐρημένων διὰ τοῦ ἀνωτέρω κανόνος, εἶναι πρὸς τὴν ζητουμένην ποσότητα, οὕτω εἶναι ἐκάστη ἀναλογικὴ ποσότης, εὐρημένη διὰ τοῦ κανόνος, πρὸς τὴν ζητουμένην ποσότητα ἐκάστου.

13. Θέλει τις νὰ μίξῃ 100 λίτρας σακχάρου, τινὰς πρὸς 8 λεπτά, τινὰς πρὸς 10 λεπτά, καὶ τινὰς πρὸς 14 λεπτά τὴν λίτραν, ὥστε τὸ σύνθετον ν' ἀξίξῃ 12 λεπτά τὴν λίτραν· πόσον ἐκάστου εἶδους πρέπει νὰ μεταχειρισθῇ ;

Εὐρίσκουμεν ὅτι αἱ ἀναλογίαι εἶναι, 2, 2, καὶ 6.
Ἐπειτα, $2 + 2 + 6 = 10$, καὶ

$$10 \cdot 100 :: \left\{ \begin{array}{l} 2 : 20 \text{ λτ. πρὸς } 8 \text{ λεπτά.} \\ 2 : 20 \text{ λτ. πρὸς } 10 \text{ λεπτά.} \\ 6 : 60 \text{ λτ. πρὸς } 14 \text{ λεπτά.} \end{array} \right\} \text{ 'Απ.}$$

14. Πόσα μέτρα ὕδατος, κάμινιās ἀξίας, πρέπει νὰ μὴθῶσί μὲ οἶνον πρὸς φ. 1'20 τὸ μέτρον, ὥστε νὰ γεμίσωσι πίθον τῶν 75 μέτρων, τὰ ὅποια ν' ἀξίζωσι 92 λεπτά τὸ μέτρον ;

'Απ. $17\frac{1}{2}$ μέτρα ὕδατος εἰς $57\frac{1}{2}$ μέτρα οἴνου.

15. Ἐχει ἔμπορός τις σταφίδας πρὸς 4 σδ., 6 σδ., 9 σδ., καὶ 11 σδ. τὴν λίτραν. Θέλει δὲ νὰ κάμῃ μίγμα 240 λιτρῶν, εἰς τρόπον ὥστε τὸ μίγμα νὰ πωλῇται πρὸς 8 σδ. τὴν λίτραν. πόσας λίτρας ἐκάστου εἶδους πρέπει νὰ λάβῃ ;

'Απ. 72, 24, 48, καὶ 96 λίτρας, ἢ 48, 48, 72, 72, κτλ.

Σημείωσις. Ἡ ἐρώτησις αὕτη δύναται νὰ λάβῃ πέντε διαφορoυς ἀποκρίσεις.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ.

1. Πόσων εἰδῶν ζητήματα ἀνήκουν εἰς τὴν Μέθοδον τῆς Μίξεως ; 2. Ποῖον εἶναι τὸ πρῶτον ; 3. Ποῖον τὸ δεύτερον ; 4. Ὃταν μᾶς δοθῶσιν αἱ ποσότητες καὶ αἱ τιμαὶ διαφορῶν συνθεμένων πραγμάτων, πῶς εὐρίσκομεν τὴν μέσην τιμὴν τοῦ μίγματος ; 5. Ὃταν μᾶς δοθῇ ἡ μέση τιμή, καὶ αἱ τιμαὶ τῶν διαφορῶν πραγμάτων, ὅσα μέλλουν νὰ συντεθῶσι, πῶς εὐρίσκομεν τὰς ἀναλογικὰς ποσότητας ἐκάστου πράγματος ; 6. Ὃταν ἦναι δομένη ἡ ποσότης ἐνὸς τῶν συνθετικῶν εἰδῶν, πῶς εὐρίσκεις τὰς ἄλλας ; 7. Ὃταν ἦναι δομένη ἡ ποσότης τῆ ὁλοκλήρου συνθέτου, πῶς εὐρίσκεις τὴν ποσότητα ἐκάστου τῶν συνθετικῶν εἰδῶν ;

ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ.

Ἀριθμησις καὶ Σημείωσις,	Σελίδ. 3
Πρόσθεσις,	11
Ἀφαίρεσις,	23
Πολυπλασιασμός,	34
Διαίρεσις,	51
Ἐρωτήσεις Μικταί, περιλαμβάνουσαι τῶν προηγουμένων Κανόνων τὰς Ἀρχάς,	76
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ.— Διάφοροι Ὀνομασίαι,	
Ἀναγωγή,—Ἑλληνικά Νομίσματα,	88
Νομίσματα Ἀγγλικά,	84
Πίνακες Ζυγίων καὶ Μέτρων,	86
Πρόσθεσις Συνθέτων Ἀριθμῶν,	90-95
Ἀφαίρεσις,	96
Πολυπλασιασμός καὶ Διαίρεσις,	99
ΚΛΑΣΜΑΤΑ.— ΚΟΙΝΑ. Ἡ Σημείωσις των,	
Κύρια, Ἀκυρα, κτλ.	105
Μεταβολὴ Κλάσματος Ἀκύρου εἰς Ὀλόκληρον ἢ Μικτὸν Ἀριθμὸν,	114
Ἀναγωγή Μικτοῦ Ἀριθμοῦ εἰς Ἀκυρον Κλάσμα,	116
Ἀναγωγή κλάσματος εἰς τοὺς ἀπλουστάτους Ὄρους του, . . .	119
Κανὼν διὰ τὰ εὐρίσκωμεν τὸν Μέγιστον Κοινὸν Διαιρέτην, . . .	121
Διαίρεσις Κλάσματος μὲ Ὀλόκληρον Ἀριθμὸν κατὰ δύο τρόπους,	124
Πολυπλασιασμοὶ Κλάσματα μὲ Ὀλόκληρον Ἀριθμὸν κατὰ δύο τρόπους,	125
Πολυπλασιασμοὶ Ὀλοκλήρου Ἀριθμοῦ μὲ Κλάσμα,	129
Πολυπλασιασμός Κλάσματος μὲ Κλάσμα,	133
Γενικὸς Κανὼν διὰ τὴν Πολυπλασίαν τῶν Κλασμάτων, . . .	135
Διαίρεσις Ὀλοκλήρου Ἀριθμοῦ μὲ Κλάσμα,	137
Διαίρεσις Ὀλοκλήρου Ἀριθμοῦ μὲ Κλάσμα,	138

Διαίρεσις Κλάσματος μὲ Κλάσμα,	141
Γενικός Κανὼν διὰ τὴν Διαίρεσιν τῶν Κλασμάτων,	144
Πρόσθεσις καὶ Ἀφαίρεσις Κλασμάτων,	145
Κοινὸς Παρονομαστής, πῶς εὐρίσκεται,	147
Ἐλάχιστος Κοινὸς Πολυπλάσιος, πῶς εὐρίσκεται,	150
Κανὼν διὰ τὴν Πρόσθεσιν καὶ Ἀφαίρεσιν τῶν Κλασμάτων, .	152
Ἀναγωγή Κλασμάτων,	153
ΔΕΚΑΔΙΚΑ. Ἡ Σημείωσις των,	164
Πρόσθεσις καὶ Ἀφαίρεσις Δεκαδικῶν Κλασμάτων,	170
Πολυπλασιασμός Δεκαδικῶν Κλασμάτων,	171
Διαίρεσις Δεκαδικῶν Κλασμάτων,	174
Ἀναγωγή Κοινῶν Κλασμάτων εἰς Δεκαδικά,	178
Ἀναγωγή Δεκαδικῶν Κλασμάτων,	181
Τόκος,	182
Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸ Κεφάλαιον, ὅταν ᾖναι δομένα ὁ Καιρὸς, ἡ Τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ τὸ Συμποσούμενον,	193
Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸ Κεφάλαιον, ὅταν ᾖναι δομένα ὁ Καιρὸς, ἡ Τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ ὁ Τόκος,	195
Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὴν Τιμὴν τῶν ἑκατὸν, ὅταν ᾖναι δομέ- να τὸ Κεφάλαιον, ὁ Τόκος, καὶ ὁ Καιρὸς,	196
Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν πόσα τὰ ἑκατὸν ἐκερδήθησαν ἢ ἐχά- θησαν, ὅταν ᾖναι δομέναι αἱ τιμαὶ, πρὸς τὰς ὁποίας ἡγοράσθησαν καὶ ἐπωλήθησαν τὰ ἀγαθὰ,	196
Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸν Καιρὸν, ὅταν ᾖναι δομένα τὸ Κε- φάλαιον, ἡ Τιμὴ τῶν ἑκατὸν, καὶ ὁ Τόκος,	198
Πῶς νὰ εὐρίσκωμεν τὸν χρεωστούμενον ἐπὶ Γραμμάτια Τό- κον, ὅταν ᾖναι Πληρωμαὶ κατὰ μέρος,	199
Τόκος Σύνθετος,	202
Πληρωμῶν Εξίσωσις,	211
Λόγος, ἥτοι ἡ τῶν Ἀριθμῶν Σχέσις,	213
Ἀναλογία, ἥτοι ἡ Μέθοδος τῶν Τριῶν,	214
Ἀναλογία Σύνθετος, ἥτοι Διπλῇ Μέθοδος τῶν Τριῶν, . .	224
Μέθοδος τῆς Ἑσταιρείας,	232
Φόροι. Μέθοδος τοῦ ἐπιβάλλειν αὐτοὺς,	235
Μέθοδος τῆς Μίξεως,	239

ΤΕΛΟΣ.

183



BIBLIOGRAPH
AT QATAT

